

## ВІДГУК

офіційного опонента на дисертацію **Чернобая Володимира Сергійовича** «Напружений стан та ефективні пружні властивості кусково-однорідних тіл з неідеальними еліптичними границями розділу за антиплоского зсуву», на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла

**Актуальність теми.** Розробка нових структурно-неоднорідних матеріалів є складною науково-технічною проблемою. Як правило, при поєднанні різнорідних фаз утворюються матеріали з високими фізико-механічними характеристиками та експлуатаційними властивостями, що обумовлює дедалі ширше використання таких матеріалів в техніці. В той же час, вплив широкого спектру чинників на їх властивості, вимагає розвитку теоретичних методів механіки та використання сучасної обчислювальної техніки. Для таких матеріалів властива концентрація напружень на міжфазних поверхнях, що пояснюється взаємодією включень. Разом з тим, необхідно враховувати наявність в реальних структурно-неоднорідних тілах недосконалих границь, які вноситимуть визначальний вклад на розподіл напружень в околах включень, та породжуватимуть розмірний ефект, який в наноструктурованих тілах є визначальним. На даний час в літературі відома досить обмежена кількість теоретичних робіт, в яких враховано вплив мікроструктури і міжфазних границь на напружений стан та ефективні пружні властивості кусково-однорідних тіл матричного типу. Відкритість наукової проблеми обумовлена відсутністю чіткої кореляції між наявними теоретичними моделями та експериментальними даними щодо ефективних пружних властивостей. З огляду на це, робота Чернобая В.С. є актуальним дослідженням, метою якого є розробка теоретичних моделей і методів для врахування впливу мікроструктури і міжфазних границь на напружений стан і ефективні пружні властивості структурно-неоднорідних матеріалів.

**Наукова новизна одержаних результатів.** У роботі Чернобая В.С. розв'язано задачі про антиплоский зсув пружного тіла зі скінченною множиною та періодичною системою довільно розташованих еліптичних включень у припущенні неідеального механічного контакту на поверхнях поділу фаз. При цьому,

- запропоновано ефективний аналітичний метод розв'язання крайових задач теорії пружності в багатозв'язних областях з використанням техніки комплексних потенціалів;
- отримано розв'язки задач у вигляді нескінченних систем лінійних алгебраїчних рівнянь відносно коефіцієнтів розвинення виразів для переміщень у ряд по еліптичним гармонікам;

- показано математичне обґрунтування методу, його збіжність та проаналізовано швидкість збіжності розв'язку в залежності від вхідних параметрів задачі;
- показано підходи Масвела та Релея до визначення ефективних пружних властивостей через асимптотики збурень полів переміщень;
- здійснено програмну реалізацію методу та проведено обширний аналіз впливу недосконалості контакту на напружений стан та ефективні пружні властивості кусково-однорідних тіл.

**Достовірність отриманих результатів** забезпечується математично і фізично коректною постановкою розглянутих крайових задач теорії пружності, застосуванням строгих математичних методів, методів механіки композитів і мікромеханіки а також практичною збіжністю обчислювальних алгоритмів. Отримані результати не суперечать фізичним уявленням щодо процесів, які досліджуються, і задовільно узгоджуються з даними скінчено-елементного аналізу. Про вірогідність отриманих результатів також свідчить їх узгодженість з наявними в літературі дослідженнями інших авторів.

**Обґрунтованість** наукових положень, висновків і рекомендацій дисертаційного дослідження підтверджується детальним теоретичним їх аналізом, а також публікаціями в рецензованих наукових виданнях та обговоренням основних положень і висновків на міжнародних наукових конференціях.

**Значення роботи для науки і практики.** Теоретична цінність результатів дисертаційної роботи полягає у розвитку ефективного математичного підходу до розв'язання крайових задач теорії пружності з врахуванням реальної мікроструктури структурно-неоднорідних матеріалів та наявності на міжфазних границях недосконалого механічного контакту. Дані, отримані у дослідженні, можуть бути використанні фахівцями у галузі механіки композитів при створенні нових структурно-неоднорідних матеріалів матричного типу. Розроблені програмні засоби дозволяють якісно прогнозувати ефективні пружні властивості композитів з волокнами еліптичного профілю. Результати роботи можуть бути використані в проектних організаціях та конструкторських бюро, які працюють в галузях матеріалознавства та будівництва.

