МІЖНАРОДНА НАУКОВА КОНФЕРЕНЦІЯ
«АКТУАЛЬНІ ПРОБЛЕМИ МЕХАНІКИ - 2023»
до 145-річчя від дня народження С.П.Тимошенка

INTERNATIONAL SCIENTIFIC CONFERENCE
«ACTUAL PROBLEMS OF MECHANICS - 2023»
to the 145 th anniversary of the birth of S.P. Timoshenko

14 - 16 листопада, 2023

МАТЕРІАЛИ ДОПОВІДЕЙ

Київ, Дніпро, Львів, Харків – 2023

Матеріали Міжнародної наукової конференції "Актуальні проблеми механіки" до 145-річчя від дня народження С.П. Тимошенка [Електронний ресурс]

Організатор конференції
Інститут механіки імені С.П. Тимошенка НАН України

Співорганізатори конференції:
Національний комітет України з теоретичної і прикладної механіки
Інститут геотехнічної механіки імені М.С. Полякова НАН України
Інститут технічної механіки НАН України і ДКА України
Інститут гідромеханіки НАН України
Інститут проблем міцності імені Г.С. Писаренка НАН України
ДП "Конструкторське бюро "Південне" імені М.К. Янгеля"
Інститут прикладних проблем механіки і математики імені Я.С.Підстригача НАН України
Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України
Київський національний університет імені Тараса Шевченка
НТУУ "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"
Національний транспортний університет України
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ КОМІТЕТ (Україна)

Співголови:
Богданов В.Л., Назаренко В.М.

Учений секретар оргкомітету
Стеблянко П.О.
Члени організаційного комітету:
Гузь О.М., Галішин О.З., Голуб В.П., Григоренко О.Я., Камінський А.О., Карнаухов В.Г., Кирилюк В.С., Кубенко В.Д., Луговий П.З., Мартинюк А.А., Рущицький Я.Я., Чернишенко І.С.

ПРОГРАМНИЙ КОМІТЕТ

Співголови:
Богданов В.Л., Назаренко В.М. (Україна)

Члени програмного комітету:
**Акбаров С. (Туреччина; Азербайджан), Альтенбах Х. (Німеччина), Амабілі М. (Канада), Бобир М.І. (Україна), Булат А.Ф. (Україна), Воропаєв Г.О. (Україна), Галішин О.З. (Україна), Гдоутос Е. (Греція), Голуб В.П. (Україна), Григоренко О.Я. (Україна), Гузь І. (Велика Британія, Англія), Гузь О.М. (Україна), Дзюба А.П. (Україна), Жук Я.О. (Україна), Зозуля В. (Італія), Камінський А.О. (Україна), Карнаухов В.Г. (Україна), Кашталян М. (Велика Британія, Шотландія), Кирилюк В.С. (Україна), Круковський О.П. (Україна), Кубенко В.Д. (Україна), Кушнір Р.М. (Україна), Лапуста Ю. (Франція), Лобода В.В. (Україна), Лоза І.А. (Україна), Луговий П.З. (Україна), Манг Г. (Австрія), Мартинюк А.А. (Україна), Марчук О.В. (Україна), Мюллер В. (Німеччина), Пилипенко О.В. (Україна), Пошивалов В.П. (Україна), Рущицький Я.Я. (Україна), Сіренко В.М. (Україна), Стеблянко П.О. (Україна), Хіміч О.М. (Україна), Чате А. (Латвія),
Чернишенко І.С. (Україна), Чирков О.Ю. (Україна)**

ISBN 978-617-95378-0-6
© ІМех НАНУ

Тематика конференції (секції)

Section F. Modern Applied Mechanics (сторінки 4 - 35);

Секція 1. Механіка композитних матеріалів та елементів конструкцій, в т.ч. з урахуванням дії початкових напружень. Контактні задачі (сторінки 36 -56);

Секція 2. Механіка оболонкових систем та елементів конструкцій, зокрема, з отворами, вирізами, ребрами жорсткості (сторінки 57 - 83);

Секція 3. Механіка довготривалого деформування та механіка руйнування (сторінки 84 - 110);

Секція 4. Механіка взаємодіючих фізико-механічних полів в неоднорідних середовищах і елементах конструкцій (сторінки 111 - 173; 387 -413; 414-431);

Секція 5. Стійкість і керування рухом механічних систем (сторінки 174 - 189);

Секція 6. Взаємодія пружних систем з потоками рідини та газу (сторінки 432 -449);

Секція 7. Механіка конструкцій машинобудування та геотехнічна механіка (сторінки 190 -229);

Секція 8. Механіка ракетно-космічних систем та технічна механіка (сторінки 230-257; 258 - 310);

Секція 9. Експериментально-розрахункові методи дослідження міцності матеріалів і конструкцій (сторінки 311 - 386);

Секція 10. Числові методи та комп'ютерне моделювання в механіці (сторінки 450 -468).

ЗМІСТ

ЧАСТИНА A	**Section F** **Секція 1** **Секція 2** **Секція 3** **Секція 4** **Секція 5**	**сторінки 4 - 35** **сторінки 36 -56** **сторінки 57 - 83** **сторінки 84 - 110** **сторінки 111 - 173** **сторінки 174 - 189**
ЧАСТИНА B	**Секція 7 (Дніпро)** **Секція 8п (Дніпро)** **Секція 8д (Дніпро)**	**сторінки 190- 229** **сторінки 230 - 257** **сторінки 258 - 310**
ЧАСТИНА C	**Секція 9**	**сторінки 311 - 386**
ЧАСТИНА D	**Секція 4 (Львів)** **Секція 4 (Харків)** **Секція 6** **Секція 10**	**сторінки 387 - 413** **сторінки 414 - 431** **сторінки 432 - 449** **сторінки 450 - 468**

ЧАСТИНА А

Section F "Modern Applied Mechanics"

ЗМІСТ

1. J.M. Balthazar, A.M. Tusset, M.A. Ribeiro, J.L. P. Felix, I Iliuk, M. Varanis, C. Oliveira, R.N. Silva, R.C. Machado, Julijana Simonovic **WHAT DOES NON-IDEAL TRANSPORTATION MECHANISMS IN MACRO AND MEMS SCALES MEAN? PRESENT, PAST AND FUTURE DIRECTIONS**	6
2. Stephan Müller, Stefan Küng, Michael Hofmann, Günther Meschke **3D MULTISURFACE ELASTIC-PLASTIC DAMAGE CONSTITUTIVE MODEL OF CHIPBOARD**	7
3. F. Garcia-Sanchez, A. Saez, V.V. Zozulya **A NONLOCAL THEORY OF BEAMS AND ITS APPLICATION TO THE MEMS/NEMS ANALYSIS**	9
4. A.A. Martynenko, V.V. Zozulya **NONLINEAR MECHANICS OF CARDIAC TISSUE**	11
5. S.P. Radzevich **ELEMENTS OF CONTACT MECHANICS OF ELASTIC BODIES: ANALYTICAL DESCRIPTION OF CONACT GEOMETRY OF SURFACES**	13
6. S.D. Akbarov, J. N. Imamaliyeva and A.D. Zamanov **AXISYMMETRIC FORCED VIBRATION OF THE HYDROELASTIC SYSTEM CONSISTING OF THE PRE-STRAINED HIGHLY ELASTIC PLATE, COMPRESSIBLE INVISCID FLUID AND RIGID WALL**	15
7. Natig K. Akhmedov **ANALYSIS OF ELASTIC EQUILIBRIUM OF RADIALLY INHOMOGENEOUS TRANSVERSALLY ISOTROPIC SPHERE**	18
8. V. Tanriverdi **SPIN REVERSAL OF THE HEAVY SYMMETRIC TOP**	20
9. U. Babuscu Yesil, F. Aylikci, N. Yahnioglu **ON THE STABILITY LOSS OF CIRCULAR PIEZO-ELECTRIC CYLINDER UNDER UNIDIRECTIONAL PRESSURE**	22
10. S.D. Akbarov, Z. Ekicioglu Kuzeci **ON THE INFLUENCE OF THE FLUID VISCOSITY ON THE INTERFACE PRESSURE IN THE HYDRO-PIEZOELECTRIC SYSTEM UNDER ITS FORCED VIBRATION**	24
11. Y.M.Sevdimaliyev, N. Yahnioglu **ON THE INFLUENCE OF IMPERFECT CONTACT CONDITIONS ON THE NATURAL FREQUENCIES OF A THREE-LAYER HOLLOW SPHERE FOR TORSIONAL VIBRATION**	27

12. S.D. Akbarov, E.T. Bagirov, C. Ipek **THE INFLUENCE OF THE IMPERFECT CONTACT CONDITION ON THE DISPERSION OF THE AXISYMMETRIC WAVES IN THE BI-LAYERED HOLLOW CYLINDER WITH INHOMOGENEOUS INITIAL STRESSES**	30
13. S.D. Akbarov, E.T. Bagirov, M.A. Mehdiyev **DYNAMİCS OF THE OSCILLATING, MOVING AND OSCİLLATİNG-MOVİNG LOADS ACTİNG ON THE İNNER SURFACE OF THE HOLLOW CYLİNDER SURROUNDED BY THE ELASTİC MEDİUM (SURVEY)**	33

J. M. Balthazar[1,2], A. M. Tusset[1], M. A. Ribeiro[1], J.L. P. Felix[3], I Iliuk[1] , M . Varanis[5], C. Oliveira[4], R. N. Silva[1] , R. C. Machado[6] , Julijana Simonovic[7]

WHAT DOES NON-IDEAL TRANSPORTATION MECHANISMS IN MACRO AND MEMS SCALES MEAN? PRESENT, PAST AND FUTURE DIRECTIONS

[1] Federal University of Technology—Parana, Ponta Grossa 84017-220, Paraná, Brazil
[2] Faculty of Mechanical Engineering, São Paulo State University, Bauru 17033-360, São Paulo, Brazil
[3] Universidade Federal da Fronteira Sul. Cerro Largo, São Pedro 89802-112, Rio Grande do Sul, Brazil
[4] Department of Mechanical Engineering, Federal University of Grande Dourados, R. João Rosa Góes, 1761-Vila Progresso, Dourados 79825-070, Brazil
[5] Physics institute - Federal University of Mato Grosso do Sul (UFMS), Brazil.
[6] Faculdade de Engenharia Elétrica e Ciências, Universidade Estaudal de São Paulo, Guaratingueta, São Paulo, Brazil.
[7] Mechanical Faculty University of Nis, Nis, Servia

This work deals with the non-linear dynamic analysis of a block foundation structure for an unbalanced rotating machine, with limited power, leading to the interaction between the motor and the structure. This aspect is often not considered during the usual design practice, although all real motors are, in this sense, non-ideal energy sources are coupled to the structure to describe the most real behavior for these structures.

Therefore, nonlinear dynamic coupling between energy sources and structural response should not be ignored in real engineering problems, as real motors (agitators and so on) have limited output power. Therefore, numerical, and analytical methods are applied for such analyzes to better understand the non-linear dynamics of these systems. However, the common phenomena for these systems are the Sommerfeld effect, the occurrence of the saturation phenomenon and so on. Other discussions addressed are the specific properties for various models considering transport mechanisms at MACRO and MEMS scales and their applications in engineering and science. The direction of future investigation is given by including a proposed mathematical model of energy harvesting, including non-linearities in the piezoelectric coupling and a non-ideal excitation force.

Therefore, we show through numerical simulations the non-linear dynamic responses that the collected power was influenced by the vibrations of the structure, as well as by the influence of the piezoelectric coupling. We concluded through the numerical results that the limited source of energy was interacting with the system. Another interesting aspect is that the increase in voltage in the DC motor led the system to produce power responses, which showed the high energy orbits in the resonance region. However, for regions above the resonance region, the Sommerfeld effect occurs, and the dynamics has a chaotic behavior. Thus, the energy captured over time decreases due to energy losses due to the interaction between the energy source and the structure. Keeping the captured energy constant over time is essential to enable the use of energy harvesting systems in real applications. To achieve this goal, we apply a control technique to stabilize the chaotic system in a stable periodic orbit. We announce that the results were satisfactory, and the control kept the system in a stable condition.

Thus, the aim of this lecture is to present a state of the art to better understand non-ideal systems using numerical, analytical methods and some experiments. This work is in honor of the 145th anniversary of the birth of S.P. Timoshenko.

KEYWORDS: Non ideal motor, Mathematical Modeling, Nonlinear Systems, Control System.

1. Balthazar, J. M. Nonlinear Vibrations Excited by Limited Power Sources. springer., 2022
2. Balthazar J. M. Vibration Engineering and Technology of Machinery, Proceedings of VETOMAC XV – Springer, 2019. ISBN: 978-3-030-60694-7
3. Cveticanin, L., Zukovic, M., Balthazar, J. M., Dynamics of Non-Ideal Mechanical Systems,Springer, ISBN 978-3-319-54169
4. Balthazar, Jose Manoel, Batista PG, Náprstek J., Dynamics, and Control of Technical Systems II. ISBN 978-3- 0357-1051-9 2016.
5. J. M. Balthazar, P. B. Gonçalves, S. Kaczmarczyk, A. Fenili, M. Silveira, I. H. Navarro. Dynamics and Control of Technical Systems, 2015.

Stephan Müller[1], Stefan Küng[1], Michael Hofmann[2], Günther Meschke[2]

3D MULTISURFACE ELASTIC-PLASTIC DAMAGE CONSTITUTIVE MODEL OF CHIPBOARD

[1]Julius Blum GmbH, Industriestrasse 1, 6973 Höchst, Austria;
[2]Institute for Structural Mechanics, Ruhr University Bochum, Universitätsstrasse 150, 44801, Bochum, Germany e-mail: guenther.meschke@rub.de

Particleboard (chipboard) is an engineered wood material with high market potential and it is made from the shavings and flakes of wood that are not aligned in any direction, with a binder resin bonded together under the influence of heat and pressure. Chipboard plates typically consists of three layers (central core layer and two outer face layers) of wood chips of various sizes and shapes. All layers of the chipboards usually have differences in density across the board cross-section, which results in variations in all mechanical characteristics across the height of the board.

Another important feature of chipboard occurring during their manufacturing process is the transversely isotropic properties of the material. Major differences exist between the directions in and perpendicular to the board plane. In the plane of the board, chipboard can be regarded as isotropic.

The development of a constitutive model of engineered wood considering complex stress states is an important engineering problem, as realistic models, taking into account the structural complexity of this material, are required for computational simulations of structural components made of chipboard. A 3D multisurface elastic-plastic damage constitutive model for finite element analyses of chipboard is presented. The proposed model is able to describe the transversal-isotropic material behavior of chipboard. The model considers both ductile material failure under compression and brittle material failures under tension. To account for the anisotropic evolution of damage and permanent deformations, and to model brittle tensile fracture, a Rankine-type fracture criterion in conjunction with a kinematic hardening/softening formulation is employed. A hardening/softening anisotropic non-associative Tsai-Wu plasticity model describes the ductile behavior of chipboard subjected to compressive loading. For a more realistic modelling of the volumetric dilatation behavior of chipboard when subjected to in-plane compressive stress states a non-associative flow rule has been developed (Fig.1).

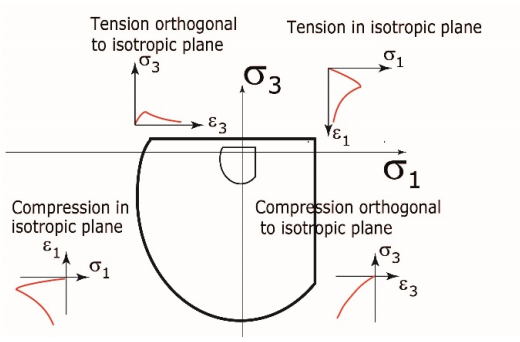


Fig.1.

Taking into account that the characteristic values of the material properties strongly depend on the material density, the mechanical characteristics of chipboard, an extensive parameter calibration strategy was followed, based on results from a laboratory campaign using samples of 6 different densities. The constitutive model is implemented into a finite element program and solved using a combination of implicit and explicit integration schemes.

The correctness and reliability of the proposed material model for chipboard firstly is verified by comparing numerical predictions with the results of uniaxial, biaxial, and triaxial experiments in both parallel and orthogonal isotropic planes. The presented constitutive model is used to numerically analyze the pull-out tof a steel T- shaped pulling strap from chipboard specimens in its isotropic plane and orthogonal to its isotropic plane (Fig.2).

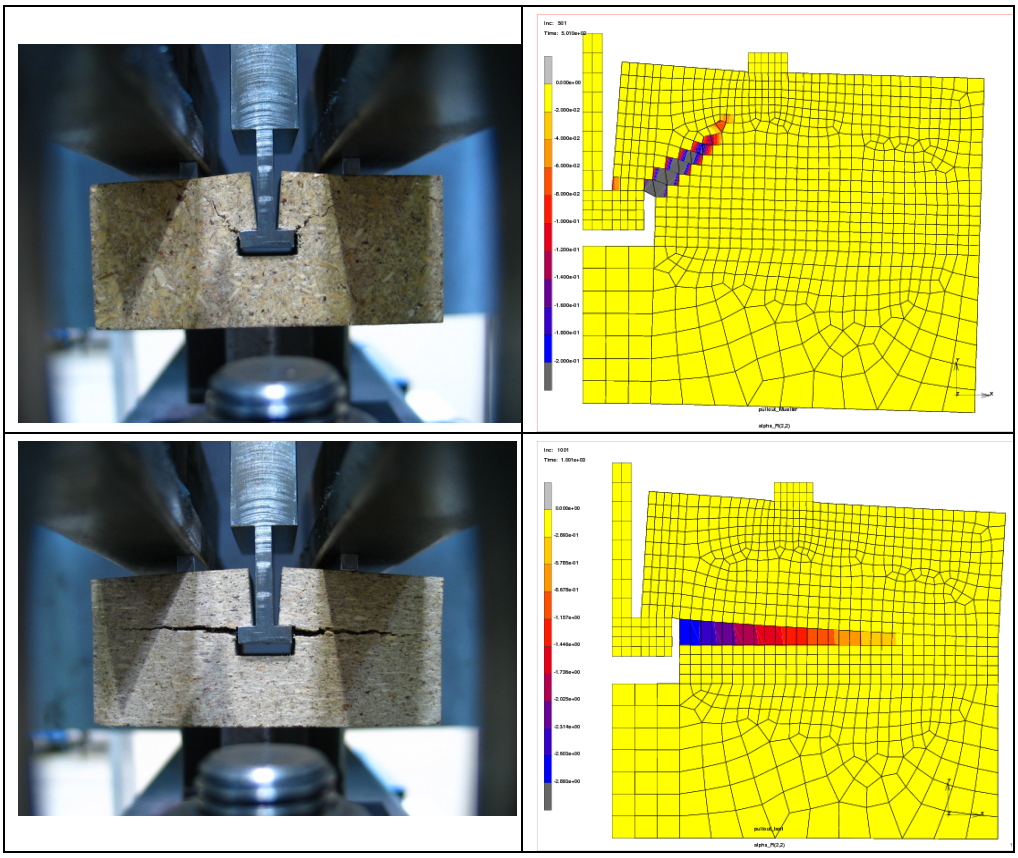


Fig.2.

KEY WORDS: chipboard, finite element model, Rankine criterion, anisotropic non-associative Tsai-Wu plasticity, 3D multisurface elastic-plastic damage constitutive model.

1. Neuhaus H (2017) Ingenieurholzbau. Springer Vieweg, In German.
2. Meschke G., Gofman M., and Müller S. 3D multisurface model for chipboard at large strains: Theory, algorithmic stabilization and numerical simulations of anchor pull-out tests. In R. Owen and E. Oñate, editors, International Conference on Computational Plasticity (Complas 2009), Barcelona, 2009. CIMNE
3. Müller S. Entwicklung eines Werkstoffmodells zur FE-Simulation neuartiger Befestigungsmittel in Spanplatten. PhD thesis, Ruhr-Universität Bochum, Institute für Structural Mechanics, 2006, In German.

F. Garcia-Sanchez[1], A. Saez[2], V.V. Zozulya[3]

A NONLOCAL THEORY OF BEAMS AND ITS APPLICATION TO THE MEMS/NEMS ANALYSIS

[1]Departamento de Ingeniería Civil, de Materiales y Fabricación, Universidad de Málaga, Plaza El Ejido S/N 29013, Málaga, Spain, e-mail : fgsanchez@uma.es
[2]Departamento de Mecanica de Medios Continuos, Universidad de Sevilla, Camino de los Descubrimientos s/n, 41092-Sevilla, Spain, e-mail: andres@us.es
[3]S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences, P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine; e-mail: vzozulyas@hotmail.com

We consider a curved elastic rod in a 2-D Euclidian space, which occupies the domain $V = \Omega \times [-h, h]$ with a smooth boundary ∂V. Here $2h$ is thickness, $\Omega = [-l, l]$ is the middle line of the rod and $2l$ is its length. The boundary of the rod ∂V can be presented in the form $\partial V = S \cup \Omega^+ \cup \Omega^-$, where Ω^+ and Ω^- are the upper and lower sides and S denotes lateral sides.

According to the theory of nonlocal elasticity [1], the basic equations for linear, homogeneous, isotropic, nonlocal elastic solid are given in the form of the following system of differential equations.

The equations of motion have the form

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = \rho \ddot{\mathbf{u}} \tag{1}$$

Here $\mathbf{b}$ is a vector of body forces, ρ is a density of material, $\ddot{\mathbf{u}}$ is the acceleration vector.

Kinematic relations simplify and have the form

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \left(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T \right) \tag{2}$$

Here $\mathbf{u}$ is a displacements vector and $\boldsymbol{\varepsilon}$ is a tensor of small deformations.

According to Eringen's nonlocal elasticity theory [1] the stress at a point $\mathbf{x}$ in a body is functional of the strain field at every point of the body. In differential form nonlocal constitutive relations are presented as

$$(1 - (e_0 a)^2 \nabla^2)\boldsymbol{\sigma} = \bar{\lambda}(tr\boldsymbol{\varepsilon})\mathbf{I}\delta_{ij} + 2\mu\boldsymbol{\varepsilon} \tag{3}$$

Here $\bar{\lambda} = \lambda \dfrac{2\mu}{\lambda + 2\mu}$, λ and μ are Lamè constants of classical elasticity, e_0 is the constant of material, a is a parameter describes internal characteristic length.

The differential equations of motion in the form of displacements can be represented as the following

$$\mathbf{L}_u \cdot \mathbf{u} + (1 - (e_0 a)^2 \nabla^2)(\mathbf{b} - \rho \mathbf{I}_u \cdot \ddot{\mathbf{u}}) = 0 \tag{4}$$

where $\mathbf{I}_u$ is the matrix operator that has on the main diagonal elements equal to one and

$$\mathbf{L}_u \cdot \mathbf{u} = \mu \nabla^2 \mathbf{u} + (\bar{\lambda} + \mu)\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) \tag{5}$$

Differential operator of Hamilton and its combinations in orthogonal system of coordinates related to the middle line of the beam are presented in [2].

In order to reduce the 2-D problem for the couple stress theory of elastic curved beams to a 1-D one, we expand the physical parameters, that describe the stress-strain state of the beam into the Legendre polynomials series along the coordinate x_2. Then any continuous function $f(p)$ can be represented by Legendre's polynomial series according to formula

$$f(x_2) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k P_k(\varpi),\ a_n = \frac{2k+1}{2} \int_{-h}^{h} f(\varpi) P_k(\varpi) dx_2 \tag{6}$$

where $\varpi = x_2 / h$.

By expanding all functions contained in the equations (1)-(3) in the Legendre's polynomial series one can obtain differential equations of motion for Legendre's polynomial series coefficients of the displacements in the form (4).

Explicit expressions for differential operators in the matrix differential operators (5) for the 2-D model of beams are presented in [2].

The equations presented here can be used for modeling and stress-strain calculations of the beams by considering nonlocal effects at micro- and nanoscales

Let us consider an elastic beam of the length l, width b and thickness $2h$, which is settled above the rigid foundation with an initial gap h_0 in the thermal field θ. There is a heat-conducting medium in the gap between the foundation and the beam. The medium does not resist the beam deformation, and heat exchange between the

foundation and the beam is due to the thermal conductivity of the medium. We assume that the gap h_0 is commensurable with the beam displacements which are assumed to be small.

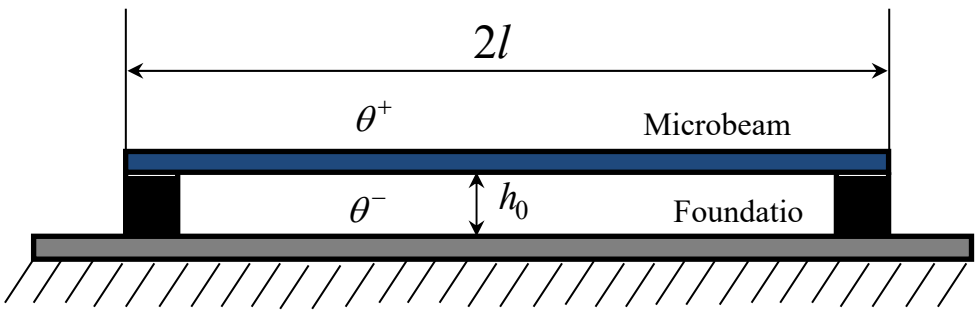


Fig. 1. Microbeam settles above the rigid foundation in the thermal field.

With taking into account temperature field the 1-D differential equations of thermoelasticity and head conductivity of the beam can be presented in the form

$$\begin{aligned} &\mathbf{L}_u \cdot \mathbf{u} + \mathbf{L}_\theta \cdot \boldsymbol{\theta} + \mathbf{f} = 0, \\ &\mathbf{L}_{\theta\theta} \cdot \boldsymbol{\theta} + \mathbf{Q} + \boldsymbol{\chi} = 0 \end{aligned} \tag{7}$$

The matrix differential operator $\mathbf{L}_u$, $\mathbf{L}_{\theta\theta}$ and $\mathbf{L}_\theta$ and vectors $\mathbf{u}$ and $\mathbf{f}$, $\boldsymbol{\theta}$, $\mathbf{Q}$, and $\boldsymbol{\chi}$ can be presented in the matrix forms. Explicit expressions for differential operators in (7) for the beams based on , high order, Timoshenko's and Euler-Bernoulli models are presented in [2, 4].

Additional information related to theoretical aspects of the MEM/NEMS mathematical modeling and examples of numerical modeling van be found in [3, 4].

KEYWORDS: nonlocal beam theory, MEMS, NEMS, actuators

[1] Eringen A.C. *Microcontinuum Field Theories I. Foundations and Solids,* Springer, New York, 1999, 336p.
[2] Zozulya V.V. Nonlocal theory of curved rods. 2-D, high order, Timoshenko's and Euler-Bernoulli models. *Curved and Layered Structures*, 2017, 4, 221–236.
[3] Zozulya V.V., Saez A. A High order theory for arched Structures and its application for study of the electrostatically actuated MEMS devices. *Archive of Applied Mechanics,* 2014, **84**(7), 1037–1055,
[4] Zozulya V.V., Saez A. A high order theory of a thermo elastic beams and its application to the MEMS/NEMS analysis and simulations. *Archive of Applied Mechanics*, 2015, **86**(7), 1255–1272.

A.A. Martynenko[1], V.V. Zozulya[2]

NONLINEAR MECHANICS OF CARDIAC TISSUE.

[1] Department of Medical Informatics, Univeristy of Barcelona, Gran Via de les Corts Catalanes, 585, 08007 Barcelona, Spain, *e-mail :alex_martynenko@ub.edu;*
[3]*S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences, P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine; e-mail: vzozulyas@hotmail.com*

The myocardial tissue is a complex multicomponent tissue has a significant property of orthotropy [1, 2]. In the article [3] it is shown that the real reason for the anisotropy of the passive cardiac muscle is not the stiffness of passive myofibrils, which is negligible, but that the orientation of the connection of their strong collagen fibers is related to the direction of the myofibrils. It is ascertained that passive resistance of heart muscle is determined by the level of waviness of collagen fibers, by their direction in regard to myofibrils and by the module of elasticity of a straightened fibril.

Let's construct the potential of uncompressed transtropic material, satisfying pointed above the conditions. During the continualisation of muscle tissues we use the idea of structuring the basic elements of the myocardium followed by the phenomenological description. Distinguishing peculiarities of cardiac tissue is a stable periodicity in the processes occurring inside it. This is realized in the form of the 'limit cycle' which is described by elastic potential, which in a considered dissipation mechanism, always exists at least in a generalized form. Both phases of the first continuum contribute to the law of the passive deformation, which is proportional to their volume contents. Accordingly, to the experimental investigation, the first phase is isotropic. The second one is represented by myofibrils, it is transversally isotropic with the isotropic axis, oriented to the fibers direction. Both phases and the whole continuum are uncompressible. We employ the logarithmic strain measure for describing large strains $l_K = \ln \lambda_K$. It has to be pointed that the use of the tensor l_K is possible for describing an orthotropic material only when the conjugate pair of tensors are aligned, or in the absence of rotation of the main deformation axes (at least instantaneously). That condition was always taken place in the experiments and applied for the mathematical modeling of the heart. The condition of incompressibility can be presented in the form

$$I_l = l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 = 0 \tag{1}$$

where I_l is the first invariant of the tensor l_K .

In the considered variant of muscle tissue continualization, the elastic potential is represented in the form

$$W = W_1 + W_2 \tag{2}$$

Then passive constitutive law has the form

$$\sigma_K = \frac{\partial W_1}{\partial \varepsilon_K} + \frac{\partial W_2}{\partial \varepsilon_K} + p \tag{3}$$

Let's construct the elastic potential with considering the above-mentioned conditions and its transition for infinitesimal deformations to Hooke's law, which for an isotropic material has the form

$$W = (\tfrac{1}{2}\beta + \mu) I_l^2 - 2\mu II_l \tag{4}$$

and in the case of uncompressible material has the form

$$W = -2\mu II_l \tag{5}$$

Here β and μ are materials constants, and

$$II_l = l_1 l_2 + l_1 l_3 + l_2 l_3 \tag{6}$$

is the second invariant of the tensor l_K .

The behavior of a material at large deformations is described by terms of a higher order than the quadratic one. Therefore, relation (5) for large deformations of isotropic uncompressible materials can be represented in the form

$$W = -2\mu II_l + \alpha II_l^2, \tag{7}$$

where α is materials constants. In order to consider a transversally isotropic incompressible material, we introduce the potential

$$W = \sum_{K=1}^{3} \mu_K l_K^2 + \left(\sum_{K=1}^{3} \alpha_K l_K^2 \right)^2 \tag{8}$$

Then, considering (2) and (8) we will get potentials for transversally isotropic incompressible material in the form

$$W_1 = -2\mu II_l + \alpha II_l^2$$
$$W_2 = \mu_1 l_1^2 + \mu_2\left(l_2^2 + l_3^2\right) + \left(\alpha_1 l_1^2 + \alpha_2\left(l_2^2 + l_3^2\right)\right)^2 \tag{9}$$

which gives the relation for tensor of stress in the main axis in the form

$$\sigma_K = 2c^{(11)}\left(\mu l_K + \alpha l_K II_l\right) + 2c^{(12)}\left(\mu_K l_K + 2\alpha_K l_K \sum_{K=1}^{3} \alpha_K l_K^2\right) + p \tag{10}$$

Here $c^{(11)}$ and $c^{(12)}$ are relative volumes of myocardial tissue phasic, for which the following relation $c^{(11)} + c^{(12)} = 1$ takes place, α and α_K are material constants, μ and μ_K are moduli if a material phase shift at infinitesimal deformations.

For the definition of potential constants (10), the experimental results of one axis, double-axis symmetric and non-symmetric extension of heart wall tissue was used [4].

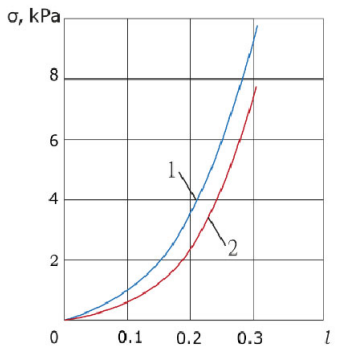


Fig.1. Dependence at biaxial symmetric tension of square sample of myocardial tissue (1—σ_1; 2— σ_2) [4].

In all examples, the direction of muscle fibers coincided with one of the main axis of deformation with average value for deformation. The experimental values were approximated by the method of minimum squares with the achievement of the standard deviation $\Delta = 0,03 - 0,2$ = 0.03-0.2. It was found that stretching of myofibrils in the perpendicular direction can be neglected according to numerical studies of potential (9) properties and approximation of experimental values. In general, there is a surprisingly narrow range of variance for the constant compared to the other approximation.

KEYWORDS: large deformation, transversally isotropy, strain energy potential.

1, Chekansky A., Martynenko A., Zozylia V. (2018): Modeling of Heart Muscles// Encyclopedia of Continuum Mechanics (Biomechanics), Berlin, Springer, 11 p.,doi:10.1007/978-3-662-53605-6_279-1.

2, Martynenko A., Zozulya V. (2022): Mathematical modeling of the cardiac tissue, Mechanics of Advanced Materials and Structures, 29:25, 4506-4522, DOI: 10.1080/15376494.2021.1931992.

3, Horowitz A. et al. (1988): Structural Three-Dimensional Constitutive Law for the Passive Myocardium, *Transactions ASME. Journal of Biomechanical Engineering*, 1988, **110**(3), 200-207. DOI: 10.1115/1.3108431.

4, Humphrey J.D., Strumpf R.K.,Yin F.C P. (1990): Determination of a constitutive relation for passive myocardium: II. Parameter estimation, J. Biomech. Eng., vol. 112, no. 3, pp. 340–346, 1990. DOI: 10.1115/1.2891194.

S.P. Radzevich

ELEMENTS OF CONTACT MECHANICS OF ELASTIC BODIES: ANALYTICAL DESCRIPTION OF CONACT GEOMETRY OF SURFACES

EATON Corporation, Automotive Innovation Center, 26201 Northwestern Highway, Southfield, MI 48076 USA; e-mail: radzevich@usa.com

Abstract. This article deals with two elastic bodies that make contact at point(s). The problem of analytical description of contact geometry between two smooth regular surfaces in the first order of tangency is a sophisticated one.

The investigation into this problem originated from 1797 book by *J.L. Lagrange*, titled "*Theorié des Fonctions Analytiques*". Later on, *A.L. Cauchy* significantly contributed to the field [see his 1826 book titled "*Leçons sur les Applications du Calcul Infinitésimal á la Geometrie*"]. In the XX century an investigation in the realm of contact geometry of curves and surfaces has been undertaken by *J. Favard* in his "*Course de Gèomètrie Diffèrentialle Locale*" (1957). A few more names of the researchers in the field are to be mentioned.

The two bodies in contact are bounded by two smooth regular surfaces, $\mathcal{G}$ and $\mathcal{P}$ (see Fig. 1). Conventional approaches for analytical description of contact geometry (the surface of relative curvature, etc.) are briefly outlined. A novel characteristic curve for analytical description of the geometry of contact of two smooth regular surfaces is proposed. This curve is referred to as *indicatrix of conformity*, $Cnf_R(\mathcal{G}/\mathcal{P})$, constructed at point(s) of contact, K, of two smooth regular surfaces, $\mathcal{G}$ and $\mathcal{P}$. Indicatrix of conformity (see Fig. 2), $Cnf_R(\mathcal{G}/\mathcal{P})$, is a planar characteristic curve of the fourth order. This curve is entirely located in the common tangent plane (through K), and possesses the property of central symmetry, and (in the reduced cases) also the property of mirror symmetry.

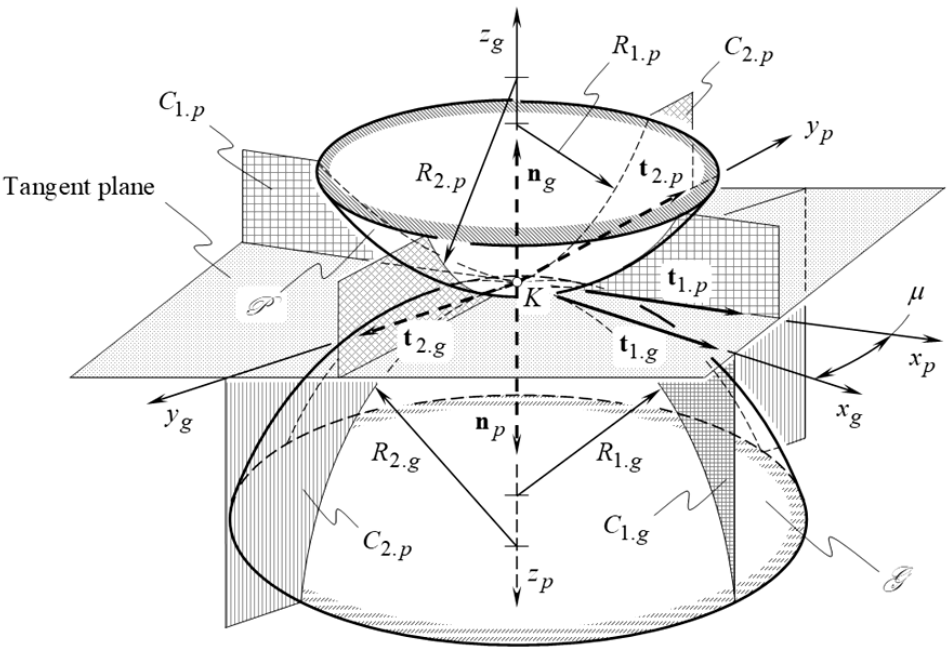


Fig. 1

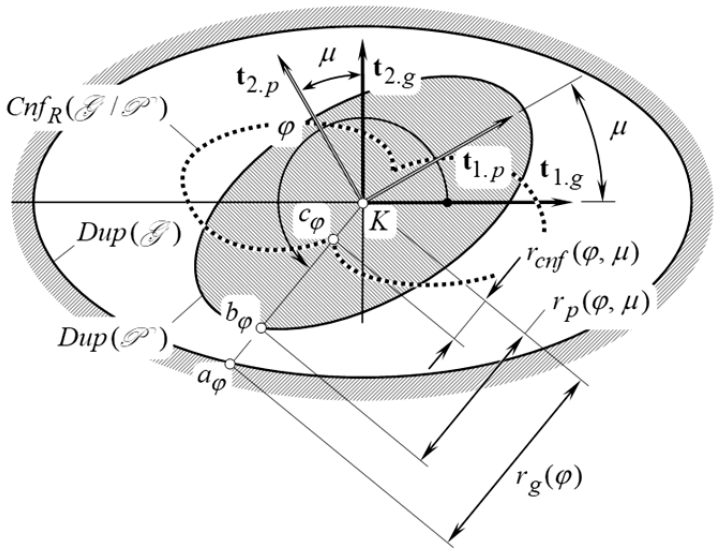


Fig. 2

Equation of the *indicatrix of conformity,* $Cnf_R(\mathcal{G}/\mathcal{P})$ at point of contact of a gear tooth flank, $\mathcal{G}$, and a mating pinion tooth flank, $\mathcal{P}$, is defined of the following structure:

$$Cnf_R(\mathcal{G}/\mathcal{P}) \;\Rightarrow\; r_{cnf}(\varphi,\mu) = \sqrt{|R_g(\varphi)|}\,\mathrm{sgn}\,R_g(\varphi) + \sqrt{|R_p(\varphi,\mu)|}\,\mathrm{sgn}\,R_p(\varphi,\mu) =$$
$$= r_g(\varphi)\,\mathrm{sgn}\,R_g(\varphi) + r_p(\varphi,\mu)\,\mathrm{sgn}\,R_p(\varphi,\mu) \qquad (1)$$

Here, in Eq. (1), the multipliers $\mathrm{sgn}\,R_g(\varphi)$ and $\mathrm{sgn}\,R_p(\varphi,\mu)$ are assigned to each of the functions, $r_g(\varphi) = \sqrt{|R_g(\varphi)|}$ and $r_p(\varphi,\mu) = \sqrt{|R_p(\varphi,\mu)|}$, accordingly, just for the purpose to remain the corresponding sign of the functions, that is, to retain that same sign that the radii of normal curvature, $R_g(\varphi)$ and $R_p(\varphi,\mu)$, have.

Ultimately, one can conclude that position vector, r_{cnf}, of a point of the *indicatrix of conformity,* $Cnf_R(\mathcal{G}/\mathcal{P})$ can be expressed in terms of position vectors, r_g and r_p, of the *Dupin indicatrices*, $Dup(\mathcal{G})$ and $Dup(\mathcal{P})$ at that same contact point, K.

The proposed novel concept of analytical description of contact geometry of two surfaces is based on two fundamental inventions [see USSR patents No. 1185749 (1983), and No. 1249787 (1984)] [1-4].

1. *Radzevich, S.P.*, Geometry of surfaces: A Practical Guide for Mechanical Engineers, 2nd edition, Springer International Publishing, 2019. – 329 pages.
2. *Radzevich, S.P.*, Novikov/Conformal Gearing: Scientific Theory and Practice, 2nd Edition, Springer, 2022. – 526 pages.
3. *Radzevich, S.P.*, Theory of Gearing: Kinematics, Geometry, and Synthesis, 3rd Edition, *CRC* Press, 2022. – 1192 pages.
4. *Radzevich, S.P.*, Differential-Geometric Method of Surface Generation, Dr. Sci. Thesis, Tula, Tula Polytechnic Institute, 1991, 300 pages.

S.D. Akbarov[1,2], J. N. Imamaliyeva[3] , A.D. Zamanov[3]

AXISYMMETRIC FORCED VIBRATION OF THE HYDROELASTIC SYSTEM CONSISTING OF THE PRE-STRAINED HIGHLY ELASTIC PLATE, COMPRESSIBLE INVISCID FLUID AND RIGID WALL

[1]Yildiz Technical University, Istanbul, TURKEY
[2]Institute of Mathematics and Mechanics of Science and Education Ministry Republic of Azerbaijan, Baku, Azerbaijan
[3]Azerbaijan University of Architecture and Construction, Baku, Azerbaijan
[4]Azerbaijan State Pedagogical University, Baku, Azerbaijan

The present paper studies the axisymmetric forced vibration of the hydro-elastic system consisting of the plate made of a highly elastic material with axisymmetric finite initial strains, barotropic inviscid compressible fluid, and rigid wall restricting the fluid flow. Under this study, the motion of the plate is described with the equations and relations of the three-dimensional linearized theory of elastic waves in bodies with initial stresses. However, the flow of the fluid is described by the linearized Euler equations for the inviscid compressible fluids. Guz's presentations for the general solution of the mentioned linearized equations are used to solve these equations for the corresponding boundary and compatibility conditions. The corresponding equations concerning these transforms are solved analytically using the Hankel integral transform. The invers of this transform is found numerically by employing the algorithm and PC programs composed by the authors.

Note that the investigations carried out in the present paper can also be considered as the development of the investigations carried out in the works [1, 2] and others reviewed in the survey paper [3].

Here we consider some fragments of the governing field equations described by the motion of the pate and the fluid. These equations of the axisymmetric motion of the plate are:

$$\frac{\partial Q_{r'r'}}{\partial r'}+\frac{\partial Q_{z'r'}}{\partial z'}+\frac{1}{r'}\left(Q_{r'r'}-Q_{\theta'\theta'}\right)=\rho'\frac{\partial^2 u_{r'}}{\partial t^2}\ ,$$

$$\frac{\partial Q_{r'z'}}{\partial r'}+\frac{\partial Q_{z'z'}}{\partial z'}+\frac{1}{r'}Q_{r'z'}=\rho'\frac{\partial^2 u_{z'}}{\partial t^2}$$

$$Q_{r'r'}=\omega'_{1111}\frac{\partial u_{r'}}{\partial r'}+\omega'_{1122}\frac{u_{r'}}{r'}+\omega'_{1133}\frac{\partial u_{z'}}{\partial z'}\ ,$$

$$Q_{z'z'}=\omega'_{3311}\frac{\partial u_{r'}}{\partial r'}+\omega'_{3322}\frac{u_{r'}}{r'}+\omega'_{3333}\frac{\partial u_{z'}}{\partial z'},\ Q_{r'z'}=\omega'_{1313}\frac{\partial u_{r'}}{\partial z'}+\omega'_{1331}\frac{\partial u_{z'}}{\partial r'},$$

$$Q_{z'r'}=\omega'_{3113}\frac{\partial u_{r'}}{\partial z'}+\omega'_{3131}\frac{\partial u_{z'}}{\partial r'}\ . \qquad (1)$$

The meaning of the notion used in (1) is given in the monograph [4]. The governing field equations of the axisymmetric flow of the inviscid fluid are:

$$\rho_{01}\frac{\partial}{\partial t}V_{r'}+\frac{\partial}{\partial r'}p_1=0\ \ ,\rho_{01}\frac{\partial}{\partial t}V_{z'}+\frac{\partial}{\partial z'}p_1=0,\ \frac{\partial\rho_1}{\partial t}+\rho_{01}\left(\frac{\partial V_r}{\partial r}+\frac{V_r}{r}+\frac{\partial V_z}{\partial z}\right)=0,\ p_1=a_0^2\rho_1\ . \qquad (2)$$

Here we use the notation used in the monograph [5]. We assume that the following conditions are satisfied:

$$Q_{r'r'}\big|_{z'=0}=-P\delta(r')e^{i\omega t},\ Q_{r'z'}\big|_{z'=0}=0,\ Q_{z'z'}\big|_{z'=-h'}=-p_1\big|_{z'=-h'}\ ,\ Q_{r'z'}\big|_{z'=-h'}=0,$$

$$\left.\frac{\partial u_{z'}}{\partial t}\right|_{z'=-h'}=V_{z'}\big|_{z'=-h'}.\ V_{z'}\big|_{z'=-h'-h_d}=0,\ \left\{|Q_{rr}|;|Q_{\theta\theta}|;|Q_{zz}|;|Q_{rz}|;p_1;|u_r|;|u_z|;|V_r|;|V_z|\right\}\to 0\ \text{as}$$

$$r\to\infty\ . \qquad (3)$$

Consider numerical results obtained for the frequency response of the interface pressure obtained within the foregoing solution method in the case where the plate material is soft-rubber with mechanical constants $\mu=1.2*10^6\,Pa$, $\lambda=58.8*10^6\,Pa$, $\rho=1200kg/m^3$ and $c_2=\sqrt{\mu/\rho}=31.622\,m/s$ [17], and the material of the fluid is Glycerin with a density $\rho=1260\,kg/m^3$ and sound speed $a_0=1927\,m/\sec$ [4, 5].

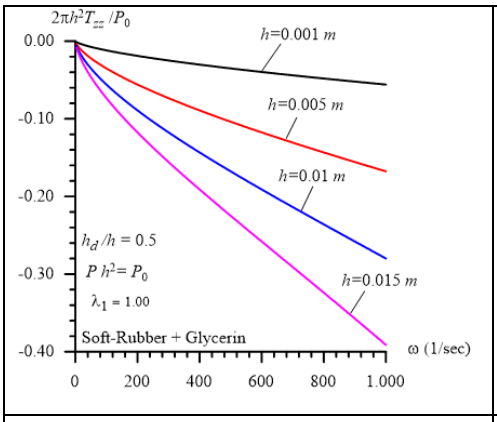


Fig. 1

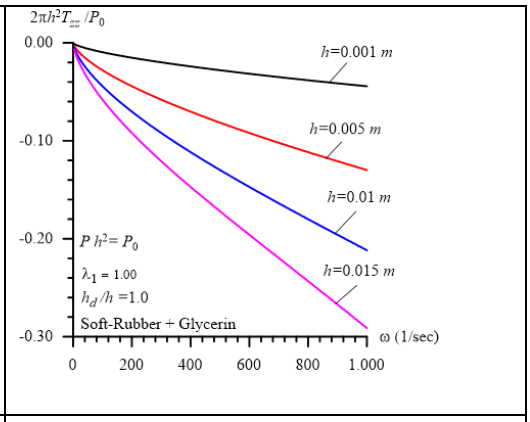


Fig. 2

Figs. 1, and 2 show the influence of the initial axisymmetric radial stretching of the graphs on the frequency response of the interface pressure. In this figure T_{zz} is equal $-p_1$, h is a plate thickness, h_d is the fluid depth, λ_1 is the elongation parameter through which the initial stretching of the plate is estimated. Note the results given in these figures are obtained for various plate thickness under $h_d / h = 0.5$, and 1.0. Moreover, these results are obtained in the case where the initial stretching in the plate is absent these.

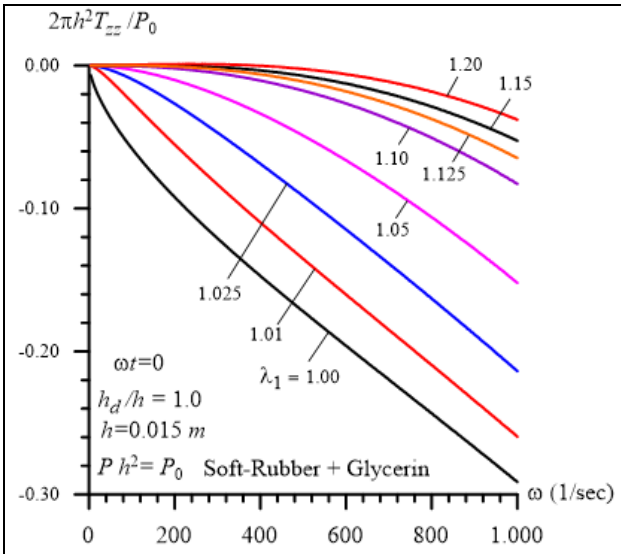


Fig.3

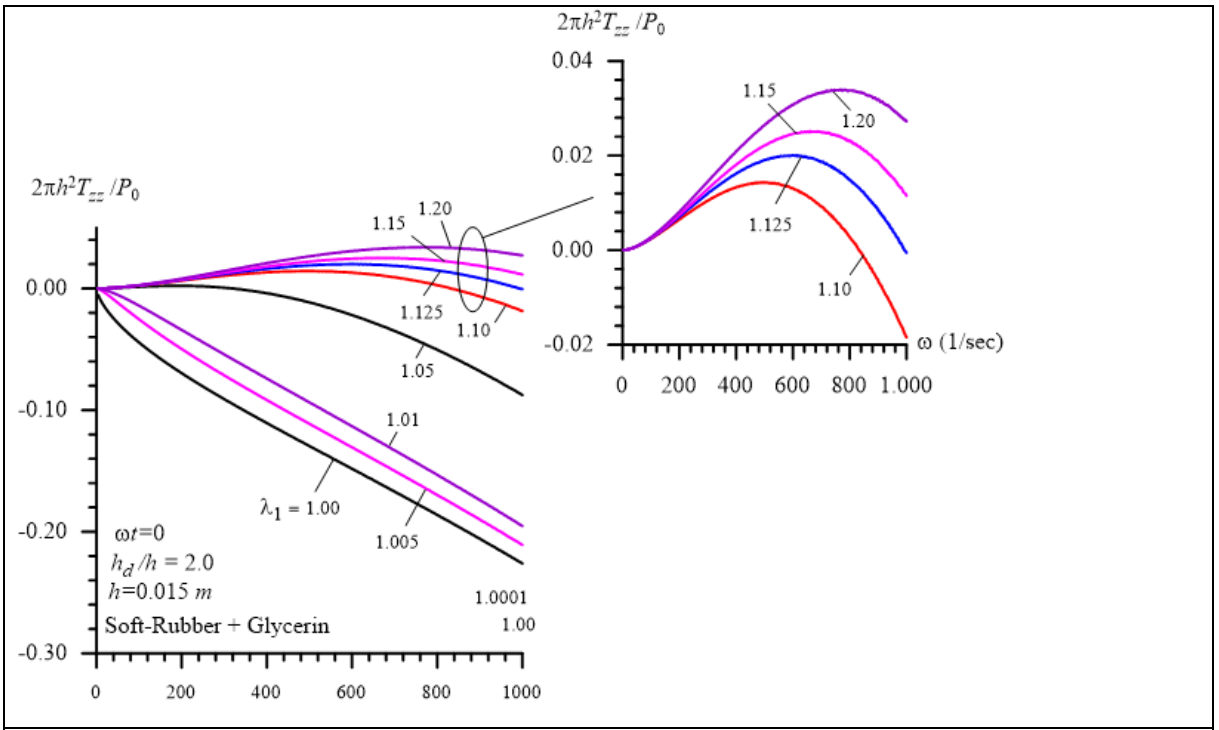


Fig. 4

The results, which illustrate the influence of the initial stretching on the interface pressure's frequency response are given in Figs. 3 and 4 in the cases where $h_d / h = 1.0$, and 2.0, respectively, under $h = 0.015\,m$ for various values of the parameter λ_1.

