

# Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України

## СИЛАБУС

навчальної дисципліни

### «МЕХАНІКА ДЕФОРМІВНОГО ТВЕРДОГО ТІЛА»

<b>Галузь знань</b>	<i>F Інформаційні технології</i>
<b>Спеціальність</b>	<i>F1 Прикладна математика</i>
<b>Освітня програма</b>	<i>Механіка деформівного твердого тіла і теоретична механіка</i>
<b>Освітній рівень</b>	<i>доктор філософії</i>
<b>Статус дисципліни</b>	<i>Обов'язкова</i>
<b>Мова викладання</b>	<i>Українська</i>
<b>Курс / семестр</b>	<i>1 курс, 2 семестр</i>
<b>Кількість кредитів ЄКТС</b>	<i>4 кредити ЄКТС</i>
<b>Розподіл за видами занять та годинами навчання</b>	<i>Лекції – 28 год.</i>
	<i>Практичні (семінарські) – 12 год.</i>
	<i>Самостійна робота – 80 год.</i>
<b>Форма підсумкового контролю</b>	<i>Іспит</i>
<b>Відділ</b>	
<b>Викладачі</b>	<i>член-кореспондент НАН України, доктор фізико-математичних наук <u>Селіванов Михайло Федорович</u> кандидат фізико-математичних наук, старший дослідник, <u>Васильєва Наталія Володимирівна</u></i>
<b>Контактна інформація викладачаів</b>	<i>e-mail <a href="mailto:inst_mech@inmech.kyiv.ua">inst_mech@inmech.kyiv.ua</a>, тел. +38-063-369-38-97 <a href="mailto:nataliy_v@yahoo.com">nataliy_v@yahoo.com</a>, тел. +38-093-840-77-58</i>
<b>Дні занять</b>	<i>За розкладом</i>
<b>Консультації</b>	<i>За домовленістю викладача з аспірантом оф-лайн або он-лайн</i>
<b><i>Програма навчальної дисципліни</i></b>	

#### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Навчальна дисципліна «Механіка деформівного твердого тіла» є складовою циклу професійної підготовки фахівців третього освітньо-наукового рівня «доктор філософії» і належить до переліку обов'язкових навчальних дисциплін, що пропонуються аспірантам зі спеціальності 113 «Прикладна математика». Вона забезпечує загальний та професійний розвиток аспіранта та спрямована на отримання поглиблених знань з механіки деформівного твердого тіла, необхідних для подальшої успішної самостійної наукової роботи. Дисципліна викладається на 1 курсі аспірантури в обсязі 4 кредитів (120 год, за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS), в тому числі 60 годин аудиторних занять, з них 32 год. лекцій та 28 годин семінарських занять, а також 120 год. самостійної роботи.

## **2. Пререквізити та пост реквізити (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Курс є обов'язковим для аспірантів і вивчається на першому курсі аспірантури. Студенти повинні володіти методами математичного аналізу, теорії диференціальних рівнянь, диференціальної геометрії, математичної обчислювальної математики та методами математичного моделювання систем та процесів.

**Метою навчальної** «Механіка деформівного твердого тіла» є набуття знань та вмінь розв'язання комплексних проблем в галузі механіки деформівного твердого тіла шляхом здобуття ними компетентностей, необхідних для виконання *самостійних* та оригінальних *наукових досліджень*, результати яких мають наукову новизну, теоретичне та практичне значення.

**Головними завданнями** вивчення навчальної дисципліни «Механіка деформівного твердого тіла» є формування знань, практичних навичок та компетентностей, потрібних для проведення самостійних кваліфікованих наукових досліджень:

- Загальні компетентності: ЗК1 – ЗК6 (відповідно до переліку загальних компетентностей ОНП).
- Спеціальні (фахові) компетентності: СК1 – СК7 (відповідно до переліку спеціальних компетентностей ОНП).
- Загальні програмні результати навчання: ПРН1 – ПРН6, ПРН11 (відповідно до переліку програмних результатів навчання ОНП).

