

# Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України

## СИЛАБУС

навчальної дисципліни

«МЕХАНІКА РУЙНУВАННЯ В'ЯЗКОПРУЖНИХ МАТЕРІАЛІВ»

Галузь знань	<i>F Інформаційні технології</i>
Спеціальність	<i>F1 Прикладна математика</i>
Освітня програма	<i>Механіка деформівного твердого тіла і теоретична механіка</i>
Освітній рівень	<i>доктор філософії</i>
Статус дисципліни	<i>Вибіркова</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Курс / семестр	<i>2 курс, 3(4) семестр</i>
Кількість кредитів ЄКТС	<i>4 кредити ЄКТС</i>
Розподіл за видами занять та годинами навчання	<i>Лекції – 20 год.</i>
	<i>Практичні (семінарські) – 20 год.</i>
	<i>Самостійна робота – 80 год.</i>
Форма підсумкового контролю	<i>Залік</i>
Відділ	
Викладач	<i>Канд. фіз.-мат. наук, доцент, Чорноіван Юрій Олексійович, chornoivan@nas.gov.ua</i>
Контактна інформація викладача	<i>yurchor@ukr.net, тел. +38-098-903-51-05</i>
Дні занять	<i>За розкладом</i>
Консультації	<i>За домовленістю викладача з аспірантом оф-лайн або он-лайн</i>
<b><i>Програма навчальної дисципліни</i></b>	

### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

*Дисципліна присвячена вивченню механізмів руйнування твердих тіл, математичному моделюванню процесів у вершині тріщини та методам розрахунку довговічності конструкцій.*

*Мета: набуття знань для розв'язання комплексних проблем у галузі механіки деформівного твердого тіла та проведення оригінальних наукових досліджень.*

### 2. Пререквізити та пост реквізити (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

*Передумови: знання механіки суцільних середовищ, диференціальних рівнянь, математичної фізики та методів математичного моделювання.*

*Після завершення курсу аспірант повинен:*

- *Знати: рівняння поведінки матеріалів тіл поблизу вершини тріщини, аналітичні та обчислювальні методи (зокрема метод скінченних елементів), концепції провідних наукових шкіл.*
- *Вміти: розробляти математичні моделі конструкцій із тріщинами, застосовувати метод комплексних потенціалів та МСЕ для розв'язання задач механіки руйнування.*

### **3. Зміст навчальної дисципліни**

Курс поділений на два змістові модулі:

#### **Змістовий модуль 1. Основи механіки руйнування**

1. **Вступ:** Історія, принципи механіки руйнування, МСЕ та метод комплексних потенціалів.
2. **Теорія Гріффітса:** Концепція поверхневої енергії та енергетичний баланс.
3. **Поле напружень:** Коефіцієнт інтенсивності напружень (КІН), підхід Вільямса, К-критерій.
4. **Енергетичні підходи:** J-інтеграл, швидкість вивільнення енергії (G), їх взаємозв'язок.
5. **Змішаний режим:** Моделювання зростання тріщини, критерії максимальних напружень.

#### **Змістовий модуль 2. Моделі та критерії механіки руйнування**

6. **Пластичність:** Моделі Ірвіна та Дагдейла, HRR-поле, зони пластичності біля вершини
7. **Пружно-пластичні критерії:** Підхід кривої К-опору, розкриття у вершині тріщини.
8. **Міжфазні тріщини:** Тріщини на межі розділу середовищ, параметри Дандерса, осциляція напружень.
9. **Модель когезійної зони:** Модель Баренблата, закони зчеплення-відриву.
10. **Спеціальні розділи:** Анізотропні та неоднорідні тіла, динамічна механіка руйнування, в'язкопружність та втома.

