

# Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України

## СИЛАБУС

навчальної дисципліни

«СТІЙКІСТЬ І КЕРУВАННЯ РУХОМ СКЛАДНИХ СИСТЕМ»

Галузь знань	11 Математика і статистика
Спеціальність	113 Прикладна математика
Освітня програма	Механіка деформівного твердого тіла і теоретична механіка
Освітній рівень	доктор філософії
Статус дисципліни	вибіркова
Мова викладання	Українська
Курс / семестр	2 курс, 3(4) семестр
Кількість кредитів ЄКТС	4 кредити ЄКТС
Розподіл за видами занять та годинами навчання	Лекції – 20 год.
	Практичні (семінарські) – 20 год.
	Самостійна робота – 80 год.
Форма підсумкового контролю	Залік
Відділ	стійкості процесів
Викладач (-і)	К.ф.-м.н. Іванов Ігор Львович, ihorivanov@ukr.net
Контактна інформація викладача (-ів)	ihorivanov@ukr.net, тел. +38-098-420-27-27
Дні занять	За розкладом
Консультації	За домовленістю викладача з аспірантом оф-лайн або он-лайн
<b>Програма навчальної дисципліни</b>	

### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Навчальна дисципліна вільного вибору аспіранта «Стійкість і керування рухом складних систем» є теоретичною та практичною основою сукупності знань та вмінь, що формують профіль фахівця в галузі прикладної математики за спеціалізацією Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України. Дисципліна пов'язується із *Блоком 2 освітньо-наукової програми “Математичні проблеми стійкості та теорії керування”*, а навчання за цим курсом є тісно переплетеним із науковою діяльністю аспіранта на другому році аспірантури.

Метою навчальної дисципліни «Стійкість і керування рухом складних систем» є прищеплення знань та вмінь, притаманних прикладній математиці, на основі ступеня магістра в галузі знань 11 «Математика та статистика» зі спеціальності 113 «Прикладна математика», шляхом здобуття ними компетентностей, необхідних для виконання *самостійних та оригінальних* наукових досліджень за спеціалізацією “*математичні проблеми стійкості та теорія керування*”, що історично проводяться в Інституті механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, результати яких мають наукову новизну, теоретичне та практичне значення. Лекційний курс супроводжується індивідуальними завданнями, які аспіранти виконують під час самостійної роботи над лекціями. Ці завдання тісно пов'язуються із роботою над дисертацією, підготовкою наукових праць та презентацій на конференціях.

Головними завданнями вивчення навчальної дисципліни «Стійкість і керування рухом складних систем» є формування знань, практичних навичок та компетентностей, потрібних для проведення самостійних кваліфікованих наукових досліджень:

- Загальні компетентності: ЗК1 – ЗК6 (відповідно до переліку загальних компетентностей ОНП).
- Спеціальні (фахові) компетентності: СК1 – СК7 (відповідно до переліку фахових компетентностей ОНП).
- Загальні програмні результати навчання: ПРН1 – ПРН6, ПРН11.

## **2. Пререквізити та пост реквізити (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Програма курсу орієнтована на аспірантів, які вже знайомі з дисциплінами професійної та практичної підготовки фахівців-механіків та фахівців-математиків, зокрема з загальним курсом теорії диференціальних рівнянь, математичної фізики та теорії коливань. Вони повинні володіти методами обчислювальної математики та методами математичного моделювання систем та процесів.

Знання курсу дозволяють опанувати такі дисципліни як оптимальне керування, робастне керування, керування безпілотними автомобілями та робототехнікою (літальною та наземною), нелінійна динаміка, управління ансамблями тощо.

## **3. Зміст навчальної дисципліни**

### *Змістовний модуль 1. Основи теорії стійкості та керування рухом*

**Тема 1. Рівняння збуреного руху. Загальні уявлення про задачі стійкості та керування рухом.** Теореми існування і єдиності розв'язків. Теореми Пеано, Каратеодорі. Продовжуваність розв'язків. Неперервна залежність розв'язків від початкових умов, правої частини рівнянь та параметрів. Теорема Пуанкаре. Постановки задач про стійкість та керування рухом, означення стійкості і керуваності системи, методи дослідження стійкості руху.

**Тема 2. Узагальнені теореми прямого методу Ляпунова.** Функції Ляпунова і їх знаковизначеність. Геометрична інтерпретація. Критерій Сильвестра знаковизначеності квадратичних форм. Теореми про стійкість; теореми про нестійкість. Поняття про обернені теореми прямого методу Ляпунова.

**Тема 3. Стійкість та нестійкість стану рівноваги при потенціальних силах.** Теореми Торічеллі і Лагранжа про стійкість. Теореми Ляпунова і Четаєва про нестійкість. Коефіцієнт стійкості Пуанкаре. Поняття про біфуркацію стану рівноваги.