It follows from these results that the initial stretching of the plate not only quantitatively but also in the qualitative sense influences the interface pressure's response. Moreover, these results show that, in general, the initial stretching of the plate leads to a decrease in the absolute values of this pressure. At the same time, these results show that the character of the dependence between the pressure and oscillation frequency of the external force depends significantly on the parameter λ_1.

KEYWORDS: axisymmetric forced vibration, highly-elastic material, finite initial strains, compressible fluid,

1. S.D. Akbarov, M.I. Ismailov. “The forced vibration of the system consisting of an elastic plate, compressible viscous fluid, and rigid wall”. Journal of Vibration and Control, **23**(11), 1809-1827 (2017). DOI: https://doi.org/10.1177/1077546315601299.
2. S.D. Akbarov, M.I. Ismailov. “Frequency response of a pre-stressed metal elastic plate under compressible viscous fluid loading”. Applied and Computational Mathematics, **15**(2), 172-188 (2016)
3. S.D. Akbarov. “Forced vibration of the hydro-viscoelastic and – elastic systems consisting of the viscoelastic or elastic plate, compressible viscous fluid, and rigid wall: a review”. App. Comput Math, **17**, 221-245 (2018).
4. A.N. Guz. Elastic waves in bodies with initial (residual) stresses. A.C.K. Kiev (in Russian) (2004)
5. A.N. Guz. Dynamics of compressible viscous fluid. Cambridge Scientific Publishers. (2009)

Natig K. Akhmedov

ANALYSIS OF ELASTIC EQUILIBRIUM OF RADIALLY INHOMOGENEOUS TRANSVERSALLY ISOTROPIC SPHERE

Doctor of Mathematical Sciences, Professor, Head of the Department of Mathematics and Statistics, Azerbaijan State Economics University (UNEC), Istiglaliyyat str., 6, AZ1001 Baku, Azerbaijan. e-mail: anatiq@gmail.com

Abstract. This paper is devoted to the study of the behavior of the solution of the problem of elasticity theory for a radially inhomogeneous transversally isotropic open sphere of small thickness using asymptotic integration of the equations of elasticity theory. It is assumed that the lateral surface of the sphere is fixed, and arbitrary stresses are set on the conic sections, leaving the sphere in equilibrium. On the other hand, the elastic modules are arbitrary continuous functions of the radius of the sphere. Asymptotic formulas for displacements and stresses are obtained. The features of the stress-strain state are disclosed.

Keywords: transversally isotropic sphere, equilibrium equations, axisymmetric problem, stress-strain state, Legendre equations, asymptotic method, Lagrange variational principle.

Consider an axisymmetric problem of elasticity theory for a radially inhomogeneous transversally isotropic open hollow sphere of small thickness. Taking into account that the sphere does not contain any of the poles 0 and π, in spherical coordinate system, the area occupied by the sphere will be denoted by

$$\Gamma = \{r \in [r_1; r_2],\ \theta \in [\theta_1; \theta_2],\ \varphi \in [0; 2\pi]\}.$$

Suppose the side surface of the sphere is fixed, i.e.,

$$u_\rho\big|_{\rho=\pm 1} = 0,\quad u_\theta\big|_{\rho=\pm 1} = 0,$$

and at the ends of the sphere (on the conic sections $\theta = \theta_j$, $(j = 1,2)$) arbitrary stresses are given, leaving the sphere in equilibrium.

In a spherical coordinate system, we look for solutions to the equilibrium equations in displacements in the form:

$$u_\rho(\rho;\theta) = a(\rho)m(\theta);\quad u_\theta(\rho,\theta) = c(\rho)m'(\theta),$$

where the function $m(\theta)$ satisfies the Legendre equation [3]:

$$m''(\theta) + ctg\theta \cdot m'(\theta) + \left(z^2 - \frac{1}{4}\right)m(\theta) = 0. \tag{1}$$

As a result, we obtain:

$$\frac{d}{d\rho}\left\{e^{-\varepsilon\rho}\left[b_{11}\frac{da}{d\rho} + \varepsilon\, b_{12}\left(2a - \left(z^2 - \frac{1}{4}\right)c\right)\right]\right\} + \varepsilon e^{-\varepsilon\rho}\left\{2(b_{11} - b_{12})\frac{da}{d\rho} + \right.$$

$$\left. + 2(2b_{12} - b_{22} - b_{23})\varepsilon\, a - \left(z^2 - \frac{1}{4}\right)\left[\varepsilon(2b_{12} - b_{22} - b_{23} - b_{44})c + \varepsilon\, b_{44}a + b_{44}\frac{dc}{d\rho}\right]\right\} = 0, \tag{2}$$

$$\frac{d}{d\rho}\left\{b_{44}e^{-\varepsilon\rho}\left[\frac{dc}{d\rho} + \varepsilon(a - c)\right]\right\} + \varepsilon\, e^{-\varepsilon\rho}\left[b_{12}\frac{da}{d\rho} + \varepsilon(b_{22} + b_{23} + 3b_{44})a + 3b_{44}\frac{dc}{d\rho} - \varepsilon(b_{23} + 3b_{44})c + \varepsilon b_{22}\left(\frac{5}{4} - z^2\right)c\right] = 0, \tag{3}$$

$$a(\rho)\big|_{\rho=\pm 1} = 0,\quad b(\rho)\big|_{\rho=\pm 1} = 0. \tag{4}$$

Here $\rho = \frac{1}{\varepsilon}\ln\left(\frac{r}{r_0}\right)$ is a new radial variable, given that $\varepsilon = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$ is a small parameter characterizing the thickness of the sphere; $r_0 = \sqrt{r_1 r_2}$; $\rho \in [-1;1]$.

Let the elastic modules $b_{11} = b_{11}(\rho),\ b_{12} = b_{12}(\rho),\ b_{22} = b_{22}(\rho),\ b_{23} = b_{23}(\rho),\ \ b_{44} = b_{44}(\rho)$ be arbitrary positive continuous functions of a variable ρ, of which values can vary within one order.

To solve (2)-(4), we use an asymptotic method based on three iterative processes [1-5]. The first iterative process corresponds to trivial solutions. There are no solutions having the nature of an edge effect and are determined using the second iterative process.

The solution corresponding to the third iterative process will be sought in the form:

$$a(\rho) = a_0(\rho) + \varepsilon a_1(\rho) + \ldots,\quad c(\rho) = \frac{\varepsilon}{\beta_0}(c_0(\rho) + \varepsilon c_1(\rho) + \ldots), \tag{5}$$

$$z = i\varepsilon^{-1}(\beta_0 + \varepsilon\beta_1 + \ldots). \tag{6}$$

Substituting (5),(6) in (2)-(4) after some transformations for displacements corresponding to the third iterative process, we obtain:

$$u_\rho(\rho;\theta)=\sum_{k=1}^{\infty}D_k\left[-\beta_{0k}^{-3}\left(e_0\psi_k''(\rho)\right)'+\beta_{0k}^{-1}b_{44}^{-1}\psi_k'(\rho)+\beta_{0k}^{-1}\left(e_1\psi_k(\rho)\right)'+O(\varepsilon)\right]m_k(\theta), \tag{7}$$

$$u_\theta(\rho;\theta)=\varepsilon\sum_{k=1}^{\infty}D_k\left[\beta_{0k}^{-3}e_0\psi_k''(\rho)-\beta_{0k}^{-1}e_1\psi_k(\rho)+O(\varepsilon)\right]m_k'(\theta). \tag{8}$$

Here D_k are arbitrary constants, and $\psi_k(\rho)$ are solutions of the generalized Papkovich spectral problem

$$\left(e_0\psi_k''(\rho)\right)''-\beta_{0k}^2\left[\left(e_1\psi_k(\rho)\right)''+e_1\psi_k''(\rho)+\left(\frac{1}{b_{44}}\psi_k'(\rho)\right)'\right]+\beta_{0k}^4e_2\psi_k(\rho)=0,$$

$$\left[\beta_{0k}^{-2}\left(e_0\psi_k''(\rho)\right)'-b_{44}^{-1}\psi_k'(\rho)-\left(e_1\psi_k(\rho)\right)'\right]\Big|_{\rho=\pm1}=0,$$

$$\left[\beta_{0k}^{-2}e_0\psi_k''(\rho)-e_1\psi_k(\rho)\right]\Big|_{\rho=\pm1}=0,$$

where $e_0=\dfrac{b_{11}}{b_{12}^2-b_{11}b_{22}}$, $e_1=\dfrac{b_{12}}{b_{12}^2-b_{11}b_{22}}$, $e_2=\dfrac{b_{22}}{b_{12}^2-b_{11}b_{22}}$.

For the third iterative process, the main term of the asymptotic solution (1) for $\varepsilon\to0$ takes the form [3]:

$$m_k(\theta)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{\beta_{0k}\sin\theta}}\exp\left[-\varepsilon^{-1}\sqrt{\beta_{0k}^2}\,(\theta-\theta_1)\right](1+O(\varepsilon));\ around\ \ \theta=\theta_1.\\ \dfrac{1}{\sqrt{\beta_{0k}\sin\theta}}\exp\left[\varepsilon^{-1}\sqrt{\beta_{0k}^2}\,(\theta-\theta_2)\right](1+O(\varepsilon));around\ \ \theta=\theta_2.\end{cases}$$

Solutions (7), (8) have the character of a boundary layer. The stresses determined by the third iterative process are localized near the conic sections $\theta=\theta_j$ $(j=1,2)$, and as we move away from the conic sections, these solutions decrease exponentially. For imaginary β_{0k} Saint-Venant boundary layer decays very weakly, and solutions (7), (8) are penetrating solutions. In this case, the stress-strain state of the radially inhomogeneous transversally isotropic and radially inhomogeneous isotropic spheres are qualitatively different.

Using the Lagrange variational principle from the boundary conditions given on conic sections $\theta=\theta_j$ $(j=1,2)$, we derive an infinite system of linear algebraic equations to determine the value of constants D_k.

1.Akhmedov N.K., Mekhtiev M.F. Analysis of a three-dimensional problem of the theory of elasticity for an inhomogeneous truncated hollow cone // Journal Applied Mathematics and Mechanics.-1993.-57, N5,-P.871–877 .

2.Akhmedov N.K. Torsion of an inhomogeneous hollow cone of small thickness // International Applied Mechanics.-1994.-30, N3.-P. 62-66.

3.Akhmedov, N.K., Sofiyev, A.H. Asymptotic analysis of three-dimensional problem of elasticity theory for radially inhomogeneous transversally-isotropic thin hollow spheres // Thin-Walled Structures.-2019.- 139.-P. 232-241.

4. Akhmedov, N.K. Construction of a homogeneous solution to the elasticity theory problem for an in homogeneous truncated transversally isotropic cone // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies.-2023.-1, N7(121), -P.21-31.

5.Goldenweiser, A.L. Construction of an approximate theory of shell bending using asymptotic integration of the equations of elasticity theory // Journal of Applied Mathematics and Mechanics,-1963.- 27, N4.-P.593-608

V. Tanriverdi

SPIN REVERSAL OF THE HEAVY SYMMETRIC TOP

Haliç University, 5. Levent Mahallesi, 15 Temmuz Şehitler Caddesi,
No: 14/12 34060 Eyüpsultan/İSTANBUL, Türkiye; e-mail: vedattanriverdi@halic.edu.tr

KEYWORDS: Rigid body dynamics, Heavy symmetric top, Spin reversal

The motion of the heavy symmetric top or gyroscope is a counterintuitive motion and it has many interesting properties. In general, we give an initial spin to the heavy symmetric top and then it rotates on its own terms. We can think that it always spins in the initial spin direction. However, this is not always the case.

Lagrangian of the heavy symmetric top can be written by using Euler angles as [1]

$$L = \frac{I_x}{2}\left(\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2 \sin^2\theta\right) - \frac{I_z}{2}\left(\dot{\psi} - \dot{\phi}\cos\theta\right)^2 - Mgl\cos\theta \tag{1}$$

where I_z and I_x are moments of inertia along symmetry and other axes, respectively. M, g and l are mass, gravitational constant and distance from fixed point to the center of mass. It is known that there are two conserved angular momenta for this motion: $L_z = I_z\left(\dot{\psi} - \dot{\phi}\cos\theta\right)$ and $L_{z'} = I_x\dot{\phi}\sin^2\theta - I_z\left(\dot{\psi} - \dot{\phi}\cos\theta\right)\cos\theta$. These two conserved angular momenta and energy can be used to define motion type. Most of the motion types like motion with cusps, wavy precession or looping motion have been known for more than a century [2]. These motion types are classified according to change of inclination and precession angles. But, motion of a heavy symmetric top has other interesting properties.

We can define two constants a and b in terms of conserved angular momentum: $a = \frac{L_z}{I_x}$ and $b = \frac{L_z}{I_z}$. Then, we can find spin angular velocity as

$$\dot{\psi}(\theta) = \frac{I_x}{I_z}a - \frac{b - a\cos\theta}{\sin^2\theta}\cos\theta \tag{2}$$

In Fig.1, we see the change of spin angular velocity when $a > b$ at left and when $b > a$ at right when both a and are positive. And, as it can be seen, the spin reversal is possible when $b > a$.

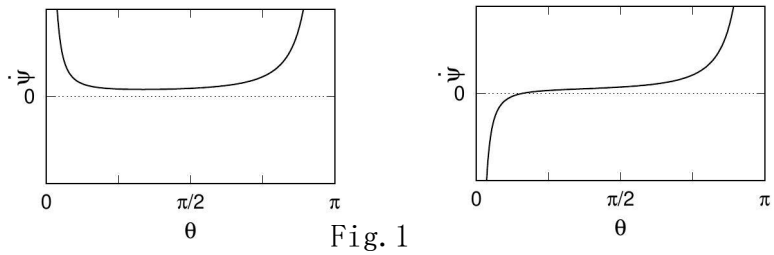


Fig. 1

From Eq. (2), we can find the inclination angle where spin reversal takes place as

$$\theta_{\dot{\psi}=0} = \arccos\left[\frac{\frac{b}{a} \pm \sqrt{\frac{b^2}{a^2} - 4\left(1 - \frac{I_x}{I_z}\right)\frac{I_x}{I_z}}}{2\left(1 - \frac{I_x}{I_z}\right)}\right]. \tag{3}$$

To observe spin reversal, this angle should be within the possible angles of the motion which is defined by energy [1].

The possibility of the spin reversal was theoretically considered previously [3]. And, in an experiment, a "jerky" motion observed [4] and later theoretical studies have shown that this "jerky" motion is the result of the spin reversal [5].

1. Tanriverdi V. Motion of the heavy symmetric top when magnitudes of conserved angular momenta are different - arXiv:2011.09348
2. Routh E. J. Advanced Dynamics of a System of Rigid Bodies - 1955 - New York: Dover
3. Tanriverdi V. Can a Gyroscope reverse its spin direction? - 2019 - Eur. J. Phys. - 40(6) - 065004
4. Cross R. The rise and fall of spinning tops - 2013 - Am. J. Phys. - 81- 280-289
5. Tanrıverdi V. Dissipative motion of a spinning heavy symmetric top - 2020 - Eur. J. Phys. - 41(5) - 055001

U. Babuscu Yesil , F. Aylikci, N. Yahnioglu

ON THE STABILITY LOSS OF CIRCULAR PIEZO-ELECTRIC CYLINDER UNDER UNIDIRECTIONAL PRESSURE

Department of Mathematical Eng., Faculty of Chemical and Metallurgical Engineering,
Yildiz Technical University, Istanbul, Turkey

This study investigates the analysis of the loss of stability of a piezo-electric circular cylinder under uniaxial pressure along the cylinder's axis. The considered problem is modeled as axisymmetric, and the mathematical modeling is carried out using the exact three-dimensional equations of the theory of nonlinear electro-elasticity for the piezo-electric materials (PZT). The critical parameters are determined using the "infinitesimal initial imperfection criterion". According to this criterion, the cylinder is assumed to have an initial imperfection before loading. When analyzing the evolution of these imperfections due to the external compressive force, the force that causes the amplitudes of this initial imperfection to increase to infinity is assumed as the critical force that causes the loss of stability of the cylinder.

The solution of the corresponding nonlinear problem is reduced to the solutions of series linear boundary value problems (or approach) in the framework of the well-known procedure detailed in Ref. [1]. From these series of boundary value problems, the sought critical parameters are determined only by solving the zeroth and the first boundary value problems (i.e., the zeroth and the first approach) [1]. The solution for the zeroth approach is determined analytically; however, the solution for the first approach is determined numerically by employing the Finite Element Method (FEM). The authors have developed all the algorithms and programs required for the numerical solution. The effects of various geometrical and material parameters and the coupling effect between the electric and mechanical fields on the loss of stability of the piezo-electrical cylinder under the axial compressive force have been studied. The form of the initial imperfection, which is assumed to exist in the structural element before loading, is given by the following equations:

$$r = R + L\sin(\alpha m t_3), \quad L \ll 1, \ \alpha = \pi/\ell, a = R + h/2, b = R - h/2, h = \text{const.} \tag{1}$$

where t_3 is a parameter and $t_3 \in (0,\ell)$; L is amplitude of the initial imperfection and m is the number of waves of initial imperfection. We introduce the dimensionless small parameter ε ($\varepsilon = L/\ell, 0 < \varepsilon \ll 1/m\pi$) which characterizes the degree of the initial imperfection.

The solution of the corresponding geometrical non-linear problem is presented in the power series form with respect to the small parameter ε as follows [1,2,3]:

$$\{\sigma_{rr},\sigma_{\theta\theta},\sigma_{zz},\sigma_{rz},\varepsilon_{rr},\varepsilon_{\theta\theta},\varepsilon_{zz},\varepsilon_{rz},u_r,u_z,\phi\} = \sum_{i=0}^{\infty}\varepsilon^i\left\{\sigma_{rr}^{(i)},\sigma_{\theta\theta}^{(i)},\sigma_{zz}^{(i)},\sigma_{rz}^{(i)},\varepsilon_{rr}^{(i)},\varepsilon_{\theta\theta}^{(i)},\varepsilon_{zz}^{(i)},\varepsilon_{rz}^{(i)},u_r^{(i)},u_z^{(i)},\phi^{(i)}\right\} \tag{2}$$

Substituting the presentation (2) into the non-linear equations mentioned above, we obtain corresponding coupled system equations for each approximation in (2) and corresponding boundary conditions. Moreover, the equations and boundary conditions obtained for the first and subsequent approximations contain quantities related to all the previous approximations. As noted above, to determine the values of the critical forces, we use the zeroth and the first approximations only. In this way, we obtain the following system of equations to determine these approximations.

The solution to the problem related to the zeroth approximation, is found analytically [2]; however, the solution related to the first approximation to the problem numerically by employing FEM [3].

Here, we present some numerical results related to the case where the material of the cylinder is PMN-PT, the values of the mechanic, piezoelectric, and dielectric constant of which are given in Table 1 [4].

Table 1.

PZT	c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{33}	c_{44}	c_{66}	e_{31}	e_{33}	e_{15}	ε_{11}	ε_{33}
PMN-PT	19.96	12.51	7.19	15.36	6.49	5.33	3.43	15.74	16.74	0.66	0.56
	$x10^{10}$ N/m^2						C/m^2			$x10^{-8}$ C/Vm	

Numerical results are given in the following two cases: a) Case 1: $e_{ij} = 0, \ \in_{ij} = 0, \ i; j = 1,2,3$ and b) Case 2: $e_{ij} \neq 0, \ \in_{ij} \neq 0, \ i; j = 1,2,3$. In Case 1, the coupling effect between the electrical and mechanical fields is not considered. However, in Case 2, this effect is taken into account, and by comparing the results obtained in Case 2 with the corresponding results obtained in Case 1, we can conclude the amount of the influence of the coupling field effect on the critical force.

Before analyzing the results related to the piezo-electric material, we consider some results related to the case where the material of the cylinder is isotropic elastic. These results are given in Table 2 and Table 3 for the solid and hollow cylinders, respectively. Note that the presented results regard the stability loss mode called "Chinese lantern", and therefore, an increase in the values of the ratio a/ℓ, in other words, a decrease in the height of the cylinder, leads to decrease in the values of the critical force p_{cr}/E.

Numerical results related to the piezo-electric solid cylinder, i.e., the values of p_{cr}/C_{44}^{PZT} are given in Table 4. Here, $b/\ell = 0$ represents the solid cylinder and $b/\ell \neq 0$ represents the hollow cylinder. According to the numerical results given in Table 4, the numerical results obtained in Case 2 are greater than the corresponding numerical results obtained in Case 1. It is concluded that considering the piezoelectricity causes an increase in the values of the critical parameters. This effect agrees well with some results, such as those given in Refs [3,4,5], and are explained as the stiffening effect of piezo-electric materials [5].

Table 2. The values of p_{cr}/E for various values of a/ℓ in the case where $b/\ell = 0$, $\nu = 0.3$, $m = 1$.

a/ℓ	p_{cr}/E
0.1	0.3787
0.2	0.3668
0.3	0.3484
0.4	0.3117
0.5	0.3018
0.6	0.2952
0.7	0.2922
0.8	0.2890

Table 3. The values of p_{cr}/E for various values of b/ℓ in the case where $a/\ell = 0.4$, $\nu = 0.3$, $m = 1$.

b/ℓ	p_{cr}/E
0.00	0.3117
0.12	0.2945
0.16	0.2670
0.20	0.2183
0.24	0.1500

Table 4. The values of p_{cr}/C_{44}^{PZT} for various values of b/ℓ in the case where $a/\ell = 0.4$, $m = 1$.

b/ℓ	p_{cr}/C_{44}^{PZT}	
	Case 1	Case 2
0.00	0.9172	0.9821
0.16	0.7651	0.8595
0.20	0.5855	0.6888
0.24	0.4511	0.5101

KEYWORDS: piezoelectric material; cylinder, stability loss, coupling field effect, critical force

[1] Akbarov S.D., Stability Loss and Buckling Delamination: Three-Dimensional Linearized Approach for Elastic and Viscoelastic Composites, Springer, Heidelberg, (2013).

[2] Akbarov S.D., Karakaya S., 3D analyses of the global stability loss of the circular hollow cylinder made from viscoelastic composite material. European Journal of Mechanics - A/Solids, **33**, 48-66 (2012). doi:10.1016/j.euromechsol.2011.11.005.

[3] Aylikci F., Akbarov S.D., Yahnioglu N., Buckling delamination of a PZT/Metal/PZT sandwich rectangular thick plate containing interface inner band cracks. *Composite Structures,* **202**,9-16, (2018). doi: 10.1016/j.compstruct.2017.09.106.

[4] Akbarov S.D., Kuzeci Z.E., The effect of piezoelectric material properties on the vibration amplitude of a hydro-piezoelectric system. 23rd National Mechanical Congress, Konya Technical University, Konya, Turkey (2023) (in the press).

[5] Yang J., An Introduction to the Theory of Piezoelectricity, Springer, (2004).

S.D. Akbarov[1,2], Z. Ekicioglu Kuzeci[3]

ON THE INFLUENCE OF THE FLUID VISCOSITY ON THE INTERFACE PRESSURE IN THE HYDRO-PIEZOELECTRIC SYSTEM UNDER ITS FORCED VIBRATION

[1] Department of Mechanical Engineering, Yildiz Technical University
34349, Besiktas, Istanbul, Turkiye, e-mail: akbarov@yildiz.edu.tr
[2] Institute of Mathematics and Mechanics of the National Academy of Sciences of Azerbaijan, AZ1141,Baku, Azerbaijan
[3]Department of Mechanical Engineering, Kirsehir Ahi Evran University,
40100, Kirsehir, Turkiye, e-mail: zeynep.kuzeci@ahievran.edu.tr

Studies on the forced vibration of the hydro-piezoelectric system consisting of a piezoelectric plate, compressible fluid and rigid wall is performed in the previous paper [1]. Investigations is expanded for the influence of the fluid viscosity to the stress on the plate-fluid interface in this annotation. The system is shown in Figure 1. According to this figure; h is the piezoelectric plate thickness, h_d is the fluid depth, respectively. The plate occupy the regions $\{-\infty < x_1 < +\infty,\ -h < x_2 < 0,\ -\infty < x_3 < +\infty\}$ and the fluid occupies the region $\{-\infty < x_1 < +\infty,\ -h-h_d < x_2 < -h, -\infty < x_3 < +\infty\}$. Also, the Cartesian coordinate system $Ox_1x_2x_3$ on the upper surface plane of the plate is defined and Ox_3 axis is perpendicular to the figure plane. The plane strain state in the plate and the two-dimensional flow of the fluid on the plane Ox_1x_2 are considered. Furthermore, it is assumed that the homogeneous time-harmonic linear mechanical force with intensity P_0 is applied at the upper surface of the plate.

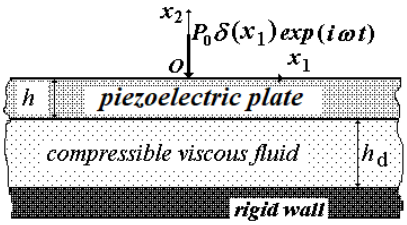


Fig.1.

In the problem mathematical formulation, the equations of the motion of the piezoelectric plate and the constitutive equations are given in equations (1) and (2), respectively.

$$\frac{\partial\sigma_{11}}{\partial x_1}+\frac{\partial\sigma_{12}}{\partial x_2}=\rho\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2},\ \frac{\partial\sigma_{12}}{\partial x_1}+\frac{\partial\sigma_{22}}{\partial x_2}=\rho\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2},\ \frac{\partial D_1}{\partial x_1}+\frac{\partial D_2}{\partial x_2}=0 \quad (1)$$

$$\sigma_{11}=c_{11}\gamma_{11}+c_{13}\gamma_{22}-e_{31}E_2,\ldots,\quad \sigma_{12}=c_{44}(\gamma_{12}+\gamma_{21})-e_{15}E_1, D_1=e_{15}(\gamma_{12}+\gamma_{21})+\varepsilon_{11}E_1, \quad (2)$$

In above equations, σ_{11}, σ_{12}, and σ_{22} are the components of the mechanical stress tensor in the plane-strain state; u_1 and u_2 are the components of the mechanical displacement vector; γ_{11}, γ_{22}, and γ_{12} are components of the mechanical strain tensor; D_1 and D_2 are components of the electrical displacement vector; φ is an electric potential; c_{11}, c_{33}, c_{13}, and c_{44} are elastic constants; e_{31}, e_{33}, and e_{15} are piezoelectric constants; and ε_{11} and ε_{33} are dielectric constants. The linearized Navier Stokes equations defining the fluid flow, fluid continuity equation, and the linearized rheological relations equations are given in equation (3),(4), and (5), respectively.

$$\rho_0^{(1)}\frac{\partial V_1}{\partial t}-\mu^{(1)}\left(\frac{\partial^2 V_1}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 V_1}{\partial x_2^2}\right)+\frac{\partial p^{(1)}}{\partial x_1}-(\mu^{(1)}+\lambda^{(1)})\frac{\partial\theta}{\partial x_1}=0,\ \rho_0^{(1)}\frac{\partial V_2}{\partial t}-\mu^{(1)}\left(\frac{\partial^2 V_2}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 V_2}{\partial x_2^2}\right)+\frac{\partial p^{(1)}}{\partial x_2}-(\mu^{(1)}+\lambda^{(1)})\frac{\partial\theta}{\partial x_2}=0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial\rho^{(1)}}{\partial t}+\rho_0^{(1)}\left(\frac{\partial V_1}{\partial x_1}+\frac{\partial V_2}{\partial x_2}\right)=0 \quad (4)$$

$$T_{11}=-p^{(1)}+\lambda^{(1)}\theta+2\mu^{(1)}e_{11},\ldots,\quad T_{33}=-p^{(1)}+\lambda^{(1)}\theta, T_{12}=2\mu^{(1)}e_{12},\ p^{(1)}=a_0^2\rho^{(1)},\ a_0^2=\frac{\partial p_0^{(1)}}{\partial\rho_0^{(1)}} \quad (5)$$

In fluid field's equations, $\rho_0^{(1)}$ is the fluid density before perturbation, $p_0^{(1)}$ is the hydrostatic pressure before perturbation, $\rho^{(1)}$ is the perturbation of the fluid density, $p^{(1)}$ is the perturbation of the pressure, V_1 and V_2 are the components of the fluid flow velocity vector in the directions of the Ox_1 and Ox_2 axes, respectively, T_{ij} and e_{ij} $(ij=11;22;12)$ are the components of the stress and strain velocity tensors in the fluid, a_0 is the sound velocity in the fluid, $\lambda^{(1)}$ and $\mu^{(1)}$ are the coefficients of the fluid viscosity. To the aforementioned equations and relations, the following representations for the velocities V_1 and V_2 and the pressure $p^{(1)}$ are also added.

$$V_1 = \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x_1} + \frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial x_2},\ V_2 = \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial x_2} - \frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial x_1},\ p^{(1)} = \rho_0^{(1)}\left(\frac{\lambda^{(1)}+2\mu^{(1)}}{\rho_0^{(1)}}\Delta - \frac{\partial}{\partial t}\right)\varphi^{(1)}, \tag{6}$$

when the following equations are satisfied by potentials $\varphi^{(1)}$ and $\psi^{(1)}$:

$$\left[\left(1+\frac{\lambda^{(1)}+2\mu^{(1)}}{a_0^2\rho_0^{(1)}}\frac{\partial}{\partial t}\right)\Delta - \frac{1}{a_0^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right]\varphi^{(1)} = 0,\ \left(\nu^{(1)}\Delta - \frac{\partial}{\partial t}\right)\psi^{(1)} = 0,\ \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \tag{7}$$

If we take $p^{(1)} = -(T_{11}+T_{22}+T_{33})/3$, then the expression $\lambda^{(1)} = -2\mu^{(1)}/3$ can be deduced from the rheological relations in (5). Note that the formulation above is written for the case where the fluid is a compressible viscous one. However, this formulation was changed for the case where the fluid is inviscid. If we take $\mu^{(1)} = \lambda^{(1)} = 0$ and $\psi^{(1)} = 0$ in the foregoing relations and equations related to the fluid and ignore the compatibility and impermeability conditions with respect to the velocity V_1, then we obtain the corresponding formulation for the corresponding inviscid fluid case. The last part of the mathematical formulation specifies the boundary, contact, and impermeability conditions. The following conditions are defined to solve the problem; boundary conditions of the upper surface of the piezoelectric plate are given in equation (8), the compatibility conditions on the interface plane of the piezoelectric plate and fluid are given in equation (9), impermeability conditions on the the rigid wall is given in (10), and boundary conditions for the electrical part is given in equation (11).

$$\sigma_{21}|_{x_2=0} = 0,\ \sigma_{22}|_{x_2=0} = -P_0\delta(x_1)e^{i\omega t} \tag{8}$$

$$\left.\frac{\partial u_1}{\partial t}\right|_{x_2=-k} = V_1|_{x_2=-k},\ \left.\frac{\partial u_2}{\partial t}\right|_{x_2=-k} = V_2|_{x_2=-k},\ \sigma_{21}|_{x_2=-k} = T_{21}|_{x_2=-k},\ \sigma_{22}|_{x_2=-k} = T_{22}|_{x_2=-k} \tag{9}$$

$$V_1|_{x_2=-k-k_1} = 0,\ V_2|_{x_2=-k-k_1} = 0 \tag{10}$$

$$D_2|_{x_2=0} = 0,\ D_2|_{x_2=-k} = 0 \tag{11}$$

Considering the characteristic of time-dependent harmonic vibration, all investigated parameters of the problem were defined in the form of $g(x_1, x_2, t) = \bar{g}(x_1, x_2)e^{i\omega t}$. Thus, these expressions $\omega(\bar{s})$ and $-\omega^2(\bar{s})$ were written instead of the derivatives $\partial(\bullet)/\partial t$ and $\partial^2(\bullet)/\partial t^2$. Following this mathematical procedure; boundary, contact, compatibility, and impermeability equations were used to obtain the amplitudes of investigated parameters. For the solution of these equations, we employed the exponential Fourier transform that is given in equation (12). The amplitudes of the investigated parameters were given by equation (13).

$$f_F(s, x_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1, x_2)e^{-isx_1}dx_1 \tag{12}$$

$$u_1 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} u_{1F}(s,x_2)e^{isx_1}ds,\ \ldots,\quad \sigma_{11} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \sigma_{11F}(s,x_2)e^{isx_1}ds,\ \ldots,\quad D_1 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} D_{1F}(s,x_2)e^{isx_1}ds,$$
$$\varphi = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_F(s,x_2)e^{isx_1}ds,\ \ldots,\quad V_1 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} V_{1F}(s,x_2)e^{isx_1}ds,\ \ldots,\quad T_{11} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} T_{11F}(s,x_2)e^{isx_1}ds,\ \ldots \tag{13}$$

The boundary value problem was effectively solved using the exponential Fourier transform in order to get an analytical solution. After obtaining the transforms of desired values, the original values were found numerically from the relation given in equation (14). All these calculations are performed automatically with the PC programs in MATLAB.

$$\{\sigma_{22}, \sigma_{12}, \sigma_{11}, D_1, D_2, \varphi, u_1, u_2, T_{22}, T_{12}, T_{11}, V_1, V_2\} = \frac{1}{2\pi}Re\left\{e^{i\omega t}\int_{-\infty}^{\infty}\begin{bmatrix}\sigma_{22F}, \sigma_{12F}, \sigma_{11F}, D_{1F}, D_{2F},\\ \varphi_F, u_{1F}, u_{2F}, T_{22F}, T_{12F},\\ T_{11F}, V_{1F}, V_{2F}\end{bmatrix} e^{isx_1}ds\right\} \tag{14}$$

All mathematical solutions cannot be given here due to page limits. For detailed solution we can refer to the reference [1]. In this research, the numerical results are obtained for the piezoelectric materials whose properties are given in Table 1. For the fluid, we select the Glycerin with viscosity coefficient $\mu^{(1)} = 1{,}393\ kg/m.s$, density $\rho_0^{(1)} = 1260\ kg/m^3$ and sound speed $a_0 = 1927\ m/s$. The numerical results in Fig. 2 illustrate the influence of the fluid viscosity on the frequency response of the dimensionless interface normal stress $T_{22}h/P_0$ calculated at the point $x_1/h = 0$.

Table 1. The mechanical, piezoelectric, and dielectric constants of selected piezoelectric materials [2,3]

Materials	$c_{44} \times 10^{-10}$ (N/m^2)	$c_{11} \times 10^{-10}$ (N/m^2)	$c_{13} \times 10^{-10}$ (N/m^2)	$c_{33} \times 10^{-10}$ (N/m^2)	$\rho\ (kg/m^3)$
PZT-2	2.22	13.5	6.81	11.3	7600
PMN-%28PT	6.49	19.96	7.19	15.36	8102
Materials	$e_{31}(C/m^2)$	$e_{33}(C/m^2)$	$e_{15}(C/m^2)$	$\varepsilon_{11} \times 10^{-9}$ (F/m)	$\varepsilon_{33} \times 10^{-9}(F/m)$
PZT-2	-1.9	9.0	9.8	8.7	3.9
PMN-%28PT	3.43	15.74	16.74	0.66	0.56

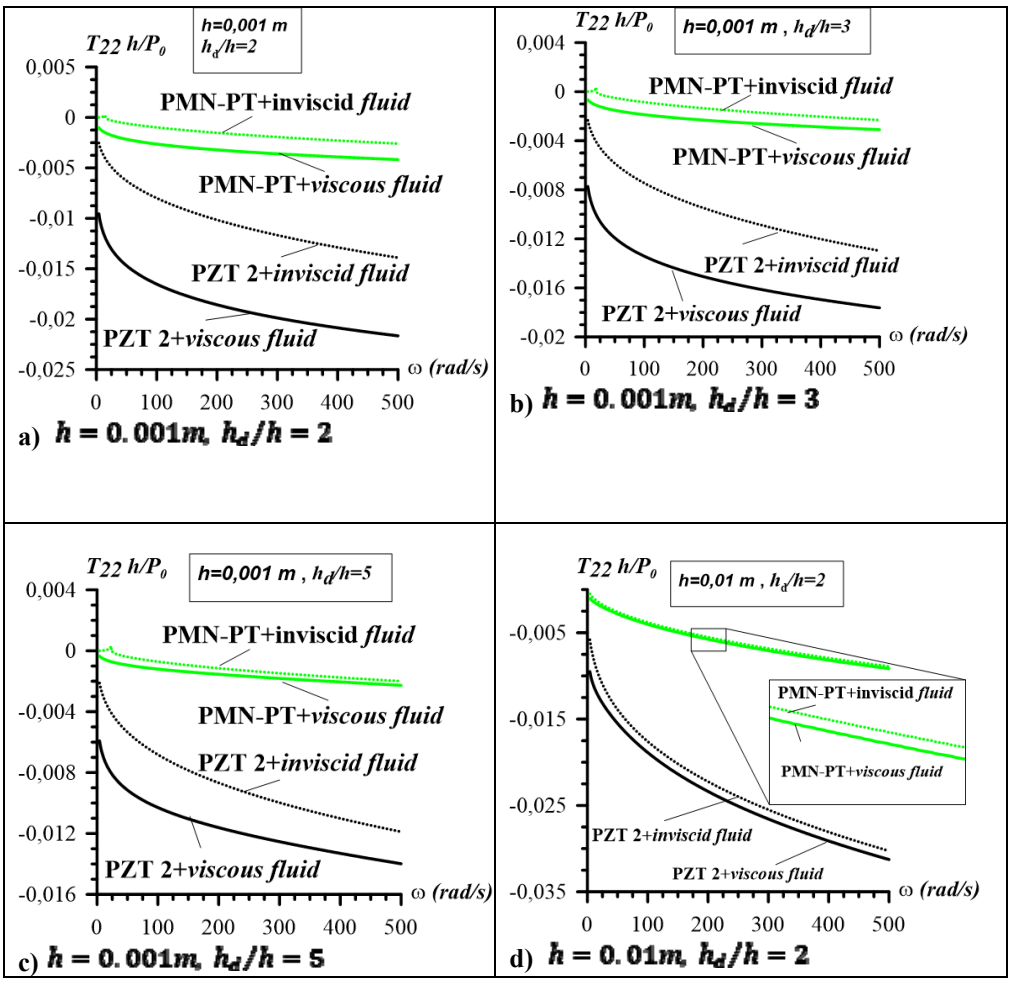


Fig.2. Frequency response of the interface stress

The numerical results shown in Figs 2a, 2b, 2c indicate that the absolute values of the interface pressure decrease as fluid depth increases, i.e. with the ratio h_d/h. Additionally, it can be seen that the pressure value rises as plate thickness increases by comparing Figures 2a and 2d. Fluid viscosity causes the absolute value of the interface pressure to increase. Also, the difference between the influence of viscous and inviscid fluid on pressure reduces as the ratio h_d/h rises.

KEYWORDS: piezoelectric plate; forced vibration; fluid viscosity

1. Z. E. Kuzeci and S. D. Akbarov, "The influence of the coupling effect of physical-mechanical fields on the forced vibration of the hydro-piezoelectric system consisting of a PZT layer and a viscous fluid with finite depth," Structural Engineering and Mechanics , vol.85, no.2, pp.247-263, 2023.
2. Yang, J. , *An introduction to the theory of piezoelectricity*, Springer New York, 1st ed., NY, 2005.
3. M. Shanthi, L. C. Lim, K. K. Rajan, and J. Jin, Complete sets of elastic, dielectric, and piezoelectric properties of flux-grown [011]- poled Pb (Mg 1 3 Nb 2 3) O 3 - (28 – 32) % Pb Ti O 3 single crystals, Applied Physics Letters 92, 142906, 2008.

Y.M. Sevdimaliyev[1], N. Yahnioglu[2]

ON THE INFLUENCE OF IMPERFECT CONTACT CONDITIONS ON THE NATURAL FREQUENCIES OF A THREE-LAYER HOLLOW SPHERE FOR TORSIONAL VIBRATION

[1]Baku State University, Azerbaijan
[2] Yildiz Technical University,Istanbul, Turkey

The study of the problem of the effect of imperfect contact conditions on the natural frequencies of three-layer spheres was started with the investigations carried out in the paper [1] spherical vibration modes. In the present work, we attempt to develop this investigation for the torsional mode.

Consider a three-layer (sandwich) hollow sphere with outer and inner radii a and b, respectively, and associate with the center of this sphere the spherical coordinate system $Or\theta\varphi$. Let us assume that the thicknesses of the inner, middle, and outer layers of the sphere are h_1, h_2, and h_3 respectively, Accordingly, the sphere occupies the area Ω, where $\Omega=\bigcup_{k=1}^{3}\Omega_k$, $\Omega_3=\{b\le r\le b+h_3, 0\le\theta\le\pi, 0\le\varphi\le 2\pi\}$, $\Omega_2=\{b+h_3\le r\le b+h_3+h_2,, 0\le\theta\le\pi, 0\le\varphi\le 2\pi\}$, $\Omega_1=\{b+h_3+h_2\le r\le a, 0\le\theta\le\pi, 0\le\varphi\le 2\pi\}$. Assume that the face layers of the sphere are made of the same material, but are different from the material of the middle layer. In this framework, we study the natural vibration of the sphere in the context of a piecewise homogeneous body model, using the exact three-dimensional equations and relations of elastodynamics satisfied separately for each layer. These equations and relations are:

$$\frac{\partial\sigma_{rr}^{(k)}}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\sigma_{\varphi r}^{(k)}}{\partial\varphi}+\frac{1}{r\sin\varphi}\frac{\partial\sigma_{\theta r}^{(k)}}{\partial\theta}+\frac{1}{r}\left(2\sigma_{rr}^{(k)}-\sigma_{\varphi\varphi}^{(k)}-\sigma_{\theta\theta}^{(k)}+\sigma_{\varphi r}^{(k)}\operatorname{ct}g\varphi\right)=\rho^{(k)}\frac{\partial^2 u_r^{(k)}}{\partial t^2},\ \ldots,$$

$$\sigma_{rr}^{(k)}=\lambda_k(\varepsilon_{rr}^{(k)}+\varepsilon_{\theta\theta}^{(k)}+\varepsilon_{\varphi\varphi}^{(k)})+2\mu_k\varepsilon_{rr}^{(k)},\ \ldots,\ \varepsilon_{rr}^{(k)}=\frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r},\quad \varepsilon_{\theta\theta}^{(k)}=\frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial\theta}+\frac{1}{r}u_r^{(k)},\ldots \tag{1}$$

We assume that in the inner and outer face surfaces of the sphere, the tracking-free conditions are satisfied. Moreover, assume that between the interface surfaces between the layers, the perfect contact conditions with respect to the forces are satisfied. However, with respect to the displacements we have the following normal-spring and shear-spring-type imperfect contact conditions:

$$u_r^{(1)}\Big|_{r=a-h_1}-u_r^{(2)}\Big|_{r=a-h_1}=\frac{F_1h_1}{\mu_1}\sigma_{rr}^{(1)},\ u_\theta^{(1)}\Big|_{r=a-h_1}-u_\theta^{(2)}\Big|_{r=a-h_1}=\frac{F_2h_1}{\mu_1}\sigma_{r\theta}^{(1)},\ u_\varphi^{(1)}\Big|_{r=a-h_1}-u_\varphi^{(2)}\Big|_{r=a-h_1}=\frac{F_3h_1}{\mu_1}\sigma_{r\varphi}^{(1)},$$

$$u_r^{(2)}\Big|_{r=a-h_1-h_2}-u_r^{(3)}\Big|_{r=a-h_1-h_2}=\frac{F_4h_2}{\mu_2}\sigma_{rr}^{(3)},\qquad u_\theta^{(2)}\Big|_{r=a-h_1-h_2}-u_\theta^{(3)}\Big|_{r=a-h_1-h_2}=\frac{F_5h_2}{\mu_2}\sigma_{r\theta}^{(2)},$$

$$u_\varphi^{(2)}\Big|_{r=a-h_1-h_2}-u_\varphi^{(3)}\Big|_{r=a-h_1-h_2}=\frac{F_6h_2}{\mu_2}\sigma_{r\varphi}^{(2)}\ . \tag{2}$$

where F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, and F_6 are the parameters characterizing the degree of the corresponding imperfectness.

For the solution to the formulated problem, the displacements in the spherical coordinate system are expressed through the Helmholtz potentials $\phi^{(k)}(r,\varphi,\theta,t)$, $\chi^{(k)}(r,\varphi,\theta,t)$ and $\psi^{(k)}(r,\varphi,\theta,t)$ [2], as follows.

$$u_r^{(k)}=\frac{\partial\phi^{(k)}}{\partial r}+\frac{\partial^2(r\chi^{(k)})}{\partial r^2}-r\nabla^2\chi^{(k)},\quad u_\theta^{(k)}=\frac{1}{r}\frac{\partial\phi^{(k)}}{\partial\theta}+\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial\psi^{(k)}}{\partial\varphi}+\frac{1}{r}\frac{\partial^2(r\chi^{(k)})}{\partial\theta\partial r},$$

$$u_\varphi^{(k)}=\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\phi^{(k)}}{\partial\varphi}-\frac{\partial\psi^{(k)}}{\partial\theta}+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial^2(r\chi^{(k)})}{\partial\varphi\partial r}.\qquad k=1,2,3 \tag{3}$$

where the potentials satisfy the following equations:

$$\nabla^2\phi^{(k)}-\frac{1}{(c_1^{(k)})^2}\frac{\partial^2\phi^{(k)}}{\partial t^2}=0,\ \nabla^2\chi^{(k)}-\frac{1}{(c_2^{(k)})^2}\frac{\partial^2\chi^{(k)}}{\partial t^2}=0,\quad \nabla^2\psi^{(k)}-\frac{1}{(c_2^{(k)})^2}\frac{\partial^2\psi^{(k)}}{\partial t^2}=0. \tag{4}$$

where $c_1^{(k)} = \sqrt{(\lambda^{(k)} + 2\mu^{(k)})/\rho^{(k)}}$ and $c_2^{(k)} = \sqrt{\mu^{(k)}/\rho^{(k)}}$ are the velocities of the longitudinal and transverse waves propagating in the $k-th$ materials under consideration, respectively, $\nabla^2(\bullet)$ is the Laplace operator, and its expression in the spherical coordinate system is

$$\nabla^2 f = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial f}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial\varphi^2} \ . \tag{5}$$

For the problem under consideration, according to [1, 2], the solutions to the equations in (4) we present as follows:

$$\phi^{(k)}(r,\theta,\varphi,t) = \left[A^{(k)} j_n(\alpha^{(k)} r) + B^{(k)} y_n(\alpha^{(k)} r)\right] P_n^m(\cos\theta)\cos m\varphi e^{i\omega t} ,$$

$$\psi^{(k)}(r,\theta,\varphi,t) = \left[C^{(k)} j_n(\beta^{(k)} r) + D^{(k)} y_n(\beta^{(k)} r)\right] P_n^m(\cos\theta)\sin m\varphi e^{i\omega t} ,$$

$$\chi^{(k)}(r,\theta,\varphi,t) = \left[E^{(k)} j_n(\beta^{(k)} r) + F^{(k)} y_n(\beta^{(k)} r)\right] P_n^m(\cos\theta)\cos m\varphi e^{i\omega t} \ , \ \alpha^{(k)} = \omega/c_1^{(k)} \ , \ \beta^{(k)} = \omega/c_2^{(k)} \ , \tag{6}$$

where $A^{(k)}, B^{(k)}, C^{(k)}, D^{(k)}, E^{(k)}$ and $F^{(k)}$ are unknown constants, $j_n(\bullet)$ and $y_n(\bullet)$ – spherical Bessel functions of the first and second kind, respectively, and $P_n^m(\bullet)$ associated Legendre polynomial of $m-th$ order and $n-th$ harmonic; ω-frequency of harmonic oscillations of the sphere. Using the solutions in (6) we obtain the following expressions for the displacements.

$$u_r^{(k)} = \frac{1}{r}\left\{A^{(k)}u_{11}^{(k)} + B^{(k)}u_{12}^{(k)} + E^{(k)}u_{31}^{(k)} + F^{(k)}u_{32}^{(k)}\right\} X_{nm}(\theta)\cos m\varphi e^{i\omega t} ,$$

$$u_\theta^{(k)} = \frac{1}{r}\left\{\left[A^{(k)}v_{11}^{(k)} + B^{(k)}v_{12}^{(k)} + E^{(k)}v_{31}^{(k)} + F^{(k)}v_{32}^{(k)}\right] Y_{nm}(\theta) + (C^{(k)}v_{21}^{(k)} + D^{(k)}v_{22}^{(k)})\frac{m}{\sin\theta} X_{nm}(\theta)\right\}\cos m\varphi e^{i\omega t} ,$$

$$u_\varphi^{(k)} = \frac{1}{r}\left\{\left[A^{(k)}v_{11}^{(k)} + B^{(k)}v_{12}^{(k)} + E^{(k)}v_{31}^{(k)} + F^{(k)}v_{32}^{(k)}\right]\frac{-m}{\sin\theta} X_{nm}(\theta) + (-C^{(k)}v_{21}^{(k)} - D^{(k)}v_{22}^{(k)}) Y_{nm}(\theta)\right\}\sin m\varphi e^{i\omega t} , \tag{7}$$

Here, $A^{(k)}$, $B^{(k)}$, $C^{(k)}$, $D^{(k)}$, $E^{(k)}$, and $F^{(k)}$ are the unknown constants. Using the corresponding relations and equations we obtain corresponding expressions for the stresses which also contain these unknown constants. Further, boundary and contact conditions we obtain system linear algebraic equations with respect to these constants. By direct verification it is established that these system equations are consists two uncoupled system of equations, the first of which contain only the unknown constants $A^{(k)}$, $B^{(k)}$, $E^{(k)}$, and $F^{(k)}$ but the second system of equations only the unknowns $C^{(k)}$, and $D^{(k)}$. The first group equations regard the spheroidal vibration mode, however, the second group equations to the torsional vibration mode. Equating to zero the determinant of the coefficient matrix of the second (first) group of equations we obtain the characteristic equation for the torsional (spheroidal) vibration mode. In solving these equations the natural frequencies are determined and analyzed. This determination and analysis for the spheroidal vibration mod was made in the paper [1]. The present paper studies and analyzes the natural frequencies related to the torsional vibration mode. The characteristic equation for this case is presented as follows

$$\det\left(\delta_{p_1 p_2}(F_2, F_3, F_5, F_6)\right) = 0, \ p_1; p_2 = 1,2,...,6 \ . \tag{8}$$

The novelty in equation (8) is caused by the parameters F_2, F_3, F_5, and F_6. Under obtaining numerical results the equation (8) is solved numerically by employing corresponding algorithm and PC program.

Consider some numerical results related to the dimensionless natural frequency $\Omega = \omega a\sqrt{\rho^{(1)}/\mu^{(1)}}$ obtained in the case where $E_1 = E_3$; $h_1 = h_2 = h_3 = h/3$; $h/a = 0.6$; $b/a = 0.4$ and $F_3 = F_5 = F_6 = 0$. These results are presented in Table 1 from which follows the imperfectness of the contact condition leads to a decrease in the values of the natural frequencies.