## **3. Зміст навчальної дисципліни**

**Модуль 1. Теорія напружень і теорія деформацій. Закон Гука. Основні задачі теорії пружності**

Тема 1. Огляд механіки деформівного твердого тіла.

Тема 2. Основні рівняння механіки деформівного твердого тіла.

Тема 3. Конститутивні моделі: співвідношення між напруженнями та деформаціями.

Тема 4. Розв'язки простих крайових задач і задач з початковими умовами.

Тема 5. Розв'язок для лінійно-пружних тіл.

**Модуль 2. Особливості чисельної реалізації розв'язання задач МДТТ**

Тема 6. Скінченно-елементний аналіз: вступ

Тема 7. Скінченно-елементний аналіз: теорія та реалізація.

Тема 8. Розв'язки для стрижнів, балок, мембран, пластин, оболонки

## **4. Навчальні матеріали та ресурси**

### **4.1. Основна література**

1. Божидарник В.В., Сулим Г.Т. Теорія пружності: Підручн. у 3-х томах. РВВ ЛНТУ, Луцьк, 2012
2. Asaro R.J., Lubarda V.A. Mechanics of Solids and Materials. Cambridge University Press, Cambridge, New York, Melbourne, Madrid, Cape Town, Singapore, São Paulo, 2006

3. Bechtel S.E., Lowe R.L. Fundamentals of Continuum Mechanics with Applications to Mechanical, Thermomechanical, and Smart Materials. Elsevier, UK, 2015
4. Bertram A., Glüge R. Solid Mechanics: Theory, Modeling, and Problems. Springer, Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London, 2015
5. Bower A.F. Applied Mechanics of Solids. CRC Press, Boca Raton, London, New York, 2010
6. Coman C.D. Continuum Mechanics and Linear Elasticity: An Applied Mathematics Introduction, Springer Nature B.V., 2020
7. Doghri, I. Mechanics of Deformable Solids: Linear, Nonlinear, Analytical and Computational Aspects. Springer, Verlag, Berlin, Heidelberg, 2000
8. Kojic M., Bathe K.J. Inelastic Analysis of Solids and Structures. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2005
9. Oliver X., Agelet de Saracibar C. Continuum Mechanics for Engineers. Theory and Problems, Second Edition, 2017
10. Reddy J.N. An Introduction to Continuum Mechanics with Applications. Cambridge University Press, Cambridge, New York, Melbourne, Madrid, Cape Town, Singapore, São Paulo, 2008

#### **4.2. Додаткова література**

11. Бабенко А.Є. Бобир М.І., Бойко С.Л., Боронко О.О. Теорія пружності. Частина 1: Підручн. Основа, Київ, 2009
12. Бородачов М.М., Савченко М.І. Теорія пружності та пластичності: навчальний посібник. НАУ, Київ, 2006.
13. Будак В.Д., Жук Я.О. Механіка суцільних середовищ. Ілїон, Миколаїв, 2011
14. Лавренюк М. Моделі механіки деформівного твердого тіла неоднорідних середовищ: Навчальний посібник. КНУ ім. Тараса Шевченка, Київ, 2012
15. Можаровський М.С. Теорія пружності, пластичності і повзучості: Підручн. Вища школа, Київ, 2002
16. Chen X., Liu Y. Modeling and simulation with ANSYS Workbench. CRS Press, Boca Raton, London, New York, 2015
17. Dormieux L., Kondo D. Micromechanics of Fracture and Damage. Wiley, Hoboken, 2016
18. Long Y.-Q., Cen S., Long Z.-F. Advanced Finite Element Method in Structural Engineering. Tsinghua University Press, Beijing and Springer-Verlag GmbH Berlin Heidelberg, 2009
19. Itskov M. Tensor Algebra and Tensor Analysis for Engineers with Applications to Continuum Mechanics. Fourth Edition. Springer, Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London, 2015
- Steigmann D.J. A Course on Plasticity Theory. Oxford University Press, UK, 2023

