

# Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України

## СИЛАБУС

навчальної дисципліни

### «ПОГЛИБЛЕНИЙ КУРС ТЕОРЕТИЧНОЇ МЕХАНІКИ»

Галузь знань	<i>F Інформаційні технології</i>
Спеціальність	<i>F1 Прикладна математика</i>
Освітня програма	<i>Механіка деформівного твердого тіла і теоретична механіка</i>
Освітній рівень	<i>доктор філософії</i>
Статус дисципліни	<i>Обов'язкова</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Курс / семестр	<i>1 курс, 1 семестр</i>
Кількість кредитів ЄКТС	<i>4 кредити ЄКТС</i>
Розподіл за видами занять та годинами навчання	<i>Лекції – 30 год.</i>
	<i>Практичні (семінарські) – 20 год.</i>
	<i>Самостійна робота – 70 год.</i>
Форма підсумкового контролю	<i>Іспит</i>
Відділ	<i>стійкості процесів</i>
Викладач (-і)	<i>К.ф.-м.н. Іванов Ігор Львович, ihorivanov@ukr.net</i>
Контактна інформація викладача (-ів)	<i>ihorivanov@ukr.net, тел. +38-098-420-27-27</i>
Дні занять	<i>За розкладом</i>
Консультації	<i>За домовленістю викладача з аспірантом оф-лайн або он-лайн</i>
<b><i>Програма навчальної дисципліни</i></b>	

#### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Метою навчальної дисципліни «Поглиблений курс теоретичної механіки» є набуття знань та вмінь розв'язання комплексних проблем в галузі теоретичної механіки шляхом здобуття ними компетентностей, необхідних для виконання *самостійних* та оригінальних наукових досліджень, результати яких мають наукову новизну, теоретичне та практичне значення.

Головними завданнями вивчення навчальної дисципліни «Поглиблений курс теоретичної механіки» є формування знань, практичних навичок та компетентностей, потрібних для проведення самостійних кваліфікованих наукових досліджень:

- Загальні компетентності: ЗК1 – ЗК6 (відповідно до переліку загальних компетентностей ОНП).
- Спеціальні (фахові) компетентності: СК1 – СК7 (відповідно до переліку спеціальних компетентностей ОНП).
- Загальні програмні результати навчання: ПРН1 – ПРН7, ПРН9, ПРН11 (відповідно до переліку програмних результатів навчання ОНП).

## **2. Пререквізити та пост реквізити (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Програма курсу орієнтована на аспірантів, які вже знайомі з дисциплінами професійної та практичної підготовки фахівців-механіків, зокрема з загальним курсом теорії диференціальних рівнянь, математичної фізики. Вони повинні володіти методами обчислювальної математики та методами математичного моделювання систем та процесів.

Знання курсу дозволяють опанувати такі дисципліни як механіка суцільних середовищ (механіка деформівного тіла, механіка рідин та газів), опір матеріалів, теорія коливань, нелінійна та хаотична динаміка, диференціальна геометрія і тензорний аналіз, спеціальна та загальна теорії відносності, квантова механіка, якісна теорія диференціальних рівнянь тощо.

## **3. Зміст навчальної дисципліни**

### *Змістовний модуль 1. Основи теоретичної механіки*

**Тема 1. Варіаційні принципи механіки.** Принцип Даламбера-Лагранжа. Принцип Журдена. Принцип Гауса.

**Тема 2. Статика.** Загальне рівняння статички (принцип віртуальних переміщень). Статика твердого тіла.

**Тема 3. Геометрія мас.** Центр мас. Момент інерції. Тензор та еліпсоїд інерції.

**Тема 4. Основні теореми і закони динаміки.** Основні динамічні величини механічної системи. Теореми про зміну основних динамічних величин системи.

**Тема 5. Динаміка твердого тіла.** Обертання твердого тіла навколо нерухомої осі. Рух твердого тіла навколо нерухомої точки. Рух вільного твердого тіла.