### **4. Навчальні матеріали та ресурси**

#### **Основні рекомендовані джерела**

1. *Anderson, T.L.: Fracture mechanics fundamentals and applications. Taylor & Francis Group, Boca Raton (2017)*
2. *Gdoutos, E.E.: Fracture mechanics criteria and applications. Kluwer, Dordrecht (2011)*
3. *Gdoutos, E.E.: Fracture mechanics: An introduction. Kluwer, Dordrecht (2020)*

4. Gross, D., Seelig, T.: *Fracture mechanics with an introduction to micromechanics*. Springer, Heidelberg (2011)
5. Kaminsky A.A. *Fractional-Order Operators in Fracture Mechanics* / Kaminsky A.A., Selivanov M.F., Chornoivan Y.O. // *Encyclopedia of Continuum Mechanics*. –2020. – pp. 982–989.
6. Kaminsky A. *An analytical method of modeling the process zone near the tip of an interface crack due to its kinking from the interface of quasi-elastic materials* / Kaminsky A., Dudyk M., Reshitnyk Yu., Chornoivan Yu. // *International Journal of Solids and Structures*. 2023. — 267. — 112117
7. Kuna, M.: *Finite elements in fracture mechanics: theory–numerics–applications*. Springer, Freiberg (2013)
8. Perez, N.: *Fracture mechanics*. Springer International Publishing Switzerland (2017)
9. Selivanov M.F. *Subcritical and critical states of a crack with failure zones* / Selivanov M.F. // *Applied Mathematical Modelling*. — 2019. — 72, N8. — pp. 104-128.
10. Selivanov M. F. *Determination of crack opening displacement and critical load parameter within a cohesive zone model*/ Selivanov M. F., Chornoivan Y.O., Kononchuk O.P. // *Continuum Mechanics and Thermodynamics*. – 2019. — 31, 1, — pp. 101–118.
11. Selivanov M. *Modeling the slow crack growth of an edge crack within the cohesive zone model approach* / Selivanov M., Nazarenko L., Altenbach, H. // *Chapter in Theoretical Analyses, Computations, and Experiments of Multiscale Materials: A Tribute to Francesco dell'Isola* (Eds. Giorgio I., Placidi L., Barchiesi E., Abali B.E., Altenbach H.), 2022, Springer International Publishing, Cham, 505-535.
12. Slepyan, L.I.: *Models and phenomena in fracture mechanics*. Springer, Heidelberg (2011)
13. Sun, C.T., Jin, Z.-H.: *Fracture mechanics*. Elsevier, Waltham (2012)

#### **Додаткові рекомендовані джерела**

14. Recho, N.: *Fracture mechanics and crack growth*. ISTE Ltd, London (2012)

### Навчальний контент

#### **5. Методика опанування навчальної дисципліни(освітнього компонента)**

**Надається інформація (за розділами, темами) про всі навчальні заняття (лекції, практичні, семінарські, лабораторні) та надаються рекомендації щодо їх засвоєння (наприклад, у формі календарного плану чи деталізованого опису кожного заняття та запланованої роботи).**

#### **Лекційні заняття**

№	Назва теми лекції та перелік основних питань
1	Явище руйнування в природі та інженерії. Дисципліна «Механіка руйнування».