**Тема 4. Аналіз стійкості лінійних систем рівнянь. Рівновага при дії збурення.** Лінійні рівняння збуреного руху з постійним коефіцієнтами. Теорема Гурвіца. Вибір параметрів стійкої механічної системи. Стійкість неавтономних лінійних систем рівнянь. Нормальні координати. Теорема Вейерштраса. Вплив на рівновагу нового зв'язку. Теореми Кельвіна про вплив дисипативних і гіроскопічних сил. Деякі примусові рухи.

**Тема 5. Аналіз стійкості за першим наближенням.** Теореми Ляпунова про стійкість і нестійкість у першому наближенні. Критичні випадки. Випадок з одним нульовим коренем у характеристичного рівняння. Випадок пари чисто уявних коренів. Критерій стійкості і нестійкості.

**Тема 6. Стійкість при постійно діючих збуреннях (п.д.з.).** Теорема Малкіна про стійкість при п.д.з. Теорема про стійкість у нейтральному випадку нелінійного наближення. Стійкість відносно частини змінних.

**Тема 7. Проблеми стабілізації керованих систем.** Постановка задачі про стабілізацію руху. Теореми Красовського та Зубова про оптимальну стабілізацію. Стабілізація програмного руху. Оптимальні регулятори в нелінійній системі. Синтез лінійних керувань.

**Тема 8. Аналіз стійкості періодичних систем.** Інваріантна заміна і структура частинних розв'язків. Наближені методи визначення характеристичного рівняння. Теореми про стійкість і нестійкість за першим наближенням. Метод усереднення Крилова-Боголюбова.

**Тема 9. Елементи теорії складних систем.** Нелінійні системи при структурних збуреннях. Метод матричних функцій Ляпунова аналізу стійкості. Великомасштабні енергосистеми, екологічні багатовидові системи.

**Тема 10. Метод порівняння в теорії стійкості.** Інтегральні нерівності типу Гронуолла-Беллмана оцінки норми розв'язків та функцій Ляпунова для деяких класів рівнянь збуреного руху. Достатні умови стійкості і обмеженості руху. Векторне рівняння порівняння.

#### **4. Навчальні матеріали та ресурси**

##### **Основні**

- [1] Martynyuk A.A., Radziszewski B., Szadkowski A. Stability: Elements of the Theory and Applications with Examples. Warsaw: SCIENDO, 2020. – 314 p.
- [2] Khalil, Hassan K. Nonlinear Control. Pearson, 2015. – 387 p.
- [3] Мазко О.Г. Матричні методи аналізу та синтезу динамічних систем. – Київ: Наукова думка, 2023. – 320 с.
- [4] Martynyuk A.A., Lakshmikantham V. and Leela S. Stability Analysis of Nonlinear Systems. Second Edition. Berlin: Birhouser, 2015. — 329 p.

##### **Додаткові**

- [5] Haddad W., Nersesov S. Stability and Control of Large-Scale Dynamical Systems. Princeton University Press, 2011. – 372 p.
- [6] Храбустовський, О. А. Осмаєв, О. В. Рибачук. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ. Навчальний посібник. Частина 1. Загальна теорія. Харків, 2024. – 197 с.
- [7] Храбустовський, О. А. Осмаєв, О. В. Рибачук. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ

- РІВНЯННЯ. Навчальний посібник. Частина 2. Спеціальні розділи. Харків, 2025. – 307 с.
- [8] Cruz-Hernandez C., Martynyuk A., Mazko A. *Advances in Stability and Control Theory for Uncertain Dynamical Systems*. Cambridge Scientific Publishers, 2021. – 317 p.
- [9] Fieguth P. *An Introduction to Complex Systems: Society, Ecology, and Nonlinear Dynamics*. Cham: Springer, 2021. – 463 p.
- [10] Giorgilli A. *Notes on Hamiltonian Dynamical Systems*. London: Cambridge University Press, 2022. – 460 p.
- [11] Sayama H. *Introduction to modelling of complex systems*. LibreTexts, 2024. — 399 p.
- [12] Мартинюк А.А. Стійкість і керування: теорія, методи і застосування (огляд) // 2022. – 58, №2. – С. 3 – 30.
- [13] Корнієнко В.І., Гусев О.Ю., Герасіна О.В., Щокін В.П. *Теорія систем керування: підручник*. – Дніпро: НГУ, 2017. – 497 с.
- [14] Kloeden P. *Nonautonomous dynamical systems*. American Mathematical Society, 2013. – 314 p.
- [15] Sun Zh., Ge Sh. *Stability Theory of Switched Dynamical Systems*. Springer, 2011. – 253 p.
- [16] Goebel R., Teel A., Sanfelice R. *Hybrid Dynamical Systems: Modeling, Stability, and Robustness*. Princeton University Press, 2012. – 212 p.
- [17] Nise N. *Control Systems Engineering (8th ed.)*. Wiley, 2019. – 800 p.
- [18] Zhu Ya., Krstic M. *Delay-Adaptive Linear Control*. Princeton University Press, 2020. – 332 p.
- [19] Kundur P., Malik O. *Power System Stability and Control (2nd ed.)*. McGraw-Hill Education, 2022. – 1176 p.

