

# Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України

## СИЛАБУС

навчальної дисципліни

«МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТЕРМОМЕХАНІКИ СУЦІЛЬНИХ СЕРЕДОВИЩ»

<b>Галузь знань</b>	<i>F Інформаційні технології</i>
<b>Спеціальність</b>	<i>F1 Прикладна математика</i>
<b>Освітня програма</b>	<i>Механіка деформівного твердого тіла і теоретична механіка</i>
<b>Освітній рівень</b>	<i>доктор філософії</i>
<b>Статус дисципліни</b>	<i>вибіркова</i>
<b>Мова викладання</b>	<i>Українська</i>
<b>Курс / семестр</b>	<i>2 курс, 3(4) семестр</i>
<b>Кількість кредитів ЄКТС</b>	<i>4 кредити ЄКТС</i>
<b>Розподіл за видами занять та годинами навчання</b>	<i>Лекції – 28 год.</i>
	<i>Практичні (семінарські) – 12 год.</i>
	<i>Самостійна робота – 80 год.</i>
<b>Форма підсумкового контролю</b>	<i>Залік</i>
<b>Відділ</b>	
<b>Викладач (-і)</b>	<i>член-кореспондент НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор Жук Ярослав Олександрович</i>
<b>Контактна інформація викладача (-ів)</b>	<i>e-mail y.zhuk@i.ua, тел. +38-097-490-11-89</i>
<b>Дні занять</b>	<i>За розкладом</i>
<b>Консультації</b>	<i>За домовленістю викладача з аспірантом оф-лайн або он-лайн</i>
<b>Програма навчальної дисципліни</b>	

### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Навчальна дисципліна «Математичні моделі термомеханіки суцільних середовищ» є складовою циклу професійної підготовки фахівців третього освітньо-наукового рівня «доктор філософії» і належить до переліку вибірових навчальних дисциплін, що пропонуються аспірантам зі спеціальності 113 «Прикладна математика». Вона забезпечує загальний та професійний розвиток аспіранта з метою ознайомлення студентів із фундаментальними поняттями термомеханіки та основними математичними моделями, які використовуються при дослідженні термомеханічних процесів. Основною особливістю курсу є введення в математичні моделі досліджуваних середовищ внутрішніх параметрів стан, що дозволяє зв'язати макроскопічну поведінку матеріалу з процесами, які відбуваються на мікрорівні, і розширити можливості побудови адекватних математичних моделей достатньо складних і суттєво нестационарних термомеханічних процесів. Дисципліна викладається на 1 курсі аспірантури в обсязі 4 кредитів (120 год, за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS), в тому числі 40 годин аудиторних занять, з них 28 год. лекцій та 12 годин практичних занять, а також 80 год. самостійної роботи. Метою курсу «Математичні моделі термомеханіки суцільних середовищ» є ознайомлення студентів із фундаментальними поняттями термомеханіки та основними математичними моделями, які використовуються при дослідженні термомеханічних процесів. Основною особливістю курсу є введення в

математичні моделі досліджуваних середовищ внутрішніх параметрів стан, що дозволяє зв'язати макроскопічну поведінку матеріалу з процесами, які відбуваються на мікрорівні, і розширити можливості побудови адекватних математичних моделей достатньо складних і суттєво нестационарних термомеханічних процесів.

## **2. Пререквізити та пост реквізити (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Навчальна дисципліна «Математичні моделі термомеханіки суцільних середовищ» базується на циклі дисциплін професійної та практичної підготовки фахівців-механіків, зокрема «Теоретична механіка», «Механіка суцільних середовищ», «Теорія тепломасопереносу», «Аналітичні методи механіки», «Математичне моделювання механічних систем і процесів».

У програмі дисципліни вивчаються основні поняття, принципи і закони термомеханіки. Вводяться основні поняття термомеханіки, даються формулювання законів збереження як в механічній так і у термодинамічній трактовці. Формулюються принципи термомеханіки, що накладають обмеження на термомеханічні процеси. Курс також присвячений вивченню методики формулювання визначальних рівнянь поведінки матеріалу з використанням термодинамічного формалізму. Детально розбирається випадок застосування цього підходу до формулювання рівнянь лінійного термопружного середовища. Досягнення складової інтегральної компетентності – здатності розв'язувати складні задачі та практичні проблеми у профільній діяльності, пов'язаній з основними проблемами термомеханіки.

## **3. Зміст навчальної дисципліни**

### **Модуль 1. *Фізична термомеханіка***

Тема 1. Фізичні основи і математичні моделі термомеханіки. Платформа FEniCS.