### Навчальний контент

#### **5. Методика опанування навчальної дисципліни(освітнього компонента)**

##### **Лекційні заняття**

№	<i>Назва теми лекцій та перелік основних питань</i>
<b>1</b>	<b>Огляд механіки деформівного твердого тіла. (1 година)</b> Вступ до дисципліни. Історичний огляд розвитку МДТТ. Постановка задачі з механіки деформівного твердого тіла. Основні гіпотези і припущення. Фізико-механічні характеристики матеріалу. Представницька задача початкового значення в механіці деформівного твердого тіла. Вибір методу аналізу.
<b>2</b>	<b>Основні рівняння механіки деформівного твердого тіла. (1 година)</b>

	<p>Математичний опис зміни форми твердих тіл. Переміщення і швидкість. Тензори градієнта переміщення та градієнта деформації. Тензор деформацій Лагранжа. Ейлерів тензор деформацій. Головні значення та напрямки нескінченно малого тензора деформацій. Тензори деформацій Коші–Гріна. Математичний опис внутрішніх сил у твердих тілах. Поверхневі і внутрішні сили. Поверхнева сила, що діє на площини всередині твердого тіла. Тензор напруження Коші. Головні напруження та напрямки. Рівняння руху та рівноваги твердих тіл, що деформуються. Робота напружень: принцип віртуальної роботи</p>
3	<p><b>Конститутивні моделі: співвідношення між напруженнями та деформаціями. (4 години)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Загальні вимоги до конститутивних рівнянь. Термодинамічні обмеження. Лінійно-пружна поведінка матеріалу. Ізотропний, лінійно-пружний матеріал. Співвідношення напруження-деформація для ізотропних лінійно-пружних матеріалів: модуль Юнга, коефіцієнт Пуассона та коефіцієнт теплового розширення. Інші константи пружності: об'єму, зсуву і модуль Ламе. Співвідношення напруження–деформація для загального анізотропного лінійно-пружного матеріалу: тензори пружної жорсткості та податливості.</li> <li>• Гіпопружність: пружні матеріали з нелінійною залежністю напруження–деформація при малій деформації. Узагальнений закон Гука: пружні матеріали піддаються невеликим розтягненням, але великим поворотам. Лінійні в'язкопружні матеріали. В'язкопластичність.</li> </ul>
4	<p><b>Розв'язки простих крайових задач і задач з початковими умовами. (4 години)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Осе- та сферично-симетричні розв'язки квазістатичних лінійних задач пружності. Зведення основних рівнянь лінійної пружності в декартових компонентах. Спрощені рівняння для сферично-симетричних задач лінійної пружності. Загальний розв'язок сферично-симетричної задачі лінійної пружності. Осе- та сферично-симетричні розв'язки квазістатичних пружнопластичних задач. Зведення визначальних рівнянь. Спрощені рівняння для сферично-симетричних задач.</li> <li>• Сферично-симетричний розв'язок квазістатичних задач пружності великих деформацій. Короткий опис основних рівнянь скінченної пружності в декартових компонентах. Спрощені рівняння для нестисливих сферично-симетричних тіл.</li> </ul>
5	<p><b>Розв'язок для лінійно-пружних тіл. (6 годин)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Загальні положення. Зведення основних рівнянь лінійної пружності. Альтернативна форма визначальних рівнянь: рівняння Нав'є. Суперпозиція та лінійність розв'язків. Єдиність та існування розв'язків лінійних рівнянь пружності. Принцип Сен-Венана.</li> <li>• Функція Ейрі лінійних задач статички для плоского напруженого стану та плоскої деформації. Функція Ейрі в прямокутних координатах. Демонстрація того, що функція Ейрі задовольняє визначальні рівняння. Функція Ейрі у циліндрично-полярних координатах.</li> <li>• Розв'язки тривимірних статичних задач лінійної пружності. Представлення потенціалу Папковича–Нойбера для тривимірних розв'язків для ізотропних твердих тіл.</li> </ul>
6	<p><b>Скінченно-елементний аналіз: вступ (2 години)</b></p> <p>Метод скінченних елементів, базові принципи. Сітка скінченних елементів для 2D або 3D компонента. Вузли та елементи в сітці. Спеціальні елементи: балки, пластини,</p>

