

## ВІДГУК

офіційного опонента на дисертацію Хорошуна Анатолія Сергійовича “Метод функцій Ляпунова в задачах стійкості, керування та стабілізації неточних різнотемпових механічних систем”, поданої на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук за спеціальністю 01.02.01 – теоретична механіка

Дисертаційна робота Хорошуна А.С. “Метод функцій Ляпунова в задачах стійкості, керування та стабілізації неточних різнотемпових механічних систем” присвячена важливій проблемі прикладної математики та механіки, а саме, дослідженню динаміки складних механічних систем, що описуються системами різнотемпових звичайних диференціальних рівнянь. Під різнотемповими розуміються системи, процеси в яких відбуваються у різних масштабах часу, тобто для таких систем характерна наявність так званих «швидких» та «повільних» рухів. Класичні результати дослідження таких систем закладені в роботах М.М. Боголюбова, А.М. Тихонова, Ю.О. Митропольського. Вони зосереджені в методах розділення змінних, усереднення, асимптотичних методах розв’язання крайових задач.

В даній роботі, дослідження динаміки різнотемпових систем ускладнено наявністю в їх складі неточних параметрів, тобто параметрів, які можуть приймати своє значення з деякої області. Дослідження таких систем проводиться із використанням концепції параметричної стійкості, яка є досить ефективним способом дослідження систем з неточними параметрами і заснована на застосуванні ідей другого методу Ляпунова. На жаль, побудова конкретної функції Ляпунова для нелінійних систем є проблемою, що близька по складності до знаходження інтегралів системи.

Таким чином, проблема дослідження стійкості неточних різнотемпових систем і побудова в явному вигляді відповідних функцій Ляпунова є **актуальною** проблемою прикладної математики і механіки.

Дисертація складається з анотації, вступу (загальної характеристики роботи), шести розділів, загальних висновків та переліку використаних джерел.

У вступі обґрунтовано актуальність проблеми, сформульовано мету і задачі роботи, визначено методи дослідження, наукову новизну результатів, практичне та теоретичне значення одержаних результатів, структуру та обсяг дисертаційної роботи.

Перший розділ має оглядовий характер. В ньому проведено детальний аналіз публікацій з теорії різнотемпових систем та систем з неточно заданими параметрами, а також методів їх дослідження, зокрема концепції параметричної стійкості. Розглянуто актуальний клас малоприводних

механічних систем, які описуються математичними моделями такого вигляду.

У другому розділі досліджено динаміку квазілінійних систем регулювання (систем типу Лур'є–Постнікова). Це системи з виділеною лінійною частиною і нелінійністю, що знаходиться в деякому секторі. Врахування нелінійності, наявність невизначеності в параметрах системи, а також різнотемповість, значно ускладнюють якісний аналіз систем типу Лур'є–Постнікова. Розглянуто застосування другого методу Ляпунова при дослідженні стійкості та нестійкості таких систем у випадку, коли вони допускають виділення «швидкої» та «повільної» підсистем. Оскільки нелінійна частина залежить від лінійної однорідної комбінації змінних та коректуючого параметричного вектору, то стан рівноваги є залежним від значень параметрів. Основний результат підрозділу 2.2 сформульовано у вигляді теореми 2.1, в якій знайдено оцінки області у просторі параметрів і умови, при виконанні яких існує єдина точка спокою заданої системи для всіх значень параметрів із цих областей. Базуючись на цьому результаті, у підрозділах 2.3 та 2.4 отримано достатні умови параметричної стійкості та нестійкості систем типу Лур'є–Постнікова.

Третій розділ присвячено застосуванню методу функцій Ляпунова для дослідження динамічних властивостей неточних різнотемпових систем регулювання типу Лур'є–Постнікова, які не допускають декомпозицію вихідної системи на «швидку» та «повільну» підсистеми. У підрозділі 3.1 запропоновано спосіб оцінки області існування єдиного стану рівноваги у просторі параметрів системи. У пункті 3.2.1 розглянуто побудову векторної функції Ляпунова, яка дозволяє отримати умови глобальної асимптотичної стійкості відносно певної області у просторі параметрів у випадку стійких лінійних наближень підсистем. У пункті 3.2.2 розглянуто спосіб побудови матричнозначної функції Ляпунова, коли попередні умови не виконуються.

У четвертому розділі розглянуто застосування другого методу Ляпунова до дослідження параметричної стійкості неточних різнотемпових систем в загальному вигляді та побудову керування такими системами. Оцінка області існування стану рівноваги в просторі параметрів системи отримана з умов невинороженості матриць, від яких залежать розв'язки відповідних рівнянь. У підрозділі 4.3 розглядається великомасштабна система яка містить декілька незв'язаних малих параметрів. Фазові змінні розбиваються на компоненти і великомасштабна система декомпозується на підсистеми. Будується скалярна функція для кожної із підсистем та результуюча функція Ляпунова для великомасштабної системи у вигляді їх суми, яка дозволяє довести глобальну асимптотичну стійкість стану рівноваги великомасштабної системи. Також знайдено оцінку області параметрів, при яких зберігається знайдена динамічна характеристика. Окремо місце займає підрозділ 4.4, в якому розглянуто задачу побудови керування, тобто стабілізації системи у

випадку її нестійкості. Керування шукається у вигляді лінійної комбінації «швидких» та «повільних» змінних зі сталими матрицями. Це дозволяє стабілізувати лінійні наближення підсистем початкової системи. Отримані конкретні оцінки на функції, що входять до складу системи, при виконанні яких система стабілізована, тобто її стан рівноваги глобально асимптотично стійкий. Вказані оцінку області у просторі параметрів такої стабілізації.