Table 1.

n	F_2	E_2/E_1						
		0.1	0.2	1	3	5	10	20
0	0	1.2932	2.8409	5.8649	6.8072	6.8177	6.6696	6.5245
	0.5	1.2211	2.5808	3.8228	3.4314	3.2443	3.0632	2.956
	1	1.1563	2.3772	3.1085	2.7076	2.547	2.3961	2.3082
	2	1.0442	2.0732	2.4195	2.0569	1.9242	1.8018	1.7313
	3	0.9506	1.8518	2.0435	1.7131	1.596	1.4888	1.4272
	5	0.8018	1.5406	1.6048	1.319	1.2203	1.1305	1.0793
	10	0.564	1.0987	1.0802	0.8576	0.783	0.7159	0.6781
1	0	2.8579	3.8416	6.3575	7.1045	7.0575	6.8721	6.7126
	0.5	2.774	3.562	4.2448	3.7535	3.55	3.356	3.2414
	1	2.6998	3.3483	3.559	3.0803	2.9056	2.7429	2.6479
	2	2.5734	3.0396	2.9237	2.4971	2.3517	2.2181	2.1406
	3	2.469	2.8225	2.5895	2.2002	2.0707	1.9524	1.884
	5	2.3047	2.5277	2.212	1.8704	1.7594	1.6584	1.6001
	10	2.0346	2.123	1.7759	1.4954	1.4059	1.3247	1.278
2	0	2.306	2.3496	2.4748	2.5927	2.6478	2.7102	2.7532
	0.5	2.3032	2.3441	2.4596	2.5697	2.6238	2.6889	2.7376
	1	2.3005	2.339	2.4456	2.5474	2.5988	2.6638	2.7164
	2	2.2955	2.3298	2.4209	2.5061	2.5495	2.6063	2.6561
	3	2.291	2.3217	2.4002	2.4706	2.5055	2.5498	2.5869
	5	2.2831	2.3082	2.3677	2.4162	2.4383	2.4638	2.4824
	10	2.2683	2.2846	2.3181	2.3407	2.3495	2.3584	2.364
3	0	3.5754	3.6364	3.8505	4.0522	4.1471	4.2565	4.334
	0.5	3.5694	3.6215	3.7844	3.9278	3.998	4.088	4.1658
	1	3.5642	3.6092	3.7362	3.8359	3.8807	3.9336	3.9735
	2	3.5553	3.5899	3.6728	3.7258	3.7462	3.7671	3.7806
	3	3.548	3.5755	3.6337	3.6659	3.6772	3.6881	3.6947
	5	3.5369	3.5554	3.5887	3.604	3.6089	3.6133	3.6159
	10	3.5201	3.5289	3.5417	3.5466	3.548	3.5492	3.5499

KEYWORDS: hollow sandwich sphere; natural frequency; torsional vibration mode; imperfect contact conditions

1. Sevdimaliyev Y. M., Akbarov S.D., Yahnioglu N., The influence of imperfect contact conditions between layers of a hollow sandwich sphere on its natural frequencies. Mechanics of Composite Materials, **56**, N.4, 541-554 (2020).

2. Eringen A.C., Suhubi E.S., Elastodynamics, Vol.I, Finite Motion, Vol.II, Linear Theory, Academic Press,(1975).

S.D. Akbarov[1,2], E.T. Bagirov[2], and C. Ipek[3]

THE INFLUENCE OF THE IMPERFECT CONTACT CONDITION ON THE DISPERSION OF THE AXISYMMETRIC WAVES IN THE BI-LAYERED HOLLOW CYLINDER WITH INHOMOGENEOUS INITIAL STRESSES

[1]Faculty of Mechanical Engineering, Yildiz Technical University,
34349, Istanbul, Turkey; e-mail: akbarov@yildiz.edu.tr
[2]Institute of Mathematics and Mechanics of Science and Education Ministry Republic of Azerbaijan,
Baku, Azerbaijan Az141

[3] Department of Civil Engineering, Istanbul Medeniyet University, Istanbul, Turkey

In the papers [1, 2] it was developed the method of solution for solution of the dynamic problems for the bi-layered cylinder with inhomogeneous initial stresses caused by the inner and external hydro-static pressure. These investigations were made within the framework of the piece-wise homogeneous body model by utilizing the three-dimensional linearized theory of elastic waves in bodies with initial stresses [3]. However, in these investigations, it was assumed that the contact between the layers on the interface surface between them is perfect. However, it is known that in many cases the perfectness of the contact conditions is violated. In connection with these, in the present work, the investigations carried out in the papers [1, 2] are developed for the case where the mentioned contact conditions are shear-spring type imperfect. Wherein, the axisymmetric case is considered and the equations of motion are written as follows.
The equations of motion:

$$\frac{\partial t_{rr}^{(n)}}{\partial r}+\frac{\partial t_{zr}^{(n)}}{\partial z}+\frac{1}{r}(t_{rr}^{(n)}-t_{\theta\theta}^{(n)})=\rho^{(n)}\frac{\partial^2 u_r^{(n)}}{\partial t^2},\ \frac{\partial t_{rz}^{(n)}}{\partial r}+\frac{1}{r}t_{rz}^{(n)}+\frac{\partial t_{zz}^{(n)}}{\partial z}=\rho^{(n)}\frac{\partial^2 u_z^{(4)}}{\partial t^2},\ n=1,2\,. \tag{1}$$

$$t_{rr}^{(n)}=\sigma_{rr}^{(n)}+\sigma_{rr}^{(n)0}(r)\frac{\partial u_r^{(n)}}{\partial r},\ \ t_{rz}^{(n)}=\sigma_{rz}^{(n)}+\sigma_{rr}^{(n)0}(r)\frac{\partial u_z^{(n)}}{\partial r},\ t_{\theta\theta}^{(n)}=\sigma_{\theta\theta}^{(n)}+\sigma_{\theta\theta}^{(n)0}(r)\frac{u_r^{(n)}}{r},$$

$$t_{zr}^{(n)}=\sigma_{zr}^{(n)}+\sigma_{zz}^{(n)0}(r)\frac{\partial u_r^{(n)}}{\partial z},t_{zz}^{(n)}=\sigma_{zz}^{(n)}+\sigma_{zz}^{(n)0}(r)\frac{\partial u_z^{(n)}}{\partial z}. \tag{2}$$

The elasticity and strain-displacement relations:

$$\sigma_{(jj)}^{(n)}=\lambda^{(n)}(\varepsilon_{rr}^{(n)}+\varepsilon_{\theta\theta}^{(n)}+\varepsilon_{zz}^{(n)})+2\mu^{(n)}\varepsilon_{(jj)}^{(n)}\ ,\ (jj)=rr;\theta\theta;zz\,,\ \sigma_{rz}^{(n)}=2\mu^{(n)}\varepsilon_{rz}^{(n)}\ . \tag{4}$$

$$\varepsilon_{rr}^{(n)}=\frac{\partial u_r^{(n)}}{\partial r}\ ,\ \varepsilon_{\theta\theta}^{(n)}=\frac{u_r^{(n)}}{r},\ \varepsilon_{zz}^{(n)}=\frac{\partial u_z^{(n)}}{\partial z},\ \varepsilon_{rz}^{(n)}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_r^{(n)}}{\partial z}+\frac{\partial u_z^{(n)}}{\partial r}\right). \tag{5}$$

We add to the equations (1) – (5) the following contact and boundary conditions:

$$\sigma_{rr}^{(1)}\Big|_{r=R+h^{(1)}+h^{(2)}}=0\,,\ \sigma_{rz}^{(1)}\Big|_{r=R+h^{(1)}+h^{(2)}}=0\,,\ \ \sigma_{rr}^{(1)}\Big|_{r=R+h^{(1)}}=\sigma_{rr}^{(2)}\Big|_{r=R+h^{(1)}},$$

$$\sigma_{rz}^{(1)}\Big|_{r=R+h^{(1)}}=\sigma_{rz}^{(2)}\Big|_{r=R+h^{(1)}},\ \ u_r^{(1)}\Big|_{r=R+h^{(1)}}=u_r^{(2)}\Big|_{r=R+h^{(1)}},$$

$$u_z^{(1)}\Big|_{r=R+h^{(1)}}-u_z^{(2)}\Big|_{r=R+h^{(1)}}=F\frac{R}{\mu^{(1)}}\sigma_{rz}^{(1)}\Big|_{r=R+h^{(1)}},\ \sigma_{rr}^{(2)}\Big|_{r=R}=0\,,\ \sigma_{rz}^{(2)}\Big|_{r=R}=0\,. \tag{6}$$

Here F is the shear-spring type parameter and $0\le F\le\infty$, where the case where $F=0$ corresponds to the perfect contact conditions, but the case where $F=\infty$ corresponds to the entirely slipping imperfectness of the contact condition. Moreover, $\sigma_{rr}^{(n)0}(r)$, $\sigma_{\theta\theta}^{(n)0}(r)$, and $\sigma_{zz}^{(n)0}(r)$ are the initial stresses in the hollow cylinder, $h^{(2)}$ and $h^{(1)}$ are the thickness of the outer and inner layers of the cylinder, R is the inner radius of the inner layer of the cylinder. The other notation used in (1) – (6) is conventional.

Note that the main difference of the present work from the works [1, 2] is the imperfectness of the contact condition with respect to the axial displacements $u_z^{(1)}$, and $u_z^{(2)}$.

Before considering the solution to the eigenvalue problem (1) - (6) we determine the initial stress state in the bi-layered hollow cylinder in the case where the hydro-static pressure with intensity p_0 acts in the interior of the cylinder. In other words, the stresses $\sigma_{rr}^{(n)0}(r)$, $\sigma_{\theta\theta}^{(n)0}(r)$, and $\sigma_{zz}^{(n)0}(r)$ which enter in equation (2) are determined. Then the mentioned eigenvalue problem is solved by employing the discrete-analytical method developed and employed in the papers [1, 2]. Under obtaining the concrete numerical results it is assumed that the material of the inner cylinder is steel, but the material of the outer cylinder is aluminum. The case where the initial stresses are caused only by the internal hydro-static pressure is considered.

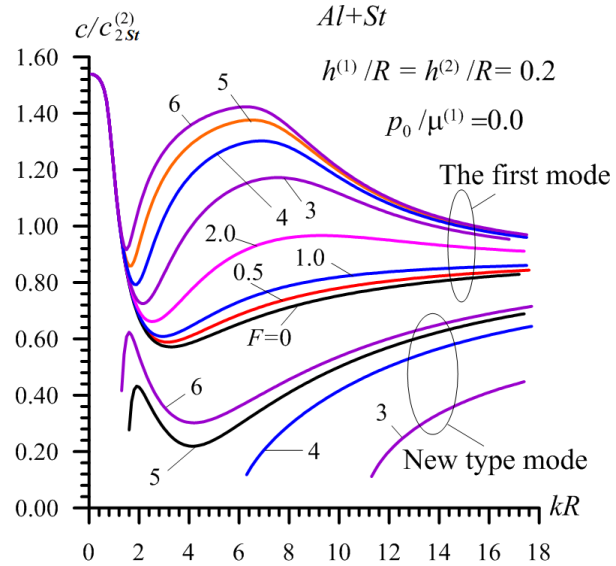


Fig. 1

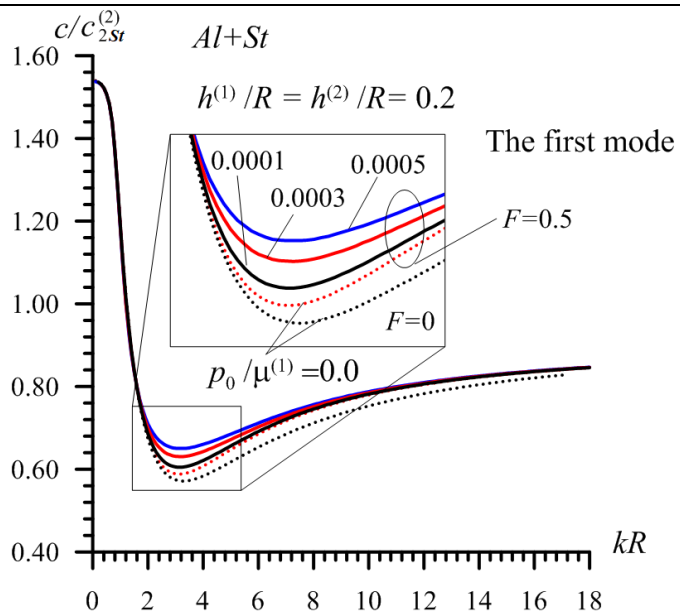


Fig. 2

Consider some fragments of the obtained numerical results illustrated the influence of the parameter F on the dispersion curves related to the first mode. These dispersion curves constructed for various values of the parameter F in the case where $h^{(1)}/R = h^{(2)}/R = 0.2$ and $p_0/\mu^{(1)} = 0.0$ are given in Fig. 1. Note that similar results are obtained in the papers [4, 5]. However, in these papers, it was assumed that the initial stresses in the bi-layered hollow cylinder are homogeneous ones and are caused by the uniaxial initial stretching of the cylinder along the cylinder axis.

Thus, it follows from Fig. 1 that the imperfection of the contact conditions influences significantly the dispersion curves not only in the quantitative but also in the qualitative sense. Moreover, it follows from these results that the considered type imperfection causes the new type mode with low-velocity waves which is shown in Fig. 1. The waves propagating with this mode appear after a certain value of the dimensionless wavenumber kR and this "certain number" decreases with F.

Dispersion curves illustrated in Fig. 2 show the influence of the initial inhomogeneous initial stresses on the dispersion curves obtained in the case where $F = 0.5$. According to these results, we can conclude that the considered type initial stresses causes to decrease the wave propagation velocity.

Dispersion curves illustrated in Fig. 2 show the influence of the initial inhomogeneous stresses on the dispersion curves obtained in the case where $F = 0.5$. According to these results, we can conclude that the considered type of initial stresses causes to decrease in the wave propagation velocity. Moreover, this decrease has its maximum at the values of kR at which $dc/dk = 0$. The comparison of the results obtained under various values of p/M shows that an increase in the values of $p_0/\mu^{(1)}$ leads to a monotonically decrease in the wave propagation velocity. In the present work the corresponding results are also obtained for the other values of the shear-spring type parameter F.

1. S.D. Akbarov, E.T. Bagirov, "Axisymmetric longitudinal wave dispersion in a bi-layered circular cylinder with inhomogeneous initial stresses". J. Sound and Vibration, **450**, 1 – 27 (2019). https://doi.org/10.1016/j.jsv.2019.03.003.

2. S.D. Akbarov, E.T. Bagirov, Dispersion of axisymmetric longitudinal waves in a "hollow cylinder + surrounding medium" system with inhomogeneous initial stresses". Struct. Engng. and Mechanics, **72**, N 5, 597 – 615 (2019). https://doi.org/10.12989/sem.2019.72.5.597.
3. A.N. Guz. Elastic waves in bodies with initial (residual) stresses. A.C.K., Kiev (2004)(in Russian).
4. S.D. Akbarov, C. Ipek. "The influence of the imperfectness of the interface conditions on the dispersion of the axisymmetric longitudinal waves in the pre-strained compound cylinder". CMES:Comput. Model. Eng. Sci. **70**, N 2, 93 – 121 (2010).
5. S.D. Akbarov, C. Ipek. "Dispersion of axisymmetric longitudinal waves in a pre-strained imperfectly bonded bi-layered hollow cylinder". CMC: Comput. Mater Continua. **32**, N 2, 99-144 (2012)

S.D. Akbarov[1,2], E.T. Bagirov[2], and M.A. Mehdiyev[3]

DYNAMİCS OF THE OSCILLATING, MOVING AND OSCİLLATİNG-MOVİNG LOADS ACTİNG ON THE İNNER SURFACE OF THE HOLLOW CYLİNDER SURROUNDED BY THE ELASTİC MEDİUM (SURVEY)

[1]Faculty of Mechanical Engineering, Yildiz Technical University,
34349, Istanbul, Turkey; e-mail: akbarov@yildiz.edu.tr
[2]Institute of Mathematics and Mechanics of Science and Education Ministry Republic of Azerbaijan,
Baku, Azerbaijan Az141

The development and successful application of modern high-speed underground trains and other types of underground moving wheels requires the study of the fundamental problems related to the dynamics of the oscillating, moving, and oscillating moving load acting in the elastic and viscoelastic systems consisting of hollow cylinders and surrounding elastic or viscoelastic medium. Under these studies, underground structures into which such high-speed wheels move are modeled as infinite hollow cylinders surrounded by an elastic or viscoelastic medium. Generally speaking, one of the main dynamical characteristics of the systems subjected to the action of a moving load is its critical velocity under which resonance type behavior of the system takes place. In connection with this, the main issue in related investigations is the determination of both the critical velocity and the influence of the problem parameters on the values of this velocity. At the same time, another issue that is also important is to determine the rules of attenuation of the perturbations of the stresses and displacements caused by the moving load with the distance from the point at which this load acts. Namely, the investigations of these issues for the bi-material layered system “hollow cylinder + surrounding infinite elastic medium” under the action of the oscillating, moving, and oscillating moving loads were the subject of the series of investigations by the authors of the present work and others the list of which shown in references. The present paper aims to review these and other related studies and to propose new investigation subjects related to the problems under consideration.

First, to determine the place and significance of the investigations, which will be the main subject of the present review, a brief review of the corresponding earlier investigations regarding the plane and cylindrical layered elastic systems is considered. Then, the investigations related mainly to the author's works (see, for instance, the works [1-7]), which were carried out within the framework of the piecewise homogeneous body model and by utilizing the three-dimensional linear and linearized theory of elastodynamics, are reviewed. The works are classified as axisymmetric problems, three-dimensional non-axisymmetric problems, and axisymmetric problems regarding the cases where the system's constituents under consideration have initial homogeneous and inhomogeneous initial stresses.

Under consideration, axisymmetric problems, the cases where oscillating, moving, oscillating-moving loads act in the interior of the cylinder, are discussed separately. These problems were investigated by utilizing exact equations and relations of the linear elastodynamics. Obtained numerical results are compared with the related known results. It also discussed the related results obtained for the bi-layered hollow cylinder.

The non-axisymmetric three-dimensional problems were studied only for cases where the non-axisymmetric ring moving and oscillating load act in the interior of the cylinder are also reviewed. The method to solve such three-dimensional problems developed in these works was also detailed.

Finally, the works related to the cases where the constituents of the system under consideration have initial stresses are reviewed. Under this review, it is noted that up to now such problems have been investigated only for the axisymmetric case. The cases where the mentioned initial stresses are homogeneous and non-homogeneous ones are considered. In this case the following field equations are used.

The equations of motion:

$$\frac{\partial \sigma_{rr}^{(s)}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zr}^{(s)}}{\partial z} + \frac{1}{r}\left(\sigma_{rr}^{(s)} - \sigma_{\theta\theta}^{(s)}\right) = \rho^{(s)} \frac{\partial^2 u_r^{(s)}}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial \sigma_{rz}^{(s)}}{\partial r} + \frac{1}{r}\sigma_{rz}^{(s)} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(s)}}{\partial z} = \rho^{(s)} \frac{\partial^2 u_z^{(s)}}{\partial t^2}, \quad s = 1,2 . \tag{1}$$

$$\sigma_{rr}^{(s)} = \sigma_{rr}^{(s)0} + \sigma_{rr}^{(s)0}(r)\frac{\partial u_r^{(s)}}{\partial r}, \quad \sigma_{rz}^{(s)} = \sigma_{rz}^{(s)0} + \sigma_{rz}^{(s)0}(r)\frac{\partial u_z^{(s)}}{\partial z}, \quad \sigma_{\theta\theta}^{(s)} = \sigma_{\theta\theta}^{(s)0} + \sigma_{\theta\theta}^{(s)0}(r)\frac{u_r^{(s)}}{r},$$

$$t_{zr}^{(n)} = \sigma_{zr}^{(n)} + \sigma_{zz}^{(n)0}(r)\frac{\partial u_r^{(n)}}{\partial z}, \quad t_{zz}^{(n)} = \sigma_{zz}^{(n)} + \sigma_{zz}^{(n)0}(r)\frac{\partial u_z^{(n)}}{\partial z}. \tag{2}$$

The elasticity and strain-displacement relations:

$$\sigma_{(ij)}^{(n)} = \lambda^{(n)}(\varepsilon_{rr}^{(n)} + \varepsilon_{\theta\theta}^{(n)} + \varepsilon_{zz}^{(n)}) + 2\mu^{(n)}\varepsilon_{(ij)}^{(n)}, \quad (ij) = rr, \theta\theta, zz, \quad \sigma_{rz}^{(n)} = 2\mu^{(n)}\varepsilon_{rz}^{(n)}. \tag{3}$$

$$\varepsilon_{rr}^{(n)} = \frac{\partial u_r^{(n)}}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\theta\theta}^{(n)} = \frac{u_r^{(n)}}{r}, \quad \varepsilon_{zz}^{(n)} = \frac{\partial u_z^{(n)}}{\partial z}, \quad \varepsilon_{rz}^{(n)} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_r^{(n)}}{\partial z} + \frac{\partial u_z^{(n)}}{\partial r}\right). \tag{4}$$

We add to the equations (1) – (4) the following contact and boundary conditions:

$$\sigma_{rr}^{(1)}\Big|_{r=R-h^{(1)}-h^{(2)}} = 0, \quad \sigma_{rz}^{(1)}\Big|_{r=R-h^{(1)}-h^{(2)}} = 0, \quad \sigma_{rr}^{(1)}\Big|_{r=R+h^{(1)}} = \sigma_{rr}^{(2)}\Big|_{r=R+h^{(1)}},$$

$$\sigma_{rz}^{(1)}\Big|_{r=R+h^{(1)}} = \sigma_{rz}^{(2)}\Big|_{r=R+h^{(1)}}, \quad u_r^{(1)}\Big|_{r=R+h^{(1)}} = u_r^{(2)}\Big|_{r=R+h^{(1)}},$$

$$u_z^{(1)}\Big|_{r=R+h^{(1)}} = u_z^{(2)}\Big|_{r=R+h^{(1)}} = 0, \quad \sigma_{rr}^{(2)}\Big|_{r=R} = P\delta(z - Vt)e^{i\omega t}, \quad \sigma_{rz}^{(2)}\Big|_{r=R} = 0. \tag{5}$$

Here, V is the ring load velocity, ω oscillation frequency, h is the cylinder thickness, and R is the external radius of the hollow cylinder.

The paper, it is also illustrates concrete numerical results on the influence of the problem parameter on the critical velocity and interface stress distribution. For instance, the results illustrating the influence of the inhomogeneous initial stresses and the ratio R/h on the values of the critical velocity, and on the interface stresses are given.

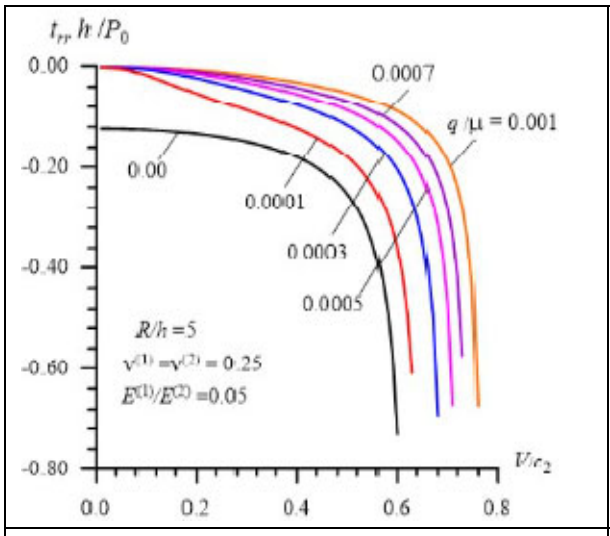


Fig. 1

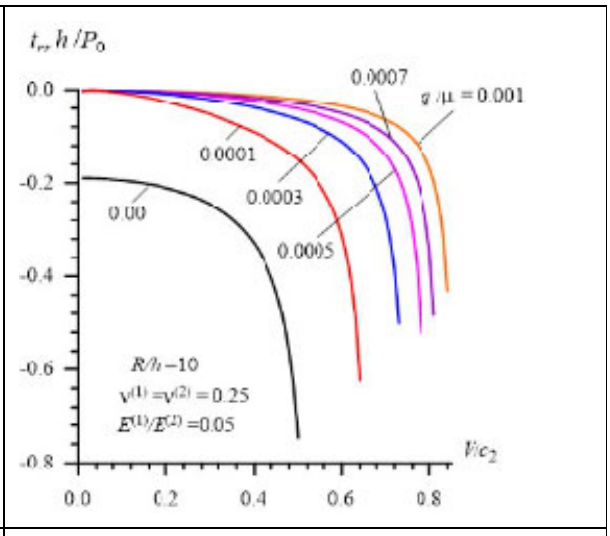


Fig. 2

Examples for such numerical results are shown in Figs. 1 and 2 for the cases R/h =5, and 10 respectively.

The values of the other problem parameters are written in figures field. Here q is the intensity of the initial compressional radial compressional forces acting at infinity on the surrounding elastic medium. It follows

from these results that the initial compressional forces leads to a decrease in the absolute values of the interface normal stresses and an increase in the values of the critical velocities.

After the review above, the related topics for further investigations in this field of elastodynamics are proposed.

KEYWORDS: hollow cylinder surrounded with elastic medium, moving load, oscillating load, oscillating-moving load, non-homogeneous initial stresses, critical velocity, stress distribution

1. S.D. Akbarov, M. A. Mehdiyev. "Forced vibration of the elastic system consisting of the hollow cylinder and surrounding elastic medium under perfect and imperfect contact". Structural Engineering and Mechanics, **62**, N. 1, 113-123 (2017).
DOI: https://doi.org/10.12989/sem.2017.62.1.113

2. S.D. Akbarov, M. A. Mehdiyev. "The interface Stress Field in the elastic system consisting of the hollow cylinder and surrounding elastic medium under 3D non-axisymmetric forced vibration". CMC: Computers, Materials & Continua, **54**, N.1, 61-81 (2018). doi:10.3970/cmc.2018.054.061

3. S.D. Akbarov, M. A. Mehdiyev. "Influence of initial stresses on the critical velocity of the moving load acting in the interior of the hollow cylinder surrounded by an infinite elastic medium". Structural Engineering and Mechanics, **66**, N. 1, 45-59 (2018). https://doi.org/10.12989/sem.2018.66.1.045

4. S.D. Akbarov, E.T. Bagirov, M. Ozisuk. "Dynamics of the Moving Ring Load Acting in the System "Hollow Cylinder + Surrounding Medium" with Inhomogeneous Initial Stresses". CMC: Computers, Materials & Continua, **61**, N.2, 503-534 (2019) . doi:10.32604/cmc.2019.07561

5. S.D. Akbarov, E.T. Bagirov. "Forced Vibration of the Non-Homogeneously Pre-Stressed System Consisting of the Hollow Cylinder and Surrounding Medium". CMES: Computer Modeling in Engineering & Sciences, **121**, N1, 315-348 (2019). doi: 10.32604/cmes.2019.07732

6. S.D. Akbarov, M. A. Mehdiyev, M. Ozisik "Three-dimensional dynamics of the moving load acting on the interior of the hollow cylinder surrounded by the elastic medium". Structural Engineering and Mechanics, **67**, N. 2, 185-206 (2018). https://doi.org/10.12989/sem.2018.67.2.185

7. S.D. Akbarov, E.T. Bagirov, M. Ozisuk. "Dynamics of the Moving Ring Load Acting in the System "Hollow Cylinder + Surrounding Medium" with Inhomogeneous Initial Stresses". CMC: Computers, Materials & Continua, **61**, N.2, 503-534 (2019). doi:10.32604/cmc.2019.07561

Секція 1: Механіка композитних матеріалів та елементів конструкцій, в т.ч. з урахуванням дії початкових напружень. Контактні задачі.

ЗМІСТ

1. Ю.П. Глухов **ВПЛИВ ПОЧАТКОВИХ НАПРУЖЕНЬ ТА ШВИДКОСТІ НАВАНТАЖЕННЯ НА НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН НЕСТИСЛИВОГО ПІВПРОСТОРУ**	37
2. С.Ю. Бабич, Н.О. Ярецька **ЗМІШАНА КОНТАКТНА ЗАДАЧА ДЛЯ ПОПЕРЕДНЬО НАПРУЖЕНИХ СПІВВІСНИХ ЦИЛІНДРІВ ТА ШАРУ З ПОЧАТКОВИМИ НАПРУЖЕННЯМИ**.	39
3. О.М. Багно, Г.І. Щурук **ВПЛИВ ПІВПРОСТОРУ ІДЕАЛЬНОЇ РІДИНИ НА ПОВЕРХНЕВУ НЕСТІЙКІСТЬ НЕСТИСЛИВОГО ПРУЖНОГО ШАРУ, ПІДДАНОГО СКІНЧЕННИМ ПОЧАТКОВИМ ДЕФОРМАЦІЯМ**	41
4. Є.А. Сторожук, В.А. Максимюк, І.С. Чернишенко **ПРО ФІЗИЧНО НЕЛІНІЙНЕ ДЕФОРМУВАННЯ ОБОЛОНКОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ РАКЕТНОЇ ТЕХНІКИ З ОТВОРАМИ**	43
5. Н.Б.Жукова **ВПЛИВ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТА СТРУКТУРНИХ НЕДОСКОНАЛОСТЕЙ НА СТІЙКІСТЬ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК ПРИ ОСЬОВОМУ СТИСКУ**	45
6. Є.А. Сторожук, О.В. Кудін **АНАЛІТИЧНИЙ РОЗВ'ЯЗОК ГЕОМЕТРИЧНО НЕЛІНІЙНОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ ДОВГОЇ БАГАТОШАРОВОЇ ПЛАСТИНИ**	47
7. E. Carrera, V.V. Zozulya **CARRERA UNIFIED FORMULATION (CUF) FOR THE COMPOSITE SHELLS OF REVOLUTIO**	49
8. О.М.Шикула, Н.Б.Жукова **МОДЕЛІ ДЕФОРМУВАННЯ КОМПОЗИТНИХ МАТЕРІАЛІВ З НЕЛІНІЙНИМИ КОМПОНЕНТАМИ**	51
9. О.М.Шикула, Н.Б.Жукова **МОДЕЛЬ ДЕФОРМУВАННЯ ПРОСТОРОВО-АРМОВАНИХ ВОЛОКНИСТИХ МАТЕРІАЛІВ З ФІЗИЧНО НЕЛІНІЙНОЮ МАТРИЦЕЮ**	53
10. Д.В. Клименко, В.А. Максимюк, Є.А. Сторожук, І.С. Чернишенко **ПРО ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НЕЛІНІЙНО-ПРУЖНОГО СТАНУ ДНИЩА ПАЛИВНОГО БАКА РАКЕТИ З УРАХУВАННЯМ РЕАЛЬНОЇ ЖОРСТКОСТІ КОМПОЗИТНОГО МАТЕРІАЛУ**	55

Ю. П. Глухов

ВПЛИВ ПОЧАТКОВИХ НАПРУЖЕНЬ ТА ШВИДКОСТІ НАВАНТАЖЕННЯ НА НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН НЕСТИСЛИВОГО ПІВПРОСТОРУ

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ,вул. П.Нестерова, 3,
03057, Київ, Україна; e-mail: gluchov.uriy@gmail.com

Дане дослідження спрямовано на вивчення хвильових процесів в шаруватих пружних тілах при врахуванні ряду ускладнюючих факторів: різних моделей шаруватого покриття, початкових напружень, різних швидкостей руху поверхневого навантаження. Результати досліджень можуть бути використані в інженерній та науковій практиці для проектування та розрахунку багатошарових елементів конструкцій, створення в більш ефективних методів оцінки і прогнозування стану об'єктів з шаруватим покриттям з врахуванням реальних властивостей пружних тіл.

Розглядається попередньо напружений півпростір з неоднорідністю у вигляді тонкого поверхневого шару. Зосереджена сила рухається по вільній поверхні захисного шару з постійною швидкістю під довільним кутом.

Шар товщиною h моделюється зосередженими масами з густиною ϱ_1.

Граничні поверхні елементів шаруватого середовища є плоскі і паралельні між собою. Початковий напружено-деформований стан півпростору вважається однорідним.

Вважаємо можливими два варіанта контакту між елементами шаруватого середовища на граничних поверхнях: жорсткий контакт і нежорсткий контакт.

Припускаємо, що напруження, що виникають за рахунок дії навантаження, значно менші початкових напружень. Це припущення дозволяє застосовувати линеаризированную теорію пружності [1] для опису додаткового напруженого стану, викликаного дією навантаження.

Розв'язок задачі отримано за допомогою інтегрального перетворення Фур'є.

Розв'язок в просторі зображень Фур'є представлений в загальному вигляді для випадків нерівних і рівних коренів характеристичних рівнянь, для різних матеріалів елементів багатошарового середовища, умов їх сполучення і для будь-якої швидкості руху поверхневого навантаження.

Чисельні дослідження проведені в рамках теорії скінченних початкових деформацій для матеріалу з пружним потенціалом типу Бартенєва-Хазановича.

Вважалося, що початковий деформований стан плоский і поверхневе навантаження відсутнє. На вільну поверхню півпростору діє лінійне навантаження, що рухається з постійною швидкістю v під кутом α.

Досліджувались швидкості навантаження в діапазонах $\mathrm{v} < c_1$ і $\mathrm{v} > c_1$. Тут c_1 - швидкість поширення поперечних хвиль у напрямку осі Oy_1 в необмеженому нестисливому тілі з початковими напруженнями. У випадку, коли $\mathrm{v} < c_1$ розглядалися тільки докритичні швидкості навантаження [2].

На рис. 1 і 2 показаний розподіл узагальненого напруження $\tilde{Q}_{22}$ в півпросторі при $y_2 = -2h/\lambda_2$ для різних швидкостей руху навантаження. Тут $c_0^2 = \mu/\varrho$; c_0 − швидкість поперечних хвиль у півпросторі без початкових напружень. Криві 1,.2, 3, 4 і 5 відповідають значенням початкового видовження $\lambda_1 = 0,8$, $\lambda_1 = 0,9$, $\lambda_1 = 1$, $\lambda_1 = 1,1$ і $\lambda_1 = 1,2$. Для побудованих графіків $\varrho/\varrho_1 = 0,25$; $\alpha = \pi/2$, де ϱ − густина матеріалу півпростору.

Рис.1 відповідає жорсткому контакту між поверхневім шаром і півпростором, а рис.2 − нежорсткому контакту.

Аналіз отриманих числових результатів дозволяє зробити наступні висновки.

Значення параметрів, що характеризують напружено-деформований стан основи, визначаються координатами точки, що досліджується, початковими напруженнями, швидкістю навантаження, механічними параметрами шаруватого середовища та умовами їх контакту .

При заданих початкових видовженнях λ_1 значення величин, що характеризують напружено-деформований стан, при стискуванні більше, ніж при розтягуванні.

Загасання на відстані від точки прикладання навантаження відбувається повільніше при стискуванні, ніж при розтягуванні.

Існують області півпростору, в яких значення напружень і швидкостей переміщень мало залежать від початкових деформацій.

Зі збільшенням швидкості руху навантаження вплив початкових напружень зменшується.

Для більш жорсткого шару вплив швидкості поверхневого навантаження і початкових напружень зменшується.

Для надзвукової швидкості навантаження епюри величин, що досліджуються, асиметричні по відношенню до точки прикладання навантаження. При цьому пряма хвиля загасає набагато швидше, ніж зворотна, але не зникає повністю через наявність поверхневого шару.

Умови контакту між захисним шаром і півпростором мають суттєве значення для більш жорсткого шару по відношенню до основи. Значення величин, що характеризують напружено деформований стан, у відповідних точках основи при нежорсткому контакті більше, ніж при жорсткому.

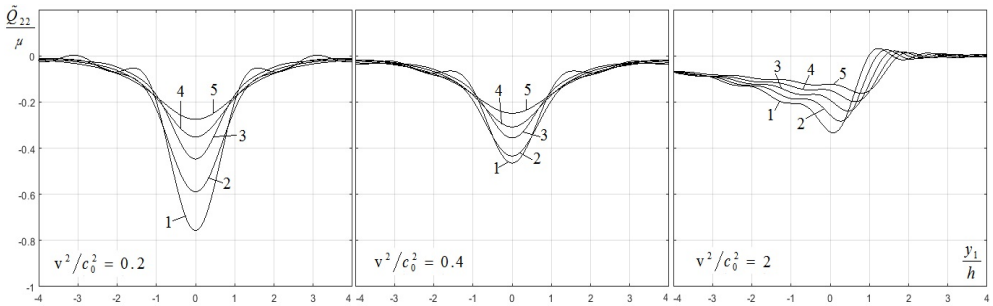


Рис. 1

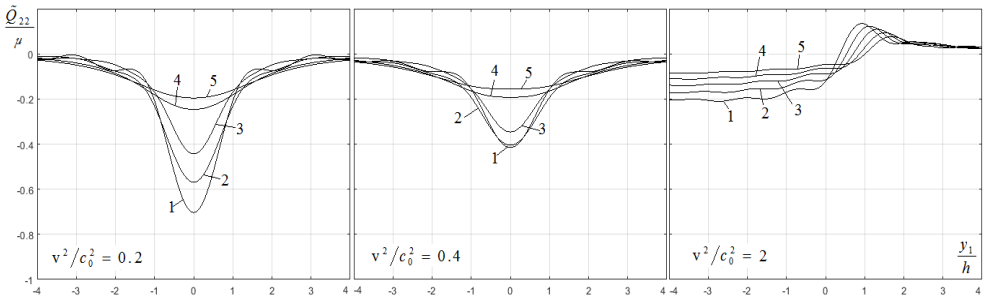


Рис. 2

Дана робота присвячена вивченню впливу захисного покриття, початкових напружень, умов контакту, механічних характеристик матеріалів, параметрів руху поверхневого навантаження на напружено-деформований стан пружної основи. Розглядається попередньо напружений нестисливий півпростір з неоднорідністю у вигляді тонкого поверхневого шару. Розв'язок задачі отриманий із застосуванням методу інтегральних перетворень Фур'є. Для числового аналізу розглядався матеріал з потенціалом Бартенєва-Хазановича. Розрахунки були проведені в рамках теорії скінченних початкових деформацій.

Ключові слова: шаруватий нестисливий півпростір, початкові напруження, рухоме навантаження

1. Гузь А.Н. Упругие волны в телах с начальными (остаточными) напряжениями. – Киев: «А.С.К», 2004. – 672 с.
2. Гузь А.Н., Бабич С.Ю., Глухов Ю.П. Смешанные задачи для упругого основания с начальными напряжениями. – Германия: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2015. – 468 с.

Yu. P. Glukhov

INFLUENCE OF INITIAL STRESSES AND LOAD VELOCITY ON STRESS-STRAIN STATE OF INCOMPRESSIBLE HALF-SPACE

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences,
P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine; e-mail: gluchov.uriy@gmail.com

This work is devoted to the study of the influence of the protective coating, initial stresses, mechanical characteristics of materials, movement parameters of the surface load on the stress-deformed state of the elastic base. A prestressed incompressible half-space with inhomogeneity in the form of a thin surface layer is considered. The solution of the problem was obtained using the method of integral Fourier transformations. The material with the Bartenev-Khazanovich potential was considered for numerical analysis. The calculations were carried out within the framework of the theory of finite initial deformations.

Key words: layered incompressible half-space, initial stresses, moving load

С.Ю. Бабич[1], Н.О. Ярецька[2]

ЗМІШАНА КОНТАКТНА ЗАДАЧА ДЛЯ ПОПЕРЕДНЬО НАПРУЖЕНИХ СПІВВІСНИХ ЦИЛІНДРІВ ТА ШАРУ З ПОЧАТКОВИМИ НАПРУЖЕННЯМИ

[1] Інститут механіки ім. С.П. Тимошенко национальної академії наук України, вул. П. Нестерова, 3, 03057, Київ-57, Україна;
[2]Хмельницький національний університет,вул. Інститутська, 11, 29016, Хмельницький, Україна; e-mail: massacran2@ukr.net, yaretskano@khmnu.edu.ua

В умовах стрімкого розвитку наукових та технічних досягнень вивчення впливу початкових напружень на контактну взаємодію пружних тіл є актуальною проблемою як для фундаментальних досліджень з механіки деформівного твердого тіла, так і для практичного використання у різних галузях промислового комплексу. Особливо це стосується розрахунку важких фундаментних плит і будівельних перекриттів, що знаходяться в межах дії гравітаційних сил, а також при розрахунках важливих характеристик для димових труб, градирень, водонапірних веж та інших висотних споруд. Тому одним із важливих факторів при дослідженні контактної взаємодії пружних тіл є вивчення впливу початкових напружень, які практично завжди присутні в реальних конструкціях. Отже, розробка ефективних методів розрахунку напружено-деформованого стану з врахуванням початкових деформацій є безсумнівно важливою науково-технічною проблемою.

Метою роботи є дослідження передачі вісесиметричного навантаження від попередньо напружених скінченних співвісних пружних циліндричних штампів до пружного шару з початковими напруженнями та представлення розв'язку відповідної статичної контактної задачі без врахування сил тертя у межах лінеаризованої теорії пружності. Дослідження виконано у випадку рівних коренів визначального рівняння [2] в загальному вигляді для теорії великих початкових деформацій та двох варіантів теорії малих початкових деформацій при довільній структурі пружного потенціалу.

Припустимо, що два пружні співвісні циліндричні штампи контактно взаємодіють із пружним шаром. Будемо вважати, що поверхні поза межею контакту залишаються вільними від впливу зовнішніх сил, а на межі контакту переміщення та напруження – неперервні.

Дослідження виконано в координатах початкового деформованого стану Oy_i, (i=1,2,3), що пов'язані з лагранжевими координатами: $y_i=\lambda_i\ x_i$ (i=1,2,3), де λ_i – коефіцієнти видовження, що визначають переміщення початкового стану.

Прийнято, що початкові стани у циліндрах та шарі – однорідні та рівні, а пружні потенціали – двічі неперервно-диференційовані функції алгебраїчних інваріантів тензора деформації Гріна [2]. Крім того, дія штампа викликає у півпросторі мале збурення основного напружено-деформованого стану.

Також, у даному дослідженні будемо розглядати три стани тіл з початковими напруженнями: 1) природний, коли у тілах відсутні напруження; 2) початковий стан та 3) збурений стан, всі величини якого складаються із суми відповідних величин початкового стану та збурень. Відзначимо, що збурення при цьому є набагато меншими відповідних величин початкового стану [1].

Розглянемо пружний попередньо-напружений шар, у який втискаються два скінченних співвісних пружних циліндричних штампи з початковими напруженнями. Позначимо товщину шару після виникнення в ньому початкового напруженого стану через $2h = 2\lambda_1\widetilde{h}$, де $\widetilde{h}$ – товщина шару у природному стані; $R^{(i)}, H^{(i)} (i = 1,2)$ – радіус та висоти пружних штампів, відповідно. Будемо вважати, що зовнішні навантаження прикладені тільки до вільних торців пружних штампів так, що їх точки зміщуються в напрямку осі Oy_3 на сталі величини $\varepsilon^{(1)}$, $\varepsilon^{(2)}$, відносно площини $y_3 = 0$, а поверхні поза ділянкою контакту залишаються вільними від впливу зовнішнього навантаження, дія сил тертя в зоні контакту відсутня.

Постановка задачі враховує контактну взаємодію пружних стисливих та нестисливихі ізотропних тіл із довільною структурою пружного потенціалу. А у випадку ортотропних матеріалів будемо вважати, що пружно еквівалентні напрямки будуть співпадати із напрямками осей координат.

Введемо лагранжеві координати (x_1, x_2, x_3), які в початковому стані співпадають з декартовими (y_1, y_2, y_3). Тому даній постановці відповідають наступні граничні умови:

1) на торцях пружних штампів

$$u_3^{(i)} = (-1)^i \varepsilon^{(i)}; \quad Q_{3r}^{(i)} = 0; \quad \forall\ r \in [0, R^{(i)}], \quad y_3 = (-1)^{i+1} h + (-1)^{i+1} H^{(i)}, \ (i = \overline{1,2}) \tag{1}$$

2) на бічній поверхні пружних штампів

$$Q_{rr}^{(i)} = 0; \quad Q_{3r}^{(i)} = 0; \quad \forall\ y_3 \in [0, H^{(i)}], \quad r = R^{(i)}, \ (i = \overline{1,2}) \tag{2}$$

3) на межі пружного шару в області контакту

$$U_3 = U_3^{(i)}; \quad Q_{33} = Q_{33}^{(i)}; \quad Q_{3r} = Q_{3r}^{(i)} \quad \forall\ r \in [0, R^{(i)}], \quad y_3 = (-1)^i h\ , \quad (i = \overline{1,2}) \tag{3}$$

4) на межі пружного шару поза областю контакту

$$Q_{33} = Q_{3r} = 0\ , \quad \forall\ r \in [r,\ +\infty]\ , \quad y_3 = \pm h \tag{4}$$

Умови рівноваги мають вигляд:

$$\int_0^{R^{(1)}} \rho [Q_{33}]_{y_3=h} d\rho - \int_0^{R^{(2)}} \rho [Q_{33}]_{y_3=-h} d\rho = 0 \tag{5}$$

А рівнодіюча зовнішніх сил визначаються рівністю:

$$P = -2\pi \int_0^{R^{(1)}} \rho [Q_{33}]_{y_3=h} d\rho = -2\pi \int_0^{R^{(2)}} \rho [Q_{33}]_{y_3=-h} d\rho \tag{6}$$

Для розв'язку поставленої змішаної контактної задачі отримані нескінченні системи лінійних алгебраїчних рівнянь, обчислення яких ускладнюється квадратурами, що до них входять. Тому користуємось наближеними методами обчислення. Для цього розкладаємо коефіцієнти систем лінійних алгебраїчних рівнянь в ряди за степенями $h^{(i)}$ (i=1,2) та, обчислимо їх методом редукції. В результаті одержимо розв'язки для попередньо напружених співвісних циліндричних штампів та шару з початковими напруженнями.

На основі проведених числових обчислень для потенціалів конкретної структури можна зробити наступні узагальнюючі висновки: початкові напруження у шарі та скінченних пружних циліндрах приводять до зменшення контактних напружень у випадку стиску. У випадку розтягу – до їх зростання, а для переміщень при ідентичних початкових і залишкових напруженнях відмічається ефект "резонансного характеру" не тільки в шарі, але і в пружних штампах.

Отже, отримано розв'язок змішаної контактної задачі для двох пружних співвісних скінченних циліндрів з початковими напруженнями із попередньо напруженим шаром без врахування сил тертя у випадку рівних коренів характеристичного рівняння. На основі числового аналізу якого можна зробити висновок, що початкові напруження мають суттєвий вплив на контактні напруження та переміщення в тілах, що знаходяться у взаємодії.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: лінеаризована теорія пружності, початкові (залишкові) напруження, контактна задача, циліндричний штамп, півпростір.

1. *Babych S.Y., Yarets'ka N.O.* Contact Problem for an Elastic Ring Punch and a Half-Space with Initial (Residual) Stresses. // Int. Appl. Mech. – 2021. – **57**, №3. – Pp. 297–305. https://doi.org/10.1007/s10778-021-01081-7
2. *Yaretska N.O.* Mathematical model and solution of spatial contact problem for prestressed cylindrical punch and elastic layer./ Innovative paradigm of the development of modern physical-mathematical sciences**:** Collective monograph. - Riga, Latvia : "Baltija Publishing", 2022. – Pp. 261-295. https://doi.org/10.30525/978-9934-26-200-5-10

S. Yu. Babich[1]. N.O.Yarets'ka[2]

THE MIXED CONTACT PROBLEM FOR PRESTRESSED CONSTANT CYLINDERS AND A LAYER WITH INITIAL STRESSES

[1]Institute of Mechanics S.P. Tymoshenko National Academy of Sciences of Ukraine,
st. P. Nesterova, 3, 03057, Kiev-57, Ukraine; e-mail: babich_sy@ukr.net
[2]Khmelnytsky National University, Institutska str., 11, 29016, Khmelnytsky, Ukraine
e-mail: massacran2@ukr.net, yaretskano@khmnu.edu.ua

In the case of an equal root of the characteristic equation, the mixed contact problem is solved for two elastic coaxial finite cylinders with initial stresses and a prestressed layer without taking into account frictional forces. The study was performed in a general form for the theory of large initial (final) deformations and two variants of the theory of small initial deformations within the framework of the linearized theory of elasticity with an arbitrary structure of the elastic potential. To solve the problem, fundamental results such as Hankel transformation, pair integral equations, orthogonal polynomials and other methods of the theory of contact problems of the linearized theory of elasticity were used.

Key words: linearized theory of elasticity, initial (residual) stresses, contact problem, cylindrical stamp, half-space.

О.М. Багно, Г.І. Щурук

ВПЛИВ ПІВПРОСТОРУ ІДЕАЛЬНОЇ РІДИНИ НА ПОВЕРХНЕВУ НЕСТІЙКІСТЬ НЕСТИСЛИВОГО ПРУЖНОГО ШАРУ, ПІДДАНОГО СКІНЧЕННИМ ПОЧАТКОВИМ ДЕФОРМАЦІЯМ

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ, вул. П.Нестерова, 3,
03057, Київ, Україна; e-mail: desc@inmech.kiev.ua

Хвилі, що поширюються вздовж межі контакту рідкого півпростору та пружного шару, є у певному сенсі узагальненням ґрунтовно досліджених основних типів акустичних хвиль: Релея, Стоунлі, Лява та Лемба. Інтерес до таких задач пов'язаний з тим, що зазначені хвильові процеси є визначальними і широко використовуються в таких областях, як сейсмологія, акустоелектроніка, гідроакустика, дефектоскопія, нетравматичні та неруйнівні ультразвукові методи контролю та діагностики, а також і в інших. Значне практичне використання поверхневих хвиль ставить задачу більш повного врахування реальних властивостей середовищ. До таких факторів належать початкові напруження. Створені цілеспрямовано, або такі, що виникли в результаті технологічних операцій при виготовленні, вони істотно впливають на хвильові процеси [1, 2].

У роботі для дослідження поширення нормальних хвиль у гідропружній системі, яка складається з нестисливого пружного шару, підданого великим (скінченним) початковим деформаціям і півпростору ідеальної стисливої рідини, залучаються моделі попередньо напруженого тіла та ідеальної стисливої рідини. При цьому використовуються тривимірні лінеаризовані рівняння теорії пружності скінченних деформацій для пружного тіла і тривимірні лінеаризовані рівняння Ейлера для ідеальної стисливої рідини. Обрано постановки задач і метод, що ґрунтуються на застосуванні представлень загальних розв'язків рівнянь руху пружного тіла та рідини, які запропоновані в роботах [1, 2].

Для гідропружної системи розв'язано дві задачі на власні значення для рівнянь руху пружного тіла та рідини, а також визначено відповідні власні функції. Після підстановки загальних розв'язків у граничні умови отримано однорідну систему лінійних алгебраїчних рівнянь щодо довільних сталих. З умови існування нетривіального розв'язку системи отримано дисперсійне рівняння.

Воно є найбільш загальним та не залежить від форми пружного потенціалу і отримано для нестисливих пружних тіл, підданих великим (скінченним) початковим деформаціям. Крім того, з нього можна отримати дисперсійні співвідношення для окремих випадків систем. Якщо припустити, що в пружному шарі відсутні початкові напруження, то отримаємо рівності для ґрунтовно досліджених у рамках класичної теорії пружності хвиль Релея, Стоунлі – Шольте та Лемба. Моделі, основані на різних варіантах теорії малих початкових деформацій, на рівняннях наближених прикладних двовимірних теорій як для попередньо напружених, так і для тіл без початкових деформацій, на лінійних співвідношеннях класичної теорії пружності, є окремими випадками задачі, яка розглядається в даній роботі, і випливають з неї при введенні додаткових припущень.

У подальшому рівняння розв'язувалося чисельно. Розрахунки проводилися для гідропружної системи, яка складалася з реальних пружного тіла і рідини. Як матеріал пружного шару вибиралася високоеластична гума, пружні властивості якої описуються пружним потенціалом Трелоара.

Проведені розрахунки дозволили проаналізувати вплив рідкого півпростору на такі хвильові характеристики гідропружного хвилеводу, як фазові швидкості та дисперсія узагальнених мод Лемба. З них випливає, що критичні частоти мод знижуються, а дисперсійні криві зміщуються в довгохвильову частину спектра. Це призводить до того, що в гідропружному хвилеводі фазові швидкості мод стають меншими фазових швидкостей відповідних мод Лемба в пружному хвилеводі, який не взаємодіє з рідиною. Показано, що для всіх квазілембових мод, крім першої, існують частоти, при яких фазові швидкості не залежать від початкового стискання. Встановлено, що ця закономірність носить загальний характер і властива частотним спектрам пружних хвилеводів не тільки з різних матеріалів, але й гідропружним хвилеводам.

З графіків випливає, що для пружного високоеластичного нестисливого шару, який не взаємодіє з рідиною, при зменшенні його довжини на 46 % величини фазових швидкостей першої та другої мод стають рівними нулю. Це свідчить про те, що в умовах плоского напружено-деформованого початкового стану для високоеластичного нестисливого неогуківського тіла при стисканні, рівному 0,54, виникає явище поверхневої нестійкості.