	Обчислювальні методи для тріщини. Огляд основної літератури з механіки руйнування та обчислювальних пакетів. Макроскопічні та мікроскопічні прояви руйнування. Класифікація процесів руйнування. Припущення моделей.
2	Теоретична міцність (атомістична модель, введення в розгляд енергії). Теорія руйнування Гріффітса. Співвідношення між енергіями.
3	Поле напружень в околі вершини тріщини. Поля пружних напружень та переміщень поблизу вершини тріщини, концепція коефіцієнта інтенсивності напружень Ірвіна. Детальні виведення полів напруження та коефіцієнта інтенсивності напруження $K$ з використанням методу комплексного потенціалу та підходу асимптотичного розвинення Вільямса. Критерій руйнування, заснований на коефіцієнті інтенсивності напруження ( $K$ -критерій), концепція $K$ -домінування (обмеження $K$ -критерію).
4	Швидкість вивільнення енергії в поєднанні з $J$ -інтегралом, незалежним від шляху. Концепція швидкості вивільнення енергії. Встановлення залежності між швидкістю вивільнення енергії $G$ і коефіцієнтом інтенсивності напруження (відношення $G - K$ ) методом закриття тріщини. Критерій руйнування, заснований на швидкості вивільнення енергії (критерій $G$ ). $J$ -інтеграл як швидкість вивільнення енергії, незалежність його від шляху. Співвідношення між $J$ і $K$ . Декілька числових методів на основі скінченних елементів для розрахунку швидкості вивільнення енергії та коефіцієнта інтенсивності напруження з використанням методу закриття тріщин. Вплив тривимірного ефекту на зміну інтенсивності напруження вздовж фронту тріщини.
5	Змішаний режим руйнування. Числове моделювання зростання тріщини. Проста еліптична модель руйнування. Критерій максимального напруження на розтяг. Критерій щільності енергії деформації. Критерій максимальної швидкості вивільнення енергії. Експериментальна перевірка.
6	Пластичність. Пластичні зони біля вершини тріщини для трьох типів руйнування. Критерії Тріска та Мізеса. Конститутивні співвідношення в пластичності (теорія течії, деформаційна теорія). Модель пластичності Ірвіна для тріщини нормального відриву (розмір зони пластичності, ефективна довжина тріщини та скоригований коефіцієнт інтенсивності напруження, розкриття в вершині тріщини). Модель Дагдейла (концепція тонкої структури (small-scale yielding), тріщина в нескінченній пластині). Оцінка форми зони пластичності за допомоги пружного розв'язку (головні напруження, випадок плоского напруженого стану та плоскої деформації, антиплоска деформація). Отримання форми зони пластичності за допомогою методу скінченних елементів). Розв'язок для тріщини поздовжнього зсуву в рамках концепції тонкої структури (основні рівняння, пружно-пластичний розв'язок та пластична зона в вершині тріщини). Розв'язок для тріщини поздовжнього зсуву в рамках концепції тонкої структури – пружний матеріал з показниковим зміцненням (основні рівняння, граничні умови для концепції тонкої структури, пружно-пластичний розв'язок). HRR поле. Концепція швидкості вивільнення енергії в пружно-пластичних матеріалах.
7	Пружно-пластичний критерій руйнування. Підхід скоригованого коефіцієнта інтенсивності напружень Ірвіна. Підхід кривої $K$ -опору. $J$ -інтеграл як параметр руйнування. Критерій розкриття в вершині тріщини. Критерій кута розкриття в вершині тріщини.
8	Тріщини на межі поділу двох різних тіл. Поля біля вершини тріщини (асимптотичні поля напружень і переміщень, випадок тріщини поздовжнього зсуву, параметри

	Дандерса). Застосування методу комплексних потенціалів та коефіцієнта інтенсивності напружень (коефіцієнт інтенсивності напружень для двох базових задач, коментарі до визначення коефіцієнта інтенсивності напружень). Контактна зона на поверхні тріщини та зона осциляції напружень. Швидкість вивільнення енергії (обчислення коефіцієнта інтенсивності напружень). Критерій руйнування. Відхилення тріщини від межі розділу двох тіл. Контакт та тертя в тріщинах на межі розділу тіл (поля в вершині тріщини, використання процедури методу скінченних елементів для обчислення енергії, критерій руйнування)
9	Модель когезійної зони. Фізичне підґрунтя моделі. Модель Баренблата. Концепція когезійної зони м механіці суцільного середовища та когезійний закон (модель Дагдейла, модель лінійного розміщення, трапецоїдальна модель, експоненціальна модель). Когезійна модель та ЛПМР. Когезійна модель для міжфазної тріщини (когезійний закон для змішаного режиму руйнування, щільність когезійної енергії, когезійна довжина).
10	Механіка руйнування анізотропних тіл та неоднорідних матеріалів. Динамічна механіка руйнування. Повільне поширення тріщин. Основні рівняння плоскої теорії пружності для анізотропних тіл. Тріщина нормального відриву в нескінченній пластині за рівномірного тиску на поверхні тріщини. Тріщина поперечного зсуву за рівномірних зсувних сил на поверхні тріщини. Швидкість вивільнення енергії для тріщини в анізотропному тілі. Основні рівняння плоскої теорії пружності для неоднорідних матеріалів. Напруження та переміщення в вершині тріщини в неоднорідному матеріалі. Швидкість вивільнення енергії для тріщини в неоднорідному матеріалі. Основні рівняння плоскої еластодинаміки. Стаціонарна тріщина за динамічного навантаження. Динамічне розповсюдження тріщини. Тріщина Йофе. Методи розв'язання граничних задач лінійної теорії в'язкопружності для тіл з рухомими тріщинами. Тріщина у функціонально градуїзованому матеріалі. Відтерміноване руйнування. Механіко-математичні моделі руйнування в'язкопружних тіл з тріщинами. Енергетичні і деформаційні критерії руйнування в'язкопружних тіл. Кінетика розвитку тріщин в ізотропних та анізотропних в'язкопружних тілах. Методи розв'язання задач про довговічність композиційних матеріалів з тріщинами. Докритичний розвиток тріщин в старіючих в'язкопружних тілах. Механіко-математичні моделі тріщин втомі у в'язкопружних матеріалах.