### *Змістовний модуль 2. Дослідження динаміки механічних систем*

**Тема 6. Елементи небесної механіки.** Задача двох тіл. Рух твердого тіла в центральному ньютонівському гравітаційному полі.

**Тема 7. Диференціальні рівняння аналітичної динаміки.** Рівняння Лагранжа (другого роду). Канонічні рівняння Гамільтона. Рівняння Рауса. Рівняння руху неголономних систем.

**Тема 8. Інтегрування рівнянь динаміки.** Множник Якобі. Дужки Пуассона та перші інтеграли. Канонічні перетворення. Метод Якобі інтегрування рівнянь руху.

**Тема 9. Інтегральні варіаційні принципи механіки.** Принцип Гамільтона-Остроградського. Принцип Мопертюї-Лагранжа.

**Тема 10. Малі коливання консервативної системи навколо положення рівноваги.** Теорема Лагранжа про стійкість положення рівноваги. Малі коливання.

## **4. Навчальні матеріали та ресурси**

### **Основні**

1. Павловський М.А. Теоретична механіка. – К.: Техніка, 2002.

2. Пастушенко С. І., Руденко О.Г., Іщенко В. В. Практикум з теоретичної механіки: навч. посіб. – у 2-х ч. – Ч. І. Статика. Кінематика. – Вінниця, 2006.
3. Пастушенко С. І., Руденко О.Г., Іщенко В. В., Масюткін Є.П. Практикум з теоретичної механіки: навч. посіб. - у 2-х ч. – Ч. II. Динаміка. – Вінниця, 2007.
4. Штанько П.К., Шевченко В.Г., Омельченко О.С. та ін. Теоретична механіка. – Запоріжжя: Статус, 2021.

#### Додаткові

5. Апостолук О.С., Воробйов В.М., Ільчишина Д.І. та ін. Теоретична механіка : збірник задач за ред. М. А. Павловського – К. : Техніка, 2007.
6. Martyniuk A.A., Lakshmikantham V. and Leela S. Stability Analysis of Nonlinear Systems. Second Edition. Berlin: Birhouser, 2015. — 329 p.
7. Martyniuk A.A. Radziszewski B., Szadkowski A. Stability: Elements of the Theory and Applications with Examples. Warsaw: SCIENDO, 2020. – 314 p.
8. Навчально-методичні матеріали кафедри теоретичної механіки факультету авіаційних та космічних систем НТУУ «КПІ» <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/145>
9. Theoretical Mechanics – Lecture Notes by Jürgen Vollmer, Fakultät für Physik und Geowissenschaften, Universität Leipzig – 2022 [https://www.physik.uni-leipzig.de/jvwikis/mechanics/\\_media/book/2022\\_02\\_jv\\_unil\\_mechanics.pdf](https://www.physik.uni-leipzig.de/jvwikis/mechanics/_media/book/2022_02_jv_unil_mechanics.pdf)
10. Giorgilli A. Notes on Hamiltonian Dynamical Systems. London: Cambridge University Press, 2022. – 460 p.