У гідропружному хвилеводі фазова швидкість першої моди приймає нульове значення при стисканні, рівному 0,543695. Це свідчить про те, що в умовах плоского напружено-деформованого початкового стану поверхня пружного шару гідропружної системи, яка контактує з півпростором рідини, при 0,543695 втрачає поверхневу стійкість. У другої поверхні пружного шару, яка є вільною, явище поверхневої нестійкості виникає при стисканні, рівному 0,543694. Ця різниця між значеннями параметрів

критичного укорочення свідчить про те, що наявність півпростору ідеальної стисливої рідини призводить до зниження порогу поверхневої нестійкості гідропружного хвилеводу і виникнення її раніше при меншому стисканні.

Проведені розрахунки показали, що навантаження пружного шару рідиною суттєво не змінює умови виникнення поверхневої нестійкості, оскільки величини параметрів критичного укорочення суто пружного шару і гідропружної системи відрізняються на малу величину.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: узагальнені хвилі Лемба, фазова швидкість, нестисливий пружний шар, півпростір ідеальної стисливої рідини, скінченні початкові деформації, поверхнева нестійкість.

1. Гузь А. Упругие волны в телах с начальными (остаточными) напряжениями: в 2-х частях. – Saarbrucken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2016. – 501 с., – 505 с.
2. Гузь А.Н. Введение в динамику сжимаемой вязкой жидкости. – Saarbrucken: LAP LAMBERT Academic Publishing RU, 2017. – 244 с.

O.M. Bagno, G.I. Shchuruk

EFFECT OF THE HALF-SPACE OF AN IDEAL FLUID ON THE SURFACE INSTABILITY OF AN INCOMPRESSIBLE ELASTIC LAYER SUBJECTED TO FINITE INITIAL DEFORMATIONS

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences,P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine; e-mail: desc@inmech.kiev.ua

An effect of the finite initial deformations of elastic layer and the half-space of ideal compressible fluid on the phase velocities, dispersion of the generalized Lamb waves, and surface instability of the hydroelastic waveguide are analyzed. Numerical results are given in the form of graphs and analyzed.

Є.А. Сторожук, В.А. Максимюк, І.С. Чернишенко

ПРО ФІЗИЧНО НЕЛІНІЙНЕ ДЕФОРМУВАННЯ ОБОЛОНКОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ РАКЕТНОЇ ТЕХНІКИ З ОТВОРАМИ

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ, вул. П.Нестерова, 3,
03057, Київ, Україна; e-mail: stevan@ukr.net

Оболонки і пластини широко використовуються у сучасному ракетобудуванні, як основні несучі елементи конструкцій. Досить часто за конструктивними або технологічними міркуваннями такі елементи конструкцій мають отвори і вирізи самої різноманітної форми. Значна частина результатів з вивчення концентрації напружень біля отворів в металевих і композитних оболонках отримана на основі розв'язання лінійно-пружних задач і найбільш повно викладена в узагальнюючій монографії [2]. Нелінійні задачі про концентрацію напружень в оболонках розглянуті в обмеженій кількості праць. Зазначимо, що аналітичне розв'язання нелінійних задач для оболонок з отворами пов'язане із значними математичними труднощами. Тому автори розробили чисельну методику дослідження напружено-деформованого стану оболонкових елементів конструкцій ракетної техніки, ослаблених отворами, з врахуванням фізичної нелінійності. Запропонована методика базується на використанні сіткових методів [3]: методу скінченних різниць (МСР), варіаційно-різницевого методу (ВРМ) та методу скінченних елементів (МСЕ).

Основні співвідношення записані на основі двох теорій непологих оболонок: кла-сичної (модель Кірхгофа–Лява) і уточненої (модель Тимошенка) [2].

Геометрична частина гіпотез Кірхгофа–Лява у ВРМ реалізується за допомогою множників Лагранжа, а у МСЕ – дискретно (у вузлах скінченних елементів). Такі під-ходи дозволяють уникнути похідних вище першого порядку у функціоналі повної енергії оболонки, що значно спрощує процес дискретизації задачі.

Вважаючи, що процес навантаження є простим, скористаємося нелінійними фізи-чними співвідношеннями теорії малих пружнопластичних деформацій при розрахунку металевих оболонок [2]

$$\sigma_{11}=\frac{2G(1-\omega_i)}{1-\nu_i}\left(e_{11}+\nu_i e_{22}\right);\quad \sigma_{22}=\frac{2G(1-\omega_i)}{1-\nu_i}\left(e_{22}+\nu_i e_{11}\right);$$

$$\sigma_{12}=G(1-\omega_i)e_{12};\quad \sigma_{13}=G(1-\omega_i)e_{13};\quad \sigma_{23}=G(1-\omega_i)e_{23};$$

$$\omega_i=1-\frac{1}{3G}\frac{\sigma_i}{e_i};\quad \nu_i=\frac{3\nu+\omega_i(1-2\nu)}{3-\omega_i(1-2\nu)};\qquad (1)$$

$$e_i=\frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{(e_{11}-e_{22})^2+(e_{22}-e_{33})^2+(e_{33}-e_{11})^2+\frac{3}{2}({e_{12}}^2+{e_{13}}^2+{e_{23}}^2)};$$

$$e_{33}=-\frac{\nu_i}{1-\nu_i}(e_{11}+e_{22});\quad \sigma_i=\sqrt{\sigma_{11}^2+\sigma_{22}^2-\sigma_{11}\sigma_{22}+3(\sigma_{12}^2+\sigma_{13}^2+\sigma_{23}^2)}$$

та рівняннями деформаційної теорії пластичності анізотропних середовищ при дослідженні нелінійного деформування композитних оболонок [1]

$$e_{11}=\left(\frac{1}{E_{11}}+\Psi q_{1111}\right)\sigma_{11}+\left(-\frac{\nu_{12}}{E_{22}}+\Psi q_{1122}\right)\sigma_{22};$$

$$e_{22}=\left(-\frac{\nu_{21}}{E_{11}}+\Psi q_{2211}\right)\sigma_{11}+\left(\frac{1}{E_{22}}+\Psi q_{2222}\right)\sigma_{22};$$

$$e_{12}=\left(\frac{1}{G_{12}}+4\Psi q_{1212}\right)\sigma_{12};\quad e_{13}=\left(\frac{1}{G_{13}}+4\Psi q_{1313}\right)\sigma_{13};\qquad (2)$$

$$e_{23}=\left(\frac{1}{G_{23}}+4\Psi q_{2323}\right)\sigma_{23};\quad \Psi=\frac{1}{2\sqrt{f}}\int_{f_s}^{f}\frac{W_p'}{\sqrt{f}}df;$$

$$f=\frac{1}{2}\left(q_{1111}\sigma_{11}^2+q_{2222}\sigma_{22}^2+2q_{1122}\sigma_{11}\sigma_{22}+4q_{1212}\sigma_{12}^2+4q_{1313}\sigma_{13}^2+4q_{2323}\sigma_{23}^2\right),$$

де ω_i,ν_i – функція пластичності і змінний коефіцієнт поперечної деформації; e_i,σ_i – інтенсивності деформацій і напружень; q_{1111}, q_{2222}, q_{1122}, q_{1212}, q_{1313}, q_{2323} – компоненти тензора, що враховує

анізотропію нелінійних властивостей композитного матеріалу; $\Psi(f)$ – функція, яка описує нелінійне деформування композита; $W_p = W_p(f)$ – функція зміцнення.

Фізично нелінійну крайову задачу розв'язуємо методом додаткових напружень (додаткових навантажень). На кожній ітерації методу додаткових напружень лінеаризована задача розв'язується одним із сіткових методів.

Для покращення збіжності результатів числових розрахунків (уникнення явищ мембранного та зсувного замикання) у ВРМ використовуються змішані функціонали, а в МСЕ – схема подвійної апроксимації деформацій.

За допомогою розробленої чисельної методики та створеного програмного забез-печення досліджено вплив пластичних деформацій на концентрацію напружень в обо-лонкових елементах ракет сферичної, циліндричної та конічної форми, виготовлених зі сплаву АМг-6 та восьмишарового органопластика, за дії статичного навантаження.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: оболонки, моделі Кірхгофа–Лява і Тимошенка, отвори, ракетна техніка, фізична нелінійність, сіткові методи.

1. Гузь А.Н., Космодамианский А.С., Шевченко В.П. Механика композитов. Т.7. Концентрация напряжений. – Киев: "А.С.К.", 1998. – 387 с.
2. Гузь А.Н., Чернышенко И.С., Чехов Вал. Н., Чехов Вал. Н., Шнеренко К.И. Методы расчета оболочек. Т.1. Теория тонких оболочек, ослабленных отверстиями. – Киев: Наук. думка, 1980. – 636 с.
3. Максимюк В.А., Сторожук Е.А., Чернышенко И.С. Решение нелинейных задач статики тонких оболочек сеточными методами // Прикл. механика. – 2009. – 45, №1. – С. 41–70.

E.A. Storozhuk, V.A. Maksymyuk, I.S. Chernyshenko

ON PHYSICALLY NONLINEAR DEFORMATION OF SHELLS ELEMENTS OF ROCKET TECHNOLOGY WITH HOLES

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences, P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine

A numerical technique for solving physically nonlinear problems of statics for shell elements of rockets weakened by holes has been developed. The proposed technique uses the method of additional stresses and mesh-based methods. The physical relations are written on the basis of the theory of small elastoplastic deformations and the theory of plasticity of anisotropic media. The concentration of stresses in spherical, cylindrical and conical elements of rockets with holes was investigated.

KEY WORDS: shells, Kirchhoff–Leav and Tymoshenko models, holes, rocket technology, physical nonlinearity, grid methods.

Н. Б. Жукова

ВПЛИВ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТА СТРУКТУРНИХ НЕДОСКОНАЛОСТЕЙ НА СТІЙКІСТЬ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК ПРИ ОСЬОВОМУ СТИСКУ

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України,
вул.Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна; e-mail: zhukova_n@ukr.net

При розрахунку критичних навантажень оболонкових елементів конструкцій з композитних матеріалів на додаток до дослідження впливу геометричних недосконалостей поверхні необхідно враховувати структурні недосконалості композита, зумовлені його неоднорідністю. До таких недосконалостей, зокрема, відносяться тріщини на граничних поверхнях компонентів композита, які можуть суттєво знижувати його механічні характеристики. Сумісне врахування впливу геометричних і структурних недосконалостей на стійкість циліндричних оболонок аналізується за допомогою підходу, розвиненого в представленій роботі.

Розглядається циліндрична оболонка радіуса R із загальною товщиною t і довжиною L, яка складається з N шарів односпрямованого препрегу. Вона навантажена рівномірно розподіленою по торцьовому перетину стискаючою силою P, пропорційною деякому параметру λ, який повинен бути таким, щоб виконувалися умови рівноваги. При наявності початкових геометричних недосконалостей зі зростанням параметра λ реалізується нелінійна деформація до досягнення граничного значення. Після цього відбувається зміна напрямку деформування, яку можна визначити при розв'язанні нелінійних рівнянь рівноваги, якщо за додаткову невідому величину прийняти параметр λ. Реалізувати цю процедуру можна за допомогою методу неперервного продовження Давиденка [2].

Необхідні для проведення розрахунків рівняння базуються на нелінійній теорії оболонок Тимошенко-Міндліна [3]. Вираз принципу віртуальних робіт в цьому випадку буде мати вигляд

$$\int_0^L \int_0^{2\pi R} \Big[T_{11}\delta\varepsilon_1 + T_{22}\delta\varepsilon_2 + T_{12}^*\delta\omega_1 + T_{21}^*\delta\omega_2 + T_{13}^*\delta\theta_1 + T_{23}\delta\theta_2 + T_{13}\delta\theta + T_{23}^*\delta\psi + M_{11}\delta k_1 + \\ + M_{22}\delta k_2 + M_{12}\delta t_1 + H\left(\delta t_1 + \delta t_2\right)\Big] dxdy - \delta A = 0. \tag{1}$$

Варіація роботи зовнішніх навантажень δA при однорідному осьовому стискаючому зусиллі $T_{11,0} = P/(2\pi R)$ запишеться як:

$$\delta A = -2\pi R \int_0^L T_{11,0}\delta u\, dx\,. \tag{2}$$

Використані тут позначення, а також нелінійні вирази деформацій через переміщення та співвідношення пружності співпадають з наведеними в [3].

Для розв'язування нелінійних рівнянь теорії оболонок застосовано метод асимптотичного аналізу, що запропонований авторами роботи [5], за допомогою якого може бути досліджено нелінійне деформування в околі критичного стану циліндричних оболонок з локальними і загальними початковим прогинами [4].

Для розв'язування нелінійної системи алгебраїчних рівнянь використовується метод неперервного продовження [3], що дозволяє простежити нелінійний шлях рівноважних станів оболонки, включаючи граничні точки. У результаті отримаємо характерну діаграму, яку можна назвати кривою рівноважних станів.

Запропоновану методику розрахунку було апробовано для вуглепластикових оболонок, для яких відомі результати чисельних досліджень та експерименту [3,6].

Одним з видів структурних недосконалостей волокнистих композитів є порушення ідеального зв'язку між армуючою речовиною і волокнами, що виникає при виготовленні такого матеріалу або в процесі експлуатації. У даній роботі механічні властивості волокнистих композитів з недосконалим контактом компонентів знаходяться із застосуванням результатів мікромеханіки [1] . В табл.1 наведено приклад розрахунку механічних характеристик композита, що складається з вуглецевих волокон і епоксидної матриці. Значення модулів композиту розраховані для при об'ємному вмісті волокон $\xi = 0,4$; заповнювача $\eta = 1 - \xi$; модулях E_a = 350 ГПа і E = 4 ГПа для деяких значень кута розкриття тріщини

Таблиця 1

θ	E_1, МПа	E_2, МПа	G_{12}, МПа	G_{13}, МПа	G_{23}, МПа	ν_{12}
0	142410	8563,6	3518,3	3518,3	3090,6	0,256
$\pi/6$	142410	6896,7	2789,6	3489,6	3090,6	0,258
$\pi/2$	142410	3139,7	1021,2	2227,2	3090,6	0,274
π	142240	1464,0	659,7	659,3	3090,2	0,300

Ці механічні характеристики вуглепластика були використані при дослідженні впливу локальних і загальних недосконалостей на критичні значення осьового навантаження для оболонок з різними геометричними параметрами, кількістю шарів та напрямків їх армування.

КЛЮЧОВІ СЛОВА**:** cylindrical shell, composite material, geometrical imperfection, structural imperfection, axial compression, stability

1. *Ванин Г.А.* Микромеханика композитных материалов. – Киев: Наук. думка, 1985. – 304 с.
2. *Давиденко Д.Ф.* Об одном новом методе численного решения нелинейных уравнений // Докл. АН СССР. – 1953. – **88,** № 4. – С. 196 – 206.
3. *Семенюк М.П., Жукова Н.Б.* Вплив механічних і геометричних параметрів композитних циліндричних оболонок з локалізованим прогином на характер рівноважних кривих при осьовому стиску // Прікл.механіка. – 2021. – 57, №1. – С. 75 – 87.
4. *Семенюк Н.П,.Трач В.М.* Устойчивость и закритическое поведение композитных цилиндрических оболочек с локальными несовершенствами при внешнем давлении // Прикл.механика. -2016. -**52**, №6. -С.79-92.
5. *Byskov E., Hutchinson J.W.* Mode interaction in axially stiffened cylindrical shells // AIAA J. – 1977. – **16**, N 7. – P. 941 – 948.
6. *Hilburger M. W.* Developing the next generation shell buckling design factors and technologies // AIAA Preceedings, 2012.

N.B. Zhukova

INFLUENCE OF GEOMETRIC AND STRUCTURAL IMPERFECTIONS ON THE STABILITY OF CYLINDRICAL SHELLS UNDER AXIAL COMPRESSION

On the basis of the Biskov-Hutchinson asymptotic method, a solution to the problem of the influence of various types of imperfections on the nonlinear deformation of composite cylindrical shells was obtained. The method is based on the Tymoshenko-Mindlin shell theory equation. The method of continuous continuation is used to pass critical points on the deformation trajectory. The influence of geometric and structural imperfections on the critical loads under axial compression is considered.

Є.А. Сторожук[1], О.В. Кудін[2]

АНАЛІТИЧНИЙ РОЗВ'ЯЗОК ГЕОМЕТРИЧНО НЕЛІНІЙНОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ ДОВГОЇ БАГАТОШАРОВОЇ ПЛАСТИНИ

[1]Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ, вул. П.Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна; e-mail: stevan@ukr.net
[2]Запорізький національний університет, вул. Жуковського, 66, 69600, Запоріжжя, Україна; e-mail: avk256@gmail.com

Довгі багатошарові пластини, як елементи сучасних конструкцій, знаходять широке застосування в інженерній практиці. При значних рівнях діючих навантажень в даних елементах конструкцій виникають великі (скінченні) деформації та прогини. Особливий інтерес представляє одержання аналітичних (точних) розв'язків крайових задач для пластин даного класу в геометрично нелінійній постановці.

Розглянемо циліндричний згин нескінченно довгої багатошарової прямокутної пластини, яка складається з K трансверсально-ізотропних шарів з сталою товщиною h_k $(k=1,2,...,K)$ і навантажена рівномірним нормальним тиском інтенсивністю q. Віднесемо пластину до прямокутної декартової системи координат $Oxyz$, осі Ox, Oy якої проходять паралельно поздовжнім і поперечним краям пластини. Граничні площини k - го шару мають рівняння $z=z_k$ і $z=z_{k+1}$ $(k=1,2,...,K)$ та є еквідістантними площині зведення $z=0$, положення якої в межах товщини може бути довільним.

Визначальними при дослідженні напружено-деформованого стану даного класу гнучких пластин є рівняння геометрично нелінійної теорії Кармана в квадратичному наближенні, яка базується на гіпотезі викривленої нормалі [1, 2]. Фізичні співвідношення записані на основі закону Гука для трансверсально-ізотропних матеріалів. Вважаємо, що фізико-механічні параметри пластини є сталими величинами в межах кожного шару, тобто $\overline{G}(z)=\overline{G}_k$, $E(z)=E_k$, $\nu(z)=\nu_k$, де $\overline{G}_k$ – модуль зсуву матеріалу k - го шару в площині поперечного перерізу; E_k, ν_k – модуль Юнга і коефіцієнт Пуассона в площині ізотропії; $z\in[z_k, z_{k+1}]$.

Згідно з теорією, представленою в [1, 2], приймається для кожного шару пластини рівність нулю поперечного нормального напруження $\sigma_{zz}^{(k)}$, квадратичний закон зміни за товщиною поперечного дотичного напруження $\sigma_{yz}^{(k)}$ і сталість нормального переміщення $w^{(k)}$ за товщиною

$$\sigma_{zz}^{(k)}=0;\quad \sigma_{yz}^{(k)}=\overline{G}_k f^{(k)}(z)\psi;\quad w^{(k)}=w;\quad z\in[z_k, z_{k+1}];\quad k=1,2,...,K, \tag{1}$$

де ψ – шукана функція поперечного зсуву; w – нормальне переміщення (прогин) площини зведення; $f^{(k)}$ – квадратичні функції змінної z, які вибираються так, щоб дотичне напруження $\sigma_{yz}^{(k)}$ задовольняло умовам контакту між шарами і нульовим умовам на зовнішніх площинах, та визначаються за формулами:

$$f^{(k)}(z)=0{,}5\overline{G}_k^{-1}\left[\sum_{i=1}^{k-1}\frac{E_i}{1-\nu_i^2}\left(z_{i+1}^2-z_i^2-2h_i\delta\right)+\frac{E_k}{1-\nu_k^2}\left(z^2-2\delta z-z_k^2+2\delta z_k\right)\right]. \tag{2}$$

Тут δ – стала величина, яку знаходимо з умови рівності нулю поперечного дотичного напруження на зовнішній площині $z=z_{K+1}$

$$\delta=\sum_{k=1}^{K}\frac{E_k(z_{k+1}^2-z_k^2)}{1-\nu_k^2}\Bigg/2\sum_{k=1}^{K}\frac{E_k h_k}{1-\nu_k^2}. \tag{3}$$

З рівняння стану для поперечного дотичного напруження знаходимо деформацію поперечного зсуву

$$e_{yz}^{(k)}=f^{(k)}(z)\psi;\quad k=1,2,...,K. \tag{4}$$

Підставляючи вираз (4) для $e_{yz}^{(k)}$ у співвідношення Коші для деформації поперечного зсуву та інтегруючи його по z, отримаємо закон зміни тангенціального переміщення за товщиною пластини

$$u^{(k)}(z)=u-\frac{dw}{dy}z+\psi g^{(k)}(z);\quad k=1,2,...,K, \tag{5}$$

де u – тангенціальне переміщення площини зведення; $g^{(k)}(z)$ – кубічні функції виду

$$g^{(k)}(z)=0{,}5\overline{G}_k^{-1}\left\{\sum_{i=1}^{k-1}\frac{E_i}{1-\nu_i^2}\left(z_{i+1}^2-z_i^2-2h_i\delta\right)z+\frac{E_k}{1-\nu_k^2}\left[\frac{z^3}{3}-\delta z^2+\left(2\delta z_k-z_k^2\right)z\right]\right\}. \tag{6}$$

З рівнянь рівноваги пластини отримано систему розв'язувальних рівнянь відносно прогину та функції поперечного зсуву, яка є системою двох лінійних звичайних диференціальних рівнянь 4-го і 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами, що залежать від тангенціального зусилля. Проте, залежність шуканих функцій від навантаження є нелінійною, оскільки тангенціальне зусилля є нелінійною функцією навантаження. У випадку, коли поздовжні краї пластини шарнірно закріплені, з умови відсутності зближення між краями одержано залежність між тангенціальним зусиллям і навантаженням у вигляді квадратного рівняння відносно q.

Таким чином, точний розв'язок геометрично нелінійної задачі про циліндричний згин довгої багатошарової пластини отримано у параметричній формі з тангенціальним зусиллям в якості параметра.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: багатошарова пластина, викривлена нормаль, циліндричний згин, геометрично нелінійна задача, точний розв'язок.

1. Пискунов В.Г., Вериженко В.Е. Линейные и нелинейные задачи расчета слоистых конструкций. – Киев: Будівельник, 1986. – 176 с.
2. Рассказов А.О., Соколовская И.И., Шульга Н.А. Теория и расчет слоистых ортотропных пластин и оболочек. – К.: Вища школа. –1986. –191 с.

E.A. Storozhuk[1], O.V. Kudin[2]

ANALYTICAL SOLUTION OF A GEOMETRICLY NONLINEAR PROBLEM FOR A LONG MULTILAYER PLATE

[1]S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences,
P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine;
[2]Zaporizhzhya National University, Zhukovsky Str., 66, 69600, Zaporizhzhya, Ukraine

Using the hypothesis of a curved normal, an exact solution of a geometrically nonlinear problem for a long multilayer plate under the action of a normal surface load is obtained.

KEY WORDS: multilayer plate, curved normal, cylindrical bend, geometrically nonlinear problem, exact solution.

E. Carrera[1], V.V. Zozulya[2]

CARRERA UNIFIED FORMULATION (CUF) FOR THE COMPOSITE SHELLS OF REVOLUTION.

[1] Department of Aeronautics and Aerospace Engineering, Politecnico di Torino, Corso Duca degli Abruzzi, 24, 10129 Torino, Italy, *e-mail:* erasmo.carrera@polito.it;
[3]*S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences, P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine; e-mail:* vzozulyas@hotmail.com

Let an composite laminate shell of revolution occupy a region $V = \Omega \times [-h, h]$ in a 3-D Euclidian space R^3, where Ω is the middle surface and $2h$ is the thickness of the shell. As it was mentioned earlier, the shell consists of K curved laminas stacked on top of each other in the thickness direction without of slipping. The mechanical properties of the composite shell, on average, can be presented by an equivalent homogeneous orthotropic material. Therefore, it can be considered as a linear elastic inhomogeneous anisotropic body.

Due to the symmetry of stress and strain tensors, we can introduce vector notations and represent them as six component vectors of the form

$$\boldsymbol{\sigma} = \left|\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{23}, \sigma_{13}\right|^T, \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \left|\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, \varepsilon_{12}, \varepsilon_{23}, \varepsilon_{13}\right|^T \tag{1}$$

These quantities are not independent, they are related by the equations of linear elasticity. Here we will show that the equations of linear theory of elasticity can be obtained from the principle of virtual work (see Carrer and Zozulya [1, 2]). For this purpose, let us introduce the functional, that is the functions of displacement vector $\mathbf{u}$ defined above in the form

$$\Phi(\mathbf{u}) = \int_V W(\boldsymbol{\varepsilon}) dV - L_{ext}(\mathbf{b}, \mathbf{p}) \tag{8}$$

Here $W(\boldsymbol{\varepsilon})$ is the potential energy density function, which depend on the mechanical properties of the shell and $L_{ext}(\mathbf{b}, \mathbf{p})$ is the work of external volume $\mathbf{b}$ and $\mathbf{p}$ surface loads

According to the CUF approach, the displacement fields, which are functions of curvilinear coordinates (x_1, x_2, x_3) are represented as series of functions of the coordinated x_3 directed orthogonally to the middle surface of the shell, in the form

$$\mathbf{u}(x_1, x_2, x_3) = \mathbf{F}_{u,\tau}(x_3) \cdot \mathbf{u}_\tau(x_1, x_2), \qquad \tau = 1, 2, \dots, M \tag{9}$$

where $\mathbf{F}_{\mathbf{u},\tau}(x_3)$ are the basic functions of the thickness coordinates and $\mathbf{u}_\tau(x_1, x_2)$ is vector of displacements. They have the form

$$\mathbf{F}_{\mathbf{u},\tau}(x_3) = \begin{vmatrix} F_{u_1,\tau}(x_3) & 0 & 0 \\ 0 & F_{u_2,\tau}(x_3) & 0 \\ 0 & 0 & F_{u_3,\tau}(x_3) \end{vmatrix}, \quad \mathbf{u}_\tau(x_1, x_2) = \begin{vmatrix} u_{1,\tau}(x_1, x_2) \\ u_{2,\tau}(x_1, x_2) \\ u_{3,\tau}(x_1, x_2) \end{vmatrix} \tag{10}$$

Taking into that variations $\delta \mathbf{u}_\tau$ depend only on variables x_1 and x_2 differential equations for displacements of the higher order elastic shells can be represented in matrix form

$$\mathbf{L}_M^G \cdot \mathbf{u}_M^G = \mathbf{b}_M^G \tag{11}$$

where $\mathbf{L}_M^G$ is the global matrix operator of a system of differential equations, $\mathbf{u}_M^G$ is the vectors of unknown functions and $\mathbf{b}_M^G$ is the right hand side, they have the form. The global structure of the matrix operator $\mathbf{L}_M^G$ is the same as in the case of homogeneous shells, see Carrere and Zozulya [1, 2] and has the form

$$\mathbf{L}_M^G = \begin{vmatrix} \mathbf{L}_{1,1}^{loc} & \cdots & \mathbf{L}_{1,M}^{loc} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{L}_{M,1}^{loc} & \cdots & \mathbf{L}_{M,M}^{loc} \end{vmatrix}, \quad \mathbf{u}_M^G = \begin{vmatrix} \mathbf{u}_1^{loc} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_M^{loc} \end{vmatrix}, \quad \mathbf{b}_M^G = \begin{vmatrix} \mathbf{b}_1^{loc} \\ \vdots \\ \mathbf{b}_M^{loc} \end{vmatrix} \tag{12}$$

Matrices $\mathbf{L}_{\tau,s}^{loc}$ are the fundamental nuclei of the differential equations of equilibrium of elastic shells of higher orders.

Let us consider a hyperbolic shell which formed by rotating around the axis x_3 of a hyperbolic line of the form $\frac{x_1^2}{a^2} - \frac{x_3^2}{b^2} = 1$. In order to obtain equations that describe mechanical behaviour of the higher order composite multilayer hyperbolic shell, we introduce polar coordinates, where $x_1 = \rho$, $x_2 = \varphi$ and $x_3 = z$, $z \in [-h, h]$. The middle surface of the hyperbolic shell is a two-sheeted hyperboloid.

The coefficients of the first quadratic form of a hyperbolic surface and the principal curvatures are

$$A_1 = \sqrt{a^2 \sinh(x)^2 + b^2 \cosh(x)^2}\,,\ A_2 = a\cosh(x),$$
$$\kappa_1 = -\frac{ab}{\left(a^2 \sinh(x)^2 + b^2 \cosh(x)^2\right)^{3/2}},\quad \kappa_2 = \frac{b}{a\sqrt{a^2 \sinh(x)^2 + b^2 \cosh(x)^2}} \tag{13}$$

respectively.

On Fig. 1 show the graphs of the distribution of the dimensionless components of the displacement vector $\bar{\mathbf{u}}(x,z)$ in the meridional and radial directions, respectively, for the first, third and fifth and seventh order $\tau = 1,3,5,7$, and for the Timoshenko's shear deformation $\tau = T$ models.

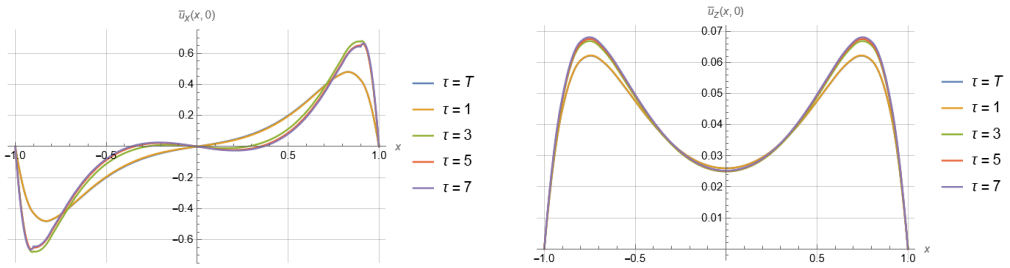


Fig. 1. Components $\bar{u}_x$ and $\bar{u}_z$ of the displacement vector in x direction for different order models

Additional information related to theoretical aspects of the mathematical modeling composite shells using CUF and examples of numerical modeling using computer algebra software MATHEMATICA can be found in [3].

KEYWORDS: composite shell, multilayered shells, shell of revolution, CUF, higher order theory.

Carrera E, Zozulya V.V. Carrera Unified Formulation (CUF) for the Shells of Revolution. I. Higher Order Theory. *Acta Mechanica*, 2023, **234**, 109-136.

Carrera E, Zozulya V.V. Carrera Unified Formulation (CUF) for the Shells of Revolution. II. Navier close form solutions. *Acta Mechanica*, 2023, **234**, 137-161.

Carrera E, Zozulya V.V. Carrera Unified Formulation (CUF) for the Composite Shells of Revolution. Equivalent Single Layer Models, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 2023, 1-23. https://doi.org/10.1080/15376494.2023.2218380

О.М.Шикула[1,2], Н.Б.Жукова[1]

МОДЕЛІ ДЕФОРМУВАННЯ КОМПОЗИТНИХ МАТЕРІАЛІВ З НЕЛІНІЙНИМИ КОМПОНЕНТАМИ

[1]Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України,
вул. Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна; e-mail: ensh@ukr.net, zhukova_n@ukr.net
[2]Державний університет інформаційно-телекомунікаційних технологій,
вул. Солом'янська, 7, 03110, Київ, Україна

В умовах досить великих навантажень для багатьох композитних матеріалів внаслідок фізичної нелінійності їх компонентів відбувається деформування по нелінійному закону. Такий характер деформування характерний для композитів на основі металевої матриці, а також на основі полімерних матеріалів при високих температурах. Експериментальні дослідження за досить високих температур демонструють [1] нелінійне деформування також високомодульних матеріалів типу органічного скла. На рис. 1 показані графіки експериментальної залежності напруження від деформації для органічного скла за різних температур. При температурі 80^0 залежність між напруженням і деформацією має параболічний характер. Тому актуальним є дослідження фізично нелінійного деформування композитних матеріалів при нелінійному деформуванні обох компонентів.

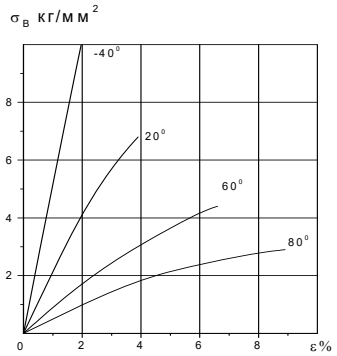


Рис.1.

Метою даної роботи є побудова моделей та дослідження нелінійного деформування композитних матеріалів, компоненти яких деформуються за нелінійними законами. Були побудовані моделі нелінійного деформування зернистих, шаруватих, волокнистих та шарувато-волокнистих матеріалів, які розглядалися як двокомпонентні матеріали стохастичної структури з нелінійними компонентами. В основу покладено стохастичні диференціальні рівняння фізично нелінійної теорії пружності Л.П.Хорошуна [2 – 4].

Розв'язок задач про напружено-деформівний стан та ефективні властивості композитних матеріалів побудовано за методом осереднення. Розроблено алгоритми визначення ефективних деформативних властивостей композитних матеріалів з фізично нелінійними компонентами. Розв'язок нелінійних рівнянь, що враховують фізичну нелінійність компонентів, побудовано за ітераційним методом. Встановлено закони зв'язку між макронапруженнями і макродеформаціями в композитних матеріалах та залежності середніх деформацій і напружень в їх компонентах від макродеформацій. Побудовано криві деформування матеріалів різної структури для різних значень об'ємного вмісту їх компонентів. Вивчено залежність ефективних деформативних властивостей матеріалів від об'ємного вмісту компонентів. Досліджено вплив нелінійності компонентів на деформування композитів. Встановлено, що вона суттєво впливає на ефективні деформативні властивості та напружено-деформований стан матеріалів.

В якості конкретних задач досліджувалось нелінійне деформування композитів, у яких модулі об'ємного стиску компонентів постійні, а модулі зсуву задаються нелинійними діаграмами, що при малих деформаціях мають лінійні ділянки.

На рис. 2 наведено графіки залежностей макронапруження від макродеформації для волокнистого матеріалу при різних об'ємних концентраціях волокон. Як бачимо, фізична нелінійність компонентів матеріалу істотно впливає на характер діаграм деформування для всіх значень об'ємного вмісту волокон. Криві залежностей мають параболічний характер.

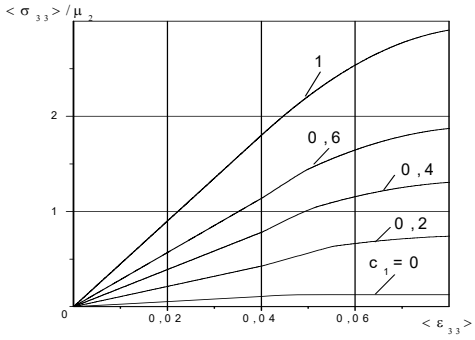


Рис. 2.

КЛЮЧОВІ СЛОВА**:** композитний матеріал стохастичної структури, нелінійність деформування компонентів, ефективні деформативні властивості, напружено-деформований стан, вплив нелінійності

1. Вулф Б. К., Ромадин К. П. Авиационное материаловедение. – Москва: Машиностроение, 1967. – 422 с.
2. Khoroshun L.P., Shikula E.N. Nonlinear deformative properties of dispersion-reinforced materials. // Mechanics of composite materials. – 2002. – **38**, N 4. – P. 473 – 486.
3. Khoroshun L.P., Shikula E.N. Deformation of physically nonlinear stochastic composites. // Int. Appl. Mech. – 2008. – **44**. N 12. – P. 1325 – 1351.
4. Khoroshun L.P., Shikula E.N. (2012). Deformation and long-term damage of homogeneous and composite materials of stochastic structure. // Int. Appl. Mech. – 2012. – **48**, N 1. – P. 7 – 55.

E.N. Shikula[1,2], N.B. Zhukova[1]

MODELS OF DEFORMATION OF COMPOSITE MATERIALS WITH NONLINEAR COMPONENTS

[1] SPTimoshenko Institute of Mechanics National Academy of Science of Ukraine, Kyiv, Ukraine e-mail: ensh@ukr.net, zhukova_n@ukr.net
[2] State University of Information and Telecommunication Technologies, Kyiv, Ukraine

The models of nonlinear deformation of composites with physically nonlinear components are proposed. The solutions to the problems of the stress-strain states and effective properties of these materials are constructed by the averaging method by L.P. Khoroshun. Algorithms for determining the effective deformative properties of composites and their stress-strain state have been developed. The effects of nonlinearity of components on the deformation of composites are investigated.

О.М.Шикула[1,2], Н.Б.Жукова[1]

МОДЕЛЬ ДЕФОРМУВАННЯ ПРОСТОРОВО-АРМОВАНИХ ВОЛОКНИСТИХ МАТЕРІАЛІВ З ФІЗИЧНО НЕЛІНІЙНОЮ МАТРИЦЕЮ

[1]Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України,
вул. Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна; e-mail: ensh@ukr.net, zhukova_n@ukr.net
[2]Державний університет інформаційно-телекомунікаційних технологій,
вул. Солом'янська, 7, 03110, Київ, Україна

Композитні матеріали на основі безперервних волокон і зв'язуючої їх матриці за характером орієнтації волокон можна розділити на три групи: односпрямовані, різноспрямовані в одній площині і просторово-орієнтовані. Багатоспрямованість волокон дозволяє забезпечити необхідну жорсткість і міцність композиту в різних напрямках, що вигідно відрізняє ці матеріали від односпрямованих. Тому волокнисті матеріали з волокнами, розорієнтованими в площині, тобто шарувато-волокнисті матеріали, а також більш пріоритетні і менш досліджені просторово розорієнтовані матеріали знаходять широке застосування в багатьох галузях, де потрібні легкі та міцні конструкції.

При збільшенні навантаження багато однорідних і композитних матеріалів проявляють нелінійний характер залежностей між макронапруженнями та макродеформаціями. Це може бути обумовлене фізичною нелінійністю деформування компонентів [2]. Такий вид нелінійності є типовим для композитів на основі пластичної металевої матриці, а також на основі полімерів при підвищених температурах. Просторово-армовані волокнисті матеріали використовуються в спорудах та деталях, що працюють в умовах високих силових та температурних навантажень. Тому прогнозування їх нелінійних властивостей є актуальним.

Метою даної роботи є побудова моделі та дослідження нелінійного деформування просторово армованих волокнистих матеріалів з фізично нелінійною матрицею.

Розглянемо просторово армований волокнистий матеріал стохастичної структури, що є системою волокон N напрямків, пов'язаних матрицею. Цей матеріал будемо розглядати як багатокомпонентний композитний матеріал з випадковим розташуванням волокон, розглядаючи матрицю і волокна кожного напрямку як окремі компоненти.

Визначення ефективних деформативних характеристик матеріалу будемо проводити в два етапи. На першому етапі визначаються ефективні властивості підсистеми, що є односпрямованим волокнистим матеріалом, утвореним волокнами k -го напрямку і частиною матриці з об'ємним вмістом, пропорційним об'ємному вмісту волокон цього напрямку. Розв'язання задачі першого етапу базується на стохастичних диференційних рівняннях фізично нелінійної теорії пружності. Для розв'язання задачі використовується метод умовних моментів Л.П.Хорошуна [1, 4 - 6].

На другому етапі за обчисленими властивостями підсистем визначаються ефективні властивості всієї системи. Розв'язання задачі другого етапу будується на основі схеми Фойхта.

Розглядається декілька випадків просторового армування волокнистих матеріалів. Для цих випадків розроблені алгоритми визначення ефективних деформативних властивостей матеріалу. Розв'язок нелінійних рівнянь, що враховують фізичну нелінійність матриці, будуються за ітераційним методом. Для кожного випадку армування встановлені закони зв'язку між макронапруженнями і макродеформаціями в матеріалі та залежності середніх деформацій і напружень в матриці матеріалу від макродеформацій, а також побудовані криві деформування матеріалу для різних значень об'ємного вмісту волокон c_1. На рис.1 наведено графіки залежностей макронапруження від макродеформації при різних об'ємних концентраціях волокон. Досліджено вплив нелінійності матриці на деформування просторово-армованих композитних матеріалів. Встановлено, що нелінійність матриці суттєво впливає на ефективні деформативні властивості та напружено-деформований стан просторово-армованих матеріалів при $c_1 \ll 1$.

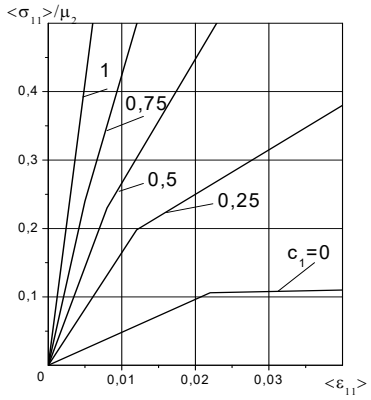


Рис. 1.

КЛЮЧОВІ СЛОВА**:** волокнистий матеріал багатоспрямованого армування, нелінійне деформування матриці, ефективні деформативні властивості композиту, вплив нелінійності

1. *Гузь* А.Н., Хорошун Л.П., Михайлова М.И., Бабич Д.В., Шикула Е.Н. Механика композитов: В 12 т. / под общ. ред. А.Н.Гузя / Т. 12: Прикладные исследования. – К: «А.С.К.», 2003. – 398 с.
2. *Каудерер Г.* Нелинейная механика. – М: Изд-во иностр. лит., 1961. – 778 с.
3. *Хорошун* Л.П. Методы теории случайных функций в задачах о макроскопических свойствах микронеоднородных сред // Прикладная механика. – 1978. – Т. 14, № 2. – С. 3-17.
4. *Хорошун* Л.П. Метод условных моментов в задачах механики композитных материалов // Прикладная механика. – 1987. – Т. 23, № 10. – С. 100-108.
5. *Хорошун* Л.П., Маслов Б.П., Шикула Е.Н., Назаренко Л.В. Механика композитов: В 12-х т. / под общ. ред. А.Н.Гузя / Т.3 Статистическая механика и эффективные свойства материалов. – К.: Наук. думка, 1993. – 390 с.

E.N. Shikula[1,2], N.B. Zhukova[1]

MODEL OF DEFORMATION OF SPATIALLY REINFORCED FIBROUS MATERIALS WITH A PHYSICALLY NON-LINEAR MATRIX

[1] SPTimoshenko Institute of Mechanics National Academy of Science of Ukraine, Kyiv, Ukraine
[2] State University of Information and Telecommunication Technologies, Kyiv, Ukraine

A model of nonlinear deformation of spatially reinforced fibrous materials with a nonlinear matrix was constructed. To determine the effective deformative properties and stress-strain state of the material, the method of conditional moments by L.P. Khoroshun and Voigt scheme are used. The solution of nonlinear equations is built with iterative method. For each case of reinforcement, the relationship between macrostresses and macrostrains, as well as material deformation curves are constructed.

Д.В. Клименко[1], В.А. Максимюк[2], Є.А. Сторожук[2], І.С. Чернишенко[2]

ПРО ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НЕЛІНІЙНО-ПРУЖНОГО СТАНУ ДНИЩА ПАЛИВНОГО БАКА РАКЕТИ З УРАХУВАННЯМ РЕАЛЬНОЇ ЗСУВНОЇ ЖОРСТКОСТІ КОМПОЗИТНОГО МАТЕРІАЛУ

[1]ДП «Конструкторське бюро «Південне» ім. М.К. Янгеля»,
Дніпро, Україна, e-mail: klymenko_dv@hotmail.com
[2]Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ, Київ, Україна, e-mail: stevan@ukr.net

З орієнтацією на реальні елементи ракетної техніки розроблено вдосконалені методики для розрахунків напружено-деформованого стану (НДС) оболонок обертання з нелінійно-пружних полімерних композиційних матеріалів (ПКМ) довільної зсувної жорсткості, включаючи граничний випадок гіпотез Кіргофа–Лява.

З огляду на можливості сіткових методів доцільно класифікувати ПКМ на три групи за рівнем зсувної жорсткості (табл. 1). До першої групи відносяться одношарові ПКМ з невеликою ортотропією і неоднорідністю, але зі значною зсувною жорсткістю ($E_x \sim E_y \sim G_{xz} \sim G_{yz}$). До другої − багатошарові ПКМ з пониженою зсувною жорсткістю ($E_x \sim E_y >> G_{xz} \sim G_{yz}$). До третьої − поперечно прошиті багатошарові ПКМ з “немалою” ($E_x/G_{xz} \sim E_y/G_{yz} \sim 1{,}5\text{-}20$) зсувною жорсткістю.

Таблиця 1

Група ПКМ	Зсувна жорсткість	Властивості	Гіпотези	Методи
1	Значна	$E_x \sim E_y \sim G_{xz} \sim G_{yz}$	Кірхгофа–Лява	Вдосконалений
2	Понижена	$E_x \sim E_y >> G_{xz} \sim G_{yz}$	Тимошенка	Традиційні
3	“Немала”	$E_x/G_{xz} \sim 1{,}5\text{-}20$	Тимошенка	Вдосконалений

Розрахунки конструкцій з перших двох груп ПКМ можна виконати традиційними класичними сітковими методами з використанням теорії пластичності анізотропних середовищ. Проте геометрична частина гіпотез Кірхгофа–Лява (група 1) у варіаційно-різницевому методі (ВРМ) була реалізована алгоритмічно. Ідея запропонованого підходу полягає в накладанні за допомогою множників Лагранжа належних обмежень в функціоналі $\Pi(u,\varphi)$ теорії оболонок Тимошенка, у якому варіюються тільки переміщення та кути повороту,

Для розрахунків конструкцій з третьої групи ПКМ були вдосконалені ВРМ і метод скінченних елементів (МСЕ). Це підходи, що базуються на: змішаних функціоналах, методі множників Лагранжа, векторних співвідношеннях для деформацій, використанні точок надзбіжності, подвійній апроксимації деформацій.

Методики застосовано для розрахунку НДС сферичного днища паливного бака ракети, якби воно було б виготовлене з нелінійно-пружного ПКМ.

Шаруватий ПКМ має параметри: E_{ss} = 38,4 ГПа; $E_{\theta\theta}$ = 25,3 ГПа; G_{s3}=2 ГПа; $\nu_{\theta s}$ = 0,24; q_{ssss}=2; $q_{\theta\theta\theta\theta}$ =4,20; $q_{ss\theta\theta}$ =-0,33; $q_{s\theta s\theta}$ =13; q_{s3s3} =13. Нелінійні діаграми деформування наведено на рис. 1. Оболонка перебуває під дією внутрішнього тиску q_3 , який через кришку призводить до дії перерізуючого зусилля $Q_0 = q_3 r_0 / 2$ на фланець отвору радіусом r_0 (рис.2). На зовнішньому ($r = r_k$) краї оболонки прийнято умови рухливого в радіальному напрямку шарнірного обпирання: $u = 0$; $Q_s = 0$; $M_s = 0$. Розрахунки виконано для сферичної оболонки радіуса R=2,5 м і постійної товщини h=2,8 мм. Діаметр верхнього центрального люка d=0,69 м, діаметр нижньої частини, з’єднаної з циліндричним корпусом D=3,9 м. Тоді геометричні параметри оболонки будуть такими: r_0 =0,345 м; r_k =1,95 м; $0 \le s \le 1{,}89$ м. Вплив фізичної нелінійності та зсувної жорсткості реального (G_{s3}=2 ГПа) та гіпотетичного (G_{s3} <2 ГПа, G_{s3} =20 ГПа) на максимальні колові деформації (в %) і напруження (в МПа) на зовнішній ($\varepsilon_{\theta\theta}^{+}$ і $\sigma_{\theta\theta}^{+}$) і внутрішній ($\varepsilon_{\theta\theta}^{-}$ і $\sigma_{\theta\theta}^{-}$) поверхнях оболонки біля контуру отвору при $q_3 = 0{,}2$ МПа показано в табл.2. Результати, наведені в останньому рядку табл. 2, відповідають гіпотезам Кіргофа–Лява.

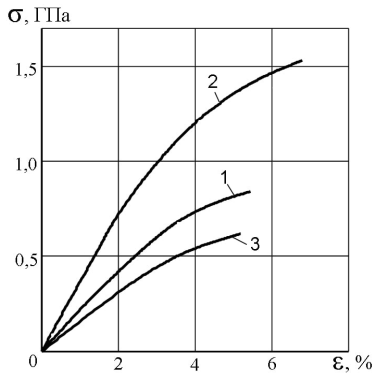


Рис. 1.

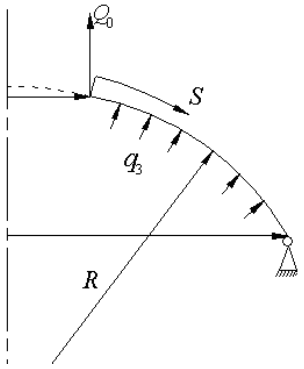


Рис. 2.

Таблиця 2

G_{s3}, ГПа	Лінійна задача				Нелінійна задача			
	$\varepsilon_{\theta\theta}^{+}$	$\varepsilon_{\theta\theta}^{-}$	$\sigma_{\theta\theta}^{+}$	$\sigma_{\theta\theta}^{-}$	$\varepsilon_{\theta\theta}^{+}$	$\varepsilon_{\theta\theta}^{-}$	$\sigma_{\theta\theta}^{+}$	$\sigma_{\theta\theta}^{-}$
2	4,23	3,35	1072	849	4,68	3,70	879	777
0,02	4,63	3,76	1173	952	5,20	4,22	923	834
0,002	7,21	6,39	1825	1617	8,92	7,89	1134	1087
20	4,22	3,34	1069	845	4,67	3,68	877	774

В розглянутому прикладі фізична нелінійність, проявляючись більше за малої зсувної жорсткості, зменшує вплив поперечного зсуву на напружений стан оболонки, а на деформований дещо збільшує. Аналогічні результати було отримано й для інших варіантів крайових умов.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: сферичне днище, паливний бак ракети, композитний матеріал, зсувна жорсткість, моделі Кірхгофа–Лява і Тимошенка, отвір, фізична нелінійність, чисельні методи.
KEY WORDS: spherical bottom, rocket fuel tank, composite material, shear stiffness, Kirchhoff–Leav and Tymoshenko models, hole, physical nonlinearity, numerical methods.

D.V. Klymenko[1], V.A. Maksymyuk[2], E.A. Storozhuk[2], I.S. Chernyshenko[2]

ON THE NUMERICAL SIMULATION OF THE NONLINEAR ELASTIC STATE OF THE BOTTOM OF THE ROCKET FUEL TANK TAKING INTO ACCOUNT THE REAL SHEAR RIGIDITY OF THE COMPOSITE MATERIAL

[1]M.K. Yangel Yuzhnoye State Design Office, Dnipro, Ukraine,
[2]S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences, Kyiv, Ukraine

With a focus on real elements of rocket technology, improved methods have been developed for calculating the stress-strain state of the shells of rotation from nonlinear-elastic polymer composite materials of sufficient shear stiffness, including the limit case of the Kirchhoff–Love hypotheses.