### Практичні заняття

№	Назва теми занять та перелік основних питань
1	Метод комплексних потенціалів. Двовимірні задачі механіки руйнування (тріщина нормального відриву, тріщина поперечного зсуву, тріщина повздовжнього зсуву). Тривимірні задачі механіки руйнування (внутрішня еліптична тріщина при розтязі, просторове поле в околі вершини тріщини). Основи методу скінченних елементів. Енергетичні принципи механіки суцільного середовища (варіація поля переміщення та сил, змішані та гібридні варіаційні принципи, принцип Гамільтона). Основні рівняння методу скінчених елементів (матриця жорсткості елемента, отримання глобальної матриці жорсткості). Числова реалізація методу скінченних елементів (вибір функцій форми, трикутний, чотирикутний, тетраедричний та шестигранний ізопараметричні елементи, числове інтегрування характеристик поля).
2	Методи скінченних елементів для аналізу тріщин у лінійно-пружних конструкціях (інтерпретація числових розв'язків в околі вершини тріщини). Спеціальні скінченні

	елементи вершини тріщини (розробка елементів вершини, модифікований елемент переміщень).
3	Коефіцієнт інтенсивності напружень. К-концепція. Енергетичний баланс при поширенні тріщини (глобальна та локальна швидкості вивільнення енергії, інтеграл змикання берегів тріщини, стійкість поширення тріщини). Тріщина в анізотропному пружному тілі. Вагова функція механіки руйнування. Обчислення коефіцієнта інтенсивності напружень використовуючи спеціальні елементи вершини тріщини. Розробка гібридних скінченних елементів вершини тріщини.
4	Обчислення J-інтеграла та коефіцієнта інтенсивності напружень тріщини нормального відриву та тріщини змішаного режиму руйнування методом скінчених елементів. Метод глобальної швидкості вивільнення енергії (реалізація в рамках скінченно-елементного аналізу, метод віртуального подовження тріщин, метод інтеграла замикавання тріщин).
5	Визначення напрямку поширення тріщини. Моделювання зростання тріщини (техніка вивільнення вузла, техніка модифікації елемента, техніка видалення елемента, модифікація жорсткості елемента, адаптивні стратегії перерозбиття (адаптивна сітка з контролем помилок, моделювання поширення тріщин)).
6	Скінченно-елементний алгоритм аналізу тріщин в пружно-пластичних конструкціях (пружно-пластичні елементи вершини тріщини, пружно-пластичне узагальнення J-інтеграла). Застосування скінченно-елементного алгоритму аналізу тріщин в пружно-пластичних конструкціях для стаціонарних та зростаючих тріщин.
7	Пружно-пластичний аналіз компактного зразку на розтяг скінченно-елементним підходом. Пружно-пластичний аналіз пластини з поверхневою тріщиною скінченно-елементним підходом.
8	Визначення коефіцієнта інтенсивності напружень міжфазної тріщини.
9	Числова реалізація моделі когезійної зони. Приклади дослідження поширення тріщин втоми.
10	Динамічні процеси механіки руйнування (рівняння руху вершини тріщини, модель динамічного розповсюдження тріщини, динамічне поширення тріщин у пружно-пластичних матеріалах). Визначення кінетики повільного зростання тріщини в ізотропному та ортотропному тілі вздовж наперед відомого шляху.