## Навчальний контент

### 5. Методика опанування навчальної дисципліни(освітнього компонента)

#### Лекційні заняття

№	<i>Назва теми лекції та перелік основних питань</i>
1	Теореми існування і єдиності розв'язків. Теореми Пеано, Каратеодорі. Продовжуваність розв'язків. Неперервна залежність розв'язків від початкових умов, правої частини рівнянь та параметрів. Постановки задач про стійкість та керування рухом, означення стійкості і керованості системи, методи дослідження стійкості руху.
2	Функції Ляпунова і їх знаковизначеність. Геометрична інтерпретація. Критерій Сильвестра знаковизначеності квадратичних форм. Теореми про стійкість; теореми про нестійкість.
3	Теореми Торічеллі і Лагранжа про стійкість. Теореми Ляпунова і Четаєва про нестійкість. Поняття про біфуркацію стану рівноваги.
4	Лінійні рівняння збуреного руху з постійними коефіцієнтами. Теорема Гурвіца.

	Вибір параметрів стійкої механічної системи. Стійкість неавтономних лінійних систем рівнянь. Нормальні координати. Теорема Вейерштраса. Вплив на рівновагу нового зв'язку. Деякі примусові рухи.
5	Теореми Ляпунова про стійкість і нестійкість у першому наближенні. Критичні випадки. Випадок з одним нульовим коренем у характеристичного рівняння. Критерій стійкості і нестійкості.
6	Теорема Малкіна про стійкість при п.д.з. Теорема про стійкість у нейтральному випадку нелінійного наближення.
7	Постановка задачі про стабілізацію руху. Теореми Красовського та Зубова про оптимальну стабілізацію. Стабілізація програмного руху. Оптимальні регулятори в нелінійній системі.
8	Інваріантна заміна і структура частинних розв'язків. Наближені методи визначення характеристичного рівняння. Теореми про стійкість і нестійкість за першим наближенням.
9	Нелінійні системи при структурних збуреннях. Метод матричних функцій Ляпунова аналізу стійкості. Великомасштабні енергосистеми.
10	Інтегральні нерівності типу Гронуолла-Беллмана оцінки норми розв'язків та функцій Ляпунова для деяких класів рівнянь збуреного руху. Достатні умови стійкості і обмеженості руху. Рівняння руху з множниками в'язей. Рівняння Воронца, Чаплигіна.

### Практичні заняття

№	Назва теми занять та перелік основних питань
1	Приклади та контрприкладів до теорем існування та єдиності розв'язків. Застосування методів дослідження стійкості руху.
2	Застосування теорем про стійкість та нестійкість.
3	Дослідження стану рівноваги при потенціальних силах. Приклади біфуркацій.
4	Дослідження стійкості лінійних систем. Побудова та застосування нормальних координат при дії збурення.
5	Дослідження руху систем за першим наближенням. Рух системи у критичному випадку.
6	Особливості руху при постійно діючих збуреннях.
7	Приклади задач стабілізації руху керованих систем.
8	Дослідження руху періодичних систем.
9	Приклади складних систем і їх поведінка.
10	Приклади застосування підходів методу порівняння.

### 6. Самостійна робота аспіранта

№	Назви тем і питань, що виносяться на самостійне опрацювання та посилання на навчальну літературу	Кількість годин СР
1	<b>Рівняння збуреного руху. Загальні уявлення про задачі стійкості та керування рухом.</b> Вивчення лекційного матеріалу. Самостійне вивчення: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Теорема Пуанкаре.</li> </ul> <b>Література:</b> додаткова – 6.	8
2	<b>Узагальнені теореми прямого методу Ляпунова.</b> Вивчення лекційного матеріалу. Самостійне вивчення:	8