Секція 2: Механіка оболонкових систем та елементів конструкцій, зокрема, з отворами, вирізами, ребрами жорсткості. Механіка структурно-неоднорідних оболонок

ЗМІСТ

1. В.М. Назаренко, О.Л. Кіпніс **РУЙНУВАННЯ КУСКОВО-ОДНОРІДНОГО ТІЛА З МІЖФАЗНИМИ ТРІЩИНАМИ У КУТОВІЙ ТОЧЦІ МЕЖІ ПОДІЛУ І ВНУТРІШНЬОЮ ПІВНЕСКІНЧЕННОЮ ТРІЩИНОЮ**	59
2. В. А. Декрет, В.С. Зеленський, В.М. Бистров **СТІЙКІСТЬ КОМПОЗИТНОГО МАТЕРІАЛУ ІЗ АРМУЮЧИМИ КОМПОНЕНТАМ КІНЦЕВИХ РОЗМІРІВ ПРИ ЇХ ПОСЛІДОВНОМУ РОЗМІЩЕНІ**	61
3. В.М. Бистров, В.А. Декрет, В.С. Зеленський **ВТРАТА СТІЙКОСТІ У ШАРУВАТОМУ КОМПОЗИТНОМУ МАТЕРІАЛІ ПРИ ПОВЕРХНЕВОМУ СТИСКАННІ ЗА НАЯВНОСТІ МІЖШАРОВИХ ТРІЩИН**	63
4. В.А. Декрет, В.М. Бистров, В.С. Зеленський, С.В. Донов **ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ НА ОСНОВІ ВИСОКОПРОДУКТИВНИХ ОБЧИСЛЕНЬ СТІЙКОСТІ КОМПОЗИТНИХ МАТЕРІАЛІВ ІЗ УРАХУВАННЯМ ЇХ СТРУКТУРНОЇ НЕОДНОРІДНОСТІ ТА НАЯВНОСТІ ДЕФЕКТІВ У СТРУКТУРІ**	65
5. А.С. Колядюк **КОЛИВАННЯ ПЛАСТИНИ У В'ЯЗКОМУ СЕРЕДОВИЩІ**	68
6. М.В. Довжик, В.М. Назаренко **РУЙНУВАННЯ МАТЕРІАЛУ З ПОТЕНЦІАЛОМ ТРЕЛОАРА ПРИ СТИСКУ ВЗДОВЖ ПРИПОВЕРХНЕВОЇ ТРІЩИНИ ПЛОСКА ЗАДАЧА**	70
7. Ю.А. Мейш **ДО ДОСЛІДЖЕННЯ ВИМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ ТРИШАРОВОЇ ПРЯМОКУТНОЇ ПЛАСТИНИ З ДИСКРЕТНИМ НАПОВНЮВАЧЕМ НА ПРУЖНІЙ ОСНОВІ ПРИ НЕСТАЦІОНАРНИХ НАВАНТАЖЕНЬ**	71
8. Ю.А. Мейш, Н.В. Арнаута **ДО ЧИСЕЛЬНОГО РОЗВ'ЯЗКУ ДИНАМІЧНИХ ЗАДАЧ КОНІЧНИХ ОБОЛОНОК НЕКРУГОВОГО ПЕРЕРІЗУ**	72
9. К.Е. Котенко **ДИНАМІКА ТРИШАРОВИХ НЕОДНОРІДНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК НА ПРУЖНІЙ ОСНОВІ ПРИ НЕСТАЦІОНАРНИХ НАВАНТАЖЕННЯХ**	74
10. П.З.Луговий, Ю.В. Скосаренко, Т.Я. Батутіна **ДИНАМІКА ТРИШАРОВИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК З НЕОДНОРІДНИМ ЗАПОВНЮВАЧЕМ ПРИ ЕКСПЛУАТАЦІЙНИХ НАВАНТАЖЕННЯХ**	75
11. П.З. Луговий, В.М. Сіренко, Д.В. Клименко, К.Е. Котенко **ДИНАМІКА ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ В ТРИШАРОВИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ЕЛЕМЕНТАХ З НЕОДНОРІДНИМ ЗАПОВНЮВАЧЕМ ПРИ КОМБІНОВАНИХ НЕСТАЦІОНАРНИХ НАВАНТАЖЕННЯХ**	76

12. В.В. Гайдайчук **ВПЛИВ ПРУЖНОЇ ОСНОВИ НА ДИНАМІКУ ТРИШАРОВИХ НЕОДНОРІДНИХ КОНІЧНИХ ОБОЛОНОК ПРИ ІМПУЛЬСНИХ НАВАНТАЖЕННЯХ**	77
13. С.П. Орленко **ДИНАМІКА ТРИШАРОВОЇ НАПІВСФЕРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З НЕСИМЕТРИЧНОЮ СТРКТУРОЮ ЗА ТОВЩИНОЮ ПРИ ЗОСЕРЕДЖЕНОМУ УДАРІ ПО ЇЇ ВЕРШИНІ**	78
14. Н.Я. Прокопенко **ВПЛИВ КІЛЬКОСТІ ШПАНГОУТІВ НА ПЕРЕХІДНИЙ ПРОЦЕС В ЦИЛІНДРИЧНІЙ ОБОЛОНЦІ ПРИ НЕПОСТІЙНОМУ ЗБУРЮВАЛЬНОМУ НАВАНТАЖЕННІ**	79
15. П.З. Луговий, А. С. Ольховський **ВПЛИВ ЕРОЗІЙНО-КОРОЗІЙНИХ ПОШКОДЖЕНЬ ЛОПАТЕЙ НА ЧАС ЇХ ЕКСПЛУАТАЦІЇ**	81
16. І.Ю. Подільчук **ДОСЛІДЖЕННЯ МІРИ ЕФЕКТА БАУШИНГЕРА ДЛЯ ЛЕГОВАНИХ СТАЛЕЙ ПРИ РОЗТЯЗІ-СТИСКУ**	82

В . М . Назаренко[1], О. Л. Кіпніс[1]

РУЙНУВАННЯ КУСКОВО-ОДНОРІДНОГО ТІЛА З МІЖФАЗНИМИ ТРІЩИНАМИ У КУТОВІЙ ТОЧЦІ МЕЖІ ПОДІЛУ І ВНУТРІШНЬОЮ ПІВНЕСКІНЧЕННОЮ ТРІЩИНОЮ

[1]Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ, вул. П.Нестерова, 3, 03057, Київ

Досліджується симетрична задача плоскої деформації про граничну рівновагу кусково-однорідного ізотропного тіла площини з межею поділу середовищ у формі сторін кута, на бісектрисі якого міститься півнескінченна навантажена тріщина, а у вершині - маломасштабні міжфазні зсувні тріщини (рис. 1).

Вважається, що довжини міжфазних тріщин у значному ступені менші за відстань від кутової точки до вершини внутрішньої тріщини. Береги півнескінченної тріщини знаходяться під дією тиску, який розподілено за законом F / r^2, $r \geq L$ (F – задана додатна стала, що має розмірність сили).

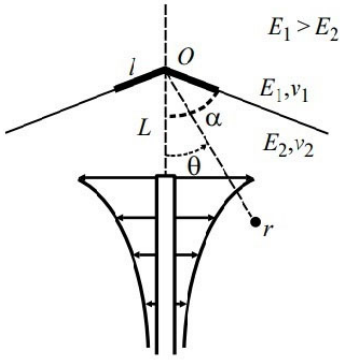


Рис. 1

Оскільки довжини міжфазних тріщин суттєво менші за відстань від кутової точки до вершини внутрішньої тріщини, можливої є декомпозиція поставленої задачі на зовнішню і внутрішню [2]. Зовнішньою задачею є задача теорії пружності для кусково-однорідної ізотропної площини з внутрішньою навантаженою півнескінченною тріщиною (рис 2). Внутрішня задача – задача теорії пружності для кусково-однорідної ізотропної площини з межею поділу середовищ у формі сторін кута, у вершині якого містяться міжфазні зсувні тріщини (рис. 3).

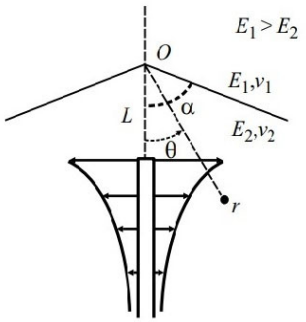


Рис. 2

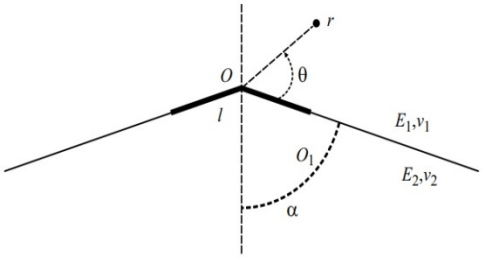


Рис. 3

Точні розв'язки внутрішньої і зовнішньої задач побудовано методом Вінера – Гопфа [1, 3] у поєднанні з апаратом інтегрального перетворення Мелліна [4].

На основі побудованих розв'язків визначено коефіцієнт інтенсивності напружень в кінцях міжфазних тріщин у задачі в цілому та досліджено характер зміни руйнуючого навантаження.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: міжфазна зсувна тріщина, кусково-однорідне тіло, метод Вінера - Гопфа

1. Гахов Ф.Д. Краевые задачи. – Москва: Наука, 1977. – 640 с.
2. Кипнис А.Л. О подходе к решению задач о межфазных трещинах, зародившихся в угловых точках кусочно-однородного тела *// Допвіді НАН України. – 2014. – № 10. – С.51 – 55.*
3. Нобл Б. Применение метода Винера – Хопфа для решения дифференциальных уравнений в частных производных. – Москва: Изд-во иностр. лит., 1962. – 279.
4. Уфлянд Я.С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. – Ленинград: Наука, 1967. – 402 с.

V.M. Nazarenko, A.L. Kipnis

FRACTURE OF A PIECEWISE HOMOGENEOUS BODY WITH INTERFACIAL CRACKS AT THE CORNER POINT OF THE INTERFACE AND AN INTERNAL SEMI-INFINITE CRACK

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences, P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine

A plane static symmetric elasticity problem for a piecewise homogeneous isotropic plane with an interface in the form of sides of angle, containing small-scale interfacial shear cracks at a corner point and a loaded internal semi-infinite crack, is considered. The exact solution of this problem is constructed by the Wiener-Hopf method. The stress intensity factor at the tips of interfacial cracks was determined and the nature of the change in the breaking load was studied.

В.А. Декрет, В.С. Зеленський, В.М. Бистров

СТІЙКІСТЬ КОМПОЗИТНОГО МАТЕРІАЛУ ІЗ АРМУЮЧИМИ КОМПОНЕНТАМИ КІНЦЕВИХ РОЗМІРІВ ПРИ ЇХ ПОСЛІДОВНОМУ РОЗМІЩЕННІ

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, вул. П. Несторова, 3, 03057, Київ, Україна; e-mail: numer@inmech.kiev.ua

Досліджується просторова задача стійкості для двох послідовно розміщених армуючих елементів (волокон) у нескінченій матриці (зв'язуючому) при одновісному стисканні. Для отримання конкретних результатів проведені обчислювальні експерименти з метою визначення розмірів зовнішнього паралелепіпеда $l_1 \times l_2 \times l_3$, який представляє собою розрахункову область (рис.1). Розміри розрахункової області які включають два послідовно розміщених волокна обрані в такій спосіб, що подальше їх збільшення не впливає на величину критичних параметрів і при цьому виконуються умови затухання на границі розрахункової області. У розглянутому випадку як і в разі одного волокна в матриці композит займає нескінченну область, а збурення які обумовлені наявністю пари послідовних волокон кінцевих розмірів поширюються на обмежену відстань. Постановка задачі стійкості в цьому випадку виконується по аналогії з одним коротким волокном у нескінченній матриці [1]. Результати отримані з використанням основних співвідношень тривимірної лінеаризованої теорії стійкості деформованих тіл [2] та моделі кусково-однорідного середовища.

Для розв'язку задачі стійкості використано другий варіант теорії малих деформацій [2], коли неоднорідний докритичний стан, який виникає внаслідок застосування моделі "коротких волокон" визначається по геометрично лінійній теорії. Армовані волокна та матриця моделюються лінійно-ізотропними тілами. Таке моделювання можна вважати прийнятним при порівняльно короткостроковій дії зовнішнього навантаження.

Задача досліджується з допомогою чисельних методів на основі модифікованого варіаційно-різницевого підходу. Для розв'язку задачі використані чисельні прямі та ітераційні методи із застосуванням концепції базових схем [3]. Для отримання потрібної точності та з урахуванням високої розмірності задачі для її розв'язку застосована програмне забезпечення орієнтовано на паралельне обчислення на суперкомп'ютері СКІТ [4].

Розрахункова схема та умови навантаження композита наведені на рис.1. Висновки щодо розв'язку розглянутої задачі стійкості полягають в тому, що для досліджуваного інтервалу зміни геометричних характеристик отримані результати просторової задачі стійкості двох сусідніх послідовно розміщених волокон в матриці при повздовжньому стисканні можна наближено замінити результатами плоскої задачі стійкості отриманими із заданою точністю в рамках моделі " коротких волокон". При досить значних відстанях між волокнами коли армований елемент втрачає стійкість практично без взаємодії з другим армованим елементом реалізується форма втрати стійкості, яка відповідає випадку одного волокна в матриці [1].

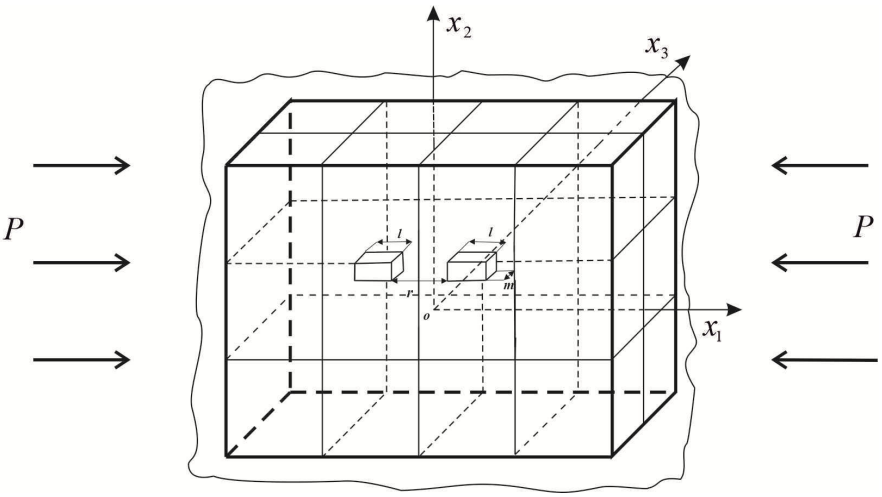


Рис.1 Розрахункова схема та умови навантаження композиту

КЛЮЧОВІ СЛОВА: композитний матеріал, короткі волокна, чисельні методи, лінеаризована теорія стійкості.

1. Гузь А.Н., Декрет В.А Модель коротких волокон в теории устойчивости композитов – LAPLAMBERAcademic, Publishing, 2015. 315с.
2. *Гузь А. Н*. Основы трехмерной теории устойчивости деформируемых тел. Киев: Вища шк. 1986. 512 с.
3. Статика материалов.т.3. Механика композитов. Киев: Наук. думка. 1993. 453с.
4. Суперкомп'ютер ІК НАН України/ http/cybcluster. org.ua/

В.М. Бистров, В.А. Декрет, В.С. Зеленський

ВТРАТА СТІЙКОСТІ У ШАРУВАТОМУ КОМПОЗИТНОМУ МАТЕРІАЛІ ПРИ ПОВЕРХНЕВОМУ СТИСКАННІ ЗА НАЯВНОСТІ МІЖШАРОВИХ ТРІЩИН

Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка НАНУ,вул. П. Нестерова, 3,
Київ, Україна; e-mail: numer@inmech.kiev.ua

Одним із можливих механізмів руйнування односпрямованих композитних матеріалів (КМ) при стисканні вздовж напрямку армування є втрата стійкості армуючих шарів і волокон [1]. При стисканні односпрямованих КМ поверхневим навантаженням цей механізм може мати характер приповерхневої втрати стійкості у структурі КМ з формами втрати стійкості, згасаючими при віддаленні від завантаженої граничної поверхні [1, 4]. Наявність технологічних та експлуатаційних дефектів у структурі КМ у вигляді міжшарових тріщин передбачає урахування їх впливу на втрату стійкості у структурі КМ внаслідок ослаблення адгезії між компонентами КМ [5]. З іншого боку за наявністю таких дефектів поряд із втратою стійкості у структурі КМ при стиску вздовж тріщин може мати місце такий механізм руйнування, як локальна втрата стійкості стану рівноваги матеріалу, який оточує тріщини [1]. У роботі досліджуються умови, за якими проявляються вказані механізми руйнування КМ.

Розглядається двокомпонентний шаруватий КМ регулярної структури за наявності недосконалого контакту між армуючим шаром і матрицею у вигляді міжшарових макротріщин з вільними від напружень берегами. Макротріщинами вважаються тріщини, довжина яких є порівняною або перевищує товщину $h = h_a$ армуючих шарів КМ. Армуючий шар КМ знаходиться під дією стискаючого поверхневого навантаження вздовж напрямку армування нормально до торцевої поверхні. Відповідна розрахункова область і схема навантаження КМ представлені на рис. 1. Як представницький елемент КМ використана багатошарова розрахункова область з граничними умовами на бічних сторонах розрахункової області, які відповідають умовам симетрії [4].

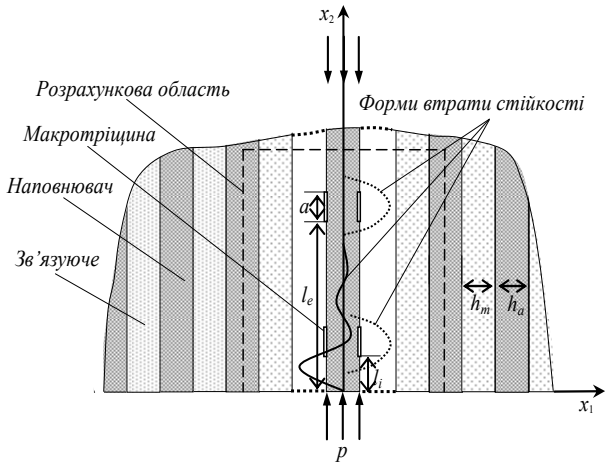
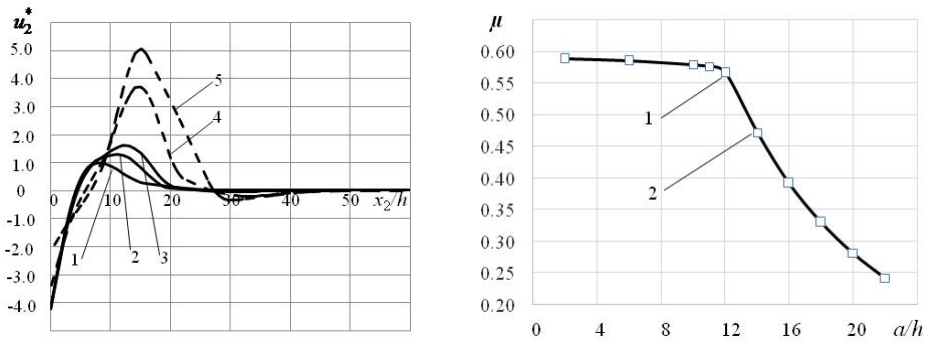


Рис. 1

Критичні значення навантаження, які відповідають приповерхневій втраті стійкості або локальній втраті стійкості у околі тріщини визначаються в рамках тривимірної лінеаризованої теорії стійкості деформівних тіл (ТЛТСДТ) [6]. Застосовується статичний метод дослідження задач ТЛТСДТ, при якому розв'язується узагальнена задача на власні значення. Для чисельного розв'язку задачі застосовано метод сіток на основі модифікованого варіаційно-різницевого підходу [2]. При чисельному моделюванні розглянутої у даній роботі задачі в рамках обчислювального експерименту застосовано паралельне програмне забезпечення для розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь методом Холецького та часткової узагальненої алгебраїчної проблеми власних значень для розріджених симетричних матриць методом ітерацій на підпросторі [3].

Розглянуто випадок розміщення тріщини на відстані l_i від граничної поверхні в межах довжини згасання приповерхневих форм стійкості і на відстані l_e за межами вказаної довжини. Встановлено, що приповерхнева втрата стійкості у структурі матеріалу зі збільшенням розміру тріщини при досягненні цим розміром певного значення стрибкоподібно змінюється на локальну втрату стійкості матеріалу навколо тріщини.



а *б*

Рис. 2

Як приклад, на рис. 2 наведені результати розрахунків для випадку розміщення макротріщини в межах області згасання приповерхневих форм стійкості для значення l_i = 10h. Розрахунки були проведені для наступних механічних та геометричних характеристик КМ: відношення модулів Юнга армуючих шарів і матриці $E_a E_m^{-1}$ = 100; коефіцієнти Пуассона $\nu_a = \nu_m = 0,3$; довжина макротріщин змінювалась у діапазоні $10h \div 16h$, де $h = h_a$ – товщина армуючого шару. На рис. 2, *а* представлено форми втрати стійкості $u_2^* = u_2\left(0, x_2/h\right)/u_{2\,perfect}^{max}$ у перерізі $x_1 = 0$ середнього армуючого шару представницького елементу КМ, де $u_{2\,perfect}^{max}$ – максимальне значення збурення переміщень в зазначеному перерізі для випадку ідеального контакту. На рис. 2, *б* представлено залежність власних значень μ від розміру a/h макротріщин. На рис. 2, *а* крива 1 відповідає приповерхневій формі втрати стійкості при ідеальному контакті між шарами КМ, криві 2, 3 відповідають приповерхневим формам втрати стійкості, коли довжина тріщини не перевищує значення 12h та складає 10h та 12h відповідно. При перевищенні розміру 12h у КМ реалізується локальна втрата стійкості у околі макротріщини. Цим формам втрати стійкості відповідають криві 4, 5 при значенні довжини тріщини 14h, 16h відповідно. Перехід від приповерхневої форми втрати стійкості (крива 3) біля граничної поверхні КМ до локальної форми втрати стійкості (крива 4) у околі тріщини відбувається стрибкоподібно. На рис. 2, *б* такій зміні форм втрати стійкості відповідає стрибок функції залежності власного значення від довжини тріщини, якому відповідають точки 1, 2. Аналогічна картина щодо зміни форм втрати стійкості при досягненні певного значення довжини тріщини спостерігається також для випадку розміщення тріщин за межами області згасання форм втрати стійкості.

Наведені у роботі результати дослідження дозволяють зробити певні висновки щодо взаємодії різних механізмів руйнування КМ.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: шаруватий композитний матеріал, поверхневе навантаження, макротріщина, форма втрати стійкості, власне значення, тривимірна лінеаризована теорія стійкості, метод сіток, паралельні обчислення.

1. *Гузь А.Н.* Основы механики разрушения композитов при сжатии: в 2-х томах. (Т. 1. Разрушение в структуре материала. – 592 с. Т. 2. Родственные механизмы разрушения. – 736 с.). – Киев: «ЛИТЕРА», 2008.

2. *Механика композитов*: В 12-и т. (Под общей ред. А.Н. Гузя). Т.11. *Григоренко Я.М., Шевченко Ю.В., Василенко А.Т. и др.* Численные методы. – Киев: «А.С.К.», 2002. – 448 с.

3. *Химич А.Н.*, *Молчанов И.Н., Попов А.В., Чистякова Т.В., Яковлев М.Ф.* Параллельные алгоритмы решения задач вычислительной математики. – Киев: Наук. думка, 2008. – 247 с.

4. *Bystrov V.M., Dekret V.A., Zelenskii V.S.* Loss of Stability in a Composite Laminate Compressed by a Surface Load // Int. Appl. Mech. – 2017. – **53**, N 2. – P. 156 – 163.

5. *Bystrov V.M., Dekret V.A., Zelenskiy V.S.* Edge Effect and Near-Surface Buckling in Layered Composite Material with Imperfect Contact Between Layers // Int. Appl. Mech. – 2022. – **58**, N 6. – P. 695 – 705.

6. *Guz A.N.* Fundamentals of the Three-Dimensional Theory of Stability of Deformable Bodies. Berlin: Springer-Verlag Heilberg, 1999. – 555 p.

В.А. Декрет[1], В.М. Бистров[1], В.С. Зеленський[1], С.В. Донов[2]

ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ НА ОСНОВІ ВИСОКОПРОДУКТИВНИХ ОБЧИСЛЕНЬ СТІЙКОСТІ КОМПОЗИТНИХ МАТЕРІАЛІВ ІЗ УРАХУВАННЯМ ЇХ СТРУКТУРНОЇ НЕОДНОРІДНОСТІ ТА НАЯВНОСТІ ДЕФЕКТІВ У СТРУКТУРІ

[1]Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка НАНУ,
вул. П. Нестерова, 3, Київ, Україна; e-mail: numer@inmech.kiev.ua
[2]Державне підприємство "Конструкторське бюро "Південне" ім. М.К. Янгеля",
вул. Криворізька, 3, Дніпро, Україна; e-mail: cdsvcdsv@gmail.com

Зростаюче використання композитних матеріалів (КМ) при створенні сучасних елементів конструкцій, зокрема, для ракетно-космічної техніки стимулює значний інтерес щодо дослідження впливу структурних факторів, властивих композитам, на їх міцність та несучу здатність конструкцій з них. Тому важливою і актуальною проблемою є розробка та розвиток розрахункових моделей і обчислювальних алгоритмів для дослідження стійкості і руйнування структурованих на мікро- та макрорівні матеріалів при стисканні [1, 6]. Складність відповідних задач механіки композитів вимагає застосування чисельних методів їх розв'язку [3].

При чисельному моделюванні задач стійкості та руйнування композитів, для забезпечення потрібної точності наближеного розв'язку приходимо до необхідності розв'язання дискретних задач великої розмірності. Це потребує застосування методів високопродуктивних обчислень та, зокрема, алгоритмічно-програмних засобів паралельних обчислень на комп'ютерах з багатоядерними процесорами та графічними прискорювачами [5, 10]. У роботі розглянуті питання розробки дискретних моделей та їх застосування для чисельного дослідження докритичного стану та стійкості армованих КМ у обчислювальному середовищі, яке включає локальний ПК та суперкомп'ютер, об'єднаних мережею Internet. На рис. 1 представлені програмні компоненти обчислювального середовища для проведення розрахунків в рамках обчислювального експерименту. Такими компонентами є проблемно-орієнтований комплекс програм [2] для формування дискретних моделей, проведення обчислень на локальному ПК та підготовки даних і обробки результатів обчислень на суперкомп'ютері СКІТ [4], SSH-клієнти для виділення обчислювальних ресурсів (PuTTY [8]) та обміну даними (WinSCP [9]) між локальним ПК та суперкомп'ютером, спеціальне та прикладне програмне забезпечення [5] для проведення паралельних обчислень на суперкомп'ютері. Обчислювальні алгоритми та технологія проведення розрахунків, що представлені у роботі, орієнтовані на використання паралельного алгоритмічно-програмного забезпечення для розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь методом Холецького та часткової узагальненої алгебраїчної проблеми власних значень для розріджених симетричних матриць на основі методу ітерацій на підпросторі на багатоядерних комп'ютерах з графічними прискорювачами та паралельних комп'ютерах з новітніми хост-процесорами Intel Xeon Phi [5, 10].

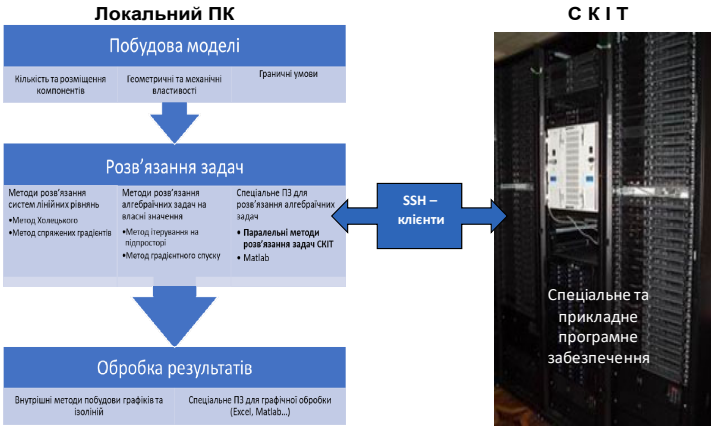
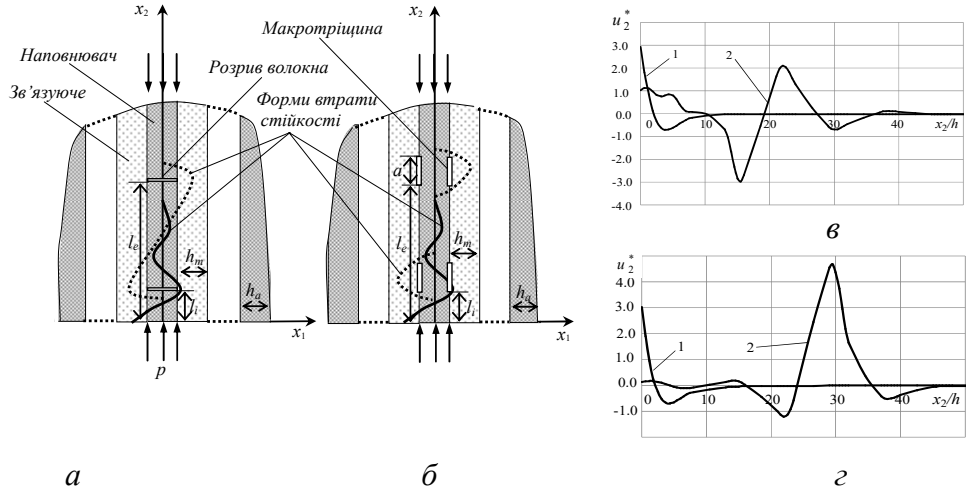


Рис. 1

Підхід до розробки відповідних дискретних моделей базується на методі сіток в рамках концепції базових різницевих схем [3]. Математичні моделі, які застосовані у роботі, відповідають точному підходу до розв'язання задач механіки композитів на основі застосування рівнянь теорії пружності і тривимірної лінеаризованої теорії стійкості (ТЛТСДТ) [7] в рамках моделі кусково-однорідного

середовища. Застосовується статичний метод дослідження задач ТЛТСДТ, при якому розв'язується узагальнена задача на власні значення.

В рамках створеної технології у роботі проведено апробацію розрахункових моделей для дослідження таких механізмів руйнування КМ, як приповерхнева втрата стійкості армуючих шарів зразку із КМ та локальна втрата стійкості матеріалу у околі міжшарових тріщин та розривів армуючих компонентів. Відповідні розрахункові моделі представлені на рис. 2 *а, б*.



а *б* *г*

Рис. 2

Як показали результати проведених досліджень, застосування методу ітерування підпростору для розв'язання задачі на власні значення у гільбертовому енергетичному просторі, який породжується різницевими операторами задачі, дозволяє отримувати розв'язки, що відповідають локальній втраті стійкості біля структурних дефектів у КМ, таких як тріщини, розриви армуючих компонентів тощо. На рис. 2 *в* крива 1 є першою формою втрати стійкості та відповідає приповерхневій втраті стійкості середнього армуючого шару, крива 2 є п'ятдесят другою формою втрати стійкості та відповідає локальний втраті стійкості фрагменту середнього армуючого компоненту, який відокремлено двома поперечними розривами (розрахункова модель на рис 2 *а*). Фрагмент розташовано у діапазоні $21h \div 32h$. На рис. 2 *г* крива 1 є першою формою втрати стійкості та відповідає приповерхневій втраті стійкості середнього армуючого шару, крива 2 є п'ятдесятою формою втрати стійкості та відповідає локальний втраті стійкості у околі міжшарової макротріщини, що розташована біля поверхні КМ (розрахункова модель на рис 2 *б*). Макротріщина знаходиться на відстані $21h$ від поверхні та має розмір $11h$. На рис. 2, *в*, *г* форми втрати стійкості $u_2^* = u_2\left(0, x_2/h\right)/u_{2\,perfect}^{max}$ представлені для перерізу $x_1 = 0$ середнього армуючого шару представницького елементу КМ, де $u_{2\,perfect}^{max}$ – максимальне значення збурення переміщень в зазначеному перерізі для випадку ідеального контакту та за відсутністю розривів у армуючому компоненті.

Результати проведених досліджень дозволяють зробити висновок, що при математичному моделюванні задач стійкості армованих КМ застосування паралельних алгоритмів розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь та алгебраїчних задач на власні значення на базі суперкомп'ютерних технологій забезпечує можливість отримання з необхідною точністю розв'язку дискретних задач великої розмірності при ефективному використанні обчислювальних ресурсів.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: обчислювальне середовище, паралельні обчислення, шаруватий композитний матеріал, поверхневе навантаження, макротріщина, розрив волокна, форма втрати стійкості, тривимірна лінеаризована теорія стійкості, метод сіток.

1. *Гузь А.Н.* Основы механики разрушения композитов при сжатии: В 2-х т. – К.: "ЛИТЕРА", 2008. Т.1. Разрушение в структуре материала. – 592 с.
2. *Гузь А.Н., Декрет В.А.* Модель коротких волокон в теории устойчивости композитов. – Saarbrücken : LAP Lambert acad. publ., 2015. – 315 с.
3. *Механика композитов*: В 12-и т. (Под общей ред. А.Н. Гузя). Т.11. *Григоренко Я.М., Шевченко Ю.В., Василенко А.Т. и др.* Численные методы. – Киев: «А.С.К.», 2002. – 448 с.
4. Суперкомп'ютер ІК НАН України / http://icybcluster.org.ua/

5. *Химич А.Н.*, *Молчанов И.Н., Попов А.В., Чистякова Т.В., Яковлев М.Ф.* Параллельные алгоритмы решения задач вычислительной математики. К.: Наук. Думка. 2008. 247 с.

6. *Bystrov V.M., Dekret V.A., Zelenskiy V.S.* Edge Effect and Near-Surface Buckling in Layered Composite Material with Imperfect Contact Between Layers // Int. Appl. Mech. – 2022. – **58**, N 6. – P. 695 – 705.

7. *Guz A.N.* Fundamentals of the Three-Dimensional Theory of Stability of Deformable Bodies. Berlin: Springer-Verlag Heilberg, 1999. – 555p.

8. https://www.chiark.greenend.org.uk/~sgtatham/putty/

9. https://winscp.net/eng/index.php

10. *Khimich A.N., Dekret V.A., Popov A.V., Chistyakov A.V.* Numerical Study of the Stability of Composite Materials on Computers of Hybrid Architecture // Journal of Automation and Information Sciences. 2018. Vol. 50. No 7. P. 7 – 24.

А.С. Колядюк

КОЛИВАННЯ ПЛАСТИНИ У В'ЯЗКОМУ СЕРЕДОВИЩІ

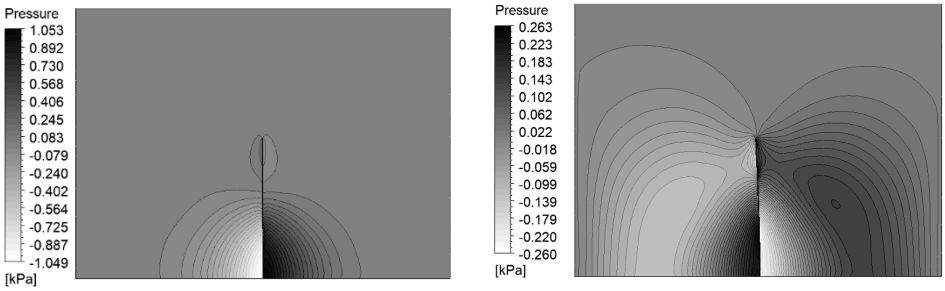
Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ, вул. П.Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна;e-mail: duk86@outlook.com

Проводиться дослідження коливання вертикальної пластини у в'язкому середовищі під впливом ударного навантаження у вигляді різкого переміщення її основи. Розв'язання даного класу задач актуальне у зв'язку з необхідністю дослідження поведінки конструкційний елементів які працюють в умовах безпосереднього контакту з в'язкими середовищами (різні рідини або ґрунти). Ватро зауважити що конструкційні елементи можуть як приймати навантаження від в'язкого середовища так і безпосередньо працювати у вигляді збудника навантаження. Даний клас досліджень потребує використання підходів розв'язання сумісних задач механіки твердого тіла та гідро-газодинаміки.

В'язке середовище моделювалося як рідина, в даному випадку вода, з постійною густиною. Поведінка в'язкого середовища моделювалася за допомогою рівнянь Навье-Стокса усереднених по Рейнольдсу. При цьому поведінка рідини моделювалася як ламінарна течія. Коливання пластини розглядалися як рішення задачі вільних коливань в явній постановці. При цьому не враховувалося демпфування системи. Для моделювання використовували наступні параметри пластини: висота 150мм, товщина 0,5мм. При цьому пластину та область в'язкого середовища моделювали як безкінечно широкою.

Для рішення сумісної задачі використовувався ітераційний підхід. На першому етапі вирішувалася задача механіки. Отримані переміщення передавалися в задачу гідро-газодинаміки, при цьому відбувалася зміна початкової геометрії скінченно-єлементноі моделі що являлося граничними умовами для визначення тиску на стінки пластини. Далі отримані розподілення тиску задавалися додатково як окремі граничні умови для задачі механіки на наступному кроці рішення. Для кожного кроку по часові для рішення сумісної задачі проводилися до 5-ти ітерацій для коректного моделювання взаємодії твердого тіла та рідини. При цьому в розрахунку задавалося лінійне переміщення основи пластини на 2мм за 0,002с в горизонтальному напрямку. Моделювалось поведінка пластини в в'язкому середовищі на протязі 0,5с. При цьому використовували крок по часу 2е-4с.

На рис. 1. показано розподілення тиску в рідині для різного моменту часу. Як видно з отриманих результатів різке переміщення пластини в в'язкому середовищі призводить до утворення хвилевих ефектів. Враховуючи, що зовнішні стінки (окрім нижньої) моделювалися як відкриті, тобто враховують можливі зворотні течії та не приводять до накладанні хвиль, коливальний процес в рідині має затухаючий характер.



а *б*

Рис. 1. Розподілення тиску рідині для часу: а – 0,004с, б – 0,018с.

На рис. 2. представленні переміщення верхньої частини пластини в напрямку дії навантаження. При цьому проведено порівняння коливального процесу з варіантом без врахування взаємодії пластини з в'язким середовищем. Як видно з результатів розрахунків коливання без урахування взаємодії з в'язким середовищем мають вигляд вільних коливань які не затухають. Варто зауважити що в обох випадках не враховувалося демпфування системи. Для розрахунку з врахуванням взаємодії з в'язким середовищем видно що коливання мають швидко затухаючий характер. При цьому можна стверджувати що рідина при коливальному процесі виступе в ролі демпфера.

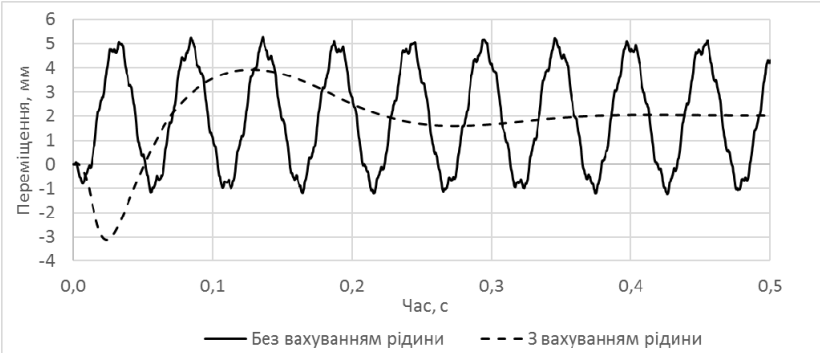


Рис. 2. Переміщення верхньої частини пластини в напрямку дії навантаження.

Проведено дослідження коливання вертикальної пластини в в'язкому середовищі під впливом ударного навантаження. Проведений аналіз коливальних процесів в в'язкому середовищі та пластині. Встановлено, що в'язке середовища виконує роль демпфера для коливальних процесів пластини.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: механіки твердого тіла, гідро-газодинаміка, пластина, Навье-Стокса, сумісна задача, в'язке середовище, Рейнольдс.

1. Головко К.Г., Луговой П.З., Мейш В.Ф. Динамика не однородных оболочек при нестационарных нагрузках. Под ред. акад. НАН Украины А.Н. Гузя. — К.: Издательско-полиграфический центр «Киевский университет», 2012. — 541 с.
2. Рождественский Б.Л., Яценко Н.И., Системы квазилинейных уравнений и их приложение к газовой динамике. – М.: Наука, 1978. – 688с.
3. Timoshenko S.P., Gere J.M. Mechanics of Materials. – New York: Van Nostrand Reinhold Company, 1972. – 670 p.

A.S. Koliadiuk

PLATE OSCILLATION IN A VISCOUS FLUID

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences, P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine

The study of the oscillation of a vertical plate in a viscous fluid under the influence of a shock load in the form of a sharp movement of its base is carried out. For this class of research, approaches to solving compatible problems of solid body mechanics and CFD were used. The solution of this class of problems is relevant in connection with the study of the behavior of structural elements that work in conditions of direct contact with viscous fluid.

М.В. Довжик, В.М.Назаренко

РУЙНУВАННЯ МАТЕРІАЛУ З ПОТЕНЦІАЛОМ ТРЕЛОАРА ПРИ СТИСКУ ВЗДОВЖ ПРИПОВЕРХНЕВОЇ ТРІЩИНИ ПЛОСКА ЗАДАЧА

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ, вул. П.Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна; e-mail: dovzhyk.m.v@ukr.net, nazvm1@gmail.com

Було досліджено задачу руйнуванні півплощини $x_2 \geq -h$ під час одновісного стиску вздовж приповерхневої тріщини. Розглянута плоска тріщина довжиною $2a$ в напрямку стиску осі Ox_1 та нескінченна в напрямку Ox_3, розташована в площині $x_2 = 0$, стискаючі зусилля паралельні площині тріщини. В такому випадку, скориставшись критерієм руйнування з [2] задача зводиться до розв'язання системи інтегральних рівнянь.

$$\begin{gathered}\int_0^1 g(\eta)\left|\frac{1}{\eta^2-\xi^2}\right|d\eta+\frac{1}{k}\int_0^1 M_2(\xi,\eta)g(\eta)d\eta-\frac{2}{k}\int_0^1 N_2(\xi,\eta)f(\eta)d\eta+\tilde{C}_1=0;\\ \int_0^1 f(\eta)\left|\frac{1-\xi^2}{\eta^2-\xi^2}\right|d\eta+\frac{1}{k}\int_0^1 M_1(\xi,\eta)f(\eta)d\eta-\frac{2}{k}\int_0^1 N_1(\xi,\eta)g(\eta)d\eta=0;\ \int_0^1 g(\eta)d\eta=0.\end{gathered} \tag{1}$$

Для розв'язання (1) було використано чисельно-аналітичну методу, побудовану на методі Бубнова-Гальоркіна, запропоновану в [1]. В результаті, система інтегральних рівнянь зводиться до системи лінійних рівнянь, коефіцієнти якої залежать від сталих матеріалу та безрозмірної відстані між тріщиною та вільною поверхнею.

В якості прикладу, було розглянуто матеріал з потенціалом Трелоара, для якого отримано критичні укорочення та напруження для великих та малих відстаней між тріщиною та вільною поверхнею. Аналіз результатів, отриманих для малих відстаней, дає змогу оцінити можливість використання "балочного наближення" при розв'язанні таких задач як з точки зору тонкостінності, так і з точки зору умов закріплення.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: приповерхнева тріщина, стиск вздовж тріщини, плоска задача, матеріал з потенціалом Трилоара.

1. Guz A.N., Dovzhik M.V., Nazarenko V.M. Fracture of a material compressed along a crack located at a short distance from the free surface.// Int. Appl. Mech. – 2011. – **47**, N 6. – P. 627-635.
2. Назаренко В.М. К теории разрушения материалов при сжатии вдоль приповерхностных трещин в условиях плоской деформации // Прикл. механика. – 1986. – **22**, № 12. – С. 96–104.

M.V. Dovzhyk , V.M. Nazarenko

FRACTURE OF A MATERIAL WITH THE TRELOAR POTENTIAL AT COMPRESSION ALONG A NEAR-SURFACE CRACK A PLANE PROBLEM

S.P.Timoshenko Institute of Mechanics, National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv

The nonclassical problem of fracture mechanics for a near-surface crack in the case of plane problem was investigated. As an example, the numerical research for material with Treloar potential was conducted. The critical shortening was defined. Also, the applicability of the «beam approximation» for these materials was investigated.

Ю. А. Мейш

ДО ДОСЛІДЖЕННЯ ВИМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ ТРИШАРОВОЇ ПРЯМОКУТНОЇ ПЛАСТИНИ З ДИСКРЕТНИМ НАПОВНЮВАЧЕМ НА ПРУЖНІЙ ОСНОВІ ПРИ НЕСТАЦІОНАРНИХ НАВАНТАЖЕНЬ

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України, вул. Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна; e-mail: juliameish@gmail.com

Метою даного повідомлення є чисельне дослідження вимушених неосесиметричних коливань тришарової прямокутної пластини з дискретним наповнювачем на пружній основі під дією нестаціонарного навантаження.

Неоднорідна тришарова пружна структура являє собою зовнішню і внутрішню прямокутні пластини, які жорстко з'єднані між собою системою повздовжніх і поперечних дискретних ребер. Покладається, що внутрішня пластина знаходиться на пружній основі. Для опису пружної основи використовується модель Вінклера. Математичною моделлю динамічного процесу деформування вказаної структури є система гіперболічних нелінійних рівнянь теорії пластин і стержнів типу Тимошенка в квадратичному наближенні. Для виводу рівнянь неосесиметричних коливань тришарової неоднорідної структури використовується варіаційний принцип стаціонарності Гамільтона – Остоградського. Виходячи з цього принципу, отримано чотири системи рівнянь: рівняння коливань зовнішньої і внутрішньої пластин, рівняння коливань і-го повздовжнього дискретного елемента та j-го поперечного дискретного елемента з відповідними граничними та початковими умовами.

Чисельний алгоритм розв'язку задач даного класу базується на використанні інтегро-інтерполяційного підходу побудови різницевих схем по просторовим координатам та явній скінченно-різницевій апроксимації по часовій координаті для вищевказаних систем диференціальних рівнянь.

Як числовий приклад було розглянуто задачу динамічної поведінки неоднорідної тришарової прямокутної пластини з дискретним поперечним ребристим заповнювачем на пружній основі при дії зовнішнього розподіленого нестаціонарного навантаження (навантаження прикладається до зовнішньої поверхні). Припускалося, що всі краї прямокутної пластини було жорстко защемлено. В результаті розрахунків отримано кінематичні та статичні залежності параметрів напружено-деформованого стану тришарової пластини на пружній основі, які дозволяють проводити детальний аналіз динамічної поведінки досліджуваної структури.

1. *Meish V.F., Shtancel S.E.* Solving the Dynamical Problem of the Theory of Three – Layered Shells of Revolution with the Discrete Filler under Nonstationary Loads // Int. Appl. Mech. – 2002. – **38,** N12. – p. 855 – 861.
2. *Цихановський В.К., Козловець С.М., Коряк О.С.* Розрахунок тонких плит на пружній основі методом скінчених елементів. – К.: Вид-во «Сталь», 2008. – 234 с.
3. *Головко К.Г., Луговой П.З., Мейш В.Ф.* Динамика неоднородных оболочек при нестационарных нагрузках / под ред. Акад. НАН Украины А.Н. Гузя. – К.: Изд. – полиграф. центр «Киевский ун-т», 2012. – 541 с.
4. *Meish V.F., Meish Yu.A., Mel'nichenko, A.I.* Propagation of Cylindrical and Spherical Waves in Two-Layer Soil Media // Int. Appl. Mech. – 2018. – 54, N 5. – P. 552-558.

Ю.А. Мейш, Н.В. Арнаута

ДО ЧИСЕЛЬНОГО РОЗВ'ЯЗКУ ДИНАМІЧНИХ ЗАДАЧ КОНІЧНИХ ОБОЛОНОК НЕКРУГОВОГО ПЕРЕРІЗУ

Національний університет біоресурсів та природокористуваня України, вул. Героїв Оборони, 12, навчальний корпус № 8,03041, м. Київ, e-mail: juliameish@gmail.com

Широке застосування оболонкових конструкцій у будівництві сучасних надзвукових та гіперзвукових літальних апаратів та багаторазових космічних транспортних системах спостерігається останніми роками та активізується в даний час. Метою даної роботи є постановка крайових завдань для конічних оболонок некругового перерізу, їх чисельний розв'язок та чисельне дослідження деформування при дії нестаціонарних навантажень.

Розглянемо конічну оболонку некругового перерізу в криволінійній ортогональній системі координат $\alpha_1 \alpha_2 z$. Координатні лінії α_1, α_2 належать серединній поверхні оболонки та збігаються з лініями головних кривизн; координатна лінія z є прямою, яка є ортогональною до серединної поверхні. Будемо вважати величину z додатною, якщо точка знаходиться з боку опуклості серединної поверхні. Коефіцієнти першої квадратичної форми та кривини серединної поверхні конічної оболонки не кругового перерізу мають наступний вигляд

$$A_1 = 1,\ A_2 = R_s\ ;\quad k_1 = 0,\ k_2 = \theta / R_s\ ,$$

де $R_s = R_0 + s_1 \sin\theta$, R_0 - радіус оболонки при $s_1 = s_{10}$, θ - кут конусності.

При побудові математичної моделі динамічної поведінки конічної оболонки некругового перерізу користуватимемося припущеннями, що напружено-деформований стан оболонки може бути визначений у рамках геометрично лінійного варіанта теорії оболонок типу Тимошенка [1]. Будемо використовувати наступні позначення $s_1 = \alpha_1 A_1$, $s_2 = \alpha_2 A_2$, де A_1 , A_2 – коефіцієнти першої квадратичної форми серединної поверхні конічної оболонки некругового (еліптичного) перерізу Припустимо, що деформований стан вихідної оболонки може бути визначений через компоненти узагальненого вектора переміщень серединної поверхні $\overline{U} = (u_1, u_2, u_3, \varphi_1, \varphi_2)^T$

$$u_1^z(s_1, s_2, z) = u_1(s_1, s_2) + z\varphi_1(s_1, s_2)\ ,$$

$$u_2^z(s_1, s_2, z) = u_2(s_1, s_2) + z\varphi_2(s_1, s_2)\ ,$$

$$u_3^z(s_1, s_2, z) = u_3(s_1, s_2),\quad z \in \left[-h/2, h/2\right]$$

Рівняння коливань для конічної оболонки, що розглядається, знайдемо, використовуючи варіаційний принцип Гамільтона - Остроградського [1].

Варіаційне рівняння оболонки у напрямках α_1 і α_2 представимо у вигляді

$$\int_{t_1}^{t_2} \left[\delta(\Pi - K) + \delta A\right] dt = 0,$$

де Π , K – потенціальна і кінетична енергії оболонки; А – робота зовнішніх сил. Після стандартних перетворень у варіаційному функціоналі отримаємо наступні рівняння коливань оболонки [2]

$$\frac{1}{A_2}\frac{\partial}{\partial s_1}(A_2 T_{11}) + \frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial s_2}(A_1 S) = \rho h \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}\ ,\qquad \frac{1}{A_2}\frac{\partial}{\partial s_1}(A_2 S) + \frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial s_2}(A_1 T_{22}) + k_2 T_{23} = \rho h \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2}\ ,$$

$$\frac{1}{A_2}\frac{\partial}{\partial s_1}(A_2 T_{13}) + P_3 + \frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial s_2}(A_1 T_{23}) - k_2 T_{22} = \rho h \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}\ ,$$

$$\frac{1}{A_2}\frac{\partial}{\partial s_1}(A_2 M_{11}) - T_{13} + \frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial s_2}(A_1 H) = \rho \frac{h^3}{12}\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2}\ ,$$

$$\frac{1}{A_2}\frac{\partial}{\partial s_1}(A_2 H) + \frac{1}{A_1}\frac{\partial}{\partial s_2}(A_1 M_{22}) - T_{23} = \rho \frac{h^3}{12}\frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial t^2}\ .$$

Рівняння неосесиметричних коливань конічних оболонок некругового перерізу є системою диференціальних рівнянь у приватних похідних за змінними s_1, s_2, t [2].

Побудовано різницевий алгоритм, який заснований на застосуванні інтегро-інтерполяційного методу побудови скінчено - різницевих схем за просторовими координатами та явній скінченно – різницевій

апроксимації за часовою координатою [1]. Задача про динамічну поведінку конічної оболонки не кругового (еліптичного) перерізу при дії внутрішнього імпульсного навантаження розглядалася як числовий приклад $P_3(s_1, s_2, t)$. Припускалося, що краї оболонки жорстко защемлені тобто виконувалася умова $u^1 = u^2 = u_3 = \varphi^1 = \varphi^2 = 0$. Початкові умови при $t = 0$ покладалися нульовими.

$$u^1 = u^2 = u_3 = \varphi^1 = \varphi^2 = 0, \qquad \frac{\partial u^1}{\partial t} = \frac{\partial u^2}{\partial t} = \frac{\partial u_3}{\partial t} = \frac{\partial \varphi^1}{\partial t} = \frac{\partial \varphi^2}{\partial t} = 0.$$

Імпульсне навантаження задавалося у вигляді

$$P_3(s_1, s_2, t) = \begin{cases} A \sin \dfrac{\pi t}{T}, & при \quad t \le T, \\ 0, & при \quad t > T, \end{cases}$$

де A - амплітуда навантаження, T - тривалість навантаження [2]. Було проведено розрахунки чотирьох варіантів некругового (еліптичного) поперечного перерізу конічної оболонки. З аналізу розрахунків встановлено, що максимальні значення всіх компонентів напружено – деформованого стану конічних оболонок еліптичного перерізу перевищують (за абсолютним значенням) відповідні величин для кругової оболонки у перерізі $s_2 = 0$.