	<p>оболонки, кроквяні елементи. Властивості матеріалу. Граничні умови. Обмеження контактуючих поверхонь та інтерфейсів. Початкові умови та зовнішні поля. Процедури розв'язання та прирости часу. Вивід результатів. Одиниці виміру в скінченно-елементних обчисленнях. Скінченно-елементна сітка та зв'язність елементів. Глобальний вектор переміщення. Функції інтерполяції елементів. Деформації елемента, напруження та щільність енергії деформації. Матриця жорсткості елементів</p>
7	<p><b>Скінченно-елементний аналіз: теорія та реалізація. (4 години)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Узагальнений МСЕ для статичної лінійної пружності. Огляд принципу віртуальної роботи. Інтегральна (слабка) форма визначальних рівнянь лінійної пружності. Інтерполяція поля переміщення та поля віртуальної швидкості. Рівняння скінченних елементів. Проста 1D реалізація МСЕ. Короткий опис 1D процедури скінченних елементів. Узагальнення 1D МСЕ на 2D і 3D випадки.</li> <li>• Функції інтерполяції для 2D елементів. Функції інтерполяції для 3D елементів. Об'ємні інтеграли для жорсткості та сили в термінах нормованих координат. Схеми числового інтегрування для 2D і 3D елементів. Зведення формул для матриць жорсткості елементів і сил.</li> </ul>
8	<p><b>Розв'язки для стрижнів, балок, мембран, пластин, оболонок (6 годин)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Попередня інформація: діагностичні позначення векторів і тензорів. Рух і деформація тонких стрижнів. Конститутивні рівняння, що зв'язують сили з мірами деформації пружних стрижнів. Енергія деформації пружного стрижня.</li> <li>• Рух і деформація тонких оболонок: загальна теорія. Системи координат і змінні, що характеризують деформацію оболонок. Рівняння руху та граничні умови. Основні рівняння, що зв'язують сили з мірами деформації в пружних оболонках. Енергія деформації та кінетична енергія пружної оболонки.</li> <li>• Розв'язки простих задач з мембранами, пластинами та оболонками</li> </ul>

### Практичні заняття

№	Назва теми занять та перелік основних питань
5	<p><b>Розв'язок для лінійно-пружних тіл. (2 годин)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Поділ рівнянь на групи. Основні типи задач та граничні умови, які їм відповідають. Запис рівнянь у векторній та координатній формі. Крайові умови різних типів. Формулювання крайових умов у сучасних системах інженерного проектування.</li> <li>• Тензорна форма запису основних співвідношень, які визначають напружено-деформований стан тіл. Перетворення у тензорній формі запису рівнянь та граничних умов задач механіки деформівного твердого тіла в актуальній та фіксованій системі координат.</li> <li>• Базові типи матеріалів у сучасних системах інженерного та наукового проектування. Визначення параметрів моделей пружної поведінки матеріалів за експериментальними даними. Набори параметрів, які потрібні для формулювання крайових задач за використання моделей у сучасних системах наукових досліджень.</li> <li>• Тензорні форми запису реологічних рівнянь для лінійних та нелінійні моделей. Особливості використання реологічних моделей у сучасних системах комп'ютерного аналізу.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Формулювання типових задач контактної механіки деформівного твердого тіла.</li> </ul>
6	<p><b>Скінченно-елементний аналіз: вступ (2 години)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Постановка задач пружно-пластичного деформування у сучасних комп'ютерних системах інженерного проєктування. Розв'язання пружно-пластичної задачі для двохопорної балки.</li> <li>• Типи скінченних елементів. Вивчення ефективності розв'язання базових задач механіки ізотропного деформівного тіла залежно від використання різних схем комп'ютерного аналізу.</li> </ul>
7	<p><b>Скінченно-елементний аналіз: теорія та реалізація. (2 години)</b></p> <p>Постановка та розв'язання задач механіки деформівного твердого тіла у межах МСЕ з використанням різних ітеративних схем. Забезпечення збіжності з використанням різних засобів сучасних комп'ютерних система наукового аналізу.</p>
8	<p><b>Розв'язки для стрижнів, балок, мембран, пластин, оболонок (6 годин)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Стрижневі конструкції у сучасних системах комп'ютерного моделювання.</li> <li>• Розв'язання задачі про аналіз напружено-деформованого стану стрижневої ферми за допомогою системи інженерного проєктування.</li> <li>• Оболонки у сучасних системах комп'ютерного моделювання.</li> <li>• Розв'язання задачі про напружено-деформований стан оболонки за допомогою системи інженерного проєктування.</li> </ul>