### Навчальний контент

#### 5. Методика опанування навчальної дисципліни(освітнього компонента)

##### Лекційні заняття

№	<i>Назва теми лекції та перелік основних питань</i>
1	Поняття про варіаційні принципи механіки. Загальне рівняння динаміки (принцип Даламбера-Лагранжа). Принцип Гауса.
2	Статика довільної механічної системи. Загальне рівняння статички. Статика твердого тіла. Необхідні і достатні умови рівноваги твердого тіла. Рівнодійна. Теорема Варіньона. Теорема Пуансо.
3	Центр мас. Момент інерції. Момент інерції системи відносно осі. Радіус інерції. Тензор та еліпсоїд інерції.
4	Центр мас. Момент інерції. Момент інерції системи відносно осі. Радіус інерції. Тензор та еліпсоїд інерції.
5	Теореми про зміну основних динамічних величин системи. Теорема про зміну кількості руху. Теорема про зміну кінетичного моменту. Теорема про зміну кінетичної енергії.
6	Обертання твердого тіла навколо нерухомої осі. Рівняння руху, визначення реакцій. Рух твердого тіла навколо нерухомої точки. Рівняння руху, динамічні рівняння Ейлера. Перші інтеграли. Інтегрування рівнянь Ейлера. Рівняння руху важкого твердого тіла навколо нерухомої точки та їх перші інтеграли. Основна формул гіроскопії.
7	Рух вільного твердого тіла. Рівняння руху. Плаский рух тіла. Рух важкого твердого тіла, яке спирається на горизонтальну площину. Поняття тертя. Рух однорідної кулі по площині при наявності тертя.

8	Рух вільного твердого тіла. Рівняння руху. Плаский рух тіла. Рух важкого твердого тіла, яке спирається на горизонтальну площину. Поняття тертя. Рух однорідної кулі по площині при наявності тертя.
9	Рівняння Лагранжа (другого роду). Аналіз виразу для кінетичної енергії. Рівняння Лагранжа у випадку потенціальних сил. Функція Лагранжа. Теорема про зміну повної механічної енергії голономної системи. Канонічні рівняння Гамільтона. Перетворення Лежандра. Функція Гамільтона. Рівняння Гамільтона.
10	Рівняння Рауса. Функція Рауса. Рівняння руху неголономних систем. Рівняння руху з множниками в'язей. Рівняння Воронца, Чаплигіна.
11	Множник системи рівнянь. Диференціальне рівняння для множника. Інваріантність множника. Останній множник Якобі. Системи з циклічними координатами.
12	Множник системи рівнянь. Диференціальне рівняння для множника. Інваріантність множника. Останній множник Якобі. Системи з циклічними координатами.
13	Метод Якобі інтегрування рівнянь руху. Рівняння Гамільтона-Якобі. Характеристична функція Гамільтона. Розділення змінних. Змінні дія-кут. Випадок однієї ступені вільності.
14	Принцип Гамільтона-Остроградського. Прямий та обхідний шляхи голономної системи. Принцип Мопертюї-Лагранжа. Ізоенергетичне варіювання.
15	Стійкість рівноваги. Теорема Лагранжа про стійкість стану рівноваги. Теореми Ляпунова про нестійкість стану рівноваги консервативної системи. Малі коливання. Лінеаризація рівнянь руху.

### Практичні заняття

№	Назва теми занять та перелік основних питань
1	Застосування принципу Даламбера-Лагранжа. Застосування принципу Гауса та його фізичний зміст.
2	Загальне рівняння статички в узагальнених координатах. Частинні випадки умов рівноваги твердого тіла. Рівнодійна двох паралельних сил. Частинні випадки приведення системи сил.
3	Момент інерції відносно паралельних осей. Момент інерції відносно осей, що проходять через одну й ту саму точку.
4	Кінетична енергія твердого тіла, що рухається навколо нерухомої точки. Основні теореми динаміки в неінерціальній системі відліку.
5	Рівняння руху фізичного маятника. Фазова площина для рівняння руху маятника. Інтегрування рівнянь руху маятника. Дзига на абсолютно гладенькій поверхні. Вплив тертя на рух дзиги.
6	Залежність орбіти від величини початкової швидкості. Перша та друга космічні швидкості. Відносна рівновага твердого тіла на коловій орбіті.
7	Фізичний зміст функції Гамільтона. Інтеграл Якобі. Обрахування енергії прискорень. Аналог теореми Кьоніга.
8	Рівняння Гамільтона-Якобі для систем з циклічними координатами. Рівняння Гамільтона-Якобі для консервативних та узагальнено консервативних систем. Змінні дія-кут в задачі про рух маятника.
9	Принцип Гамільтона-Остроградського для систем в потенціальному полі сил.
10	Стаціонарні рухи консервативної системи з циклічними координатами та їх стійкість.