1. *Головко К.Г., Луговой П.З., Мейш В.Ф.* Динамика неоднородных оболочек при нестационарных нагрузках / под ред. Акад. НАН Украины А.Н. Гузя. – К.: Изд. – полиграф. центр «Киевский ун-т», 2012. – 541 с.
2. *Meish V.F., Meish Yu.A., Arnauta N.V.* Numerical Analysis of Nonstationary Vibrations of Discretely Reinforced Multilayer Shells of Different Geometry // Int. Appl. Mech. – 2019. – 55, N 4. – P. 426 - 433.
3. *Meish, V.F., Meish, Y.A., Belova, M.A.* Nonstationary Dynamics of Elliptic Isotropic Conical Shells Under Distributed Loads / International Applied Mechanics, 2020, 56(4), P. 424–431.
4. *Meish V. F., Meish Yu. A., and Kornienko V. F.* Dynamics of three-layer shells of different geometry with piecewise-homogeneous core under distributed loads // International Applied Mechanics, Vol. 57, No. 6, November, 2021. P.659-668.

К.Е. Котенко

ДИНАМІКА ТРИШАРОВИХ НЕОДНОРІДНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК НА ПРУЖНІЙ ОСНОВІ ПРИ НЕСТАЦІОНАРНИХ НАВАНТАЖЕННЯХ

Київський національний університет будівництва і архітектури, просп. Повітрофлотський, 31, 03037, м. Київ, Україна, email: 9691box@bigmir.net

Сучасний стан досліджень динамічної поведінки оболонкових шаруватих структур свідчить про значні успіхи і окремі недоліки, які мають місце в цій області. Недостатньо дослідженою залишається задача контакту і взаємодії оболонкових структур з пружним середовищем. В цій ситуації особливе значення має врахування взаємодії оболонки з масивом грунту. Провідним в цьому відношенні стало використання одночленної (C_1) моделі Вінклера. Більш адекватно апроксимує пружне середовище двопараметрична модель пружної основи Пастернака, для якої зв'язок між реакцією пружного середовища і радіальними зміщеннями точок серединної поверхні, зокрема для циліндричної оболонки, оскільки має вигляд:

$$\widetilde{R}(x,s,t) = C_1 u_3(x,s,t) + C_2\left(\frac{\partial^2 u_3}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial s^2}\right),$$

де C_2 – коефіцієнт постелі, який характеризує роботу пружної основи на зсув.
Останнім часом стали предметом розгляду дослідження впливу пружних основ на динаміку тришарових циліндричних оболонок з неоднорідним заповнювачем при нестаціонарних навантаженнях. В даній роботі виведені рівняння коливань тришарових циліндричних оболонок з дискретно-симетричним легким, армованим ребрами заповнювачем, які контактують з пружною основою Пастернака. Оскільки тришарова структура виготовлена з різних матеріалів то чисельні дослідження проведені з допомогою скінченно-елементного методу. Отримані результати, які характеризують вплив якості пружної основи Вінклера, легкого заповнювача і виду граничних умов на на амплітудно-частотні параметри тришарової циліндричної структури.

Дослідження динамічних процесів в таких складних тришарових структурах при значному діапазоні їх геометричних і фізичних параметрів і властивостей пружного середовища представляє значний інтерес для конструкторських розробок.

K.E. Kotenko

DYNAMICS OF THREE-LAYER INHOMOGENEOUS CYLINDRICAL SHELLS ON AN ELASTIC BASE UNDER NON-STATIONARY LOADS

Kyiv National University of Construction and Architecture, ave. 31 Povitroflotskyi, 03037, Kyiv, Ukraine

The problem of dynamic contact and interaction of three-layer cylindrical shells with a discrete heterogeneous aggregate with an elastic medium remains insufficiently researched. When creating an adequate finite-element model of a three-layer cylindrical shell, a three-dimensional volumetric finite element was used, and when modeling an elastic base, finite elements were used, placing them along the length of the shell.

П.З. Луговий[1], Ю.В. Скосаренко[1], Т.Я. Батутіна[2]

ДИНАМІКА ТРИШАРОВИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК З НЕОДНОРІДНИМ ЗАПОВНЮВАЧЕМ ПРИ ЕКСПЛУАТАЦІЙНИХ НАВАНТАЖЕННЯХ

[1]Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ, вул. П.Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна; e-mail: plugovyy@inmech.kiev.ua
[2]ДП «Конструкторське бюро «Південне», вул. Криворізька, 3, 49008, Дніпро, Україна; e-mail: tatanabatutina46@gmail.com

Циліндричні оболонкові елементи широко застосовуються в якості конструктивних складових машин, космічних та літальних апаратів, різних споруд і інших агрегатів. Шаруваті оболонкові конструкції мають ряд суттєвих переваг у порівнянні з однорідними, що вимагає детального дослідження їх динамічної поведінки при експлуатаційних навантаженнях. Саме на етапі проектування конструкції велику роль відіграють чисельно-аналітичні методи теорії шаруватих оболонок, оскільки вони дозволяють теоретично виявити вплив тих чи інших параметрів на їх динаміку та прогнозувати шляхи покращення самої конструкції відносно її експлуатаційних характеристик. Тому розвитку теорії і методів розрахунку динаміки і статики таких циліндричних елементів конструкцій приділяється велика увага. Аналітичними методами досліджена поведінка шаруватих циліндричних оболонок при динамічних навантаженнях. Вивчення динаміки тришарових циліндричних оболонок з дискретно-симетричним легким, армованим ребрами заповнювачем проведено методом скінченних елементів. Зокрема проаналізована динамічна поведінка циліндричного адаптера на пружній основі при локальних навантаженнях і розроблена методика дослідження перехідного процесу вимушених коливань циліндричної оболонки під дією навантаження зі зміною в часі частотою та амплітудою.

Останнім часом, створення прогресивних технологій, об’єктів спеціального призначення і т.д. часто призводить до необхідності розробки конструктивних тришарових оболонкових елементів із заповнювачем ускладненої геометричної структури. При цьому зазначені елементи піддаються динамічним навантаженням різного виду, в тому числі нестаціонарним навантаженням. Для таких оболонок проблеми динамічної поведінки вивчені недостатньо. Проведені дослідження дозволяють правильно вибрати вид рівнянь і методів їх розв'язку при описі динаміки шаруватих оболонок з конструктивними особливостями і тришарових оболонок з неоднорідним заповнювачем.

У даній роботі розглядається модельний відповідальний елемент у вигляді тришарової циліндричної оболонки симетричної структури з дискретно-симетричним легким, армованим ребрами заповнювачем при експлуатаційних нестаціонарних навантаженнях. Властивості матеріалів суміжних шарів досить різні, тому для розрахунків таких оболонкових структур доцільно застосовувати метод скінченних елементів. Дослідження динамічних процесів в таких модельних складних тришарових структурах при значному діапазоні їх геометричних і фізичних параметрів представляє значний інтерес для конструкторських розробок.

P.Z. Lugovyy[1], Yu.V. Skosarenko[1], T.Ya. Batutina [2]

DYNAMICS OF THREE-LAYER CYLINDRICAL SHELLS WITH HETEROGENEOUS FILLER UNDER OPERATIONAL LOADS

[1] Institute of Mechanics named after S.P. Tymoshenko NASU, str. P. Nesterova, 3, 03057, Kyiv, Ukraine
[2]DP "Design Bureau "Pivdenne", st. Kryvorizka, 3, 49008, Dnipro, Ukraine

This paper considers a model responsible element in the form of a three-layer cylindrical shell of symmetrical structure with a discrete-symmetric light, reinforced with ribs filler under operational non-stationary loads. The properties of the materials of the adjacent layers are quite different, so it is advisable to use the finite element method for the calculations of such shell structures. The study of dynamic processes in such model complex three-layer structures with a significant range of their geometric and physical parameters is of great interest for design developments.

П.З. Луговий[1], В.М. Сіренко[2], Д.В. Клименко[2], К.Е. Котенко[1]

ДИНАМІКА ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ В ТРИШАРОВИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ЕЛЕМЕНТАХ З НЕОДНОРІДНИМ ЗАПОВНЮВАЧЕМ ПРИ КОМБІНОВАНИХ НЕСТАЦІОНАРНИХ НАВАНТАЖЕННЯХ

[1]Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ, вул. П.Нестерова, 3,
03057, Київ, Україна; e-mail: plugovyy@inmech.kiev.ua
[2]ДП «Конструкторське бюро «Південне», вул. Криворізька, 3,
49008, Дніпро, Україна; e-mail: info@uzhnoe.com

Циліндричні оболонки з різними технічними особливостями широко застосовуються в авіа-, ракето, суднобудуванні і багатьох інших галузях техніки і будівництва. Вимоги по міцності і вазі, що пред'являються до сучасних конструкцій, безперервно підвищуються, а умови експлуатації виробу стають все більш жорсткими. При цьому шари можуть відрізнятися як по товщині, так і за фізико-механічними властивостями, тобто пакет може бути істотно неоднорідний. Відзначимо, що однією зі складностей задач коливань неоднорідних пружних структур з урахуванням дискретності ребер, армуючих легкий заповнювач, є наявність розривних коефіцієнтів. Виходячи з цього, створюються численні алгоритми в гладкій області і "склеюються" на лініях розривів з урахуванням кінематичних умов з’єднання. Але, наявність сучасних обчислювальних скінчено-елементних комплексів, дозволяє отримувати чисельні рішення подібних задач.

В даній роботі досліджено вплив дії розподілених і локальних осесиметричних імпульсних навантажень на тришарові циліндричні оболонкові елементи корпусів ракет. Локальні осесиметричні імпульсні зовнішні навантаження, які прикладені по направляючій циліндричної оболонки, це імітація вибуху подовженого кумулятивного заряду миттєвої дії. Проведено скінченно-елементне моделювання динаміки перехідних процесів тришарових циліндричних елементів з дискретно-симетричним легким армованим ребрами заповнювачем при таких навантаженнях дає можливість правильно вибрати фізико-механічні параметри циліндричних корпусів ракет. Виконані в даній роботі дослідження демонструють значний вплив характеру динамічних навантажень на перехідні процеси в тришарових циліндричних елементах.

Дослідження динамічних процесів в таких складних тришарових структурах при значному діапазоні їх геометричних і фізичних параметрів представляє значний інтерес для конструкторських розробок.

P.Z. Lugovyi[1], V.M. Sirenko[2], D.V. Klymenko[2], K.E. Kotenko[1]

DYNAMICS OF TRANSIENT PROCESSES IN THE THREE-LAYER CYLINDRICAL ELEMENTS WITH INHOMOGENEOUS FILLER UNDER THE COMBINED NON-STATIONARY LOADINGS

In this work, the influence of distributed and local axisymmetric impulse loads on three-layer cylindrical shell elements of missile bodies is investigated. Local axisymmetric impulse external loads, which are applied along the guide of the cylindrical shell, are an imitation of the explosion of an elongated cumulative charge of instantaneous action. The conducted finite-element modeling of the dynamics of transient processes of three-layer cylindrical elements with discrete-symmetric lightweight, rib-reinforced aggregate under such loads makes it possible to correctly choose the physical and mechanical parameters of cylindrical missile bodies.

В.В. Гайдайчук

ВПЛИВ ПРУЖНОЇ ОСНОВИ НА ДИНАМІКУ ТРИШАРОВИХ НЕОДНОРІДНИХ КОНІЧНИХ ОБОЛОНОК ПРИ ІМПУЛЬСНИХ НАВАНТАЖЕННЯХ

Київський національний університет будівництва і архітектури,просп. Повітрофлотський, 31, 03037, м. Київ, Україна, email: viktor_gaydaychuk@ukr.net

Високий рівень сучасного науково-технічного прогресу в машинобудуванні, будівництві, авіаційній і оборонній промисловості, атомній енергетиці та в інших галузях техніки став результатом використання шаруватих оболонок. Проте, не достатньо дослідженими є задачі динамічної взаємодії однорідних та неоднорідних конічних оболонкових структур з пружними середовищами. Дослідженню взаємодії конічних елементів конструкцій з пружними основами присвячена значна кількість публікацій В основному розглядаються конічні оболонки на основі гіпотез Вінклера C_1.

Більш близькою до дійсності апроксимацією пружного середовища є двопараметрична модель пружної основи, для якої зв'язок між реакцією пружного середовища і радіальними зміщеннями точок серединної поверхні, зокрема для конічної оболонки, має вигляд:

$$\widetilde{R}(x,s,t) = C_1 u_3(x,s,t) + C_2\left(\frac{\partial^2 u_3}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial s^2}\right),$$

де C_2 – коефіцієнт постілі, який характеризує роботу пружної основи на зсув.

В даній роботі досліджені коливання тришарових конічних оболонок з дискретно-симетричним заповнювачем при нестаціонарних навантаженнях і граничних умовах різного виду. Виведені рівняння коливань оболонок з відповідними граничними та початковими умовами, побудовані чисельні алгоритми на основі скінченно-елементної апроксимації рівнянь за просторовими та часовими координатами. Наведено чисельні результати для конічних оболонок при розподілених імпульсних навантаженнях. На відміну від відомих публікацій основну увагу приділено дослідженню впливу дискретно-симетричного заповнювача і якості пружного середовища на власні частоти та форми коливань розглянутих оболонок. Дослідження динамічних процесів в таких складних тришарових структурах при значному діапазоні їх геометричних і фізичних параметрів і властивостей пружного середовища представляє значний інтерес для конструкторських розробок.

V.V. Haydaichuk

THE INFLUENCE OF THE ELASTIC BASE ON THE DYNAMICS OF THREE-LAYER INHOMOGENOUS CONICAL SHELLS UNDER IMPULSE LOADS

Kyiv National University of Civil Engineering and Architecture, ave. 31 Povitroflotskyi, 03037, Kyiv, Ukraine

The problem of dynamic contact and interaction of three-layer conical shells with a discrete heterogeneous aggregate with an elastic medium remains insufficiently researched. When creating an adequate finite-element model of a three-layer conical shell, a three-dimensional volumetric finite element was used, and when modeling an elastic base, finite elements were used, placing them along the length of the shell

С.П. Орленко

ДИНАМІКА ТРИШАРОВОЇ НАПІВСФЕРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З НЕСИМЕТРИЧНОЮ СТРКТУРОЮ ЗА ТОВЩИНОЮ ПРИ ЗОСЕРЕДЖЕНОМУ УДАРІ ПО ЇЇ ВЕРШИНІ

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ, вул. П.Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна; e-mail: orlenko_sergey@ukr.net

Досліджено динаміку несиметричної тришарової напівсферичної оболонки з дискретно-симетричним легким, армованим ребрами заповнювачем при зосередженому ударі по його вершині. Несучі шари напівсферичної оболонки виготовлені з різною товщиною. Для аналізу несучих елементів пружної структури використана модель теорії оболонок і стрижнів Тимошенка за незалежних статичних і кінематичних гіпотез для кожного шару. Вирази для переміщень легкого заповнювача записуються згідно моделі для середніх деформацій. Виконуються умови сумісності, які передбачають ідеальне сполучення між заповнювачем і несучими шарами без відриву і проковзування. Відповідно до варіаційного принципу Гамільтона-Остроградського виведені рівняння руху несиметричних тришарових напівсферичних оболонок з дискретно-симетричним легким ребристим заповнювачем при осесиметричному локальному імпульсному навантаженні. Враховуючи, що властивості матеріалів суміжних шарів досліджуваних оболонкових структур досить різні, відповідну початково-крайову задачу, доцільно розв'язати за допомогою скінченно-елементного методу. Створено відповідну скінченно-елементну модель тришарової напівсферичної оболонки, яка відображає зв'язок між потенціальною енергією деформацій у тілі тришарової структури та потенціалом прикладених сил.. При створенні у програмному середовищі *NASTRAN* адекватної скінченно-елементної моделі тришарової циліндричної оболонки використати тривимірний об'ємний скінченний елемент типу *Solid.*

Методом скінченних елементів отримано чисельні результати дослідження динаміки тришарової пружної конструкції несиметричної за товщиною. Досліджено вплив геометричних і фізико-механічних параметрів несиметричних шарів сферичні оболонки на її динамічну поведінку при зосередженому ударі по її вершині та виявлено нові механічні ефекти

.

S.P. Orlenko

DYNAMICS OF A THREE-LAYER HEMISPHERICAL SHELL WITH A NESI-METRIC STRUCTURE BY THE THICKNESS UNDER A CONCENTRATED IMPACT ON ITS TOP

Institute of Mechanics named after S.P. Tymoshenko NASU, str. P. Nesterova, 3, 03057, Kyiv, Ukraine

The dynamics of an unsymmetrical three-layer hemispherical shell with a discrete-symmetric light, reinforced with ribs filler during a concentrated impact on its top was studied. The influence of geometrical and physical-mechanical parameters of asymmetric layers of a spherical shell on its dynamic behavior during a concentrated impact on its top was investigated and new mechanical effects were revealed.

Н.Я. Прокопенко

ВПЛИВ КІЛЬКОСТІ ШПАНГОУТІВ НА ПЕРЕХІДНИЙ ПРОЦЕС В ЦИЛІНДРИЧНІЙ ОБОЛОНЦІ ПРИ НЕПОСТІЙНОМУ ЗБУРЮВАЛЬНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Институт механики им. С.П.Тимошенко НАНУ, вул. Нестерова,3,03057, Киев, Украина: e-mal: stringer@inmech.Kiev.ua

Досліджуються ізотропні замкнуті циліндричні оболонки, шарнірно оперті по краях, підкріплені рівномірно розташованими по довжині оболонки шпангоутами. Допускається, що оболонки підкріплені не дуже жорсткими ребрами, що дозволяє при визначенні частот власних коливань обмежитись одночленною апроксимацією прогинів. Прогин оболонки задається у вигляді

$$w = C_{mn}(t)\sin\frac{m\pi x}{l}\cos\frac{ny}{r} \quad (m = 1, 2, 3, ...; \quad n = 2, 3, 4, ...)$$

Розглянемо випадок, коли вимушені коливання відбувається при постійній амплітуді збурювального навантаження. Амплітуда навантаження змінної частоти, яка відповідає певній формі коливань визначається залежністю:

$$q_{mn}(t) = q_{mn}^0 \sin[\varphi(t)]$$

де $\varphi(t)$ – задана функція часу.

Зважаючи, що представлення збурювального навантаження є результатом розкладання в ряд, приймемо, що для всіх форм коливань закон зміни навантаження однаковий і збігається з таким для заданого навантаження. Миттєву частоту збурювального навантаження приймемо зростаючою в часі за законом:

$$p = \vartheta\frac{t}{t_c}\left(2 - \frac{t}{t_c}\right)$$

який задовольняє таким умовам зміни частоти: в момент часу t_c, коли частота збурювального навантаження стаціонарного значення, її миттєва частота стає рівною установленій частоті ϑ, а прискорення – рівним нулю ($p(t_c) = \vartheta$, $p'(t_c) = 0$).

Амплітуда збурювального навантаження буде мати вигляд:

$$q_{mn} = q_{mn}^0 \sin\left[\vartheta\frac{t^2}{t_c}\left(1 - \frac{t}{3t_c}\right) + \alpha\right]$$

де α – початкова фаза збурювального навантаження.

Як приклад розглянемо оболонку з такими параметрами: $l/r = 2{,}5$; $h/r = 0{,}3125\cdot10^{-2}$. Параметри підкріплення: $\vartheta=1{,}5$, $t_c=50\pi$, $\varepsilon=0{,}05$, $\bar{J}_{ø} = 0{,}136$, $\bar{J}_{kpø} = 0{,}585\cdot10^{-2}$, $\bar{F}_{ø} = 0{,}175\cdot10^{-1}$.

В таблиці 1 наведено значення мінімальних величин параметра власних частот коливань для можливих випадків деформації оболонки і відповідні їм параметри хвилеутворення: загальний, коли ребра одночасно згинаються і закручуються; і окремий, коли ребра тільки закручуються.. Як видно із таблиці зі збільшенням кількості ребер характер форми коливань не змінюється, що відповідає мінімальній частоті: визначаючим коливання оболонки залишається загальний випадок деформації ребер. Для даної оболонки таке підкріплення не є раціональним, оскільки ребра не сприяють збільшенню величини частоти власних коливань і працюють як приєднана маса. В зв'язку з цим становить інтерес дослідження жорсткісних параметрів ребер на перехідних процес оболонки.

В таблиці 2 наведено безрозмірні значення максимальних амплітуд повного прогину оболонки час їх досягнення. При $к_1 = 6$ максимальний прогин наближається до максимального прогину для гладкої оболонки. Можливо це відбувається внаслідок перетворення ребристої оболонки в гладку конструктивно-ортотропну оболонку.

Таблиця 1.

$к_1$	загальний			окремий		
	$\bar{\omega}_{min}$	*m*	*n*	ω_{min}	*m*	*n*
0	$0{,}3028\cdot10^{-2}$	1	6	$0{,}3028\cdot10^{-2}$	1	6
1	$0{,}3031\cdot10^{-2}$	1	6	$0{,}1205\cdot10^{-1}$	2	9
2	$0{,}2983\cdot10^{-2}$	1	6	$0{,}2715\cdot10^{-1}$	3	10
3	$0{,}2937\cdot10^{-2}$	1	6	$0{,}4790\cdot10^{-1}$	4	12
4	$0{,}2893\cdot10^{-2}$	1	6	0,1077	5	14

Таблиця 2

$к_1$	$\bar{\omega}_{min}$	$\lvert w^*_{max}\rvert$	t^*_{max}
0	$0{,}3028\cdot10^{-2}$	8,397	97,38
1	$0{,}3031\cdot10^{-2}$	8,382	97,39
2	$0{,}2983\cdot10^{-2}$	8,685	100,53
3	$0{,}2937\cdot10^{-2}$	8,759	97,39
4	$0{,}2893\cdot10^{-2}$	8,7507	97,39
5	$0{,}285\cdot10^{-2}$	8,742	97,39
6	$0{,}2808\cdot10^{-2}$	8,340	97,39
7	$0{,}2768\cdot10^{-2}$	8,333	97,39
8	$0{,}2729\cdot10^{-2}$	8,325	97,39
9	$0{,}2654\cdot10^{-2}$	8,316	97,39

N.Ya. Prokopenko

INFLUENCE OF THE NUMBER OF FRAMING ON THE TRANSIENT PROCESS IN A CYLINDRICAL SHELL UNDER CONSTANT DESTRUCTIVE LOAD

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences,
P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine; e-mal: stringer@inmech.Kiev.ua

A technique is developed to study the transient process of the forced vibrations of cylindrical shells stiffened with ring ribs. This shell is under an exciting load, the frequency is changed in time. The technique takes into account the discrete arrangement of ribs. The effect of the number of ribs on shell deflection in the transient process is studied.

П.З. Луговий, А.С. Ольховський

ВПЛИВ ЕРОЗІЙНО-КОРОЗІЙНИХ ПОШКОДЖЕНЬ ЛОПАТЕЙ НА ЧАС ЇХ ЕКСПЛУАТАЦІЇ

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ, вул. П.Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна; e-mail: plugovyy@inmech.kiev.ua

Лопаті осьової турбіни є найбільш відповідальними елементами за експлуатаційну спроможність турбомашини. Коливання лопатей становлять основну небезпеку для лопаткової складової турбомашини. Леза лопатей працюють в агресивному корозійно-ерозійному середовищі і піддаються відцентровим навантаженням від власної ваги і вібрайійним деформаціям в процесі складного обертання. У такому стані лопать може легко зазнати втомного руйнування під впливом змінних навантажень або отримати корозійно-ерозійні пошкодження, що надзвичайно шкідливо для безпечної експлуатації турбомашини. У такому експлуатаційному режимі лопать може зазнати втомного руйнування під впливом змінних навантажень, або отримати ерозійно-корозійні пошкодження, що надзвичайно шкідливо для безпечної експлуатації турбомашини. Проведені дослідження впливу характеру ерозійно-корозійних пошкодженнь на особливість коливань лопатей. Такі пошкодження викликають локальну концентрацію напружень, що веде до зниження межі втоми і залишкового ресурсу. Радіус горловини ерозійно-корозійного пошкодження помітно більший, ніж для втомної тріщини. За таких пошкоджень контакту берегів пошкоджень не спостерігається. В процесі дослідження була створена скінченно-елементна модель лопаті. Для більш точного дослідження концентрації напружень в районі пошкоджень був використаний принцип субмоделінгу, що значно зменшило час числових розрахунків. Була створена чисельна імітаційна модель лопаті для розрахунку вібраційних характеристик при складних навантаженнях збудження газодинамічного потоку та обертової відцентрової сили. Розрахунки показують, що взаємодія між відцентровими та газодинамічними навантаженнями впливає на власну частоту, оскільки частоти в режимах, де домінує деформація згину, зменшуються, тоді як частоти, в яких домінує деформація розтягу, збільшуються. Виконані багатоваріантні чисельні дослідження коливань лопатей з різною кількістю пошкоджень, які розташовані по довжині лопаті в зоні концентрації напружень, що виникає за рахунок особливостей форм коливань. Виявлено особливості розподілу напружень в зоні пошкоджень. Показано, що збільшення кількості пошкоджень призводить до збільшення зони підвищених напружень, але не викликає більшої їх концентрації. Розглянуто коливання лопатей під час дії навантажень умовної величини, що дозволило визначити реальні коефіцієнти концентрації вібраційних напружень в зоні пошкоджень. Розроблені конкретні рекомендації щодо запобігання небезпечних режимів роботи турбіни з пошкодженими лопатями.

P.Z. Lugovoi, A. S. Olkhovskyi

INFLUENCE OF EROSION AND CORROSION DAMAGE OF BLADES DURING THEIR OPERATION

Institute of Mechanics named after S.P. Tymoshenko NASU, str. P. Nesterova, 3, 03057, Kyiv, Ukraine

The effect of erosion damage on the vibration properties of the working blades of the axial turbine is considered. A numerical analysis of the vibrations of blades with various damages, which are located in different places along the length of the blade, was carried out. The frequency of blade oscillations was determined. It is shown that an increase in the number of damages leads to an increase in the zone of increased stresses.

Подільчук І. Ю.

ДОСЛІДЖЕННЯ МІРИ ЕФЕКТА БАУШИНГЕРА ДЛЯ ЛЕГОВАНИХ СТАЛЕЙ ПРИ РОЗТЯЗІ-СТИСКУ

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ,вул. П.Нестерова, 3,
03057, Київ, Україна;e-mail: ipodil19@gmail.com

Як показують експериментальні дослідження, ефект Баушингера, обумовлений виникненням у процесі пластичного деформування залишкових напружень, істотно впливає на такі параметри механічного стану матеріалів як характеристики міцності втоми і довговічності, розмір петлі гістерезису при циклічному навантаженні, а також на величини коефіцієнтів концентрації та інтенсивності напружень, останній з яких широко використовується у лінійній механіці руйнування [1,2]. У цій роботі досліджено зміну міру ефекта Баушингера (МЕБ) у залежності від пластичних деформацій для легованих сталей при нормальній і низькій температурах.

Визначення ефекту Баушингера в двовимірних (листових) матеріалах. Найбільш поширеним методом оцінки ефекту Баушингера при механічних випробуваннях матеріалів є метод, заснований на змінному навантаженні, яке реалізується або за схемами розтяг-стиск, або стиск-розтяг. У разі випробування на розтяг значення МЕБ визначається як відношення

$$\lambda = \frac{\left|\sigma_{1тек}^{(-)}\right|}{\sigma_{1тек}^{(+)}}, \tag{1}$$

де $\sigma_{1тек}^{(+)}, \sigma_{1тек}^{(-)}$ - напруження текучості при розтягу і стиску, відповідно, в матеріалі, розтягнутому під одновісним натягом в напрямку 1 до певної напруги

Розглянемо плоский напружений стан, при якому складові тензора напруження мають вигляд $\{\sigma_{ij}\}$

$$\sigma_{11} \neq 0, \quad \sigma_{22} \neq 0, \quad \sigma_{33} = \sigma_{12} = \sigma_{23} = \sigma_{31} = 0; \tag{2}$$

У випадку напруженого стану, що має місце під дією двох нормальних напружень, що діють в двох ортогональних напрямках 1 і 2, умова пластичності Генке-Мізеса має вигляд:

$$\frac{2}{3}\left(\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2\right) - \frac{2}{3}\sigma_{11}\sigma_{22} - 2\sqrt{\frac{2}{3}}a_1\sigma_{11} + \sqrt{\frac{2}{3}}a_1\sigma_{22} + a_1^2 - R^2 = 0. \tag{3}$$

У разі попереднього розтягу в 1-му напрямку, шляхом підстановки з (3) маємо: $\sigma_{11} = \sigma_{1тек}$ $a_1 = a$,

$$\frac{2}{3}\sigma_{1тек}^2 - 2\sqrt{\frac{2}{3}}a\sigma_{1тек} + a^2 - R^2 = 0. \tag{4}$$

Розв'язуючи рівняння (4), отримуємо для σ_{1ys}

$$\sigma_{1тек}^{(+)} = \sqrt{\frac{3}{2}}\left(a + R\right); \tag{5}$$

$$\sigma_{1тек}^{(-)} = \left|\sqrt{\frac{3}{2}}\left(a - R\right)\right|. \tag{6}$$

Підставляючи (5) та (6) в умову (4), приходимо до двох рівнянь

$$\frac{2}{3}\sigma_{1тек}^{(+)2} - 2\sqrt{\frac{2}{3}}a\sigma_{1тек}^{(+)} + a^2 - R^2 = 0; \ \frac{2}{3}\sigma_{2тек}^{(+)2} + \sqrt{\frac{2}{3}}a\sigma_{2тек}^{(+)} + a^2 - R^2 = 0, \tag{7}$$

звідки маємо:

$$a = \frac{\sqrt{\frac{2}{3}}\left(\sigma_{1тек}^{(+)2} - \sigma_{2тек}^{(+)2}\right)}{2\sigma_{1тек}^{(+)} + \sigma_{2тек}^{(+)}}. \tag{8}$$

Тоді з (5) отримуємо:

$$R = \sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_{1тек}^{(+)} - a. \tag{9}$$

Таким чином, з співвідношень (5) і (6), міра ефекту Баушингера визначається наступним чином:

$$\lambda = \left|\frac{a-R}{a+R}\right| \tag{10}$$

Формули для обчислення міри ефекту Баушингера для випадку двовісного розтягу наведені у книзі [3]. На жаль, для випадку двовісного розтягу немає експериментальних даних для здійснення розрахунків. Обчислимо зміну МЕБ для легованих сталей двох: 1. Сталь Х (при кімнатній температурі), 2. Сталь Х (при температурі -100 С), сплав АМg-6М. Експериментальні дані для цих матеріалів наведені у [2]. На рис.1 графічно показані міри ефекту Баушингера для цих трьох випадків, відповідно.

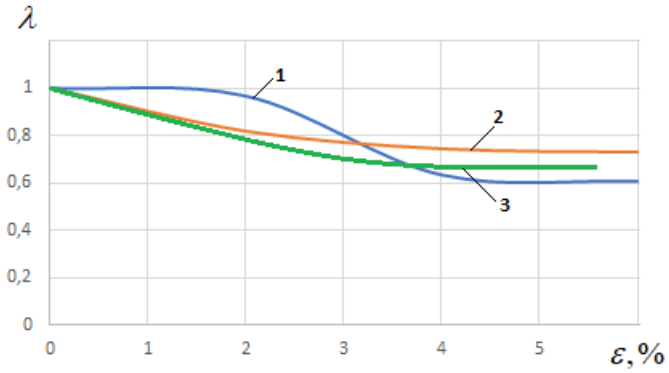


Рис.1

Як бачимо, розглянуті матеріали у діапазоні пластичних деформацій показують істотну анізотропію МЕБ, що зменшується з ростом пластичної деформації ε .

1.Bastun V.N., Podil'chuk I.Yu.,"Bauschinger effect prediction in thick-walled autofrettaged cylindrical pressure vessels," J. Pres, Vessel Technol., **139**, No.4 (2017).
2. Vladimir Bastun, Inna Podil'chuk. Bauschinger effect prediction in structural metallic materials – Lambert Academic publishing, 2019, 97 p.
3. А.А. Каминский, В.Н. Бастун. Деформационное упрочнение и разрушение металлов при переменных процессах нагружения. Київ, Наукова думка, 1985, 167 стор.

Abstract. As experimental studies show, the Bauschinger effect, caused by the appearance of residual stresses in the process of plastic deformation, significantly affects such parameters of the mechanical state of materials as the characteristics of fatigue strength and durability, the size of the hysteresis loop under cyclic loading, as well as the values of the coefficients of concentration and intensity of stresses, the latter of which is widely used in linear fracture mechanics. We investigate the change in the coefficient of Bauschinger effect depending on plastic deformations for alloyed metals for the cases of normal and low temperatures.

Секція 3: Механіка довготривалого деформування та механіка руйнування

ЗМІСТ

1. В.С. Ушакова, О.В. Ушаков **ДО ЗАДАЧІ ВИБОРУ АНАЛІТИЧНОЇ СТРУКТУРИ ЯДЕР СПАДКОВОСТІ В ЗАДАЧАХ НЕЛІНІЙНОЇ ВЯЗКОПРУЖНОСТІ**	86
2. В.П.Голуб, А.В.Плащинська, С.В.Кононенко **ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КІНЕТИКИ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ТРІЩИНИ ВТОМИ В ТОНКИХ ІЗОТРОПНИХ ПЛАСТИНАХ СКІНЧЕНИХ РОЗМІРІВ**	88
3. А.Д.Погребняк, А.В.Плащинська, О.В.Романов **ЩОДО РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧ ДОВГОВІЧНОСТІ ВНАСЛІДОК ВТОМИ ПРИЗМАТИЧНИХ СТЕРЖНІВ МЕТОДОМ ЕКВІВАЛЕНТНИХ НАПРУЖЕНЬ**	90
4. В.М. Пелих **ПРОГНОЗУВАННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ВТОМИ КОНСТРУКЦІЙНИХ АЛЮМІНІЄВИХ СПЛАВІВ ЗА УМОВИ АСИМЕТРИЧНОГО РОЗТЯГУ- СТИСКУ**	92
5. М.І. Бобир **КОНТИНУАЛЬНА МЕХАНІКА ПОШКОДЖУВАНОСТІ В ЗАДАЧАХ ПРОГНОЗУВАННЯ НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ**	94
6. А.О. Данилович **НЕОБХІДНІСТЬ ДОСЛІДЖЕННЯ МЕХАНІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ПОЛІМЕРНОЇ СМОЛИ BLACK RESIN FORMLABS ЗА РІЗНИХ УМОВ ПОСТОБРОБКИ УЛЬТРАФІОЛЕТОМ**	96
7. В.П.Голуб, А.В.Плащинська, О.В.Романов, А.Т.Скочко **ПРОГНОЗУВАННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ВТОМИ МАТЕРІАЛІВ АВІАЦІЙНОЇ ТЕХНІКИ ЗА УМОВ ОДНОВІСНОГО АСИМЕТРИЧНОГО ТА ДВОВІСНОГО КОМБІНОВАНОГО НАВАНТАЖЕННЯ.**	98
8. Б.П. Маслов **ПОБУДОВА КРИТЕРІЮ ДОВГОТРИВАЛОГО РУЙНУВАННЯ ВНАСЛІДОК ПОВЗУЧОСТІ ТОНКОСТІННИХ ШАРУВАТИХ СТРУКТУР**	100
9. А.О. Камінський, М.В. Дудик, Т.В. Поліщук **ПРО МОДЕЛЬ ЗАРОДЖЕННЯ ТРІЩИНИ У ПРУЖНОМУ КУСКОВО-ОДНОРІДНОМУ ТІЛІ З ЛАМАНОЮ МЕЖЕЮ РОЗДІЛУ**	102
10. А.О. Камінський, М.В. Дудик, Ю.О.Чорноіван **АНАЛІТИЧНА МОДЕЛЬ ЗОНИ ПЕРЕДРУЙНУВАННЯ У З'ЄДНУВАЛЬНОМУ МАТЕРІАЛІ БІЛЯ ВЕРШИНИ МІЖФАЗНОЇ ТРІЩИНИ**	103
11. Я.В.Павлюк **ДО ЗАДАЧІ РОЗРАХУНКУ ДЕФОРМАЦІЙ ПОВЗУЧОСТІ ТОНКОСТІННИХ ТРУБЧАСТИХ ЕЛЕМЕНТІВ ІЗ ЛІНІЙНО-В'ЯЗКОПРУЖНИХ МАТЕРІАЛІВ ЗА УМОВ РОЗТЯГУ ІЗ КРУЧЕННЯМ**	105
12. А.О. Камінський, Є.Є. Курчаков, Ю.О.Чорноіван **ПРО РІВНОВАГУ НЕЛІНІЙНОГО ОРТОТРОПНОГО ТІЛА З ТРІЩИНОЮ НОРМАЛЬНОГО ВІДРИВУ**	107

13. М.Ф. Селіванов, В.В. Гусєв **ДОВГОТРИВАЛЕ РУЙНУВАННЯ КОМПОЗИТНОГО ЕЛЕМЕНТА КОНСТРУКЦІЇ З ТРІЩИНОЮ**	108
14. М.Ф. Селіванов, П.В. Фернаті **ВПЛИВ ПАРАМЕТРІВ КОГЕЗІЙНОГО ЗАКОНУ НА КРИТИЧНЕ НАВАНТАЖЕННЯ ТІЛА З ТРІЩИНОЮ НОРМАЛЬНОГО ВІДРИВУ**	109

В.С. Ушакова[1], О.В. Ушаков[2]

ДО ЗАДАЧІ ВИБОРУ АНАЛІТИЧНОЇ СТРУКТУРИ ЯДЕР СПАДКОВОСТІ В ЗАДАЧАХ НЕЛІНІЙНОЇ ВЯЗКОПРУЖНОСТІ

[1]*Інститут механіки імені С.П. Тимошенка НАН України, Київ, Україна*
e-mail: reznikvera18@gmail.com
[2]*Інститут спеціальної техніки та судових експертиз Служби безпеки України, Київ, Україна,*
e-mail: nddkr_icte@ssu.gov.ua

Моделювання процесів повзучості і релаксації є фундаментальною задачею в механіці деформівного твердого тіла. Матеріали, у визначальні рівняння яких входить час у формі часових інтегральних операторів, ідентифікуються як в'язкопружні, а стан таких матеріалів – як в'язкопружність. Кожне з таких рівнянь містить функцію пам'яті – ядро спадковості, яке містить інформацію про попередні стани матеріалу і дає можливість моделювати процеси повзучості та релаксації [1].

Відомі різні аналітичні структури ядер, кожне з них має певні переваги і недоліки. Найуживанішими є резольвентні ядра, які дають змогу за параметрами ядер повзучості визначити параметр релаксації, оскільки між ними існує інтегральний зв'язок

$$R(t)-K(t)=\lambda\int_0^t K(t-\tau)R(\tau)d\tau. \tag{1}$$

Тут $K(\cdot)$, $R(\cdot)$ – ядра повзучості і релаксації відповідно; t – час спостереження; τ – час, що передує моменту спостереження; λ – реологічний параметр. До найвживаніших резольвентних ядер належать однопараметричне ядро Абеля і його резольвента

$$K(t-\tau)=\frac{1}{\Gamma(1-\alpha)(t-\tau)^{\alpha}};\ R(t-\tau)=\frac{1}{t-\tau}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-\lambda)^n(t-\tau)^{(1+\alpha)n}}{\Gamma\left[(1-\alpha)(1+n)\right]}, \tag{2}$$

ядро у вигляді комбінації степеневої і експоненціальної функції і його резольвента

$$K(t-\tau)=\frac{1}{e^{\beta(t-\tau)(t-\tau)^{1-\alpha}}},\ R(t-\tau)=\frac{1}{e^{\beta(t-\tau)}}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}\left[\lambda\Gamma(\alpha)\right]^n(t-\tau)^{(1-\alpha)n}}{\Gamma\left[(1-\alpha)(1+n)\right]}, \tag{3}$$

а також ядро у вигляді дробово-експоненційної функції і його резольвента

$$K(t-\tau)=\frac{1}{(t-\tau)^{\alpha}}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-\beta)^n(t-\tau)^{(1-\alpha)n}}{\Gamma\left[(1-\alpha)(1+n)\right]},\ R(t-\tau)=\frac{1}{(t-\tau)^{\alpha}}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{-(\alpha+\beta)^n(t-\tau)^{(1-\alpha)n}}{\Gamma\left[(1-\alpha)(1+n)\right]}. \tag{4}$$

Тут α, β – параметри ядер спадковості.

Слід зауважити, що окрім резольвентності, ядра мають досить точно описувати процеси повзучості і релаксації як в області сингулярності, так і в області великих часів. Параметри ядер спадковості визначаються за результатами апроксимації дискретних значень ядер аналітичними виразами (1)-(3). Дискретні значення ядер в певний момент часу $K_s(t_j)$ можуть бути отримані в залежності від лінійності або нелінійності моделі в'язкопружності шляхом диференціювання функції повзучості або ж функції подібності відповідно.

В якості критерію найкращого узгодження аналітичного виразу (1)-(3) з дискретними значеннями ядра $K_s(t_j)$, використовується умова мінімізації квадратичного відхилення від дискретних значень. Задача зводиться до мінімізації функціонала

$$F(\lambda,q_s)=\sum_{j=1}^{n}\left[K_s(t_j)-\lambda_s K_s(t,q_s)\right]^2 \tag{5}$$

де q_s – параметри ядер повзучості; n – число дискретних значень ядер повзучості. Вираз (5) побудовано виходячи з гіпотези, що всі дискретні значення ядер є рівноважними, але, в експерименті в області малих часів можуть виникати динамічні ефекти , що пов'язані з практично миттєвим прикладанням навантажень, що спотворює експериментальні значення. За наявності таких ефектів

можна використовувати вагові функції, які зменшують вплив дискретних значень, які не задовольняють умові $K(t) \to \infty$ при $t \to 0$ [1].

Підставивши ядро Абеля (2) в функціонал (5) отримаємо вираз

$$F(\lambda, q_s) = \sum_{j=1}^{n} \left[K_s(t_j) - \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)(t-\tau)^{\alpha}} \right]^2 \tag{6}$$

Обравши в якості ядра спадковості комбінацію степеневої і експоненціальної функції отримаємо функціонал

$$F(\lambda, q_s) = \sum_{j=1}^{n} \left[K_s(t_j) - \frac{1}{e^{\beta(t-\tau)(t-\tau)^{1-\alpha}}} \right]^2 \tag{7}$$

а обравши дробово-експоненційне ядро отримаємо функціонал

$$F(\lambda, q_s) = \sum_{j=1}^{n} \left[K_s(t_j) - \frac{1}{(t-\tau)^{\alpha}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta)^n (t-\tau)^{(1-\alpha)n}}{\Gamma\left[(1-\alpha)(1+n)\right]} \right]^2 \tag{8}$$

Використовуючи метод найменших квадратів до мінімізації функціоналів (6)-(8) отримуємо параметри ядер спадковості, які можуть бути використані для подальших розрахунків деформацій напружень і релаксації напружень [2]. Ядро, при якому отримано найменше значення, найдоцільніше використовувати в подальших розрахунках.

В роботі наведено три найуживаніших ядра спадковості, але існують інші ядра, що мають свої недоліки і переваги. Остаточні розрахунки і порівняння з експериментом дають відповідь на питання, яке з ядер моделює процеси повзучості і релаксації найкраще.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: моделювання, в'язкопружність, повзучість, інтегральне рівняння, ядро.

1. Golub V.P., Pavlyuk Ya.V., Reznyk V.S. Calculation of creep strains of the thin-walled tubular members made of linear viscoelastic materials under tensionand torsion // Int. Appl. Mech., 2022. – Vol. 58, N2. – P. 160-169.
2. Резнік В.С., Ушаков О.В., Горун О.Ю. Щодо розрахунку деформацій зсуву в призматичних стержнях з полімерних матеріалів за умов розтягу з крученням // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка, серія фізико-математичні науки, 2021. – №3. – С. 115-118.

V.S. Ushakova[1], O.V. Ushakov[2]

TO THE PROBLEM OF SELECTION OF ANALYTICAL STRUCTURE FOR THE HEREDITY KERNEL IN THE PROBLEMS OF NON-LINEAR VISCOELASTICITY

[1]S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences, P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine
[2]Ukrainian Research Institute of Special Equipment and Forensic Science of the Security Service of Ukraine

Each of the known analytical structures of viscoelasticity kernels has certain advantages and disadvantages. The most widely used are the resolving kernels, which make it possible to determine the relaxation parameter based on the creep kernel parameters. As a criterion for the best agreement of the analytical expression with the discrete values of the kernel, the condition of minimizing the quadratic deviation from the discrete values was used. The method of least squares was used to minimize functionals. The parameters of heredity kernels were obtained, which can be used for further calculations of stress deformations and stress relaxation. The kernel with the lowest value is the most expedient to use in further calculations. The report presents the three most commonly used kernels of heredity. The final calculations and comparison with the experiment provide an answer to the question of which of the kernels fits creep and relaxation processes best.

В.П. Голуб, А.В. Плащинська, С.В. Кононенко

ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КІНЕТИКИ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ТРІЩИНИ ВТОМИ В ТОНКИХ ІЗОТРОПНИХ ПЛАСТИНАХ СКІНЧЕНИХ РОЗМІРІВ

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, e-mail: creep@inmech.kiev.ua

Побудовано двостадійну модель розповсюдження тріщини втоми в тонкій пластині при асиметричному циклічному розтягу-стиску з врахуванням історії накопичення пошкоджень в матеріалі пластини. Основні рівняння моделі отримано на основі сумісного розгляду концепцій механіки руйнування та механіки неперервного пошкодження. Тріщина втоми розглядається як розріз, в околі вістря якого формується циклічна пластична зона, напруження в якій обмежені $\Delta\sigma_Y$ – розмахом межі течії.

Накопичення пошкоджень ω розглядається як основний фактор руху тріщини втоми, та визначається в кожній точці x_j на лінії розповсюдження тріщини в момент часу n. Кінетика накопичення пошкоджень задається у вигляді еволюційного рівняння Качанова

$$\frac{d\omega(x,n)}{dn} = D\left[\frac{\Delta\sigma_{yy}(x,n)}{1-\omega(x,n)}\right]^q, \tag{1}$$

де D та q – матеріальні константи. Початкові умови для визначення тривалості інкубаційної стадії мають вигляд

$$\omega(x,n) = \begin{cases} 0; \ \forall x; & n=0; \\ 1; \ x=\ell_0+\lambda(\ell_0); & n=n_* \end{cases}. \tag{2}$$

Умови, що враховують історію накопичення пошкоджень вздовж лінії розповсюдження тріщини втоми та локального розриву в точці x_j задаються наступним чином

$$\omega(x,n) = \begin{cases} \omega(x_j,n_i); \ x=\ell(n_i)+\lambda(\ell(n_i)); & n=n_i \\ 1; \ x=\ell(n_i)+\lambda(\ell(n_i)); & n=n_R \end{cases} \qquad i=1,..N, \ j=i. \tag{3}$$

Розподіл напружень в околі вістря тріщини вздовж осі x визначено у вигляді

$$\Delta\sigma_{yy}(x,n) = \frac{(\sigma_a)_{eqv}}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{\ell(n)}{x-\ell(n)}}f(h/w;\ell(n)/w). \tag{4}$$

У співвідношеннях (1)-(4) ℓ_0, $\ell(n)$ – початкова та поточна довжини тріщини; $\lambda(\ell_0)$, $\lambda(\ell(n))$ – початкова та поточна довжини циклічної пластичної зони; $(\sigma_a)_{eqv}$ – амплітуда еквівалентного напруження, що зводить асиметричне циклічне навантаження до еквівалентного за числом циклів до руйнування n_R симетричного циклу навантаження. Корегувальна функція $f(h/w;\ell(n)/w)$ враховує вплив геометрії пластини (h – висоти, w – ширини).

При чисельному розв'язку задачі траєкторія руху фронту руйнування розглядається як сукупність N відрізків з вузловими точками $x_j = \ell(n_i)+\lambda(\ell(n_i))$, де $i=0,...N$; $j=i,...N$. При інтегруванні (1) з початковими умовами (2), (3) отримуємо рівняння руху фронту руйнування у вигляді суперпозиції N дискретних інтервалів часу $n_i \le n \le n_{i+1}$ для кожної вузлової точки $x_j = \ell(n_i)+\lambda(\ell(n_i))$

$$\sum_{i=0}^{N}\int_{\omega(n_i,x_j)}^{1}\left[1-\omega(n,x_j)\right]^q d\omega = D\sum_{i=0}^{N}\int_{n_i}^{n_{i+1}}\left((\sigma_a)_{eqv}\sqrt{\frac{\ell(n_i)}{2(x_j-\ell(n_i))}}\cdot f\left(\frac{h}{w};\frac{\ell(n_i)}{w}\right)\right)^q dn, \tag{5}$$

яке містить інкубаційну та стадію розповсюдження тріщини. Момент руйнування в локальній точці x_j визначається з (4) за співвідношенням

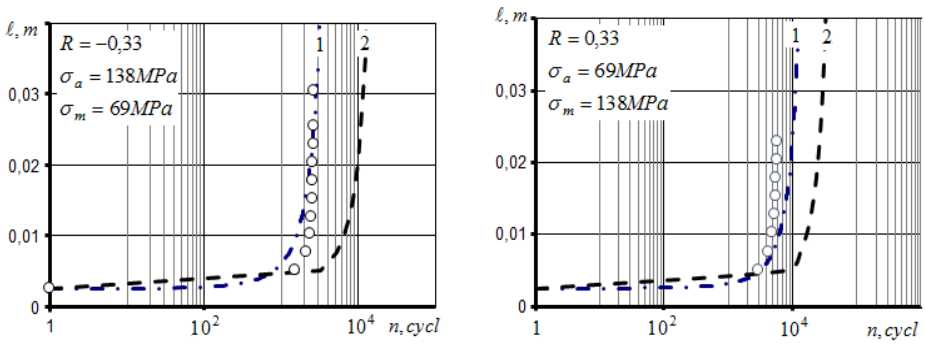
$$n_{i+1} = n_i + \frac{\left[1-\omega(n_i,x_j)\right]^{q+1}}{(1+q)D\left[(\sigma_a)_{eqv}\sqrt{\frac{\ell(n_i)}{2(x_j-\ell(n_i)}}\cdot f\left(\frac{h}{w};\frac{\ell(n_i)}{w}\right)\right]^q}. \tag{6}$$

При інтегруванні рівняння (5) в межах $\omega(n_i, x_j) \le \omega(n, x) \le \omega(n_{i+1}, x_j)$, рівень накопиченого втомного пошкодження в точках фронту руйнування x_j ($j = i+1,...N$) за час $n_i \le n \le n_{i+1}$ визначається за співвідношенням

$$\omega(n_{i+1}, x_j) = 1 - \left(\left[1 - \omega(n_i, x_j)\right]^{q+1} - \right. \tag{7}$$

$$\left. - (1+q) D \left[(\sigma_a)_{eqv} \sqrt{\frac{\ell(n_i)}{2(x_j - \ell(n_i))}} \cdot f\left(\frac{h}{w}; \frac{\ell(n_i)}{w}\right) \right]^q (n_{i+1} - n_i) \right)^{\frac{1}{1+q}}.$$

Результати розрахунків для пластин з тріщиною нормального відриву з алюмінієвого сплаву 7075-T6 при одновісному розтягу-стиску отримані за (5), (6) (лінія 1) співставленні з експериментальними даними (○) [1] та аналітичним рішенням (лінія 2), що не враховує рівень накопиченого пошкодження вздовж фронту тріщини наведено на Фіг. 1.



Фіг. 1

Найкраще узгодження з експериментом отримано для рішення з використанням чисельного алгоритму, що дозволяє врахувати історію накопичення пошкоджень по лінії руху фронту тріщини. Максимальна похибка за кількістю циклів досягнення тріщиною втоми рівної довжини не перевищує 30%, а максимальна похибка між довжинами втомних тріщин за однакове число циклів навантаження, не перевищує 20%.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: руйнування, тріщина втоми, пластина, асиметричне навантаження.

1. *Hudson C.M., Scardina J.T.* Effect of stress ratio on fatigue-crack growth in 7075-T6 aluminum-alloy sheet. *NASA TMX-60125,* 1967). – P. 24.