## 6. Самостійна робота аспіранта

№	Назви тем і питань, що виносяться на самостійне опрацювання та посилання на навчальну літературу	Кількість годин СР
1	<p><b>Огляд механіки деформівного твердого тіла.</b></p> <p>Вибір об'єкта обчислень. Визначення геометрії твердого тіла. Визначення навантаження. Вирішення того, яку фізику включити в модель. Визначення поведінки матеріалу.</p> <p><i>Література:</i> основна – 1- 10; додаткова – 11, 13.</p>	2 години
2	<p><b>Основні рівняння механіки деформівного твердого тіла.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Градієнт деформації в результаті двох послідовних деформацій. Якобіан градієнта деформації. Нескінченно малий тензор деформацій. Інженерні деформації зсуву. Розкладання нескінченно малої деформації на об'ємну та девіаторну частини. Тензор нескінченно малого обертання.</li> <li>• Узагальнені міри деформації. Градієнт швидкості. Тензор швидкості деформації та тензор вихря. Нескінченно мала швидкість деформації та швидкість обертання. Інші показники швидкості деформації. Рівняння сумісності нескінченно малих деформацій.</li> <li>• Інші міри напруження: Кірхгофа, тензори номінальних і матеріальних напружень. Міри напружень для нескінченно малих деформацій. Гідростатичне, девіаторне та ефективне напруження фон Мізеса.</li> </ul>	12 годин

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Рівновага кутового моменту в термінах напружень Коші. Рівняння руху через інші міри напружень.</li> <li>• Швидкість механічної роботи за іншими мірами напружень. Швидкість механічної роботи при нескінченно малих деформаціях.</li> <li>• Рівняння віртуальної роботи в термінах інших мір напружень. Рівняння віртуальної роботи для нескінченно малих деформацій.</li> </ul> <p><i>Література:</i> основна – 1-10; додаткова – 11, 13.</p>	
3	<p><b>Конститутивні моделі: співвідношення між напруженнями та деформаціями.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Вплив симетрії матеріалу на співвідношення напруження–деформація для анізотропних матеріалів. Репрезентативні значення констант пружності трансверсально-ізотропних гексагональних щільно упакованих кристалів. Лінійні пружні співвідношення напруження-деформація для кубічних матеріалів. Репрезентативні значення пружних властивостей кубічних кристалів і сполук.</li> <li>• Гіперпружність: залежна від часу поведінка каучуку та пінополіуретану при великих деформаціях. Міри деформації, що використовуються в скінченній пружності. Міри напружень, що використовуються в скінченній пружності. Примітка про абсолютно нестисливі матеріали. Специфічні форми густини енергії деформації. Калібрування нелінійної пружності. Репрезентативні значення властивостей матеріалу для каучуків.</li> <li>• Залежна від часу поведінка полімерів при малих деформаціях. Особливості залежної від швидкості малих деформацій реакції полімерів. Загальні конститутивні рівняння для лінійних в'язкопружних тіл. Пружинно-демпферна апроксимація модуля релаксації. Представлення рядом Проні модуля релаксації.</li> <li>• Незалежна від швидкості малих деформацій пластичність: метали, навантажені поза межею текучості. Особливості непружного відгуку металів. Критерії текучості. Графічне зображення поверхні текучості. Закони деформаційного зміцнення. Закон пластичної течії. Стан пружного розвантаження. Погляд на пластичні основні рівняння: постулат Друкера. Мікроскопічне поширення пластичної течії в металах.</li> <li>• В'язкопластичність за малих деформацій: повзучість і деформація кристалічних твердих тіл з високою швидкістю деформації. Особливості повзучості. Особливості поведінки високої швидкості деформації. Конститутивні рівняння в'язкопластичні малих деформацій. Репрезентативні значення параметрів для в'язкопластичних моделей повзучих тіл.</li> <li>• Залежна від швидкості великих деформацій пластичність. Кінематика пластичності скінченних деформацій. Пружне співвідношення напруження–деформація для пластичності скінченної деформації. Пластичний конститутивний закон для в'язкопластичності скінченної деформації.</li> </ul>	16 годин