Тема 2. Елементи фізичної термомеханіки. Написання програми розв'язання ДРЧП за допомогою платформи FEniCS

Тема 3. Основи термодинаміки необоротних процесів. Розв'язання задачі теплопровідності за допомогою платформи FEniCS

### **Модуль 2. *Моделі термомеханіки суцільних середовищ***

Тема 4. Теорія визначальних рівнянь. Візуалізація результатів розрахунку, постпроцесинг.

Тема 5. Лінійне термопружне середовище. Розв'язання задач термопружності, термов'язкопружності і термов'язкопластичності за допомогою платформи FEniCS

## **4. Навчальні матеріали та ресурси**

### **4.1. Основна література**

1. Богданов В.Л., Жук Я.О., Богданова О.С. Основи експериментальних методів механіки деформівного твердого тіла. Навчальний посібник. – Київ: Академперіодика, 2016. – 280с.
2. Будак В.Д., Жук Я.О. Механіка суцільних середовищ. Навчальний посібник. – Миколаїв: Іліон, 2011. – 160 с.
3. Постольник Ю.С., Солод В.Ю. Інженерна термомеханіка. Навчальний посібник. – Дніпродзержинськ, ДДТУ, 2006. – 247 с.

4. Цибенко О.С., Крищук М.Г. Імітаційне моделювання електротермомеханічних процесів в деформівних середовищах. Частина 1. Початково-крайові задачі електротермомеханіки. Навчальний посібник. – Київ: НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського», 2021. – 79 с.
5. Langtangen H.P., Logg A. Solving PDEs in Python - The FEniCS Tutorial Volume I. – Springer, 2016.
6. Logg A., Mardal K.-A., Wells G. Automated Solution of Differential Equations by the Finite Element Method. The FEniCS Book. - Springer-Verlag, 2012.
7. Scott R. Introduction To Automated Modeling With FEniCS: Student Edition.- Computational Modeling Initiative LLC, 2018.

#### 4.2 Додаткова література

1. Glüge, R. (2020). Principles of Material Modeling. In: Altenbach, H., Öchsner, A. (eds) Encyclopedia of Continuum Mechanics. Springer, Berlin, Heidelberg.  
[https://doi.org/10.1007/978-3-662-55771-6\\_262](https://doi.org/10.1007/978-3-662-55771-6_262)
2. Lubliner J. On fading memory in materials of evolutionary type // Acta Mech. – 1969. – Vol. 8, № 1–2. – P. 75–81.
3. Lubliner, J. On the structure of the rate equations of materials with internal variables // Acta Mechanica. – 1973. – Vol. 17, № 1–2. – P.109–119.
4. Ottosen N.S., Matti Ristinmaa, M. The Mechanics of Constitutive Modeling. – Elsevier Science, 2005. – 745.
5. Palmov V. Vibrations of Elasto-Plastic Bodies. - Springer Verlag, 1998. – 320 p.

### Навчальний контент

#### 5. Методика опанування навчальної дисципліни(освітнього компонента)

##### Лекційні заняття

№	<i>Назва теми лекції та перелік основних питань</i>
<b>1</b>	<b>Елементи фізичної термомеханіки.</b> Елементи фізичної термомеханіки. Газ. Рідина. Тверде тіло. Рівняння стану для твердих тіл. Пружні, в'язкопружні та пружно-в'язко-пластичні тіла.
<b>2</b>	<b>Термодинамічна система, термодинамічний процес.</b> Термодинамічна система, термодинамічний процес. Параметри термодинамічного стану. Внутрішні параметри стану системи. Активні і реактивні змінні.
<b>3</b>	<b>Принципи термомеханіки</b> Принцип взаємності. Принцип причинності. Принцип рівноприсутності. Принцип об'єктивності.
<b>4</b>	<b>Принципи термомеханіки (продовження).</b> Принцип локальності. Принцип згасаючої пам'яті. Принцип допустимості. Закони термомеханіки. Нульовий закон термодинаміки. Закон збереження маси. Закон збереження кількості руху. Закон збереження моменту кількості руху.
<b>5</b>	<b>Закони термодинаміки.</b>