Vladyslav Golub, Alla Plashchynska, S. V. Kononenko

NUMERICAL MODELING OF PROPAGATION KINETICS FOR THE FATIGUE CRACK IN THIN ISOTROPIC FINITE PLANE

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the NAS, P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine; e-mail: creep@inmech.kiev.ua

A two-stage model of fatigue crack propagation in a thin plate under asymmetric cyclic tension-compression is proposed, taking into account the history of damage accumulation in the plate material. The main equations of the model are obtained based on the combined consideration of the concepts of fracture mechanics and continuous damage mechanics. A fatigue crack is considered as a cut around the tip of which a cyclic plastic zone is formed, the stresses in which are limited by the range of the flow limits. The accumulation of damage is considered as the main factor in fatigue crack movement, and is determined at each point on the crack propagation line. The kinetics of damage accumulation is given in the form of the Kachanov evolution equation. When solving the problem numerically, the trajectory of the fracture front is considered as a set of segments with nodes. Results of calculations for plates with a normal separation crack from aluminum alloy 7075-T6 under uniaxial tension-compression are presented. The best agreement with the experiment is obtained for the solution using a numerical algorithm, which allows taking into account the history of damage accumulation along the line of movement of the crack front. The maximum error in terms of the number of cycles for a fatigue crack to reach an equal length does not exceed 30%, and the maximum error between the lengths of fatigue cracks for the same number of load cycles does not exceed 20%.

А.Д. Погребняк, А.В. Плащинська, О.В. Романов

ЩОДО РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧ ДОВГОВІЧНОСТІ ВНАСЛІДОК ВТОМИ ПРИЗМАТИЧНИХ СТЕРЖНІВ МЕТОДОМ ЕКВІВАЛЕНТНИХ НАПРУЖЕНЬ

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України, e-mail: creep@inmech.kiev.ua

Для більшості елементів сучасних конструкцій досить актуальною є проблема визначення довговічності за умов асиметричного багатоциклового навантаження. [1, 2, 3]. В роботі застосований підхід [2], що ґрунтується на концепції еквівалентних напружень, яка дозволяє асиметричний цикл навантаження звести до еквівалентного симетричного. Структура еквівалентних напружень задається виходячи із гіпотези існування єдиної діаграми граничних напружень в нормованій системі координат, яка є інваріантною стосовно числа циклів до руйнування. В межах підходу розв'язано задачі розрахунку довговічності призматичних стержнів за умов асиметричного розтягу-стиску як функції амплітуди циклічних напружень за параметром середнього напруження асиметричного циклу, коефіцієнту асиметрії та коефіцієнту амплітуд [2, 3].

Вихідні рівняння для розрахунку довговічності за параметрами середнього напруження циклу σ_m, коефіцієнту асиметрії циклу навантаження R, коефіцієнту амплітуд A задаються у вигляді системи

$$\begin{cases} \dfrac{d\omega_f}{dn} = D_\sigma \left(\dfrac{\sigma_{eqv}}{1-\omega_f} \right)^{q_\sigma} \\ n_R = \dfrac{1}{(1+q_\sigma) D_\sigma (\sigma_{eqv})^{q_\sigma}} \end{cases} \quad \forall \quad \left[\begin{array}{l} \sigma_{eqv} = \left[cos\left(\dfrac{\pi}{2} \dfrac{\sigma_m}{\sigma_B} \right) \right]^{-\lambda} \sigma_a \\ \sigma_{eqv} = \left[cos\left(\dfrac{\pi}{2} \dfrac{1+R}{1-R} \dfrac{\sigma_a}{\sigma_B} \right) \right]^{-\lambda} \sigma_a \\ \sigma_{eqv} = \left[cos\left(\dfrac{\pi}{2} \dfrac{1}{A} \dfrac{\sigma_a}{\sigma_B} \right) \right]^{-\lambda} \sigma_a \end{array} \right. , \tag{1}$$

де ω_f – скалярний параметр пошкодження, що змінюється від 0 при $n = 0$ до 1 при $n = n_R$; σ_{eqv} – еквівалентне напруження, що враховує вплив параметрів σ_m, R, A; σ_a – амплітуда циклічного напруження; σ_B – межа короткочасної міцності матеріалу стержня; n_R – число циклів до руйнування; q_σ, D_σ, λ – матеріальні константи, а параметри циклу R, A визначаються зі співвідношень

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = \frac{1-A}{1+A}; \qquad A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \frac{1-R}{1+R}. \tag{2}$$

Розглядається довготривале руйнування призматичних ізотропних стержнів із алюмінієвих сплавів BS1476 HE10WP, BS1476 HE20WP, D16T (таблиця 1) внаслідок багатоциклової втоми за умов одновісного асиметричного розтягу-стиску.

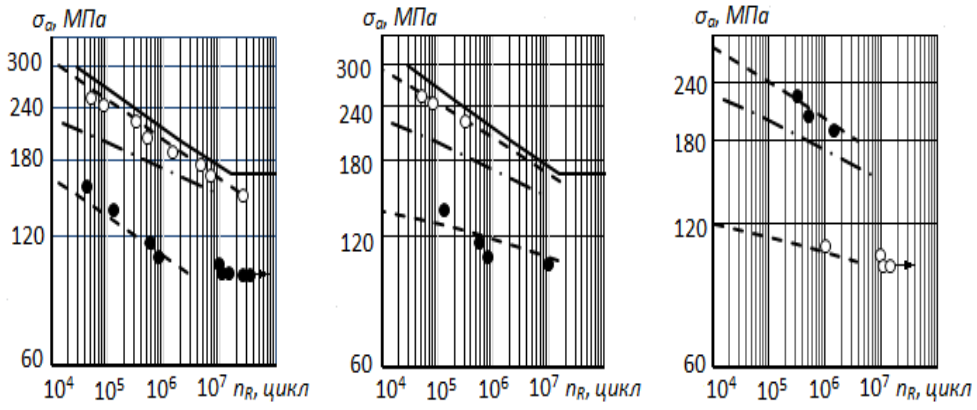
Таблиця 1

Сплав	θ, °C	σ_Y, МПа	σ_B, МПа	q_σ	D_σ, МПа$^{-q_\sigma}$ ·цикл$^{-1}$	λ
BS1476 HE10WP	20	266,4	308,9	9,352	$6{,}622 \cdot 10^{-27}$	2,31
BS1476 HE20WP	20	332,8	367,6	9,838	$9{,}354 \cdot 10^{-29}$	0,83
D16T	20	360,0	529,7	10,852	$4{,}797 \cdot 10^{-33}$	1,57

Результати розрахунків довговічності внаслідок втоми призматичних стержнів з алюмінієвого сплаву D16T за рівнянням (1), із використанням значень матеріальних констант таблиці1, отримані для декількох фіксованих значень параметрів σ_m, R, A, відповідно, та наведені на фіг. 1.

Довговічність стержнів із сплаву D16T розраховано для значень *а*) σ_m = 98.1 (○), 392 (●) МПа, (– –), $\sigma_m = \sigma_a$ (–·–); *б*) R = –0.4 (○), 0.4 (●) (– –), 0 (–·–); *в*) A = 0.35 (○), 2 (●) (– –), 1 (–·–), де рівень

асиметрії циклу напружень задається σ_m, коефіцієнтом асиметрії R та коефіцієнтом амплітуд A. Суцільними лініями нанесені „криві” втоми за умов симетричного ($\sigma_m = 0$) циклу напружень.



а *б* *в*

Фіг. 1

Як видно із порівняння розрахункових та експериментальних даних на фіг. 1 отримано цілком задовільне узгодження результатів розрахунків із даними експериментів – максимальна похибка не перевищує 20% і на величину похибки практично не впливає структура залежності числа циклів до руйнування від характеристик та параметрів асиметричного циклу напружень, а також рівень напружень.

Підхід, що ґрунтується на концепції еквівалентних напружень, може розглядатись як один із найбільш ефективних підходів до розв'язку такого класу задач. Концепція еквівалентних напружень дозволяє дію компонент асиметричного циклу зводити до дії еквівалентної за числом циклів до руйнування амплітуди симетричного циклу. У якості базових експериментів при визначенні матеріальних констант використовуються легко відтворювані стандартні випробування зразків матеріалу на короткочасну міцність та на втому за умов симетричного циклу навантаження, а також одиничний ідентифікуючий експеримент на втому за умов віднульового циклу.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: призматичний стержень, довговічність, втома.

1. *Болотин В.В.* Прогнозирование ресурса машин и конструкций. – М. : Машиностроение, 1983. – 312 с.
2. *Голуб В.П., Крижановский В.И.* К оценке предельного состояния материалов при асимметричном многоцикловом нагружении // Пробл. прочности, 1994. – № 4. – С. 3.
3. *Сочава А.И.* Исследование влияния постоянной составляющей цикла на выносливость сплава Д16Т при осевых нагружениях // Известия ВУЗов. – Москва : Машиностроение, 1975. – №12. – С. 39-42.

Anatoly Pogrebnyak, Alla Plashchynska, Olexander Romanov

ON SOLVING PROBLEMS OF DURABILITY/FATIGUE FOR PRISMATIC BARS USING THE METHOD OF EQUIVALENT STRESSES

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences, P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine

For most elements of modern structures, the problem of determining durability under conditions of asymmetric multicycle loading is quite relevant. An approach based on the concept of equivalent stresses, which allows an asymmetric load cycle to be reduced to an equivalent symmetric one, is applied. The structure of equivalent stresses is given based on the hypothesis of the existence of a single ultimate stress diagram in the normalized coordinate system, which is invariant with respect to the number of cycles to failure. Within the framework of the approach, the problem of calculating the durability of prismatic rods under conditions of asymmetric tension-compression as a function of the amplitude of cyclic stresses according to the parameter of the average stress of the asymmetric cycle, the ratio of asymmetry and the ratio of amplitudes is solved. The long-term fracture of prismatic isotropic rods made of aluminum alloys BS1476 HE10WP, BS1476 HE20WP, D16T due to multicycle fatigue under conditions of uniaxial asymmetric tension-compression is considered. The durability of prismatic rods made of aluminum alloy D16T is calculated. Satisfactory agreement of calculation results with experimental data is achieved. The maximum error does not exceed 20%. The error is practically unaffected by the structure of the dependence of the number of cycles to failure on the characteristics and parameters of the asymmetric stress cycle, as well as the stress level.

В.М.Пелих

ПРОГНОЗУВАННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ВТОМИ КОНСТРУКЦІЙНИХ АЛЮМІНІЄВИХ СПЛАВІВ ЗА УМОВИ АСИМЕТРИЧНОГО РОЗТЯГУ- СТИСКУ

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, e-mail: creep@inmech.kiev.ua

Розглядається задача руйнування за рахунок втоми циліндричних гладких зразків виготовлених з алюмінієвих конструкційних сплавів, що знаходяться під дією асиметричного навантаження розтягом-стиском. Умова навантаження задається співвідношенням

$$\tilde{\sigma} = \sigma_m + g(n)\sigma_a , \tag{1}$$

де σ_a – амплітуда циклічної компоненти навантаження за умови розтягу-стиску; σ_m – статична компонента навантаження; $g(n)$ – деяка періодична функція, що задає закон зміни напруження; n – число циклів зміни напруження σ_a .

Вважається, що амплітудне значення напружень асиметричного циклу σ_a в процесі навантаження не змінюється. За приклад береться багатоциклова втома з частотами навантаження ($f > 10$ Гц) та довговічностями $n_R > 10^4$ циклів. Конструкційні алюмінієві сплави досліджуються в діапазоні температур, за яких реологічні ефекти не проявляються, а опір статичному руйнуванню задається відповідною межею короткотривалої міцності σ_B .

Розв'язок задачі будується на основі концепції еквівалентних напружень [1], що дозволяє звести асиметричний цикл навантаження до симетричного і дає змогу знайти такі комбінації циклічного напруження σ_a і статичного напруження σ_m асиметричного циклу, одночасна дія яких за своїм руйнуючим впливом еквівалентна симетричному циклу з амплітудою σ_{eqv} . Така еквівалентність має на увазі одну і ту ж саму кількість циклів до руйнування n_R при навантаженні асиметричним циклом і еквівалентним йому симетричним циклом з амплітудою σ_{eqv} , тобто

$$\tilde{\sigma} = \sigma_m + g(n)\sigma_a = \sigma_{eqv} . \tag{2}$$

Значення довговічності n_R можна розрахувати виходячи з рівняння кривої втоми при еквівалентному симетричному циклі навантаження

$$n_R = \frac{1}{(1+q)D\sigma_{eqv}^q} , \tag{3}$$

де D , q – коефіцієнти, що визначаються за результатами обробки експериментальних даних на втому при симетричному циклі навантаження і характеризують криву втоми матеріалу в цих умовах навантаження.

Розглядаються наступні моделі граничного стану у вигляді степеневої трансцендентної функції косинуса та арккосинуса відповідно. З урахуванням (3), рівняння для визначення довговічності будуть мати вигляд

$$\sigma_{eqv} = \left[\cos\left(\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_m}{\sigma_B}\right)\right]^{-\lambda}\sigma_a \to n_R = \frac{1}{(1+q)D\left\{\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_m}{\sigma_B}\right)\right]^{-\lambda}\sigma_a\right\}^q} , \tag{4}$$

$$\sigma_{eqv} = \frac{\pi}{2}\left[\arccos\left(\frac{\sigma_m}{\sigma_B}\right)^{\xi}\right]^{-1}\sigma_a \to n_R = \frac{1}{(1+q)D\left\{\frac{2}{\pi}\left[\arccos\left(\frac{\sigma_m}{\sigma_B}\right)^{\xi}\right]^{-1}\sigma_a\right\}^q} . \tag{5}$$

де коефіцієнти λ та ξ розраховуються за даними додаткового одиничного базового експерименту при віднульовому циклі навантаження.

Дані структури моделей граничного стану виявились доволі гнучкими, оскільки описують велику різноманітність форм діаграм граничних напружень, і практично відображають вплив статичної компоненти циклу навантаження на граничний стан матеріалу і дозволяють визначити довговічність матеріалу використовуючи невелику кількість базових експериментів за умови асиметричного розтягу-стиску.

На рисунку, як приклад, представлені результати розрахунку довговічності та побудовані криві втоми конструкційних алюмінієвих сплавів BS1476 HE10WP (а), BS1476 HE20WP (б) [2] та Д16Т (в) [3]. Прямою суцільною лінією нанесена апроксимаційна крива втоми матеріалу, дослідженого в цих умовах, пунктиром і штрих–пунктиром розрахункові криві втоми при асиметричному навантаженні з використанням виразів (4) та (5) відповідно. Точки – дані експерименту при асиметричному навантаженні.

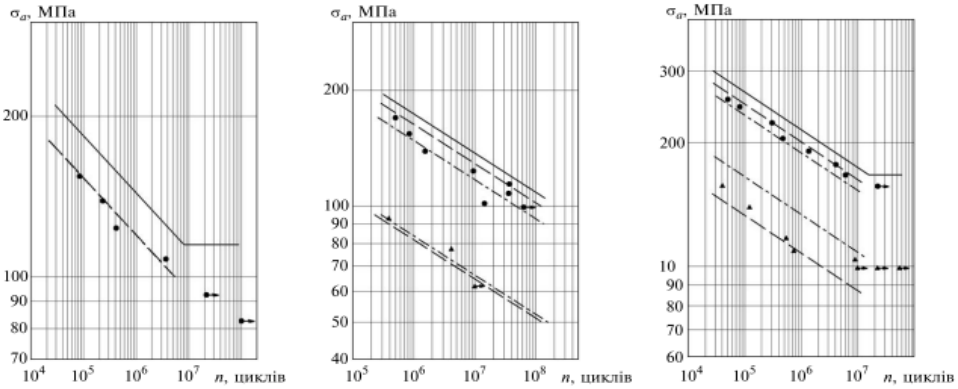


Рисунок. Криві втоми алюмінієвих сплавів
BS1476 HE10WP (а), BS1476 HE20WP (б) і Д16Т (в) при 20 °С.

Метод перевірено при розрахунку кривих втоми за параметром середнього напруження циклу навантаження для деяких конструкційних алюмінієвих сплавів. Отримано задовільне узгодження розрахунку з експериментом.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: втома, алюмінієвий сплав, асиметричний розтяг-стиск.

2. *Голуб В.П., Крижановский В.И.* К оценке предельного состояния материалов при асимметричном многоцикловом нагружении // Пробл. прочности.– 1994. – № 4. – С. 3–15.
3. *Форрест П.* Усталость металлов / Пер. с англ. под ред. С.В. Серенсена. – М.: Машиностроение, 1968. – 352 с.
4. *Сочава А.И.* Исследование влияния постоянной составляющей цикла на выносливость сплава Д16Т при осевых нагружениях // Изв. вузов. – М.: Машиностроение. – 1975. – № 12. – С. 39–42.

Volodymyr Pelykh

PREDICTION OF FATIGUE CHARACTERISTICS OF STRUCTURAL ALUMINUM ALLOYS UNDER CONDITIONS OF ASYMMETRIC TENSILE-COMPRESSION

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences, P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine

The problem of fatigue failure of cylindrical smooth samples made of aluminum alloys under the asymmetric tension-compression load is considered. It is assumed that the amplitude value of the asymmetric cycle stresses does not change during the loading process. Aluminum alloys are studied in the temperature range at which rheological effects can be ignored and the resistance to static destruction is governed by the correspondin short-term strength. The solution of the problem is built on the basis of the concept of equivalent stresses, which allows reducing an asymmetric load cycle to a symmetric one and makes it possible to find such combinations of cyclic stress and static stress of an asymmetric cycle, the simultaneous action of which is equivalent to a symmetric cycle with amplitude in terms of its destructive effect. The given structures of limit state models turned out to be quite flexible, as they describe a wide variety of forms of limit stress diagrams, and practically reflect the influence of the static component of the load cycle on the limit state of the material and allow determining the durability of the material using a small number of basic experiments under the condition of asymmetric tension-compression. The results of durability calculations are presented and fatigue curves of structural aluminum alloys BS1476 HE10WP, BS1476 HE20WP and D16T are built. A satisfactory agreement between the calculation and the experiment is obtained.

М.І. Бобир

КОНТИНУАЛЬНА МЕХАНІКА ПОШКОДЖУВАНОСТІ В ЗАДАЧАХ ПРОГНОЗУВАННЯ НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», просп. Берестейський, 37, 03056, Київ, Україна; e-mail: m.bobyr@kpi.ua

Описано комплекс результатів досліджень впливу ефекту розсіяного руйнування (пошкоджуваності) на несучу здатність елементів конструкцій протягом їх життєвого циклу. Несучу здатність обмежено стадією руйнування конструкційного матеріалу на мікро-мезорівнях, яка складає 80÷90 відсотків від загального ресурсу конструкції в цілому, включаючи стадію її живучості.

Розглянуто підхід Качанова-Работнова, коли в систему визначальних рівнянь вводиться параметр пошкоджуваності у вигляді скаляра, тензора або вектора. Використано основні положення термодинаміки незворотних процесів та континуальної механіки пошкоджуваності. Основну увагу приділено ефектам складного навантаження (згідно класифікації О.А. Ілюшина та Ю.М. Шевченка) за умов статичного і малоциклового навантажень.

Встановлено та обґрунтовано, що для складних процесів малоциклової втоми концепція існування узагальненої циклічної діаграми є справедливою тільки для рівня деформацій, який не перевищує десяти їх величин на рівні технічної границі текучості металічного конструкційного матеріалу. Показані ефекти впливу скалярних та векторних властивостей матеріалу на закономірності накопичення розсіяних руйнувань для процесів складного циклічного навантаження (деформування).

Розроблена узагальнена феноменологічна модель кінетики накопичення пошкоджень, яка враховує вид напруженого стану та анізотропію механічних властивостей матеріалу. В якості граничної використано поверхню типу Писаренка-Лебедєва.

Розроблено критерій граничного стану, в якості якого прийнята стадія зародження макротріщини в конструкційному матеріалі. Враховано два механізми руйнування: відрив та зріз. Встановлено та обґрунтовано на широкому колі сучасних металічних конструкційних матеріалів граничне значення скалярного параметра пошкоджуваності для умов механізму відриву в межах $0{,}15 \le D_{1R} \le 0{,}50$. Встановлені закономірності накопичення пошкоджень для умов реалізації механізму зсуву та з врахуванням знаку першого інваріанта тензора напружень $I_1\left(T_\sigma\right)$. Визначено, що процес «заліковування» мікропошкоджень для сучасних конструкційних матеріалів при від'ємному значенні $I_1\left(T_\sigma\right)$ не залежить від рівня незворотніх деформацій та складає величину $h \approx 0{,}4 \div 0{,}6$.

Показано задовільну кореляцію між двома енергетичними підходами, один з яких базується на використанні термодинамічного потенціалу, другий – на використанні питомої енергії додаткових напружень за умов складного статистичного та малоциклових навантажень. Визначено ефективність використання енергетичного підходу для визначення скалярного параметру пошкоджуваності.

Розроблено комплекс експериментальних методів досліджень закономірностей накопичення розсіяних руйнувань в металічних матеріалах, враховуючи два механізми руйнування: відрив та зріз. Отримано серію базових кривих пошкоджуваності сучасних сталей та сплавів. Обґрунтовані границі використання розроблених моделей та критеріїв руйнування, а також проведено порівняння результатів розрахунків з існуючими сучасними методами.

Встановлені порогові значення напружень в матеріалі, при досягненні яких починаються процеси зародження та накопичення різного роду руйнувань на мікро і мезорівнях. Для розрахунків ресурсу елементів конструкцій таким пороговим значенням рекомендується вибирати границю витривалості матеріалу, а для випадку проєктування технологічних операцій формоутворення елементів конструкцій – границю текучості матеріалу.

Описано методологію використання концепції пошкоджуваності при розв'язку задач оцінки напружено-деформованого стану елементів конструкцій чисельними та наближеними інженерними методами типу Нейбера-Махутова, використовуючи поняття ефективних концентраторів напружень та деформацій.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: пошкоджуваність, зародження тріщини, феноменологічна модель.

M.I. Bobyr

CONTINUOUS DAMAGE MECHANICS IN THE PROBLEMS OF PREDICTING THE BEARING CAPACITY OF ELEMENTS OF STRUCTURES

National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"
37, Prospect Beresteiskyi, 03056, Kyiv, Ukraine; e-mail: m.bobyr@kpi.ua

The research results for the influence of scattered destruction (damage) on the load-bearing capacity of structural elements during their life cycle are presented/ It has been established and substantiated that for complex processes of low-cycle fatigue, the concept of the existence of a generalized cyclic diagram is valid only for a limited level of deformations. A generalized phenomenological model of damage accumulation kinetics has been developed, which takes into account the type of stress state and the anisotropy of the mechanical properties of the material. A surface of the Pisarenko-Lebedev type was used as the boundary. A limit state criterion has been developed, which is taken as the stage of macrocrack initiation in the structural material. A satisfactory correlation between the two energy approaches is shown. The efficiency of using the energy approach to determine the scalar parameter of damage is determined. A set of experimental methods for researching patterns of accumulation of scattered fracture in metallic materials has been developed, taking into account two mechanisms of fracture: separation and shear. The limits of the use of the developed models and fracture criteria are substantiated, as well as a comparison of the calculation results with existing modern methods. Threshold values of stresses in the material are established, when they are reached, the processes of nucleation and accumulation of various types of destruction at the micro and meso levels begin. The methodology of using the concept of damageability in solving the problems of assessing the stress-strain state of structural elements by numerical and approximate engineering methods, using the concept of effective stress and strain concentrators, is described.

А.О. Данилович

НЕОБХІДНІСТЬ ДОСЛІДЖЕННЯ МЕХАНІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ПОЛІМЕРНОЇ СМОЛИ BLACK RESIN FORMLABS ЗА РІЗНИХ УМОВ ПОСТОБРОБКИ УЛЬТРАФІОЛЕТОМ

Український науково-дослідний інститут спеціальної техніки та судових експертиз СБ України:
e-mail: bkifor@ukr.net

Коли необхідно створити деталь з максимальною точністю або зі складною геометрією використовується фотополімерний SLA друк, що є найпоширенішою та доступною технологією. Принтери SLA відомі своєю здатністю створювати дуже детальні та складні конструкції, які після постобробки одразу є функціональними.

При постобробці деталей, виготовлених методом SLA друку, завжди виникає питання щодо необхідності кількості витраченого часу ультрафіолетового (УФ) випромінювання на постобробку, що впливає на кінцеві механічні властивості отриманої деталі. Виробник надає лише два рекомендовані значення часу для постобробки деталей УФ [1]. Але залишаються невирішеними питання, як зміняться механічні властивості деталі за умови іншого часу обробки, іншої температури обробки, що не вказані виробником. Та яким чином зміна температури навколишнього середовища впливає на механічні характеристики, що є основними, оскільки забезпечують збереження форми та розмірів виробу при дії зовнішніх силових полів. За величиною твердості полімерного матеріалу можна будувати висновки про такі характеристики як модуль пружності, коефіцієнт Пуассона, пластичність, пружність.

Для дослідження буде обрана одна з базових полімерних смол, що використовується дуже часто для широкого спектру виготовлення деталей, Black Resin виробника Formlabs. Зразки для випробувань за формою та розмірами будуть виготовлені згідно з ISO 2039-1:2001 [2]. Перед випробуваннями виготовлені зразки мають витримуватись згідно з ISO 291:2008 [3].

Для смоли Black Resin виробник надає лише два рекомендовані значення часу постобробки деталей: перше протягом 30 хвилин за температури 60°C і друге – 60 хв за температури 60°C. В першому випадку деталь має досягти близькі до оптимальних механічні характеристики, в другому – оптимальні. Другий випадок слід обирати для використання деталей функціонального призначення [1].

Тому необхідно буде провести дослідження для часів постобробки деталей УФ, що перекривають діапазон часу, наданий виробником, від 15 до 120 хвилин. Також температура постобробки має бути обрана в діапазоні від 50 до 70°C, щоб отримати відомості про її вплив на ефективність процесу. Окремо потрібно дослідити зразок, що не буде опромінений УФ.

Постобробка деталей УФ буде проведена в камері Form Cure Formlabs. Результати експериментальних даних будуть отримані за допомогою твердоміра ТМ-40. Виміри будуть проведені за допомогою динамічного датчика приладу. Для отримання кожного зі значень твердості приладом має бути зроблено чотири виміри з розкидом вимірювань до 1,0%.

Необхідно буде провести дослідження постоброблених зразків для температур 5 та 40°C, аби дослідити, який вплив має температура навколишнього середовища на їх твердість.

Результати досліджень залежності твердості зразків, постоброблених за відповідної температури, від часу опромінення УФ при температурах навколишнього середовища 5, 25 та 40°C мають бути представлені графічно для більш зручного подальшого аналізу та розуміння процесів, що відбуваються.

Після дослідження отриманих результатів потрібно буде зробити наступні висновки:

– чи існують варіанти постобробки УФ, що дозволять отримати кращі показники твердості, відносно варіантів запропонованих виробником;
– в яких проміжках часу та за яких температур має сенс проведення постобробки, та чи потрібна вона взагалі;
– чи існує варіант постобробки, що дозволяє мінімізувати час;
– який варіант постобробки дозволяє досягти максимальних показників твердості;
– як зміна температури навколишнього середовища впливає на значення твердості деталей.

Огляд сукупності залежностей твердості HRC від часу та температури постобробки деталей УФ за різних температур досліджень надає можливість визначати оптимальні умови їхнього застосування. Отримані відомості щодо властивостей полімерів також дозволять визначити нові області їх використання.

1. Form Cure time and temperature settings. Режим доступу : https://support.formlabs.com/s/article/Using-Form-Cure.
2. ГОСТ 4670 - 2015 (ISO 2039-1:2001) Пластмасы. Определение твердости. Метод вдавливания шарика; Введен з 01.01.2017. М.: «Стандартинформ» - 2016.

3. ГОСТ 12423 - 2013 (ISO 291:2008) Пластмасы. Условия кондиционирования и испытания образцов (проб); Введен з 01.01.2015. М.: «Стандартинформ» - 2014.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: механічні властивості, полімерна смола, обробка, ультрафіолетове опромінення.

A.O. Danylovych

THE NEED TO STUDY THE MECHANICAL PROPERTIES OF BLACK RESIN FORMLABS POLYMER RESIN UNDER DIFFERENT CONDITIONS OF POST-PROCESSING WITH ULTRAVIOLET

Ukrainian Research Institute of Special Equipment and Forensic Science of the Security Service of Ukraine;
e-mail: bkifor@ukr.net

When it is necessary to create a part with maximum accuracy or with a complex geometry, photopolymer SLA printing is used, which is the most common and affordable technology. SLA printers are known for their ability to create highly detailed and complex designs that are immediately functional after post-processing. Based on the hardness of the polymer material, it is possible to draw conclusions about such characteristics as the modulus of elasticity, Poisson's ratio, plasticity, elasticity. The results of the experimental data will be obtained with the TM-40 hardness tester. To obtain each of the hardness values, the device must make four measurements with a spread of measurements up to 1.0%. An overview of the set of dependences of HRC hardness on the time and temperature of the post-treatment of UV parts at different research temperatures provides an opportunity to determine the optimal conditions for their use. The obtained information on the properties of polymers will also allow to determine new areas of their use.

В.П.Голуб[1] А.В.Плащинська[1], О.В.Романов[1], А.Т.Скочко[2]

ПРОГНОЗУВАННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ВТОМИ МАТЕРІАЛІВ АВІАЦІЙНОЇ ТЕХНІКИ ЗА УМОВ ОДНОВІСНОГО АСИМЕТРИЧНОГО ТА ДВОВІСНОГО КОМБІНОВАНОГО НАВАНТАЖЕННЯ.

[1]Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ, вул. П.Нестерова, 3,
03057, Київ, Україна e-mail: creep@inmech.kiev.ua
[2]Державне підприємство «Конструкторське бюро «Південне» ім. М.К. Янгеля»
e-mail: klymenko_dv@hotmail.com

Розроблено та експериментально апробовано чисельно-аналітичний метод прогнозування характеристик втоми металевих та полімерних матеріалів ракетної техніки за умов одновісного асиметричного та двовісного комбінованого навантаження. Метод ґрунтується на концепції еквівалентних напружень, що дозволяє асиметричний цикл звести до симетричного, а двовісний – до одновісного [1]. Структура еквівалентних напружень задається степеневими трансцендентними функціями виходячи із гіпотези існування в нормовані системі координат єдиних граничних діаграм, що є інваріантними по відношенню до числа циклів до руйнування.

Одновісне асиметричне навантаження реалізується в процесі навантаження призматичних стержнів асиметричним циклічним розтягом-стиском. Напруження асиметричного циклу $\tilde{\sigma}$ та відповідні еквівалентні напруження $(\sigma_a)_{eqv}$ задаються співвідношеннями

$$\tilde{\sigma} = \sigma_m + \sigma_a \sin(2\pi n) \Rightarrow (\sigma_a)_{eqv} = \left[\cos\left(\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_m}{\sigma_B}\right)\right]^{-\lambda} \sigma_a , \tag{1}$$

де σ_m – середнє напруження; σ_a – амплітуда циклічних напружень; σ_B - межа короткочасної міцності ; λ - матеріальна константа.

Розраховується довговічність призматичних стержнів внаслідок втоми у формі залежності числа циклів до руйнування n_R від амплітуди циклічних напружень σ_a по параметру середнього напруження σ_m та по параметру коефіцієнта асиметрії R . Виходячи із визначення еквівалентних напружень для залежності n_R від σ_a по параметру σ_m отримуємо співвідношення

$$n_R = \frac{1}{(1+q_\sigma)D_\sigma \left\{\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_m}{\sigma_B}\right)\right]^{-\lambda} \sigma_a\right\}^{q_\sigma}} \tag{2}$$

де q_σ, D_σ – матеріальні константи. Залежність n_R від σ_a за параметром R отримується із (2) за умови, що $R = \sigma_{min}/\sigma_{max}$.

Результати розрахунків довговічності призматичних стержнів із алюмінієвого сплаву D16T, що виповнені за рівнянням (2) для декількох значень σ_m та R нанесено на Фіг.1a та Фіг. 1b лініями. Точками, для порівняння, нанесено експериментальні данні, що запозичені із [2].

Двовісне комбіноване навантаження реалізується в процесі навантаження тонкостінних трубчастих елементів симетричним циклічним розтягом-стиском та симетричним циклічним крученням. Напруження двовісного комбінованого навантаження $\tilde{\sigma}$ та $\tilde{\tau}$ відповідні еквівалентні напруження $(\sigma_a)_{eqv}$ задаються співвідношеннями

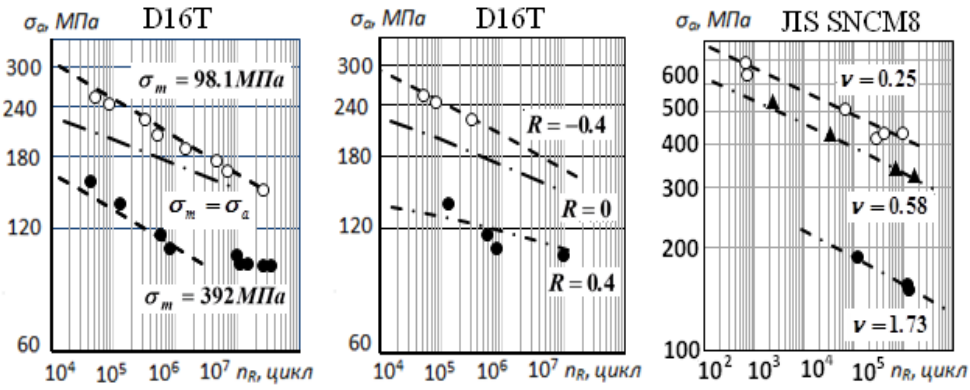
$$\left.\begin{aligned}\tilde{\sigma} &= \sigma_a \sin(2\pi n)\\ \tilde{\tau} &= \tau_a \sin(2\pi n)\end{aligned}\right\} \Rightarrow (\sigma_a)_{eqv} = \left[\cos\left(\frac{\pi}{2}\frac{\tau_a}{\tau_n}\right)\right]^{-\eta} \sigma_a , \tag{3}$$

де σ_a, τ_a – амплітуди нормальних та дотичних циклічних напружень, відповідно;
τ_n - обмежені межі втоми за умов симетричного кручення; η - матеріальна константа.

Виходячи із визначення еквівалентних напружень залежність числа циклів до руйнування n_R тонкостінних трубчастих елементів від амплітуди нормальних напружень σ_a по параметру коефіцієнта двовісності $\nu = \tau_a/\sigma_a$ розраховується за співвідношенням

$$n_R = \frac{1}{(1+q_\sigma)D_\sigma \left\{ \left[\cos\left(\frac{\pi}{2} \left[(1+q_\tau) D_\tau n_R \right]^{\frac{1}{q_\tau}} \right) \nu \sigma_a \right]^{-\eta} \sigma_a \right\}^{q_\sigma}} \quad (4)$$

де $q_\sigma, D_\sigma, q_\tau, D_\tau, \eta$ - матеріальні константи.



Фіг.1a Фіг.1b Фіг.1c

Результати розрахунків довговічності тонкостінних трубчастих елементів із сталі JIS SNCM8 що визначені за рівнянням (4) для двох значень ν, нанесено на Фіг.1c лініями. Точками, для порівняння, нанесено експериментальні данні, що запозичені із [3]. Рівняння (4) розв'язується чисельно методом ітерацій.

Результати розрахунків задовільно узгоджуються із експериментальними даними як за умов одновісного так і двовісного навантаження. Осереднена похибка по довговічності не перевищує 20%.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: прогнозування, втома, одновісне навантаження, двовісне навантаження, довговічність.

1. Голуб В.П., Крижановский В.И., Погребняк А.Д. Метод расчета усталостной прочности металлических и композитных материалов при асимметричном многоцикловом нагружении// Прикл. механика, 2004. –т.40, №11.- сс.106-116.
2. Сачава А.И. Исследование влияния постоянной составляющей цикла на выносливость сплава D16T при осевых нагружениях //Известия ВУЗов. – Москва: Машиностроение, 1975. - №12 - сс. 39-42.
3. Sonsino C.M., and Kueppers M. Multiaxial fatigue of welded joints under constant and variable amplitude loading // Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct., 2001. – Vol. 24, Iss. 5, pp. 309-327.

Vladyslav Golub[1], Alla Plashchynska[1], Olexander Romanov[1], Anatoliy Skochko[2]

PREDICTION OF THE FATIGUE CHARACTERISTICS OF AVIATION EQUIPMENT MATERIALS UNDER CONDITIONS OF UNIAXIAL ASYMMETRIC AND BIAXIAL COMBINED LOADING

[1]S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences, P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv
[2]DB"Pivdenne" , e-mail: KLYMENKO_DV@hotmail.com

A numerical-analytical method for predicting fatigue characteristics of metal and polymer materials of rocket technology under conditions of uniaxial asymmetric and biaxial combined loading has been developed and experimentally tested. The method is based on the concept of equivalent stresses, which allows an asymmetric cycle to be reduced to a symmetric one, and a biaxial cycle to a uniaxial cycle. The results of the computing agree satisfactorily with the experimental data both under conditions of uniaxial and biaxial loading. The average error in durability does not exceed 20%.

Б.П. Маслов

ПОБУДОВА КРИТЕРІЮ ДОВГОТРИВАЛОГО РУЙНУВАННЯ ВНАСЛІДОК ПОВЗУЧОСТІ ТОНКОСТІННИХ ШАРУВАТИХ СТРУКТУР

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ, вул. П.Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна;e-mail: maslov@inmech.kiev.ua

Фундаментальними проблемами механіки довготривалого деформування та руйнування є моделювання процесу повзучості та побудова відповідних критеріїв для волокнистих та шаруватих композитних матеріалів при комбінованому навантаженні [1 - 3]. Такі завдання вважаються набагато більш важливими стосовно композитів та елементів конструкцій із них аніж для суто полімерних чи металевих виробів [4]. Різниця полягає в тому, що в багатьох практично важливих випадках попередній напружений стан традиційних однорідних матеріалів може вважатися одновимірним. З іншого боку навіть для простіших композитних структур типу шаруватих, армованих односпрямленими волокнами, напруження в кожному шарі є локально тривимірними. Це призводить до необхідності формулювання критеріїв руйнування при повзучості під дією комбінованого навантаження. Перспективним напрямком є розв'язання задач розрахунку довговічності тонкостінних циліндричних оболонок за умов двовісного комбінованого навантаження на основі концепції еквівалентних напружень з використанням класичних критеріїв руйнування [1, 3, 6].

Основоположне практичне значення має прогнозування наведених макроскопічних в'язкопружних характеристик [5]. У цій роботі розглянемо трансверсально ізотропний композитний матеріал з випадковою структурою в площині перпендикулярній напрямку армування. В межах теорії в'язкопружності малих деформацій визначальне співвідношення між деформаціями і напруженнями вважаємо фізично нелінійним, відповідно до модельних уявлень [2, 5]. Тензор деформацій $\mathbf{e}(t)$ залежить від компонент тензора напружень $\boldsymbol{\sigma}(t)$ [3, 6]. Розглянемо матеріал із нелінійно в'язкопружною матрицею, яка армована високомодульними ізотропними волокнами. Їх поведінка залишається лінійно пружною до моменту руйнування. Напрямок армування у кожному шарі задаємо вектором $\mathbf{n} = (n_1, n_2, n_3) = (0,0,1)$. Застосуємо надалі також тензор $\mathbf{p} = \mathbf{n} \otimes \mathbf{n}$ та структурний тензор поперечної ізотропії $\boldsymbol{\theta} = \mathbf{1} - \mathbf{p}$. Отже, макроскопічні напруження $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ та деформації $\bar{\mathbf{e}}$ трансверсально ізотропного шару композиту пов'язані співвідношеннями, де використано основні пружні характеристики: E_T, E_L - поперечний та поздовжній модулі Юнга, G_T, G_L - поперечний та поздовжній модулі зсуву, ν_T, ν_L - поперечний та поздовжній коефіцієнти Пуассона, відповідно. Матрицю композиту вважаємо ізотропною та такою, що деформується нелінійно, виявляючи ефект зміцнення. В анізотропному композитному середовищі еквівалентні напруження [2] виразимо через систему відповідних інваріантів [5]

$$\sigma_{eq}^2 = \frac{3}{2}(\boldsymbol{\sigma}_d \cdot \boldsymbol{\sigma}_d) = \sum_{m=1}^{5} \beta_m T_m, \quad \beta_1 = -\frac{1}{2}, \beta_2 = -1, \ \beta_3 = 1, \quad \beta_4 = \frac{3}{2}, \quad \beta_5 = 3.$$

$$T_1 = \sigma_{aa}^2; \quad T_2 = \sigma_{aa}\sigma_{33}; \quad T_3 = \sigma_{33}^2; \quad T_4 = \sigma_{ab}\sigma_{ab}; \quad T_5 = \sigma_{a3}\sigma_{3a}, \quad (a,b = 1,2); \tag{1}$$

З цього випливає, що критерії руйнування повинні бути функціями трансверсально-ізотропних інваріантів тензора напружень і, отже, можна застосувати метод, аналогічний використаному в [4]. Тобто має сенс використати структуру критерію миттєвого руйнування для волокнистого композиту [3]. Вважаємо, що вісь x_1 спрямована у напрямку волокна і запишемо систему інваріантів

$$I_1 = \sigma_{11}, \qquad I_2 = \sigma_{22} + \sigma_{33}, \quad I_3 = \sigma_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33} = \frac{1}{4}(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + \sigma_{23}^2,$$
$$I_4 = \sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2, \quad I_5 = 2\sigma_{12}\sigma_{23}\sigma_{31} - \sigma_{22}\sigma_{31}^2 - \sigma_{33}\sigma_{12}^2. \tag{2}$$

Умову руйнування внаслідок повзучості представимо в узагальненій формі

$$F_f(I_1, I_4, t) = 1, \qquad F_m(I_2, I_3, I_4, I_5, t) = 1. \tag{3}$$

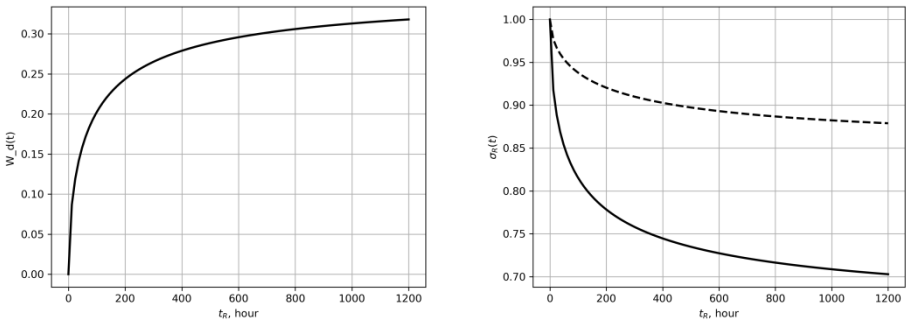
Використаємо надалі критерій запропонований в роботі [4] для визначення руйнування матриці або волокон у композиті. Щодо матриці запишемо його у вигляді

$$\frac{(\sigma_{22} + \sigma_{33})^2}{\sigma_T^2} + \frac{\sigma_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33}}{\tau_T^2} + \frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2}{\tau_A^2} = 1, \tag{4}$$

де $\sigma_T = \sigma_T(t_R)$, $\tau_A = \tau_A(t_R)$, $\tau_T = \tau_T(t_R)$ є напруження руйнування для $t = t_R$. Кожне з (3), (4) розв'язано окремо і руйнування визначається критерієм, до якого призводить менший t_R . Ця процедура визначає довговічність та умову руйнування. Критерії довготривалого руйнування

сформульовано з використанням поняття енергії формозміни [2] як міри критичної величини напруженого стану (Мізес-критерій). Для в'язкопружного матеріалу маємо наступні вирази для накопиченої $U_s(\sigma,t)$ та розсіяної $U_d(\sigma,t)$ енергій [3, 6]

$$U_s = \frac{1}{2}\sigma_0^2 J_e[1+\frac{\xi}{\beta}] = \frac{1}{2E}\sigma_0^2[1+\frac{\xi}{\beta}], \quad U_d = U_\eta = \frac{1}{2}\sigma_0^2 J_i = \frac{1}{2H}\sigma_0^2 = \frac{1}{2E}\frac{\xi}{\beta}\sigma_0^2, \tag{5}$$



а *б*

Рис. Залежність накопиченої енергії формозміни $U_s(\sigma,t)$ (а) та критичного напруження $\sigma_R(t)$ від часу

Як приклад слід зазначити, що структура типу композитний ламінат містить однонаправлено армовані шари, що знаходяться у комбінованому напруженому стані. Повний тривимірний стан напружень реалізується переважно біля отворів у ламінаті та на краях ламінату. Це складні випадки, які вимагають аналізу чисельними методами [6]. На основі отриманих результатів розподілу напружень необхідно застосувати критерій руйнування внаслідок повзучості типу (3), (4) для трансверсально ізотропного композитного матеріалу. Проведені чисельні розрахунки показують важливість впливу в'язкопружних властивостей на перерозподіл напружень біля волокон. Подальший аналіз доцільно розвинути на задачі прогнозування довготривалої міцності матеріалу внаслідок повзучості та розвитку пошкодженості структури [2, 6].

КЛЮЧОВІ СЛОВА: довготривале деформування, руйнування, критерій, волокнистий композит, чисельні методи.

1. Голуб В.П. Классические критерии разрушения в решении задач усталости при двухосном комбинированном нагружении / В.П. Голуб // Вісник НТУУ «КПІ», „Машинобудування", 2014. – №72. – С. 109 -117.
2. Asaro R.J. Mechanics of Solids and Materials / Asaro R.J., Lubarda V. A. - Cambridge UP, 2006, -880 p.
3. Christensen R.M. The Theory of Materials Failure / R.M. Christensen. - Oxford University Press, 2013, - 292 p.
4. Hashin Z. Fatigue Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites. / Hashin Z. // Transactions of the ASME.- 1981, **48**, 12, pp. 846 – 852.
5. Maslov B.P. Nonlinear Hereditary Creep of Isotropic Composites of Random Structure / B.P. Maslov // International Applied Mechanics **58,** (1), 75-90 (2022)
6. Zienkiewicz O.C. The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals Sixth edition / Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. and Zhu J.Z. – Burlington: Elsevier, 2005. – 802 p.

B. P. Maslov

CONSTRUCTION OF CRITERION FOR THE LONG-TERM FRACTURE AS A RESULT OF THE THIN-WALLED LAYERED STRUCTURE CREEP

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences, P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine; e-mail: maslov@inmech.kiev.ua

A transversely isotropic composite material with a random structure in a plane perpendicular to the direction of reinforcement is considered. Within the framework of the theory of viscoelasticity of small deformations, the governing relationship between deformations and stresses is physically nonlinear. A material with a nonlinear viscoelastic matrix reinforced with high modulus isotropic fibers is considered. The criteria for long-term destruction are formulated using the concept of deformation energy as a measure of the critical value of the stressed state (Mises criterion). The conducted numerical calculations show the importance of the influence of viscoelastic properties on the redistribution of stresses near the fibers. It is advisable to develop further analysis on the problem of predicting the long-term strength of the material due to creep and the development of structural damage.

А.О. Камінський[1], М.В. Дудик[2], Т.В. Поліщук[2]

ПРО МОДЕЛЬ ЗАРОДЖЕННЯ ТРІЩИНИ У ПРУЖНОМУ КУСКОВО-ОДНОРІДНОМУ ТІЛІ З ЛАМАНОЮ МЕЖЕЮ РОЗДІЛУ

[1]Інститут механіки імені С.П.Тимошенка НАН України, вул. П.Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна; e-mail: dfm11@ukr.net
[2]Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини, вул. Садова, 2, 20300, Умань, Україна; e-mail: dudik_m@hotmail.com, polischuk_t@ukr.net

Розвинуто модель зародження тріщини у кусково-однорідному тілі з ламаною межею розділу двох різних пружних ізотропних матеріалів, з’єднаних пружно-пластичним адгезивом. В умовах плоскої деформації і дії симетричного навантаження відносно бісектриси кута зламу початковий етап зародження тріщини розглядається як утворення пластичної зони у з'єднувальному матеріалі та зони передруйнування в одному з матеріалів композитного з'єднання в околі кутової точки межі розділу. За допомогою інтегрального перетворення Мелліна задачу про розрахунок параметрів зони передруйнування зведено до функціонального рівняння відносно трансформант напруження і градієнта переміщення, яке розв’язано засобами методу Вінера – Гопфа. Отримано аналітичні вирази для розрахунку довжини зони передруйнування і швидкості вивільнення енергії в ній. Сформульовано умови зародження тріщини у кутовій точці. Здійснено числовий аналіз параметрів зони передруйнування.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: кусково-однорідне тіло, ламана межа розділу, пластична зона, зона передруйнування, зародження тріщини.

A.O. Kaminsky[1], M.V. Dudyk[2], T.V. Polishchuk[2]

ON MODEL OF CRACK NUCLEATION IN AN ELASTIC PIECEWISE HOMOGENEOUS BODY WITH A BROKEN BOUNDARY

[1] S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences, P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine
[2] Pavlo Tychyna Uman State Pedagogical University, Sadova Str., 2, 20300, Uman, Ukraine;

A model of crack nucleation in a piecewise homogeneous body with a broken interface of elastic isotropic materials bonded by an elastic-plastic adhesive is developed. The initial stage of the crack nucleation is considered as the formation of a plastic zone in the bonding material and a process zone in one of the materials of the composite near the corner point of the interface. Analytical formulas were obtained to calculate the length of the process zone and the energy release rate in it.

А.О. Камінський[1], М.В. Дудик[2], Ю.О.Чорноіван[1]

АНАЛІТИЧНА МОДЕЛЬ ЗОНИ ПЕРЕДРУЙНУВАННЯ У З'ЄДНУВАЛЬНОМУ МАТЕРІАЛІ БІЛЯ ВЕРШИНИ МІЖФАЗНОЇ ТРІЩИНИ

[1]Інститут механіки імені С.П.Тимошенка НАН України, вул. П.Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна; e-mail: dfm11@ukr.net, yurchor@ukr.net
[2]Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини, вул. Садова, 2, 20300, Умань, Україна; e-mail: dudik_m@hotmail.com

Моделювання зон передруйнування у з'єднувальному матеріалі біля вершин тріщини, розташованої на межі поділу різних середовищ, є ефективним засобом дослідження міжфазного руйнування кусково-однорідних тіл. Проте, реалізація більшості наявних на даний час моделей на практиці стикається з необхідністю кропітких числових розрахунків у системах скінчено-елементного аналізу. У зв’язку з цим постає завдання побудови такого варіанту моделі зон передруйнування, який забезпечив би можливість її аналітичного розв’язання, що надало б зручний засіб для швидкого оцінювання умов зрушення тріщини.

У даній роботі розвинуто модель міжфазної зони передруйнування біля вершини розкритої тріщини на плоскій межі поділу двох різних пружних ізотропних матеріалів, яка базується на поєднанні окремих положень моделей Баренблатта, Дагдейла, Леонова і Панасюка та квадратичного критерію міцності типу Мізеса – Хілла з граничними значеннями дотичного і нормального напружень у з'єднувальному матеріалі в якості критеріальних параметрів. Використовуючи інтегральне перетворення Мелліна, задачу про розрахунок параметрів зони передруйнування у з’єднувальному матеріалі в кінці міжфазної тріщини в рамках пропонованої моделі зведено до векторного функціонального рівняння, для якого за допомогою методу Вінера – Гопфа отримано точний аналітичний розв'язок. Зі знайденого розв'язку виведено замкнуту систему трансцендентних рівнянь і співвідношень для визначення довжини зони, фазового кута навантаження і швидкості вивільнення енергії в ній та розкриття тріщини в її вершині, які формують доступний алгоритм оцінки граничних навантажень, що передують зрушенню тріщини по межі розділу. Виконано числовий аналіз залежності параметрів зони передруйнування від величини і конфігурації зовнішнього навантаження і відношення опорів відриву і зсуву з’єднувального матеріалу.