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Моделі критичного стану ґрунтів. Особливості поведінки ґрунтів. Основні рівняння для моделі Cam-clay. Застосування рівнянь критичного стану до простого 2D навантаження. Типові значення властивостей матеріалів для ґрунтів.</li> <li>• Конститутивні моделі монокристалів металів. Особливості пластичного течії в монокристалах. Міри напружень, що використовуються в пластичності кристалів. Пружне співвідношення напруження–деформація, що використовується в пластичності кристалів. Показові значення пластичних властивостей монокристалів</li> <li>• Конститутивні моделі контактуючих поверхонь і меж розділу твердих тіл. Моделі когезійних зон для інтерфейсів. Моделі контакту та тертя між поверхнями</li> </ul> <p><i>Література:</i> основна – 1-10; додаткова – 11-14.</p>	
4	<p><b>Розв’язки простих крайових задач і задач з початковими умовами.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Порожниста сфера під тиском. Гравітаційна сфера. Сфера зі стаціонарним тепловим потоком. Спрощені рівняння для осесиметричних задач лінійної пружності. Загальний розв’язок осесиметричної крайової задачі.</li> <li>• Довгий (узагальнена плоска деформація) циліндр, що піддається внутрішньому і зовнішньому тиску. Кругла пластина, що обертається. Напруження, викликані невідповідністю між двома циліндрами.</li> <li>• Пружна ідеально пластична порожниста куля, що піддається монотонно зростаючому внутрішньому тиску. Пружна ідеально пластична порожниста сфера, що піддається циклічному внутрішньому тиску.</li> <li>• Спрощені рівняння для плоскої деформації осесиметричних пружно-ідеально пластичних твердих тіл. Довгий (плоский деформований) циліндр під внутрішнім тиском.</li> <li>• Порожниста сфера під тиском, виготовлена з нестисливої гуми.</li> <li>• Прості динамічні розв’язки для лінійно-пружних матеріалів. Поверхня, що піддається змінному в часі нормальному тиску. Поверхня, що піддається змінному в часі зсуву.</li> <li>• Одномірний стержень, що піддається торцевому навантаженню. Плоскі хвилі в нескінченному твердому тілі. Короткий опис швидкостей хвиль в ізотропних пружних тілах. Відбиття хвиль, що рухаються нормально до вільної поверхні.</li> <li>• Відбиття та передача хвиль по нормалі до поверхні розділу. Простий приклад із поширенням плоскої хвилі: удар пластини.</li> </ul> <p><i>Література:</i> основна – 2-9; додаткова – 11,14.</p>	18 годин
5	<p><b>Розв’язок для лінійно-пружних тіл.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Функціональний розв’язок Ейрі для консолі з кінцевим навантаженням. Двовимірне лінійне навантаження, що діє перпендикулярно до поверхні нескінченного тіла.</li> </ul>	18 годин