П'ятий розділ присвячено дослідженню динамічних характеристик неточних різнометрових систем типу Такагі–Сугено. Як відомо, отримати конструктивні результати побудови функцій Ляпунова для загального класу нелінійних систем неможливо. І одним з методів дослідження нелінійних систем є їх лінеаризація в окремих областях і запис системи у вигляді системи із перемиканням логічного типу по окремих областях. Але з асимптотично стійких підсистем можна «склеїти» як стійку, так і нестійку систему в цілому. Також з нестійких підсистем можна «зібрати» асимптотично стійку систему. Крім того, для систем з перемиканнями існує проблема існування та єдності розв'язку. В дисертації вважається що умови існування та єдності розв'язку виконуються. При отриманні умов стійкості використовується апарат «спільної» функції Ляпунова для окремих підсистем. В теоремах, сформульованих в даному розділі, отримано достатні умови асимптотичної стійкості нульового стану рівноваги вихідної системи при різних випадках стійкості/нестійкості локальних підсистем і розглянуто побудову нечіткого керування для його стабілізації.

У шостому розділі отримані теоретичні результати застосовано до дослідження динаміки конкретних механічних систем. Розглянуто робототехнічні системи, що відносяться до класу так званих «малоприводних» механічних систем: маятник з маховиком, TORA, одноланковий маніпулятор із пружним зчленуванням. Також окремо розглянуто задачу керування швидкістю обертання двигуна постійного збудження послідовного збудження. Для цих систем побудовано закони керування, що забезпечують глобальну асимптотичну стійкість їх станів рівноваги та вказано області такої стабілізації у просторі параметрів моделі.

**Структура, обсяг і оформлення** дисертаційної роботи відповідають вимогам, які висуваються до дисертаційних робіт на здобуття наукового ступеня доктора наук (наказ МОН № 40 від 12.01.2017 “Про затвердження Вимог до оформлення дисертації”).

Загалом, робота є завершеним науковим дослідженням. Результати, викладені в дисертації, у повній мірі оприлюднено в наукових фахових виданнях, які відповідають наказу МОН № 1112 від 17.10.2012 “Про опублікування результатів дисертацій на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук”.

Автореферат дисертації повно та адекватно відображає зміст роботи. Слід відзначити відмінне оформлення роботи. Викладення результатів

проводиться коротко та чітко. Список літератури, на яку посилається автор, достатньо повний і добре відображає стан проблеми.

Дисертація пройшла достатню апробацію. По результатах роботи зроблені доповіді на багатьох представницьких вітчизняних та міжнародних конференціях і семінарах.

На мій погляд, найбільш цікавими та суттєвими результатами, що одержані в дисертації і зумовлюють її **наукову новизну**, є наступні.

1. Отримано умови глобальної асимптотичної стійкості стану рівноваги неточної різнотемпової системи типу Лур'є–Постнікова, коли вона допускає виділення «швидкої» та «повільної» підсистем, а також у випадку, коли виділення таких підсистем неможливе. Побудовано в явному вигляді відповідні функції Ляпунова та знайдено оцінку області такої стійкості в просторі параметрів системи.

2. Знайдені параметри керування, при яких стабілізується стан рівноваги неточної різнотемпової системи в загальному вигляді, а також встановлено достатні умови такої стабілізації відносно певної області у просторі параметрів системи (теорема 4.2).

3. Отримано достатні умови асимптотичної стійкості нульового стану рівноваги систем з перемиканнями при різних комбінаціях стійкості/нестійкості лінійних наближень їх локальних систем (теореми 5.1, 5.2) та запропоновано нечітке керування, що стабілізує нульовий стан рівноваги такої системи відносно певної області у просторі параметрів (теорема 5.3).

4. Розглянуто багато прикладів механічних систем, на яких проілюстровано застосування отриманих теоретичних результатів (маятник з маховиком, TORA, одноланковий маніпулятор із пружним зчленуванням, двигун постійного струму послідовного збудження). Для таких систем побудовані нові закони керування та отримано області робастності керування у просторі параметрів моделі.

**Ступінь обґрунтованості наукових положень та висновків, їх достовірність:**

- наукові задачі досліджень в дисертації поставлені коректно;
- методи та алгоритми розв'язання задач розроблені із залученням коректного математичного апарату й стандартних числових методів;
- використовується строге математичне доведення всіх теорем та лем, а їх висновки не суперечать відомим раніше фактам;
- одержані результати апробовано на конкретних задачах даного класу.

**Практичне значення** отриманих результатів полягає в можливості використання розроблених методик для дослідження динаміки механічних систем, математичними моделями яких є неточні різнотемпові системи диференціальних рівнянь.