	Закон збереження енергії (перший закон термодинаміки). Другий закон термодинаміки. Нерівність Клаузіуса-Дюгема. Третій закон термодинаміки (закон Нернста).
6	<b>Визначальні рівняння.</b> Визначальні параметри, термомеханічні процеси, реакція термомеханічної системи і визначальні рівняння як операторні рівняння. Вид визначальних рівнянь у випадку однорідного і нестаріючого матеріалу.
7	<b>Нерівність Клаузіуса-Дюгема. Дисипативна функція.</b> Основні підходи до побудови визначальних рівнянь у термомеханіці. Середовища із внутрішніми параметрами стану. Вигляд нерівності Клаузіуса-Дюгема і дисипативної функції.
8	<b>Середовища із згасаючою пам'яттю</b> Середовища із згасаючою пам'яттю. Інтегральний вигляд визначальних рівнянь. Похідна Гаю. Похідна Фреше. Локальний стан середовища. Локальна історія околу матеріальної точки.
9	<b>II закон термодинаміки для середовища із згасаючою пам'яттю</b> Формулювання II закону термодинаміки для середовища із згасаючою пам'яттю. Середовища швидкісного типу.
10	<b>Класична термопружність</b> Класична термопружність. Закон Дюамеля-Неймана. Закон теплопровідності Фур'є. Формулювання крайової задачі термопружності.
11	<b>Теорія температурних напружень</b> Теорія температурних напружень. Ефекти зв'язаності механічних і теплових полів. Термопружне середовище із внутрішніми параметрами стану.
12	<b>Термопружне середовище швидкісного типу</b> Термопружне середовище швидкісного типу. Механічна суть основних, найбільш важливих ефектів термомеханічної зв'язаності.
13	<b>Визначальні рівняння як операторні рівняння.</b> Визначальні параметри, термомеханічні процеси, реакція термомеханічної системи і визначальні рівняння як операторні рівняння.
14	<b>Рівняння термов'язкопружності і термов'язкопластичності.</b> Вид визначальних рівнянь у випадку однорідного і нестаріючого матеріалу. Рівняння термов'язкопружності і термов'язкопластичності.

### Практичні заняття

№	Назва теми занять та перелік основних питань
1	<b>Елементи фізичної термомеханіки.</b> Знайомство з платформою FEnsCS. Інсталяція, початок роботи.
2	<b>Принципи термомеханіки.</b> Формулювання крайової задачі у FEnsCS. Постановка крайової задачі. Варіаційне (слабке) формулювання крайової задачі.
3	<b>Визначальні рівняння.</b> Реалізація задачі на FEniCS: генерування сіток, задання граничних умов.
4	<b>Середовища із згасаючою пам'яттю.</b> FEniCS. Моделювання процесів лазерного зварювання.
5	<b>Теорія температурних напружень.</b> FEniCS. Запис і програмування абстрактного скінченноелементного варіаційного формулювання задачі.
6	<b>Визначальні рівняння як операторні рівняння.</b> Розв'язання за допомогою платформи FEniCS задачі термопружності, візуалізація результатів.

## 6. Самостійна робота аспіранта

№	Назви тем і питань, що виносяться на самостійне опрацювання та посилання на навчальну літературу	Кількість годин СР
1	<p><b>Платформа FEnSCS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Архітектура FEniCS. Основні блоки.</li> </ul> <p><i>Література:</i> основна – 1, 2, 4, 5, 6; додаткова – 1, 3.</p>	5 годин
2	<p><b>Термодинамічна система, термодинамічний процес.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Принципи термомеханіки, які використовують при формулюванні визначальних рівнянь.</li> </ul> <p><i>Література:</i> основна – 1, 2, 3, 4, 5; додаткова – 2, 4.</p>	5 годин
3	<p><b>Принципи термомеханіки</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Тестова задача-приклад. Метод сконструйованих розв'язків.</li> </ul> <p><i>Література:</i> основна – 1, 3, 6, 7; додаткова – 1, 2.</p>	10 годин
4	<p><b>Принципи термомеханіки (продовження).</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>FEniCS – абстрактне скінченноелементне формулювання задачі.</li> </ul> <p><i>Література:</i> основна – 1, 3, 4, 5, 6; додаткова – 3.</p>	10 годин
5	<p><b>Закони термодинаміки.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>FEniCS. Крайова задача для рівняння Пуассона. Реалізація задачі на FEniCS: генерування сіток, задання граничних умов.</li> </ul> <p><i>Література:</i> основна – 1, 2, 4, 7; додаткова – 3, 4.</p>	5 годин
6	<p><b>Визначальні рівняння.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>FEniCS. Постпроцесор.</li> <li>Візуалізація результатів на прикладі програми Paraview.</li> </ul> <p><i>Література:</i> основна – 1, 3, 4, 5, 6; додаткова – 1.</p>	10 годин
7	<p><b>Нерівність Клаузіуса-Дюгема. Дисипативна функція.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>FEniCS. Постановка крайової задачі нестационарної теплопровідності в термінах ДРЧП.</li> <li>Розв'язання, візуалізація.</li> </ul> <p><i>Література:</i> основна – 1, 7; додаткова – 2, 3.</p>	10 годин
8	<p><b>Середовища із згасаючою пам'яттю</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Моделювання поведінки термопружного тіла.</li> </ul> <p><i>Література:</i> основна – 3, 7; додаткова – 4.</p>	5 годин
9	<p><b>II закон термодинаміки для середовища із згасаючою пам'яттю</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Моделювання поведінки термов'язкопружного тіла.</li> </ul> <p><i>Література:</i> основна – 6, 7; додаткова – 1, 3.</p>	5 годин
10	<p><b>Класична термопружність</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Моделювання поведінки термов'язкопластичного тіла.</li> </ul> <p><i>Література:</i> основна – 4, 7; додаткова – 3, 4.</p>	5 годин
11	<p><b>Теорія температурних напружень</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>FEniCS - задавання різних типів граничних умов в задачах</li> </ul> <p><i>Література:</i> основна – 1, 4, 7; додаткова – 1-4.</p>	3 години
12	<p><b>Термопружне середовище швидкісного типу</b></p>	3 години