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Двовимірне лінійне навантаження, що діє паралельно поверхні нескінченного тіла. Довільний тиск, що діє на плоску поверхню. Рівномірний нормальний тиск, що діє на смужку. Напруження біля вершини тріщини.</li> <li>• Розв’язання статичних лінійних задач плоскої деформації методом комплексної змінної. Демонстрація того, що комплекснозмінний розв’язок задовольняє визначальні рівняння. Комплекснозмінний розв’язок для сили вздовж поперечної лінії в нескінченному твердому тілі (плоска деформація). Комплекснозмінний розв’язок для крайової дислокації в нескінченному твердому тілі.</li> <li>• Циліндричний отвір у нескінченному твердому тілі під віддаленим навантаженням. Тріщина в нескінченному пружному твердому тілі при віддаленому навантаженні. Поля біля вершини тріщини на біматеріальній межі.</li> <li>• Контакт вздовж лінії між двома неконформними пружними тілами без тертя. Ковзний контакт між двома шорсткими пружними циліндрами. Дислокація біля поверхні півпростору.</li> <li>• Задача Ешелбі про включення. Пружно неузгоджене еліпсоїдне включення в нескінченному твердому тілі під дією віддаленого напруження. Сферична порожнина в нескінченному твердому тілі під дією віддаленого напруження.</li> <li>• Циліндричний індентор з плоским торцем у контакті з пружним півпростором. Контакт без тертя між двома пружними сферами. Площа контакту, тиск, жорсткість і межа пружності для загальних неконформних контактів. Співвідношення переміщення навантаження–площа контакту для осесиметричних контактів довільної форми.</li> <li>• Розв’язки узагальнених плоских задач для анізотропних лінійно-пружних тіл. Визначальні рівняння пружності для анізотропних твердих тіл. Представлення Штро для полів в анізотропних твердих тілах. Демонстрація того, що представлення Штро задовольняє визначальні рівняння. Представлення Штро для стану рівномірного напруження.</li> <li>• Лінійне навантаження та дислокація в нескінченному анізотропному твердому тілі. Навантаження вздовж лінії та дислокація під поверхнею анізотропного півпростору.</li> <li>• Розв’язки динамічних задач для ізотропних лінійно-пружних тіл. Потенціали Лява динамічних розв’язків для ізотропних твердих тіл. Хвилі Релея. Хвилі Лява. Пружні хвилі в хвилеводах.</li> </ul> <p><i>Література:</i> основна – 1, 2, 4- 8; додаткова – 16-18.</p>	
6	<p><b>Скінченно-елементний аналіз: вступ</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Використання розмірного аналізу для спрощення СЕА. Спрощення СЕА шляхом масштабування визначальних рівнянь.</li> <li>• Глобальна матриця жорсткості. Граничне навантаження. Глобальний вектор залишкової сили. Мінімізація потенційної енергії. Усунення заданих переміщень. Розв’язання.</li> </ul>	2 години

	<i>Література:</i> основна 5,7; додаткова – 16,18.	
7	<p><b>Скінченно-елементний аналіз: теорія та реалізація.</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• МСЕ для динамічної лінійної пружності.</li> <li>• МСЕ для нелінійних (гіпопружних) матеріалів.</li> <li>• МСЕ для великих деформацій: гіперпружні матеріали.</li> <li>• МСЕ для в'язкопластичності.</li> </ul> <p><i>Література:</i> основна – 5,7; додаткова –16,18.</p>	5 годин
8	<p><b>Розв'язки для стрижнів, балок, мембран, пластин, оболонок</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Спрощені варіанти загальної теорії деформівних стрижнів.</li> <li>• Точні розв'язки простих задач з пружними стрижнями. Вільні коливання прямої балки без осової сили. Стрижень зігнутий і закручений у спіраль.</li> <li>• Рух і деформація тонких оболонок: Системи координат і змінні, що характеризують деформацію оболонок. Вектори та тензорні компоненти в неортогональних базисах: коваріантні та контраваріантні компоненти. Додаткові міри деформації та кінематичні співвідношення. Апроксимація поля переміщень і швидкостей. Апроксимація градієнта деформації. Інші міри деформації. Представлення сил і моментів в оболонках.</li> <li>• Спрощені варіанти загальної теорії оболонок: плоскі пластини та мембрани. Плоскі пластини з малими відхиленнями поза площиною та незначним навантаженням у площині. Плоскі пластини з невеликими відхиленнями поза площиною та значним навантаженням у площині. Розтягнута плоска мембрана з невеликими прогинами поза площиною. Рівняння мембрани в циліндрично-полярних координатах.</li> <li>• Розв'язки простих задач з мембранами, пластинами та оболонками. Режими вібрації та власні частоти для круглої мембрани. Оцінка для основної частоти коливань плоскої прямокутної пластини з простою опорою. Вигин, викликаний непружною деформацією тонкої плівки на підкладці. Вигин круглої пластини, викликаний градієнтом температури по товщині.</li> </ul> <p><i>Література:</i> основна – 3, 10,11; додаткова – 13,16.</p>	7 годин