## 6. Самостійна робота аспіранта

№	Назви тем і питань, що виносяться на самостійне опрацювання та посилання на навчальну літературу	Кількість годин СР
1	<p><b>Варіаційні принципи механіки.</b> Вивчення лекційного матеріалу.</p> <p>Самостійне вивчення:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Принцип Журдена;</li> <li>• Екстремальна властивість реакцій в'язей.</li> </ul> <p><b>Література:</b> основна – 1, 3, 4; додаткова – 5, 8, 10.</p>	6
2	<p><b>Статика.</b> Вивчення лекційного матеріалу. Самостійне вивчення:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Еквівалентні системи сил;</li> <li>• Критерій еквівалентності системи сил, що прикладені до твердого тіла;</li> <li>• Статичні інваріанти. Динамічний гвинт.</li> </ul> <p><b>Література:</b> основна – 1, 3, 4; додаткова – 5, 8.</p>	6
3	<p><b>Геометрія мас.</b> Вивчення лекційного матеріалу. Самостійне вивчення:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Головні осі інерції;</li> <li>• Властивості головних моментів інерції.</li> </ul> <p><b>Література:</b> основна – 1, 3; додаткова – 5.</p>	6
4	<p><b>Основні теореми та закони динаміки.</b> Вивчення лекційного матеріалу.</p> <p>Самостійне вивчення:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Кінетична енергія системи. Теорема Кьоніга.</li> <li>• Теореми динаміки при русі відносно центру мас.</li> </ul> <p><b>Література:</b> основна – 1, 3; додаткова – 5, 8.</p>	8
5	<p><b>Динаміка твердого тіла.</b> Вивчення лекційного матеріалу. Самостійне вивчення:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Стаціонарні обертання твердого тіла у випадку Ейлера.</li> <li>• Рух динамічно симетричного тіла у випадку Ейлера. Регулярна прецесія.</li> <li>• Геометрична інтерпретація Пуансо.</li> <li>• Рівняння руху важкого тіла довільної опуклої форми.</li> </ul> <p><b>Література:</b> основна – 1, 3, 4; додаткова – 5.</p>	8
6	<p><b>Елементи небесної механіки.</b> Вивчення лекційного матеріалу.</p> <p>Самостійне вивчення:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Задача трьох та більше тіл.</li> </ul> <p><b>Література:</b> основна – 1, 3; додаткова – 5.</p>	6
7	<p><b>Диференціальні рівняння аналітичної динаміки.</b> Вивчення лекційного матеріалу. Самостійне вивчення:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Гіроскопічні сили, дисипативні сили, функція Релея;</li> <li>• Узагальнений потенціал;</li> <li>• Рівняння Уіттекера та Якобі.</li> <li>• Рівняння руху Апеля;</li> <li>• Енергія прискорень твердого тіла, що обертається навколо нерухомої точки.</li> </ul> <p><b>Література:</b> основна – 4; додаткова – 5, 8-10.</p>	8
8	<p><b>Інтегрування рівнянь динаміки.</b></p> <p>Вивчення лекційного матеріалу. Самостійне вивчення:</p>	10