	<ul style="list-style-type: none"> <li>За допомогою платформи FEniCS розв'язувати задачі теплопровідності в рамках макроскопічних і мікроскопічних формулювань теорії, візуалізувати результати</li> </ul> <p><i>Література:</i> основна – 1, 4, 7; додаткова – 4, 5.</p>	
13	<p><b>Визначальні рівняння як операторні рівняння.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Розв'язання за допомогою платформи FEniCS задачі термов'язко-пружності, візуалізація результатів.</li> </ul> <p><i>Література:</i> основна – 4, 5, 7; додаткова – 1.</p>	3 години
14	<p><b>Рівняння термов'язкопружності і термов'язкопластичності.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Розв'язання за допомогою платформи FEniCS задачі термов'язко-пластичності, візуалізація результатів.</li> </ul> <p><i>Література:</i> основна – 4, 5, 7; додаткова – 1.</p>	6 годин

## Політика та контроль

### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

#### 7.1 Політика дотримання академічної доброчесності

Очікується, що аспіранти знайомі з основними принципами академічної доброчесності, самостійно виконують усі навчальні завдання, коректно посилаються на використані джерела інформації при написанні власного наукового або навчального дослідження, тощо. Неприпустимим є списування при написанні контрольних робіт та складанні заліку (у тому числі з використанням мобільних пристроїв). У разі виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі аспіранта вона не зараховується викладачем.

#### 7.2 Політика щодо відвідування занять

Відвідування занять є обов'язковим компонентом навчального процесу. За об'єктивних причин (наприклад, міжнародне стажування, епідеміологічні обмеження тощо) навчання може відбуватись в он-лайн формі за погодженням із керівником курсу та керівником аспірантури.

#### 7.3 Система рейтингових балів

Рейтинг аспіранта з даної дисципліни складається з балів, що він отримує за:

1. Експрес-контроль – 20 балів.
2. Активну роботу на практичних заняттях - 20 балів.
3. Модульні контрольні роботи -20 балів ( 2x10=20)
3. Залік - 40 балів.

Заохочується представлення доповіді на наукових конференціях, семінарах, подання статті в журнал за тематикою курсу і додатково оцінюється у 10 балів.

*Експрес-контроль* проводиться з метою перевірки якості роботи аспіранта в аудиторії і самостійної роботи в позааудиторний час шляхом усного опитування чи самостійних письмових робіт тривалістю 10 – 30 хвилин, або індивідуальних домашніх завдань протягом семестру. Проводиться декілька раз (2 - 4) з максимальною сумарною оцінкою у 20 балів.

*Залік* складається аспірантом в аудиторний час і на нього виносяться питання та завдання, кожне з яких оцінюється за бальною системою.

#### 7.4 Розрахункова шкала рейтингу

Максимальна сумарна кількість балів протягом семестру складає:  
 $20+20+20+40=100$  (балів).

- Рейтинг RD аспіранта складається з рейтингу, одержаного протягом семестру з урахуванням додаткових балів. Аспіранти, які набрали протягом семестру менше 30 балів, зобов'язані підвищити свій рейтинг, інакше вони не допускаються до заліку з цієї дисципліни і мають академічну заборгованість. Для підвищення рейтингу вони отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та виконати індивідуальні домашні завдання..

## 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

### Відповідність системи оцінювання Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України шкалі оцінювання ЄКТС та національній системі оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену	для заліку
90 – 100	<b>A</b>	відмінно	зараховано
82-89	<b>B</b>	добре	
74-81	<b>C</b>		
64-73	<b>D</b>	задовільно	
60-63	<b>E</b>		
35-59	<b>FX</b>	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
0-34	<b>F</b>	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

*Більш детальну інформацію щодо компетентностей, результатів навчання, методів навчання, форм оцінювання, самостійної роботи наведено у робочій програмі навчальної дисципліни, див. сайт Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України*

*Силабус ухвалено на засіданні Науково -методичної ради Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України « 19 » червня 2025 р., протокол № 3*

*Силабус затверджено на засіданні Вченої ради Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України « 26 » червня 2025 р., протокол № 9*