## Політика та контроль

### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

#### 7.1 Політика дотримання академічної доброчесності

Очікується, що аспіранти знайомі з основними принципами академічної доброчесності, самостійно виконують усі навчальні завдання, коректно посилаються на використані джерела інформації при написанні власного наукового або навчального дослідження, тощо. Неприпустимим є списування при написанні контрольних робіт та складанні заліку (у тому числі з використанням мобільних пристроїв). У разі виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі аспіранта вона не зараховується викладачем.

## 7.2 Політика щодо відвідування занять

Відвідування занять є обов'язковим компонентом навчального процесу. За об'єктивних причин (наприклад, міжнародне стажування, епідеміологічні обмеження тощо) навчання може відбуватись в он-лайн формі за погодженням із керівником курсу та керівником аспірантури.

## 7.3 Система рейтингових балів

Рейтинг аспіранта з даної дисципліни складається з балів, що він отримує за:

1. Експрес-контроль – 20 балів.
2. Активну роботу на практичних заняттях - 20 балів.
3. Модульні контрольні роботи -20 балів ( 2x10=20)
4. Залік - 40 балів.
5. Іспит 40 балів

Заохочується представлення доповіді на наукових конференціях, семінарах, подання статті в журнал за тематикою курсу і додатково оцінюється у 10 балів.

*Експрес-контроль* проводиться з метою перевірки якості роботи аспіранта в аудиторії і самостійної роботи в поза аудиторний час шляхом усного опитування чи самостійних письмових робіт тривалістю 10 – 30 хвилин, або індивідуальних домашніх завдань протягом семестру. Проводиться декілька раз (2 - 4) з максимальною сумарною оцінкою у 20 балів.

*Залік/Іспит* складається аспірантом в аудиторний час і на нього виносяться питання та завдання, кожне з яких оцінюється за бальною системою.

## 7.4 Розрахункова шкала рейтингу

Максимальна сумарна кількість балів протягом семестру складає:  
 $20+20+20+40=100$  (балів).

Рейтинг RD аспіранта складається з рейтингу, одержаного протягом семестру з урахуванням додаткових балів. Аспіранти, які набрали протягом семестру менше 30 балів, зобов'язані підвищити свій рейтинг, інакше вони не допускаються до заліку/іспиту з цієї дисципліни і мають академічну заборгованість. Для підвищення рейтингу вони отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та виконати індивідуальні домашні завдання.

## 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Відповідність системи оцінювання Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України шкалі оцінювання ЄКТС та національній системі оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену	для заліку
90 – 100	<b>A</b>	відмінно	зараховано
82-89	<b>B</b>	добре	
74-81	<b>C</b>		
64-73	<b>D</b>	задовільно	
60-63	<b>E</b>		

35-59	<b>FX</b>	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
0-34	<b>F</b>	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

*Більш детальну інформацію щодо компетентностей, результатів навчання, методів навчання, форм оцінювання, самостійної роботи наведено у робочій програмі навчальної дисципліни, див. сайт Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України*

*Силабус ухвалено на засіданні Науково -методичної ради Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України « 19 » червня 2025 р., протокол № 3*

*Силабус затверджено на засіданні Вченої ради Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України « 26 » червня 2025 р., протокол № 9*