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Застосування теорії множника до канонічних рівнянь;</li> <li>• Пониження порядку системи диференціальних рівнянь з циклічними координатами за допомогою рівнянь Рауса.</li> <li>• Теорема Ліувілля про збереження фазового об'єму;</li> <li>• Вільне канонічне перетворення та його утворююча функція.</li> <li>• Теорема Ліувілля про інтегрування гамільтонової системи в квадратурах;</li> <li>• Змінні дія-кут для системи з <math>n</math> степенями вільності;</li> <li>• Елементи Делоне.</li> </ul> <p><b>Література:</b> додаткова – 5, 10.</p>	
9	<p><b>Інтегральні варіаційні принципи механіки.</b> Вивчення лекційного матеріалу. Самостійне вивчення:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Екстремальна властивість дії по Гамільтону;</li> <li>• Принцип Якобі та геодезичні лінії в координатному просторі.</li> </ul> <p><b>Література:</b> додаткова – 5, 10.</p>	6
10	<p><b>Малі коливання консервативної системи навколо положення Рівноваги.</b> Вивчення лекційного матеріалу. Самостійне вивчення:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Головні координати та головні коливання;</li> <li>• Коливання консервативної системи під дією зовнішніх періодичних сил.</li> </ul> <p><b>Література:</b> додаткова – 5-7, 10.</p>	6

## Політика та контроль

### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Очікується, що аспіранти знайомі з основними принципами академічної доброчесності, самостійно виконують усі навчальні завдання, коректно посилаються на використані джерела інформації при написанні власного наукового або навчального дослідження, тощо. Неприпустимим є списування при написанні контрольних робіт та складанні заліку (у тому числі з використанням мобільних пристроїв). У разі виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі аспіранта вона не зараховується викладачем.

Відвідування занять є обов'язковим компонентом навчального процесу. За об'єктивних причин (наприклад, міжнародне стажування, епідеміологічні обмеження тощо) навчання може відбуватись в онлайн формі за погодженням із керівником курсу та керівником аспірантури.

### 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Рейтинг аспіранта з даної дисципліни складається з балів, що він отримує протягом семестру за:

1. Експрес-контроль – 30 балів;
2. Активну роботу на практичних заняттях – 30 балів;
3. Залік – 40 балів (в кінці третього семестру);
4. Екзамен – 40 балів (в кінці четвертого семестру).

*Експрес-контроль* проводиться з метою перевірки якості роботи аспіранта в аудиторії і самостійної роботи в позааудиторний час шляхом усного опитування чи самостійних письмових робіт тривалістю 10 – 30 хвилин, або індивідуальних домашніх завдань протягом семестру. Проводиться декілька раз за семестр (1-2) з максимальною сумарною оцінкою у 20 балів.

*Штрафні бали:*

1. Відсутність на лекції без поважних причин – (-) 2 бали;
2. Відсутність на індивідуальних заняттях без поважних причин – (-) 2 бали.

*Екзамен* складається аспірантом в аудиторний час в кінці семестру і на нього виносяться питання та завдання, кожне з яких оцінюється за бальною системою.

Максимальна сумарна кількість балів протягом семестру складає:  
20+20+20+40=100 (балів).

Рейтинг RD аспіранта складається з рейтингу, одержаного протягом семестру з урахуванням додаткових балів. Аспіранти, які набрали протягом семестру менше 30 балів, зобов'язані підвищити свій рейтинг, інакше вони не допускаються до заліку (чи екзамену) з цієї дисципліни і мають академічну заборгованість. Для підвищення рейтингу вони отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та виконати індивідуальні домашні завдання.

**Відповідність системи оцінювання Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України шкалі оцінювання ЄКТС та національній системі оцінювання**

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою
		для екзамену/ заліку
90 – 100	<b>A</b>	відмінно
82-89	<b>B</b>	добре
74-81	<b>C</b>	
64-73	<b>D</b>	задовільно
60-63	<b>E</b>	
35-59	<b>FX</b>	незадовільно з можливістю повторного складання
0-34	<b>F</b>	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

*Більш детальну інформацію щодо компетентностей, результатів навчання, методів навчання, форм оцінювання, самостійної роботи наведено у робочій програмі навчальної дисципліни, див. сайт Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України*

*Силабус ухвалено на засіданні Науково -методичної ради Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України « 19 » червня 2025 р., протокол № 3*

*Силабус затверджено на засіданні Вченої ради Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України « 26 » червня 2025 р., протокол № 9*