**Повнота викладу основних результатів дисертації в наукових фахових виданнях.** Результати дисертаційної роботи відображено у 12 наукових працях, серед яких 3 статті в міжнародних наукових журналах; 3 статті у вітчизняних фахових виданнях, які входять до міжнародних наукометричних баз; 6 робіт у матеріалах конференцій.

**Оцінка змісту роботи.** Дисертація складається із вступу, чотирьох розділів, висновків та списку використаної літератури, що включає 129 найменувань. Загальний обсяг роботи становить 120 сторінок тексту, 35 рисунків та графіків, 16 таблиць.

У вступі обґрунтовано актуальність теми роботи, сформульовано мету і задачі дослідження, вказано методи розв'язання поставлених задач, охарактеризовано наукову новизну і достовірність результатів, їх практичне значення, наведено відомості про публікації та особистий внесок в них здобувача.

В першому розділі проведено огляд літератури за темою дисертації. Аналіз літературних джерел доводить, що в абсолютній більшості робіт постулюється (явно чи неявно) умова ідеального контакту фаз, яка передбачає неперервність векторів переміщень і нормальних напружень на міжфазних границях. Втім, відомі в літературі дослідження стосуються переважно включень з постійною кривизною поверхні (сферичних та круглих), для яких врахування неідеального контакту в фізичній моделі не призводить до ускладнення відповідної математичної задачі. Для включень більш загальної еліптичної форми відомі лише окремі результати. Дослідження пружної поведінки композитів з еліптичними волокнами і недосконалим контактом фаз в літературі обмежено лише декількома роботами і тому становлять новий клас задач теорії пружності для тіл з включеннями.

В другому розділі досліджено пружну рівновагу простору з одним включенням у вигляді еліптичного циліндра при антиплоскому зсуві вздовж осі циліндра. Розглянуто два типи недосконалого пружного контакту включення з матрицею. Приймаючи осьове переміщення, як дійсну частину комплексного потенціалу, врахувавши умови навантаження на нескінченності та коректно підставивши граничні умови, було отримано нескінченні системи лінійних алгебраїчних рівнянь відносно невідомих комплексних коефіцієнтів розвинення осьового переміщення у ряд по еліптичним гармонікам. Доведено збіжність коефіцієнтів матриць отриманих алгебраїчних систем та проведено чисельний аналіз швидкості збіжності розв'язку. На основі одержаного теоретичного розв'язку розроблено комп'ютерні програми та проведено аналіз концентрації напружень навколо еліптичної неоднорідності з недосконалою границею розділу. Показана неоднорідність поля напружень у об'ємі включення і зумовлена ним необхідність врахування вищих гармонік.

В третьому розділі досліджено задачі про пружну рівновагу кусково-однорідного тіла зі скінченною множиною та періодичною системою еліптичних включень. Напружений стан таких тіл залежить від розміру, форми та взаємного положення і орієнтації включень. Додатковим чинником, який впливає на розподіл напружень в кусково-однорідному тілі, є недосконалі границі розділу. Розглянуто структурну модель, в якій контури включень не перетинаються, а включення у свою чергу є різними за розміром, формою, орієнтацією та модулем зсуву. Зазначено, що розглянута в розділі 2 задача має бути розв'язана для всіх включень одночасно з урахуванням їх взаємного впливу. Для цього було представлено формули перерозкладу еліптичних гармонік при ортогональному перетворенні систем координат. Отримано системи лінійних алгебраїчних рівнянь для усієї множини включень, та доведено їх

збіжність. Розглянуто також структурну модель багаточастинкової задачі, що представляє собою кусково-однорідне тіло узагальненої періодичної структури. Одержані теоретичні розв'язки реалізовано у вигляді комп'ютерних програм та проведено аналіз концентрації напружень в залежності від пружних властивостей включень, їх геометрії, взаємного розташування та неідеальності контакту.