## 6. Самостійна робота аспіранта

№	Назви тем і питань, що виносяться на самостійне опрацювання та посилання на навчальну літературу	Кількість годин СР
1	Вивчення матеріалу лекції. Опрацювання матеріалу який винесено на самостійне вивчення: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Історія виникнення та розвитку механіки руйнування.</li> <li>• Основні концепції та моделі механіки руйнування.</li> </ul> Література: основна – 1, 9, 12, 13; додаткова – 14.	8
2	1. Вивчення матеріалу лекції. 2. Опрацювання матеріалу, що винесений на самостійне вивчення: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Енергетичний критерій поширення тріщини для фіксованої сили і умови жорсткого закріплення (випадок м'якої та твердої пружин, загальний випадок).</li> </ul>	8

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Експериментальне визначення поверхневої енергії.</li> </ul> <p>Література: основна – 6, 8, 12; додаткова – 14.</p>	
<b>3</b>	<p>1. Вивчення матеріалу лекції.</p> <p>2. Опрацювання матеріалу, який винесено на самостійне вивчення:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Плоскі та антиплоскі задачі. Плоский напружений стан та плоска деформація. Рівняння сумісності деформацій. Функція напружень Ері.</li> <li>• Деякі класичні двовимірні задачі теорії пружності (задачі про пластини та балку, задачі на півплощині, задачі з круглими отворами, дисками та циліндричними резервуарами під тиском).</li> </ul> <p>Література: основна – 8, 12, 13; додаткова – 14.</p>	8
<b>4</b>	<p>1. Вивчення матеріалу лекції.</p> <p>2. Опрацювання матеріалу, який винесено на самостійне вивчення:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Обчислення J-інтеграла та коефіцієнта інтенсивності напружень в прикладних пакетах ANSYS та COMSOL.</li> <li>• Скінченно-елементний розрахунок вагової функції механіки руйнування (визначення зосередженими силами, визначення параметричної функції впливу, отримання з поля переміщень, застосування J-VCE процедури, розрахунок за допомогою сингулярності Бюкнера).</li> </ul> <p>Література основна – 8, 9, 10; додаткова – 14.</p>	8
<b>5</b>	<p>1. Вивчення матеріалу лекції.</p> <p>2. Опрацювання матеріалу, який винесено на самостійне вивчення:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Адаптований до задач механіки руйнування розширений метод скінченних елементів (XFEM).</li> </ul> <p>Література: основна – 6, 8, 9, 11, 13; додаткова – 14.</p>	8
<b>6</b>	<p>1. Вивчення матеріалу лекції.</p> <p>2. Опрацювання матеріалу, який винесено на самостійне вивчення:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Інженерний підхід пружно-пластичної механіки руйнування.</li> </ul> <p>Література: основна – 1, 7, 9, 10, 12, 13; додаткова – 14.</p>	8
<b>7</b>	<p>1. Вивчення матеріалу лекції.</p> <p>2. Опрацювання матеріалу, який винесено на самостійне вивчення:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Експериментальне визначення критичного значення J-інтегралу.</li> </ul> <p>Література: основна – 6, 8, 11, 12; додаткова – 14.</p>	8
<b>8</b>	<p>1. Вивчення матеріалу лекції.</p> <p>2. Опрацювання матеріалу, який винесено на самостійне вивчення:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Тріщина на межі поділу двох анізотропних середовищ.</li> </ul> <p>Література: основна – 6, 8, 11, 12; додаткова – 14.</p>	8
<b>9</b>	<p>1. Вивчення матеріалу лекції.</p> <p>2. Опрацювання матеріалу, який винесено на самостійне вивчення:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Закони зчеплення-відриву для аналізу тріщин змішаного режиму руйнування.</li> <li>• Імплементція законів зчеплення-відриву в процедуру методу скінченних елементів.</li> </ul> <p>Література: основна – 8, 10, 13; додаткова – 14.</p>	8
<b>10</b>	<p>1. Вивчення матеріалу лекції.</p> <p>2. Опрацювання матеріалу, який винесено на самостійне вивчення:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Фізичні та інженерні аспекти руйнування (процеси в околі вершини тріщини, прогноз зародження тріщини, статистична теорія</li> </ul>	8