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Поняття про обернені теореми прямого методу Ляпунова.</li> </ul> <b>Література:</b> основна – 1, 3.	
3	<b>Стійкість та нестійкість стану рівноваги при потенціальних силах.</b> Вивчення лекційного матеріалу. Самостійне вивчення: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Коефіцієнт стійкості Пуанкаре.</li> </ul> <b>Література:</b> додаткова – 7, 10.	8
4	<b>Аналіз стійкості лінійних систем рівнянь. Рівновага при дії збурення.</b> Вивчення лекційного матеріалу. Самостійне вивчення: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Кінетична енергія системи. Теорема Кьоніга.</li> <li>• Теореми динаміки при русі відносно центру мас.</li> </ul> <b>Література:</b> основна – 1, 3.	8
5	<b>Аналіз стійкості за першим наближенням.</b> Вивчення лекційного матеріалу. Самостійне вивчення: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Випадок пари чисто уявних коренів.</li> </ul> <b>Література:</b> основна – 1.	8
6	<b>Стійкість при постійно діючих збуреннях (п.д.з.).</b> Вивчення лекційного матеріалу. Самостійне вивчення: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Стійкість відносно частини змінних.</li> </ul> <b>Література:</b> основна – 2, 3.	8
7	<b>Проблеми стабілізації керованих систем.</b> Вивчення лекційного матеріалу. Самостійне вивчення: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Синтез лінійних керувань.</li> </ul> <b>Література:</b> основна – 4.	8
8	<b>Аналіз стійкості періодичних систем.</b> Вивчення лекційного матеріалу. Самостійне вивчення: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Метод усереднення Крилова-Боголюбова.</li> </ul> <b>Література:</b> основна – 4; додаткова – 6.	8
9	<b>Елементи теорії складних систем.</b> Вивчення лекційного матеріалу. Самостійне вивчення: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Екологічні багатовидові системи.</li> </ul> <b>Література:</b> основна – 1, додаткова – 5, 9, 11, 19.	8
10	<b>Метод порівняння в теорії стійкості.</b> Вивчення лекційного матеріалу. Самостійне вивчення: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Векторне рівняння порівняння.</li> </ul> <b>Література:</b> основна – 1, 4.	8

## Політика та контроль

### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Очікується, що аспіранти знайомі з основними принципами академічної доброчесності, самостійно виконують усі навчальні завдання, коректно посилаються на використані джерела інформації при написанні власного наукового або навчального дослідження, тощо. Неприпустимим є списування при написанні контрольних робіт та складанні заліку (у тому числі з використанням мобільних пристроїв). У разі виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі аспіранта вона не зараховується викладачем.

Відвідування занять є обов'язковим компонентом навчального процесу. За об'єктивних причин (наприклад, міжнародне стажування, епідеміологічні обмеження тощо) навчання

може відбуватись в онлайн формі за погодженням із керівником курсу та керівником аспірантури.

## 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Рейтинг аспіранта з даної дисципліни складається з балів, що він отримує протягом семестру за:

1. Експрес-контроль – 30 балів;
2. Активну роботу на практичних заняттях – 30 балів;
3. Залік – 40 балів (в кінці третього семестру);
4. Екзамен – 40 балів (в кінці четвертого семестру).

*Експрес-контроль* проводиться з метою перевірки якості роботи аспіранта в аудиторії і самостійної роботи в позааудиторний час шляхом усного опитування чи самостійних письмових робіт тривалістю 10 – 30 хвилин, або індивідуальних домашніх завдань протягом семестру. Проводиться декілька раз за семестр (1-2) з максимальною сумарною оцінкою у 20 балів.

### *Штрафні бали:*

1. Відсутність на лекції без поважних причин – (-) 2 бали;
  2. Відсутність на індивідуальних заняттях без поважних причин – (-) 2 бали.
- Екзамен* складається аспірантом в аудиторний час в кінці семестру і на нього вносяться питання та завдання, кожне з яких оцінюється за бальною системою.

Максимальна сумарна кількість балів протягом семестру складає:  
 $20+20+20+40=100$  (балів).

Рейтинг RD аспіранта складається з рейтингу, одержаного протягом семестру з урахуванням додаткових балів. Аспіранти, які набрали протягом семестру менше 30 балів, зобов'язані підвищити свій рейтинг, інакше вони не допускаються до заліку (чи екзамену) з цієї дисципліни і мають академічну заборгованість. Для підвищення рейтингу вони отримують можливість написати додаткову контрольну роботу та виконати індивідуальні домашні завдання.

## Відповідність системи оцінювання Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України шкалі оцінювання ЄКТС та національній системі оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою
		для екзамену/ заліку
90 – 100	<b>A</b>	відмінно
82-89	<b>B</b>	добре
74-81	<b>C</b>	
64-73	<b>D</b>	задовільно
60-63	<b>E</b>	
35-59	<b>FX</b>	незадовільно з можливістю повторного складання
0-34	<b>F</b>	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

*Більш детальну інформацію щодо компетентностей, результатів навчання, методів навчання, форм оцінювання, самостійної роботи наведено у робочій програмі навчальної дисципліни, див. сайт Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України*

*Силабус ухвалено на засіданні Науково -методичної ради Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України « 9 » липня 2024 р., протокол № 6*

*Силабус затверджено на засіданні Вченої ради Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України « 16 » липня 2024 р., протокол № 8*