В четвертому розділі наведено схеми отримання ефективних пружних модулів поздовжнього зсуву композита з волокнами еліптичного профілю за неідеального контакту фаз. Схема Максвела передбачає порівняння асимптотик збурень поля переміщень на нескінченності від фрагменту реального кусково-однорідного тіла та деякого еквівалентного включення того ж розміру і форми з невідомими ефективними властивостями. Показано, що такий підхід зводиться до порівняння так званих індукованих дипольних моментів включень, для яких наведено відповідні формули, і визначенню звідти ефективних пружних модулів. Підхід Релея до визначення макроскопічних сталих полягає у моделюванні кусково-однорідного тіла деякою періодичною структурою і усередненні локальних полів, знайдених з розв'язку крайової задачі на комірці періодичності. Запропоновано узагальнення цих моделей на випадок багаточастинкових задач, що дає можливість врахування реальної мікроструктури структурно-неоднорідного тіла. Шляхом аналізу значного обсягу даних, встановлено що ефективні пружні властивості кусково-однорідних тіл є структурно-чутливими параметрами, а розглянуті схеми гомогенізації забезпечують достовірне прогнозування ефективних сталих у всьому діапазоні зміни об'ємного вмісту включень.

В цілому, робота носить завершений характер. Вона має важливе теоретичне та прикладне значення для механіки деформованого твердого тіла. В ній викладено результати досліджень напруженого стану кусково-однорідних тіл з неідеальними границями розділу, одержаних з використанням сучасних математичних методів та врахуванням реальних мікроструктур. Дисертація належно структурована, забезпечено повноту аналізу отриманих результатів на графіках і таблицях. Оформлення дисертації та автореферату відповідає вимогам МОН України.

**Зауваження по змісту роботи.** У якості зауважень можна вказати наступне:

1. Зовнішнє навантаження (стор. 35) задано у вигляді переміщення в околі включення, при цьому це переміщення не є обов'язково лінійним. В стандартній постановці навантаження на нескінченності задається у вигляді постійних деформацій чи напружень, яким відповідає лінійне переміщення. Було б доцільно аргументувати такий нестандартний спосіб введення умов зовнішнього навантаження у класичній задачі теорії пружності.
2. Цікаві результати отримані для нанопористих і нанокомпозитних матеріалів, але фізичну природу умов контакту другого типу описано

- поверхнево. Слід було би вказати, звідки взято значення поверхневих пружних констант.
- У четвертому розділі зазначено, що традиційний спосіб визначення ефективних властивостей шляхом об'ємного усереднення обмежений композитами з ідеальним контактом фаз. Бажано було б навести порівняння даних, отриманих згідно запропонованого методу при наявності недосконалих границь з отриманими традиційним методом.
  - Є окремі зауваження по оформленню роботи. Так, на рисунках 2.8 та 2.9 (стор. 57, 58) підписи на графіках (зокрема,  $h/l_1$ ) відрізняються від зазначених у тексті до цих рисунків, а також невірно вказано посилання. Є теж певні неточності лексичного і термінологічного характеру, на які вказано автору.

Вказані зауваження втім, не впливають на позитивну оцінку загалом і мають рекомендаційний характер щодо подальших наукових досліджень дисертанта.

**Загальний висновок по дисертації.** На підставі вищенаведеного, вважаю, що дисертація «Напружений стан та ефективні пружні властивості кусково-однорідних тіл з неідеальними еліптичними границями розділу за антиплоского зсуву» є цілісною і завершеною науковою роботою, сукупність отриманих в роботі результатів можна кваліфікувати як суттєвий теоретичний внесок до методів розв'язання відомих задач теорії пружності в нових постановках. Дисертацію виконано на високому науковому рівні і оформлено відповідно до діючих стандартів. Зміст дисертації відповідає формулі паспорту спеціальності 01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла.

За актуальністю теми, науковим рівнем, новизною, теоретичним та практичним значенням результатів, повнотою їх викладення у публікаціях дисертаційна робота «Напружений стан та ефективні пружні властивості кусково-однорідних тіл з неідеальними еліптичними границями розділу за антиплоского зсуву» повністю відповідає вимогам п. 11 і п. 13 «Порядку присудження наукових ступенів», затвердженого постановою Кабінету Міністрів України №567 від 24.07.2013 року, які висуваються до кандидатських дисертацій, а її автор – **Чернобай Володимир Сергійович** заслуговує присудження наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла.

Офіційний опонент,  
завідувач кафедри теоретичної та прикладної механіки  
Київського національного університету  
імені Тараса Шевченка МОН України  
доктор фізико-математичних наук, професор Я.О. Жук

Відомо застосовано  
Володимир Сергійович  
Чернобай