міцності матеріалів Вейбула).	
Література: основна – 8, 12, 13.	

## Політика та контроль

### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

*Очікується, що аспіранти знайомі з основними принципами академічної доброчесності, самостійно виконують усі навчальні завдання, коректно посилаються на використані джерела інформації при написанні власного наукового або навчального дослідження, тощо. Неприпустимим є списування при написанні контрольних робіт та складанні заліку (у тому числі з використанням мобільних пристроїв). У разі виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі аспіранта вона не зараховується викладачем.*

*Відвідування занять є обов'язковим компонентом навчального процесу. За об'єктивних причин (наприклад, міжнародне стажування, епідеміологічні обмеження тощо) навчання може відбуватись в он-лайн формі за погодженням із керівником курсу та керівником аспірантури.*

### 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

*Рейтинг аспіранта з даної дисципліни складається з балів, що він отримує за:*

*1. Експрес-контроль – 20 балів.*

*2. Активну роботу на практичних заняттях - 20 балів.*

*3. Модульні контрольні роботи -20 балів ( 2x10=20)*

*3. Залік - 40 балів.*

*Заохочується представлення доповіді на наукових конференціях, семінарах, подання статті в журнал за тематикою курсу і додатково оцінюється у 10 балів.*

*Експрес-контроль проводиться з метою перевірки якості роботи аспіранта в аудиторії і самостійної роботи в позааудиторний час шляхом усного опитування чи самостійних письмових робіт тривалістю 10 – 30 хвилин, або індивідуальних домашніх завдань протягом семестру. Проводиться декілька раз (2 - 4) з максимальною сумарною оцінкою у 20 балів.*

*Залік складається аспірантом в аудиторний час і на нього виносяться питання та завдання, кожне з яких оцінюється за бальною системою.*

*Максимальна сумарна кількість балів протягом семестру складає:*

*20+20+20+40=100 (балів).*

*Рейтинг RD аспіранта складається з рейтингу, одержаного протягом семестру з урахуванням додаткових балів. Аспіранти, які набрали протягом семестру менше 30 балів, зобов'язані підвищити свій рейтинг, інакше вони не допускаються до заліку з цієї дисципліни і мають академічну заборгованість. Для підвищення рейтингу вони отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та виконати індивідуальні домашні завдання.*

**Відповідність системи оцінювання Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН  
України шкалі оцінювання ЄКТС та національній системі оцінювання**

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою
		для екзамену/ заліку
90 – 100	<b>A</b>	відмінно
82-89	<b>B</b>	добре
74-81	<b>C</b>	
64-73	<b>D</b>	задовільно
60-63	<b>E</b>	
35-59	<b>FX</b>	незадовільно з можливістю повторного складання
0-34	<b>F</b>	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

*Більш детальну інформацію щодо компетентностей, результатів навчання, методів навчання, форм оцінювання, самостійної роботи наведено у робочій програмі навчальної дисципліни, див. сайт Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України*

*Силабус ухвалено на засіданні Науково -методичної ради Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України « 19 » червня 2025 р., протокол № 3*

*Силабус затверджено на засіданні Вченої ради Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України « 26 » червня 2025 р., протокол № 9*