Ефективність розвинутої моделі перевірено шляхом порівняння її передбачень з результатами експериментального дослідження в роботі [1] міцності адгезійного з'єднання двох різнорідних пластин з тріщиною на межі розділу в умовах змішаних мод зовнішнього навантаження при використанні для їх з'єднання квазікрихкого або пластичного адгезивів. Отримано прийнятну для наближеної оцінки величину руйнівного навантаження у випадку квазікрихкого адгезиву, що свідчить про перспективи застосування моделі до дослідження міцності квазікрихких матеріалів. В той же час, розвинута модель виявилась неефективною для пластичних з'єднувальних матеріалів, зокрема, через порушення умови маломасштабності пластичної зони.

Наявність точного аналітичного розв’язку задачі про зону передруйнування в рамках розвинутої моделі забезпечила ряд важливих переваг над іншими моделями, а саме:

– числова реалізація моделі не вимагає виконання громіздких розрахунків із застосуванням «важких» математичних програмних пакетів;
– використання критерію міцності типу Мізеса – Хілла забезпечує застосування моделі для аналізу умов поширення міжфазних тріщин у з’єднувальних матеріалах як з крихким, так і з квазікрихким характером руйнування;
– матеріальні сталі, необхідні для реалізації моделі для більшості матеріалів, які використовуються в якості адгезиву, наявні у відповідних довідниках;
– завдяки заданню зовнішнього навантаження через асимптотичне поле напружень біля вершини тріщини за відсутності зони передруйнування отриманий розв'язок виявляється загальним, не прив’язаним до конкретного виду навантаження і забезпечує придатність моделі для дослідження параметрів зони в умовах змішаного навантаження;
– наявність аналітичного розв'язку задачі про міжфазну зону передруйнування породжує доступний і ефективний метод оцінки граничних навантажень, які передують зрушенню тріщини по межі розділу;
– модель допускає її поширення на адгезійний механізм міжфазного руйнування та на дослідження когезійного руйнування сандвіч-подібних з'єднань.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: міжфазна тріщина, зона передруйнування, умова міцності Мізеса – Хілла, векторне рівняння Вінера – Гопфа, зрушення тріщини.

1. Katsivalis I., Thomsen O.T., Feih S., Achintha M. Development of Cohesive Zone Models for the Prediction of Damage and Failure of Glass/Steel Adhesive Joints // Int. Journal of Adhesion & Adhesives. – 2020. – **97**. P. 1–10 [102479].

A.O. Kaminsky[1], M.V. Dudyk[2], Y.O. Chornoivan[1]

ANALYTICAL MODEL OF PROCESS ZONE IN BONDING MATERIAL NEAR TIP OF INTERFACE CRACK

[1] S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences, P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine; e-mail: dfm11@ukr.net, yurchor@ukr.net
[2]Pavlo Tychyna Uman State Pedagogical University, Sadova Str., 2, 20300, Uman, Ukraine; e-mail: dudik_m@hotmail.com

An analytical model of a process zone in bonding material near tip of interface crack is build. In the process zone, a quadratic strength criterion of the Mises-Hill type is assumed. The use of this criterion provides consideration of the quasi-brittle mechanism of the bonding material fracture. Using the Mellin integral transformation, the problem of calculating the parameters of the process zone is reduced to a vector functional equation, for which an exact analytical solution was found using the Wiener-Hopf method.

Я. В. Павлюк

ДО ЗАДАЧІ РОЗРАХУНКУ ДЕФОРМАЦІЙ ПОВЗУЧОСТІ ТОНКОСТІННИХ ТРУБЧАСТИХ ЕЛЕМЕНТІВ ІЗ ЛІНІЙНО-В'ЯЗКОПРУЖНИХ МАТЕРІАЛІВ ЗА УМОВ РОЗТЯГУ ІЗ КРУЧЕННЯМ

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України, вул. Нестерова, 3, Київ, 03057, Україна; e-mail: creep@inmech.kiev.ua

Розглядається задача із розрахунку деформацій повзучості тонкостінних трубчастих елементів круглого поперечного перерізу із ізотропних однорідних і нестаріючих лінійно-в'язкопружних матеріалів. Трубчасті елементи навантажуються постійним за часом осьовим розтягуючим зусиллям та крутильним моментом.

Визначальні рівняння лінійної теорії в'язкопружності за умов складного напруженого стану, що задає залежність між компонентами тензорів деформацій $\varepsilon_{ij}(t)$, тензорів напружень σ_{ij} та часом *t*, записується виходячи з гіпотези пропорційності девіаторів у вигляді [1]

$$\begin{cases} \varepsilon_{ij}(t) = \dfrac{3}{2}\dfrac{\varepsilon_i(t,\sigma_i)}{\sigma_i(t)}\left(\sigma_{ij}(t) - \delta_{ij}\sigma_0(t)\right) + \dfrac{1}{3}\delta_{ij}\varepsilon_v(t); \qquad (i,j=1,3); \\ \varepsilon_i(\sigma_i,t) = \dfrac{2(1+\nu_0)}{3E}\left(\sigma_i(t) + \lambda_i\int_0^t K_i(t-\tau)\sigma_i(\tau)d\tau\right); \\ \varepsilon_v(\sigma_0,t) = \dfrac{3(1-2\nu_0)}{E}\left(\sigma_0(t) + \lambda_v\int_0^t K_v(t-\tau)\sigma_0(\tau)d\tau\right), \end{cases} \tag{1}$$

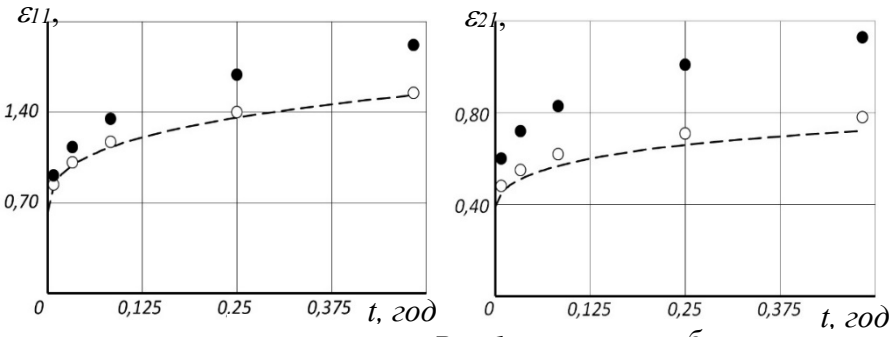
де $\varepsilon_v(t)$ і $\varepsilon_i(t,\sigma_i)$ – об'ємна деформація та інтенсивність деформацій повзучості; $\sigma_0(t)$ і $\sigma_i(t)$ – середнє напруження та інтенсивність напружень; $K_i(t-\tau)$ та $K_v(t-\tau)$ – ядра інтенсивності деформацій повзучості та об'ємної повзучості, що задаються дробово-експоненційними функціями; E – модуль пружності; ν_0 – коефіцієнт Пуассона; λ_i, λ_v – реологічні параметри; δ_{ij} – одинична функція Кронекера.

Для компонентів тензора деформацій повзучості $\varepsilon_{ij}(t)$ зі спільного розгляду рівнянь, що входять до (1), також можна подати у вигляді

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij}(t) = \frac{(1+\nu_0)}{E}\frac{1}{\sigma_i(t)}\left[\sigma_i(t) + \lambda_i\int_0^t K_i(t-\tau)\sigma_i(\tau)d\tau\right]\left[\sigma_{ij}(t) - \delta_{ij}(\sigma_0(t))\right] + \\ + \frac{(1-2\nu_0)}{E}\left[\sigma_0(t) + \lambda_v\int_0^t K_v(t-\tau)\sigma_0(\tau)d\tau\right]; \qquad \left(i,j=\overline{1,3}\right), \end{aligned} \tag{2}$$

що дозволяє розраховувати значення деформацій повзучості при різних комбінаціях нормальних та дотичних напружень.

В роботі розв'язано задачу із визначення деформацій поздовжньої $\varepsilon_{11}(t)$ й зсувної $\varepsilon_{21}(t)$ повзучості тонкостінних трубчастих елементів із „полиэтилена высокой плотности ПЭВП" [2] за умов комбінованої дії постійних нормальних напружень розтягу ($\sigma_{11} = const$) та постійних дотичних напружень кручення ($\tau_{21} = const$). Експериментальні дані запозичені відповідно з [2]. На рис.1 співставлено результати розрахунків (лінії) з експериментальними даними (точки) при напруженнях σ_{11} = 5,31 та τ_{21} = 0 (○) МПа; σ_{11} = 5,31 та τ_{21} = 2,49 (●) МПа.



а *Рис.1* *б*

Як видно із мал.1 отримано задовільне узгодження експериментальних даних із розрахунковими. У роботі для розв'язку задач повзучості трубчастих елементів з лінійно-в'язкопружних матеріалів за умов складного напруженого стану у якості вихідного розв'язкового рівняння використане рівняння, що побудовано виходячи із гіпотези пропорційності девіаторів. У рамках такого підходу, взаємовплив постійних за часом нормальних та дотичних напружень на процес поздовжньої та зсувної повзучості не враховується. У цьому випадку, деформації поздовжньої й зсувної повзучості за умов спільної дії нормальних та дотичних напружень розраховуються за тими ж рівняннями, як і у випадку одновісного розтягу та чистого кручення. Однак, як показують експериментальні дані мал.1, такий взаємовплив може бути досить істотним.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: тонкостінні трубчасті елементи, лінійні в'язкопружні матеріали, одновісний розтяг, розтяг із крученням, розрахунок деформацій повзучості, експериментальна апробація.

1. Golub V.P., Maslov B.P., Fernati P.V. Identification of the hereditary kernels of isotropic linear-viscoelastic materials in combined stress state. 2. Proportional deviators // Inter. Applied Mechanics. – 2016. – **52**, N8. – pp. 648-660.
2. Крегерс А.Ф., Килевич М.Р. Комплексное исследование полиэтилена высокой плотности в условиях нелинейной ползучести и релаксации напряжений // Механика композитных материалов, 1985. – №2. – сс. 195-201.

Pavlyuk, Y.V.

TO THE PROBLEM OF CALCULATION OF CREEP STRAINS OF THIN-WALLED TUBULAR MEMBERS MADE OF LINEAR VISCOELASTIC MATERIALS UNDER TENSION AND TORSION

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences, P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine

The problem of creep strains analysis of thin-walled tubular elements made of linear viscoelastic materials under uniaxial tension, pure torsion and combined tension with torsion have been solved and experimentally approved. The analysis is based on the use of viscoelasticity models in the form of the proportionality of deviators. The creep kernels are given by the fractional-exponential functions. Longitudinal and shearing creep strains have been calculated.

А.О. Камінський, Є.Є. Курчаков, Ю.О.Чорноіван

ПРО РІВНОВАГУ НЕЛІНІЙНОГО ОРТОТРОПНОГО ТІЛА З ТРІЩИНОЮ НОРМАЛЬНОГО ВІДРИВУ

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАНУ, вул. Нестерова, 3,
03057, Київ, Україна, e-mail: fract@inmech.kiev.ua

Об'єктом дослідження було нелінійне ортотропне тіло з тріщиною нормального відриву, біля кінця якої існує зона передруйнування.

Розглянуто випадок плоского напруженого стану. Деформації вважались малими.

В компонентах вектора переміщення поставлено першу основну задачу про термодинамічну рівновагу тіла. При цьому використані тензорно-лінійні визначальні рівняння, які зв'язують компоненти тензора напружень із компонентами тензора деформацій [2].

Для відображення стану зони передруйнування залучено інваріантні рівняння, побудовані в роботі [2]. В цих рівняннях фігурує скалярна функція зі двома сталими. Указані сталі підлягають визначенню на основі даних експерименту.

В результаті чисельного розв'язання (узагальненим методом додаткових напружень) крайової задачі з'ясовано, як саме від зазначених вище сталих залежать поле напружень, питома енергія руйнування, а також конфігурація зони нелінійності, що межує з кінцем тріщини.

Запропоновано експериментально-теоретичний метод визначення зазначених вище сталих.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: ортотропне тіло, тріщина, нормальний відрив, нелінійність.

1. *Богданова О.С., Каминский А.А., Курчаков Е.Е.* О зоне предразрушения возле фронта произвольной трещины в твердом теле // Доповіді НАН України. – 2017. – № 5. – С. 25 – 33.
2. *Камінський А.О., Курчаков Є.Є., Чорноіван Ю.О.* Про крайові задачі механіки руйнування нелінійного анізотропного тіла // Прикладна механіка. – 2022, № 3. – С. 3 – 39.

Kaminsky A.A., Kurchakov E.E., Chornoivan Y.O.

ON THE EQUILIBRIUM OF NON-LINEAR ORTHOTROPIC BODY WITH MODE I CRACK

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences, P. Nesterov Str., 3, 03057,
Kyiv, Ukraine; e-mail: fract@inmech.kiev.ua

Considered is the first basic problem for the non-linear orthotropic body with mode I crack. The non-linearity at the crack tip is modeled using the process zone. Using tensor-linear governing equations the numerical solution is found by the generalized method of additional stresses. It is shown how the stress field, the specific fracture energy, as well as the configuration of the non-linearity zone depend on the material constants. An experimental-theoretical method of determining these constants is proposed.

М . Ф . Селіванов[1], В.В. Гусєв[2]

ДОВГОТРИВАЛЕ РУЙНУВАННЯ КОМПОЗИТНОГО ЕЛЕМЕНТА КОНСТРУКЦІЇ З ТРІЩИНОЮ

[1]Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ, вул. П.Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна; e-mail: fract@inmech.kiev.ua
[2]Державне підприємство "Конструкторське бюро "Південне" ім. М.К. Янгеля", вул. Криворізька, 3, 49008, Дніпро, Україна

В рамках моделі когезійної зони створено ефективний алгоритм для моделювання процесу інкубації та квазістатичного поширення тріщини вздовж наперед відомого шляху. Проведене моделювання відтермінованого руйнування плоского елемента конструкції з матеріалу з в'язкопружними ортотропними характеристиками. З метою якісного аналізу числові результати отримано для випадку, коли кожна функція релаксації представлена однією експоненціальною функцією. Запропонований підхід можна легко поширити на випадок змодельованих або експериментально визначених спадкових властивостей реального композитного матеріалу, коли функції релаксації подаються рядами Проні.

При дослідженні використано інтегральний зв'язок між компонентами тензора напружень і деформацій лінійного в'язкопружного матеріалу у формі Больцмана–Вольтерра. Для імплементації в'язкопружної моделі в розрахункову схему метода скінченних елементів проводиться інкрементaлізація конститутивних співвідношень. На кожному інтервалі часу задача розв'язується відносно приросту переміщень.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: інкрементaлізація конститутивних співвідношень, відтерміноване руйнування

1. Селіванов М., Фернаті П. Моделювання квазістатичного поширення тріщини у в'язкопружному ортотропному середовищі в рамках підходу інкрементaлізації конститутивних рівнянь. Допов. Нац. акад. наук Укр. 2023. № 2. С. 65−75.

M.F. Selivanov[1], V.V. Gusev[2]

LONG-TERM FRACTURE OF A COMPOSITE STRUCTURAL MEMBER WITH A CRACK

[1] S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences, P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine; e-mail: fract@inmech.kiev.ua
[2] M. K. Yangel Design Bureau Pivdenne, Kryvorizka St, 3, 49008, Dnipro, Ukraine

Within the framework of the cohesion zone model, an effective algorithm is proposed for simulating the process of incubation and quasi-static propagation of a crack along a known path. Modeling of long-term fracture of a planar structural element made of material with viscoelastic orthotropic characteristics is carried out. In order to implement the viscoelastic model in the numerical scheme of the finite element method, the constitutive ratios are incrementalized.

М.Ф. Селіванов, П.В. Фернаті

ВПЛИВ ПАРАМЕТРІВ КОГЕЗІЙНОГО ЗАКОНУ НА КРИТИЧНЕ НАВАНТАЖЕННЯ ТІЛА З ТРІЩИНОЮ НОРМАЛЬНОГО ВІДРИВУ

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ, вул. П.Нестерова, 3,
03057, Київ, Україна; e-mail: fract@inmech.kiev.ua

Моделювання виникнення та поширення тріщин у твердих тілах вимагає використання моделі та критерію, які, аналізуючи напруження в околі вершини тріщини, визначатиме конфігурації параметрів задачі, що відповідають подальшому просуванню тріщини [1]. Існує ряд критеріїв поширення руйнування, передбачених теорією лінійно-пружної механіки руйнування. Критерій поширення руйнування зазвичай визначається або енергетичним підходом, який стверджує, що руйнування поширюється, коли швидкість вивільнення енергії досягає критичного значення, або підходом інтенсивності напружень, який стверджує, що руйнування відбувається, коли коефіцієнт інтенсивності напруження перевищує критичне значення. Швидкість вивільнення енергії та підходи до інтенсивності напружень є еквівалентними та однозначно пов'язані для лінійно-пружних матеріалів. Лінійно-пружна механіка руйнування з фізично необґрунтованою сингулярністю поля напружень поблизу вершини тріщини, є досить зручним інструментом для отримання аналітичних розв'язків із високою точністю за межами сингулярної області. Подальшим кроком в розвитку механіки руйнування стала розробка когезійних моделей, які усувають сингулярність напружень в околі вершини тріщини.

Модель когезійної тріщини – це ідеалізоване наближення фізичної локалізованої в околі вершини тріщини зони передруйнування, прийняте зі збереженням найбільш важливих аспектів фізичної реальності з метою математичної простоти. Суть цієї моделі полягає в описі нелінійності за допомогою зв'язку між когезійними напруженнями та розкриттям тріщини, і її великою перевагою є те, що за адекватно встановленого зв'язку (закону зчеплення–відриву) її можна використовувати для опису широкого класу задач. Нелінійні ефекти в околі вершини зносяться на відрізок фіктивної тріщини, розташований на продовженні лінії фізичної тріщини. Довжину цього відрізку називають когезійною довжиною. В загальному випадку вона визначається умовою плавності змикання берегів тріщини і заздалегідь невідома. Найпростішим законом зчеплення–відриву є рівномірний закон, що відповідає моделі Дагдейла. У випадку центральної тріщини та нескінченної області існує аналітичний вираз для когезійної довжини. В роботі використовуватиме ввнутрішній трапецоїдальний когезійний закон; він характеризується двома основними параметрами тріщиностійкості – енергією руйнування ϕ і міцністю зчеплення σ_{max}, а також параметрами форми – a_1 (довжина ділянки зміцнення) і a_2 (початок ділянки розміцнення). Ці параметри пов'язані з критичним розкриттям тріщини Δ_{max}, яке є внутрішнім параметром моделі, співвідношенням $\phi = \Delta_{max}\sigma_{max}/c$ (параметр $c = (3 - 2a_1 + 3a_2)/6$ є відношенням енергії руйнування трапецоїдального когезійного закону до енергії руйнування відповідного рівномірного закону з $c = 1$).

В даній роботі на прикладі пластини скінченої довжини (шириною 10 см і висотою 20 см, E=4 ГПа, ν=0.3) з центральною тріщиною (напівдовжини $a = 1$ см) методом скінченних елементів отримано залежності критичного (що відповідає досягненню розкриттям тріщини величини Δ_{max}) і пікового навантажень, а також когезійної довжини від параметрів когезійного закону.

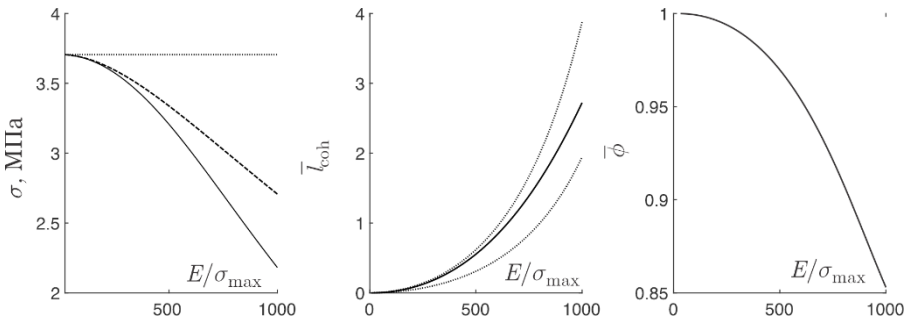


Рис. 1.

Рис. 1 ілюструє співвідношення між піковим навантаженням (штрихова крива) та навантаженням, що відповідає критичному стану (суцільна крива), для згладженого трикутного ($a_2 = a_1$) когезійного закону. В граничному випадку σ_{max}=E ці дві величини збігаються і дорівнюють прогнозу лінійної

механіки руйнування (пунктирна пряма). Із зростанням відношення E/σ_{max} розбіжності між піковим і критичним навантаженням збільшуються. На другому блоці Рис. 1 відображена віднесена до довжини тріщини когезійна довжина (суцільна крива) і два референтні значення цієї величини $(h-a)/h$ (для нижньої кривої ми взяли вершиною зони зчеплення $a\sec(\pi\sigma/(2\sigma_{max}))$, що відповідає моделі Дагдейла, для верхньої – $a+(a\sec(\pi\sigma/(2\sigma_{max}))-a)/c)$. Для випадку $E/\sigma_{max}=1000$ енергія, що відповідає піковому навантаженню, складає 85% від енергії руйнування (третій блок Рис. 1).

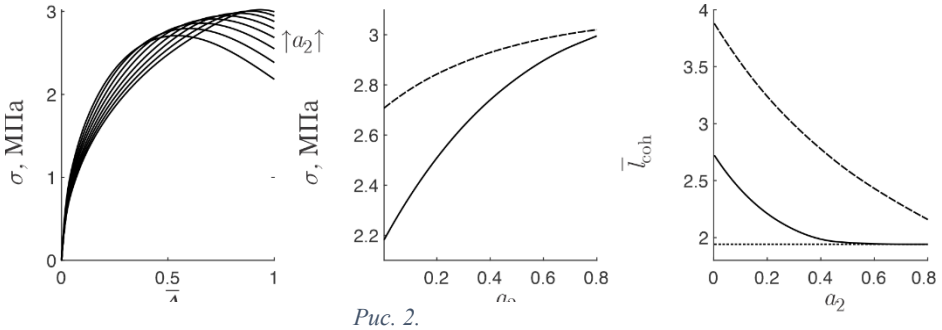


Рис. 2.

На першому блоці Рис. 2 відображена залежність розкриття–навантаження для восьми параметрів a_2. Збільшення параметра a_2 (наближення до рівномірного закону зчеплення) нівелює розбіжності між критичним і піковим навантаженнями. Другий блок – відповідні критичне (суцільна крива) та пікове (штрихова крива) навантаження. Третій блок – відповідна відносна когезійна довжина (суцільна крива) та два її референтні значення (пунктирна та штрихова криві). Результати Рис. 2 отримано для $E/\sigma_{max}=1000$. Розв'язки на Рис. 1 і 2 отримано для $\phi=100$ Н/м.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: модель зони зчеплення, когезійний закон

1. Alfano M., Furgiuele1 F., Leonardi A., Maletta1 C. and Paulino G. H. Cohesive zone modeling of mode I fracture in adhesive bonded joints. // Key Eng. Mater. Vols. – 2007 – **348-349**. – P 13–16

M.F. Selivanov[1], P.V. Fernati[1]

IMPACT OF COHESIVE LAW PARAMETERS ON THE CRITICAL LOAD FOR A BODY WITH A MODE I CRACK

[1] S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences,
P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine; e-mail: fract@inmech.kiev.ua

For a finite plate with a central crack, within the framework of the cohesive zone model, the dependences of the critical (corresponding to the critical opening displacement) and peak loads, cohesive length on the ratio of Young's modulus to the cohesive strength, and also on the shape parameters of the cohesive law were obtained using the finite element method. For small ratios of Young's modulus to the cohesive strength, predictions are demonstrated to be consistent with those of linear elastic fracture mechanics.

Key-words: cohesive zone model, traction–separation law

Секція 4: Механіка взаємодіючих фізико-механічних полів в неоднорідних середовищах і елементах конструкцій

ЗМІСТ

1 В.Д. Кубенко **ДИФРАКЦІЙНІ ПРОЦЕСИ У ЗАПОВНЕНІЙ РІДИНОЮ ЦИЛІНДРИЧНІЙ ПОРОЖНИНІ З СИСТЕМОЮ СФЕРИЧНИХ ВКЛЮЧЕНЬ ПРИ АКУСТИЧНОМУ ЗБУДЖЕННІ**	114
2. В.С. Кирилюк **КОНТАКТНА ВЗАЄМОДІЯ НАГРІТОГО ЖОРСТКОГО ПЛОСКОГО ЕЛІПТИЧНОГО ШТАМПУ З ЕЛЕКТРОПРУЖНИМ ПІВПРОСТОРОМ**	116
3. О.І. Левчук **КОНТАКТНА ВЗАЄМОДІЯ УВІГНУТИХ ШТАМПІВ (СФЕРИЧНОГО, КОНІЧНОГО, ОБЕРНЕНО СТЕПЕНЕВОЇ ФОРМИ) З П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНИМ ПІВПРОСТОРОМ**	117
4. В.С. Кирилюк, О.І. Левчук, Р.М. Мартиняк **КОНТАКТНА ВЗАЄМОДІЯ ЕЛЕКТРОПРУЖНИХ ПІВПРОСТОРІВ ЗА НАЯВНОСТІ У ОДНОМУ З НИХ ПРИПОВЕРХНЕВОЇ ВИЇМКИ ЕЛІПТИЧНОГО ПЕРЕРІЗУ ПІД ВНУТРІШНІМ ТИСКОМ**	118
5. Б.М. Кіфоренко, Я.В. Ткаченко **ОПТИМІЗАЦІЯ ПОРАМЕТРІВ ТА ТРАЄКТОРІЙ РУХУ РАКЕТ-НОСІЇВ**	119
6. О.Х. Остос **ВИЗНАЧЕННЯ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ІДЕАЛЬНОЇ СТИСЛИВОЇ РІДИНИ, ЩО ЗБУДЖУЄТЬСЯ СФЕРИЧНИМ СЕГМЕНТОМ В ЦИЛІНДРИЧНІЙ ПОРОЖНИНІ**	121
7. І.В. Янчевський, Л.О. Григор'єва **ДОСЛІДЖЕННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ КОЛИВАНЬ ЕЛЕКТРОПРУЖНИХ ФУНКЦІОНАЛЬНО-ГРАДІЄНТНИХ ТІЛ З ВРАХУВАННЯМ ДИСИПАТИВНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ МАТЕРІАЛУ**	123
8. Б.М. Кіфоренко, Я.В. Ткаченко, О.О. Слісаренко **ЕФЕКТИВНІСТЬ СИСТЕМ З ОПТИМАЛЬНО ПІДІБРАНИМИ НЕРІВНОБЛОЧНИМИ ПРИСКОРЮВАЧАМИ**	125
9. J.J.Rushchitsky **TYPICAL EXPERIMENTS WITH AUXETICS. A LOOK FROM THE POSITION OF MECHANICS OF MATERIALS**	127
10. J.J.Rushchitsky, V.M. Yurchuk **TO COMPARISON OF EVOLUTION OF DIFFERENT KINDS OF ELASTIC SOLITARY WAVES**	129
11. О.О. Хотенко, В.М. Юрчук **ПРО ГРАНИЧНІ УМОВИ В АНАЛІЗІ НЕЛІНІЙНИХ ПОВЕРХНЕВОЇ І КРУТИЛЬНОЇ ХВИЛЬ**	131
12. С.В. Сінчило, В.М. Юрчук **ПРО НОВИЙ НАБЛИЖЕНИЙ МЕТОД АНАЛІЗУ РІВНЯНЬ, ДЛЯ КРУТИЛЬНИХ ПРУЖНИХ ХВИЛЬ**	133

13. J.J. Rushchitsky, D.V.Akimov **AUXETIC MATERIALS – NEW KIND OF ENGINEERING MATERIALS. KNOWN AND NEW NONLINEAR MECHANICAL EFFECTS IN AUXETICS USED IN INDUSTRY**	135
14. В.М. Гордеєв, О.І. Кордун **ПРАКТИЧНІ АСПЕКТИ РОЗРАХУНКУ ПРУЖНИХ СИСТЕМ НА ДІЮ УДАРНОЇ ХВИЛІ**	137
15. К.В.Савельєва **ДОСЛІДЖЕННЯ ХВИЛЬОВОЇ ВЗАЄМОДІЇ У НЕЛІНІЙНОМУ ПРУЖНОМУ СЕРЕДОВИЩІ**	139
16. O.Z. Galishin, S.M. Sklepus **COMPARATIVE ANALYSIS OF SPATIAL AND SHELL SOLUTIONS FOR CREEP AND STRENGTH PROBLEM OF THE MULTILAYERED CYLINDERS**	141
17. М.О. Бабешко, В.Г. Савченко **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ НЕПРУЖНОГО ДЕФОРМУВАННЯ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ ТІЛ З ВРАХУВАННЯМ ВИДУ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ ТА ПЛАСТИЧНОЇ ЗМІНИ ОБ'ЄМУ**	142
18. М.О. Бабешко, В.Г.Савченко **ЧИСЛОВЕ ДОСЛІДЖЕННЯ НЕПРУЖНОГО ДЕФОРМУВАННЯ СТРУКТУРНО-НЕОДНОРІДНИХ ТІЛ ОБЕРТАННЯ З УРАХУВАННЯМ ТЕРМОСИЛОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ ТА РАДІАЦІЙНОГО ОПРОМІНЕННЯ**	144
19. М.М.Тормахов **НЕМОНОТОННЕ ПРУЖНОПЛАСТИЧНЕ ДЕФОРМУВАННЯ ПРИ ПРОСТОМУ НАВАНТАЖЕННІ**	146
20. Н.Є. Ткаченко **ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТОМЕХАНІКИ ДІЕЛЕКТРИКІВ**	148
21. К.М. Рудаков, Ю.М. Дифучин **ОСОБЛИВОСТІ ЕКСПРЕС-РОЗРАХУНКІВ НА МІЦНІСТЬ БОЛТОВИХ ОДНОЗРІЗНИХЗ'ЄДНАНЬ ШАРУВАТИХ КОМПОЗИТНИХ ПЛАСТИН З МЕТАЛОМ**	150
22. О.З. Галішин, П.О. Стеблянко, В.М. Харченко **РОЗРОБКА МЕТОДИКИ РОЗРАХУНКУ ТЕРМОПРУЖНОГО СТАНУ ОБОЛОНКОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ РАКЕТНОЇ ТЕХНІКИ, ВИГОТОВЛЕНИХ ПЕРЕХРЕСНОЮ НАМОТКОЮ**	152
23. М.В. Баняс, М.С. Зарицький, І.А. Лебедько **ОЦІНКА КРИХКОЇ МІЦНОСТІ КРІПИЛЬНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ВИГОРОДКИ РЕАКТОРА ВВЕР-1000**	154
24. В. Косарчук, М. Солецька, О.Бамбура **ДЕФОРМАЦІЙНА ТЕОРІЯ ПЛАСТИЧНОСТІ ОРТОТРОПНИХ МАТЕРІАЛІВ**	155
25. O. Galishin, S. Sklepus **DEFORMATION OF COMPLEX SHAPE SHALLOW SHELLS FROM MATERIALS WITH DIFFERENT BEHAVIOR IN TENSION AND COMPRESSION**	157
26. Н.Д. Яковенко, І.К. Сенченков, О.П. Червінко **ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МІКРОСТРУКТУРНИХ ТА ТЕРМОМЕХАНІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ПРИ ПОВЕРХНЕВОМУ ЗМІЦНЕННІ ПІВПРОСТОРУ**	158

27. О.П. Жук, Я.О. Жук, Т.В. Клімчук **ДИНАМІКА СТОРОННЬОГО ОБ'ЄКТА БІЛЯ МЕЖІ РІДИНИ ПІД ДІЄЮ СИЛ АКУСТИЧНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ**	160
28. Я.О. Жук, М.М. Мельниченко, А.М. Кір'єв **МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІЧНОЇ СТІЙКОСТІ ТА ПРОЦЕСІВ РУЙНУВАННЯ БРОНЕМАТЕРІАЛІВ ПІД ДІЄЮ УДАРНОГО НАВАНТАЖЕННЯ**	161
29. В.В. Левченко **ПРО ПОВЕРХНЕВІ ХВИЛІ В ПЕРІОДИЧНО ШАРУВАТИХ СТРУКТУРАХ**	162
30. А.В.Молтасов, В.В.Книш, М.М.Димань **РОЗПОДІЛ НАПРУЖЕНЬ В зОНАХ КОНЦЕНТРАЦІЇ СТИКОВОГО ЗВАРНОГО З'ЄДНАННЯ з Урахуванням ЗМІЩЕННЯ ОСЕЙ СИМЕТРІЇ ПРОТИЛЕЖНИХ ОПУКЛОСТЕЙ ШВА**	164
31. І.Ф. Киричок **ВИМУШЕНІ ОСЕСИМЕТРИЧНІ КОЛИВАННЯ І ДОВГОВІЧНІСТЬ ГНУЧКОЇ НЕПРУЖНОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНИМИ НАКЛАДКАМИ ПРИ ВРАХУВАННІ ВІБРОРОЗІГРІВУ І ДЕФОРМАЦІЇ ЗСУВУ**	166
32. В.І. Козлов, Ю.І. Лелюх, Л.П. Зінчук **ВПЛИВ ФІЗИЧНОЇ НЕЛІНІЙНОСТІ НА ЕЛЕКТРОТЕРМОМЕХАНІЧНУ ПОВЕДІНКУ ШАРУВАТИХ П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНИХ ОБОЛОНОК ОБЕРТАННЯ ПРИ МОНОГАРМОНІЧНОМУ НАВАНТАЖЕННІ**	168
33. В.В. Книш, С.О.Соловей, В.М.Булаш, А.О.Гришанов **ПІДВИЩЕННЯ ОПОРУ ВТОМІ ЗВАРНИХ З'ЄДНАНЬ З НАКОПИЧЕНИМИ ВТОМНИМИ ПОШКОДЖЕННЯМИ ПОВЕРХНЕВИМ ПЛАСТИЧНИМ ДЕФОРМУВАННЯМ**	170
34. І.К. Сенченков, Н.М. Мальцева, В.Г. Карнаухов, О.П. Червінко **ВІБРОРОЗІГРІВ ТВЕРДОПАЛИВНИХ ДВИГУНІВ ПРИ ТРАНСПОРТУВАННІ В ГОРИЗОНТАЛЬНОМУ ПОЛОЖЕННІ**	172

В.Д. Кубенко

ДИФРАКЦІЙНІ ПРОЦЕСИ У ЗАПОВНЕНІЙ РІДИНОЮ ЦИЛІНДРИЧНІЙ ПОРОЖНИНІ З СИСТЕМОЮ СФЕРИЧНИХ ВКЛЮЧЕНЬ

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАНУ, вул. П. Нестерова, 3, Київ, 03057, Україна; e-mail: vdk@inmech.kiev.ua

Взаємодія акустичних, пружних і електромагнітних хвиль з системою тіл в безмежному просторі є предметом численних досліджень вже понад століття. Такі дослідження об'єднані під назвою багатократного розсіяння (multiple scattering). У переважній більшості випадків в задачах багатократного розсіяння електромагнітних, акустичних або пружних хвиль розглядаються системи однотипних тіл. При аналітичному підході загальний розв'язок дифракційної задачі для системи однотипних тіл реалізується шляхом розділення змінних і застосуванням трансляційних теорем додавання для запису циліндричних (чи, відповідно, сферичних, сфероїдальних) хвильових функцій в системі координат, координатна поверхня якої окреслює поверхню того чи іншого тіла системи. У випадку дифракції хвиль на сукупності тіл різної форми такий підхід в загальному випадку не приводить до результату. Однак, у випадку, коли система, що розглядається, складається з тіл сферичної і циліндричної форми, існує можливість представлення циліндричних хвильових функцій через сферичні і навпаки. Вказане дозволяє загальний розв'язок дифракційної задачі переписати в координатах кожного з присутніх в системі тіл – і сферичних, і циліндричних. В результаті вдається розділити змінні і задовільнити усім граничним умовам. Досліджень дифракції хвиль на системах неоднотипних тіл істотно менше, очевидно, мова може йти про кілька десятків публікацій.

Найбільш доступними для дослідження і цікавими з точки зору можливостей практичного використання є внутрішні акустичні осесиметричні задачі, коли всередині заповненої стисливою рідиною циліндричної порожнини розташоване поодиноке сферичне тіло з центром на осі циліндра, а діюче хвильове навантаження має осьову або центральну симетрію. Знайдено розв'язки кількох осесиметричних задач для поодинокого сферичного тіла в порожнині.

Дана доповідь присвячена побудові розв'язку задачі багатократного розсіяння в загальному випадку. Розглядається нескінченно довга кругова циліндрична порожнина (посудина з твердою поверхнею), заповнена ідеальною стисливою рідиною. Рідина містить скінчену кількість довільним чином розташованих включень, що не перетинаються. Включення мають сферичну форму і можуть бути твердими, газоподібними чи пружними. Рідина в посудині піддана дії певного гармонічного навантаження, яке може бути задане, наприклад, збуренням поверхні посудини, вібраціями одного чи кількох включень або ініційованими на нескінченності в об’ємі порожнини стаціонарними акустичними хвилями. Діюче навантаження породжує в порожнині хвилі, що, поширюючись в рідині, взаємодіють з кожним включенням, породжуючи відбиті ним хвилі. Останні взаємодіють з іншими наявними включеннями і, крім того, досягаючи поверхні порожнини, в свою чергу відбиваються від неї. Таке багатократне відбиття і розсіяння хвиль як наслідок створює надзвичайно складну картину усталених дифракційних полів тиску і швидкостей. Відтворення таких полів в практичному плані може служити основою для розробок певних інженерних впроваджень в різноманітних технічних галузях, пов’язаних із локалізацією або сегрегацією частинок у рідинах: вода, рідке паливо, корисні копалини, паливопроводи, кровоносні судини, тощо. Слід зазначити, що постановка задачі, яка враховує обмежені розміри порожнини та взаємодію включень одне з одним, доцільна при відносно немалих розмірах включень і їх близькому розташуванні.

В доповіді розвивається методика побудови потенціалу швидкостей рідини в циліндричній посудині зі скінченним числом сферичних включень, що дифракційно взаємодіють між собою. Розглядаються малі амплітуди діючих збурень, а хвильові процеси вважаються адіабатичними. Вони описуються хвильовим потенціалом, що задовольняє рівнянню Гельмгольца і відповідним граничним умовам на поверхні циліндричної порожнини і сферичних частинок. В роботі на основі спектрального методу будується аналітичний розв’язок рівняння Гельмгольця для відповідної тривимірної багатозв'язної області. При цьому хвильові функції, подані в циліндричних координатах, перерозкладаються за системою сферичних хвильових функцій і навпаки. Це дає змогу точно задовільнити відповідним граничним умовам на сферичних і циліндричній поверхнях і в результаті отримати нескінченну систему алгебраїчних рівнянь щодо коефіцієнтів шуканого розв’язку. Можна довести, що наближений розв’язок системи, одержаний методом її усікання, з ростом числа алгебраїчних рівнянь, що утримані, прямує до точного розв’язку.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: порожнина з рідиною, сферичні включення, акустичне збудження, багатократне розсіяння, аналітичний розв'язок.

V.D.Kubenko

DIFFRACTION PROCESSES IN A LIQUID-FILLED CYLINDRICAL CAVITY WITH A SYSTEM OF SPHERICAL INCLUSIONS

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences,
P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine; e-mail: vdk@inmech.kiev.ua

The technique of constructing the potential of liquid velocities in a cylindrical vessel with a finite number of spherical inclusions diffractively interacting with each other is being developed.

В.С. Кирилюк

КОНТАКТНА ВЗАЄМОДІЯ НАГРІТОГО ЖОРСТКОГО ПЛОСКОГО ЕЛІПТИЧНОГО ШТАМПУ З ЕЛЕКТРОПРУЖНИМ ПІВПРОСТОРОМ

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України
вул. П. Нестерова, 3, Київ, 03057, Україна; e-mail: kirilyuk60@gmail.com

У інженерній практиці при проектуванні елементів вимірювальних систем та приладів, перетворювачів енергії широко використовуються електропружні (п'єзоелектричні) матеріали, які характеризуються зв'язаністю (взаємним впливом) силових і електричних полів. Але розрахунок напруженого стану в таких матеріалах, пов'язаний зі значними труднощами математичного характеру, оскільки потребує розгляду повної системи зв'язаних диференціальних рівнянь у частинних похідних для опису силових і електричних полів.

У доповіді на основі строгої математичної моделі, що враховує зв'язаність силових і електричних полів, досліджено задачу контактної взаємодії нагрітого плоского жорсткого штампу еліптичної форми з п'єзоелектричним трансверсально-ізотропним півпростором. При розгляді задачі припускається, що поверхня півпростору не містить електродного покриття і розміщена у площині ізотропії електропружного трансверсально-ізотропного матеріалу, а також, що має місце гладкий (без тертя) контакт. При розв'язанні контактної задачі використано представлення розв'язку системи рівнянь термоелектропружності (для стаціонарного температурного поля) і гармонічні функції і гармонічні потенціали спеціального вигляду. Знайдено аналітичні вирази для обчислення контактних напружень та переміщення нагрітого плоского еліптичного штампу.

Так, якщо $T(x,y,0)=T_0(x,y)\geq 0,(x,y)\in\Omega,\ T_0(x,y)_{|\partial\Omega}=0$ на поверхні штампу та на поверхні півпростору поза штампом $T(x,y,0)=0,(x,y)\in R^2\setminus\Omega$, маємо

$$p(x,y)=\frac{P-Q_1}{2\pi ab}\left(1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}\right)^{-1/2}+\gamma^{Piezo}T_0(x,y)\,;$$

$$\delta=\frac{P-Q_1}{2\pi a}A^{Piezo}K(e)\,;\ Q_1=\gamma^{Piezo}\iint\limits_{\ni}T_0(x,y)\,dxdy\,,$$

де $\Omega: x^2/a^2+y^2/b^2\leq 1$, δ - переміщення штампу, P - сила притискання штампу, A^{Piezo} та γ^{Piezo} - спеціально обчислені значення, що залежать від електропружних та термоелектропружних властивостей п'єзоелектричного матеріалу.

У вигляді нерівності отримано взаємозв'язок між значенням сили, що діє на штамп, температурою нагріву, термоелектропружними властивостями п'єзоелектричного трансверсально-ізотропного матеріалу, що дозволяє прогнозувати появу зони відділення матеріалу від поверхні плоского еліптичного штампу при розглянутих силових і температурних.

Розглянуто різні варіанти температурного розподілу на поверхні плоского штампу. Проведено числові розрахунки та аналіз отриманих результатів. Вивчено вплив силового та температурного навантажень, термоелектропружних властивостей п'єзоелектричного матеріалу та геометрії плоского штампу на параметри контактної взаємодії.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: контактна взаємодія, пружний напівпростір, електропружний трансверсально-ізотропний матеріал, плоский еліптичний штамп, нагрівання, умови невідшарування матеріалу, розподіл напружень

V.S. Kirilyuk

CONTACT INTERACTION OF HEATED RIGID FLAT ELLIPTICAL STAMP WITH ELECTROELASTIC HALF-SPACE

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences,, P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine

The contact interaction of a heated flat rigid stamp of an elliptical shape with a piezoelectric half-space was investigated. The solution to this thermoelectric elasticity problem was obtained. The condition of absence of delamination of the material from the surface of the heated flat stamp was established, analytical expressions of contact stresses and displacement of the heated flat stamp were found. Numerical results were obtained, analysis of contact stresses was carried out.

О.І. Левчук

КОНТАКТНА ВЗАЄМОДІЯ УВІГНУТИХ ШТАМПІВ ТРЬОХ РІЗНИХ ГЕОМЕТРІЙ З П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНИМ ПІВПРОСТОРОМ

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, вул. П. Нестерова, 3, Київ, 03057, Україна; e-mail: 2013levchuk@gmail.com

При проектуванні елементів конструкцій, елементів вимірювальних приладів необхідна оцінка їх міцності і надійності. Проводять таку оцінку на основі аналізу напруженого стану під дією навантажень близьких до умов експлуатації. Використання у інженерній практиці п'єзоелектричних (електропружних) матеріалів при розробці перетворювачів енергії, елементів вимірювальних систем стимулює інтерес до дослідження і аналізу напруженого стану у елементах конструкцій з таких матеріалів, особливо поблизу концентраторів напружень та при контактній взаємодії зі штампами. Важливою особливістю досліджень розподілу напружень у п'єзоелектричних матеріалах є зв'язаність силових і електричних полів, яка суттєво ускладнює їх проведення.

У даній доповіді досліджено просторові задачі електропружності про контактну взаємодію жорстких увігнутих штампів (сферичної, конічної та обернено степеневої форми) з п'єзоелектричним трансверсально-ізотропним півпростором, поверхня якого розміщена у площині ізотропії електропружного матеріалу і на ній відсутнє електродне покриття. Увігнутий штамп під дією сили P на п'єзоелектричний півпростір. Припускається, що має місце гладкий (без тертя) контакт. При дослідженні використано представлення розв'язків зв'язаної системи рівнянь електропружності через гармонічні функції та гармонічні потенціали з подальшим зведенням контактної задачі для увігнутих штампів до розгляду інтегрального рівняння Фредгольма другого роду. В подальшому, при дослідженні контактної взаємодії для всіх трьох геометрій увігнутих штампів для розв'язання інтегрального рівняння використовувався розклад за малим параметром. У явному вигляді для трьох видів увігнутих штампів отримано наближені аналітичні вирази для визначення контактного тиску, переміщення штампу та геометричних розмірів області контакту півпростору з увігнутим штампом. Проведено числові дослідження та аналіз результатів для ряду п'єзокерамічних матеріалів. Встановлено вплив електропружних властивостей п'єзоелектричних матеріалів, сили притискання увігнутого штампу та його геометрії та зв'язаності силових і електричних полів на параметри контактної взаємодії. З отриманих результатів як частинні випадки із отриманих результатів випливають параметри контактної взаємодії трьох згаданих геометрій увігнутих штампів з пружним трансверсально-ізотропним та ізотропним півпросторами.

КЛЮЧОВІ СЛОВА контактна взаємодія, увігнутий жорсткий штамп, електропружний напівпростір, п'єзоелектричний трансверсально-ізотропний матеріал, неелектродована поверхня, контактні напруження, переміщення штампу

O.I. Levchuk

CONTACT INTERACTION OF CONCAVE STAMPS OF THREE DIFFERENT GEOMETRIES WITH A PIEZOELECTRIC HALF-SPACE

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences, P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine;e-mail: 2013levchuk@gmail.com

The contact interaction of concave rigid stamps of three geometric shapes (spherical, conical, inverse power-shaped) with the piezoelectric half-space was studied. Approximate analytical solutions of the considered problems were obtained using the small-parameter expansion. Analytical expressions for calculating contact stresses under concave stamps have been found. Numerical studies and analysis of contact stresses were carried out.

В.С. Кирилюк, О.І. Левчук, Р.М. Мартиняк

КОНТАКТНА ВЗАЄМОДІЯ ЕЛЕКТРОПРУЖНИХ ПІВПРОСТОРІВ ЗА НАЯВНОСТІ ПРИПОВЕРХНЕВОЇ ВИЇМКИ ЕЛІПТИЧНОГО ПЕРЕРІЗУ ПІД ВНУТРІШНІМ ТИСКОМ

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, ;
e-mail: kirilyuk60@gmail.com, 2013levchuk@gmail.com, m.rostyslav@gmail.com

Широке використання у інженерній практиці електропружних (п'єзоелектричних) матеріалів при створенні перетворювачів енергії, елементів вимірювальних систем і приладів потребує при їх проектуванні дослідження і детального аналізу напруженого стану поблизу концентраторів напружень типу порожнин, включень, тріщин та при контактній взаємодії зі штампами. При цьому зв'язаність силових і електричних полів, що має місце у п'єзоелектричних матеріалах, суттєво ускладнює дослідження і аналіз напруженого стану.

У доповіді на основі строгої математичної постановки, що враховує зв'язаність силових і електричних полів, розглянуто задачу про стискання двох різних за властивостями електропружних трансверсально-ізотропних півпросторів, один з яких містить похилу приповерхневу виїмку еліптичного перерізу під внутрішнім тиском. Аналітичний розв'язок задачі отримано за допомогою представлення розв'язку рівнянь статики електропружності через гармонічні функції, к гармонічних потенціалів та зведення граничної задачі до розгляду інтегро-диференціального рівняння з невідомою областю інтегрування. Для приповерхневої виїмки, геометрична форма якої описується функцією

$$z = f_0(x, y) = h_0(1 - x^2 / a_0^2 - y^2 / b_0^2)^{3/2}$$

В явному вигляді отримуємо

$$a = a_0\sqrt{1 - N_0}\ ;\ b = b_0\sqrt{1 - N_0}\ ;\ h = r_0\left[1 - N_0\right]^{3/2},$$

де $N_0 = 2(M_1 + M_2)(p - P_0)b_0\sqrt{1 - e_0^2} / \left(3r_0\, E\left(e_0\right)\right)$.

В отриманих виразах сталі M_i залежать від електропружних властивостей кожного з п'єзоелектричних матеріалів. З них за відомими розмірами початкової виїмки (параметри a_0, b_0 і h_0), значеннями стискаючих зусиль та внутрішнього тиску, властивостями двох п'єзоелектричних трансверсально-ізотропних матеріалів півпросторів (входять через величин M_i) знаходимо значення півосей ділянки контакту a, b і максимальну висоту нової виїмки (як результат контактної взаємодії). Як частинний випадок, із знайдених аналітичних виразів випливають параметри контакту двох пружних трансверсально-ізотропних півпросторів, один з яких містить виїмку еліптичного перерізу. Проведено числові дослідження, вивчено вплив електропружних властивостей матеріалів півпросторів, геометричних параметрів виїмки та стискаючих зусиль і внутрішнього тиску на параметри контакту п'єзоелектричних півпросторів.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: контактна взаємодія, п'єзоелектричні півпростори, приповерхнева виїмка, еліптичний переріз, внутрішній тиск, параметри контакту

V.S. Kirilyuk, O.I. Levchuk, R.M. Martynyak

CONTACT INTERACTION OF ELECTRO ELASTIC HALF-SPACES IN THE PRESENCE OF A NEAR-SURFACE GROOVE OF ELLIPTICAL SECTION UNDER INTERNAL PRESSURE

[1]S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences, P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine; e-mail: kirilyuk60@gmail.com, 2013levchuk@gmail.com, m.rostyslav@gmail.com

The contact interaction of two electroelastic transversally isotropic half-spaces, one of which contains the near-surface groove of an elliptical cross-section under inner pressure, was investigated. An analytical solution to the contact problem was obtained. Numerical studies were carried out, and the influence of the electroelastic properties of half-spaces, the geometry of the groove, compressive forces and inner pressure in the groove on the contact interaction parameters was established.

Б.М. Кіфоренко, Я.В. Ткаченко

ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ТА ТРАЄКТОРІЙ РУХУ РАКЕТ-НОСІЇВ

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, вул. П. Нестерова, 3, Київ, 03057, Україна; e-mail: bkifor@ukr.net

Необхідність досягнення космічних швидкостей робить проблему раціональності керування безпрецедентно гострою. У зв'язку з цим проблеми механіки польоту ракет майже з найперших робіт наукового етапу дослідження розглядаються як варіаційні [3]. Рух ракет-носіїв розглядається у термінах механіки матеріальної точки змінного складу. Вважаємо масу космічного апарату M такою, що складається з постійної маси ракети без робочої речовини двигуна M_1 та масиробочої речовини $M_p(t)$:

$$M(t) = M_1 + M_p(t) \tag{1}$$

При цьому задача виконання маневру набору максимальної повної енергії супутника при фіксованих початковій масі та масі корисного вантажу зводиться до визначення умов виконання маневру з мінімальними витратами палива $M_p(0)$. Тяга ракетного двигунав вакуумі T_V залежить відвитрати робочої речовини q та швидкості реактивного струменя V : $T_V = qV$. Величина тяги ракетного двигуна T при русі в атмосфері відрізняється від значення тяги у вакуумі T_V [1]:

$$T\vec{e} = (qV - p_h\sigma)\delta\vec{e}. \tag{2}$$

де p_h – тиск у середовищі, в якому працює двигун, σ – площа вихідного перерізу сопла двигуна, δ – релейна функція керування, що приймає значення одиниці на активних і дорівнює нулю на пасивних дугах траєкторії руху, $\vec{e}$ – орт напряму тяги.

При цьому приймається, що керування здійснюється вмиканням $\delta = 1$ або вимиканням $\delta = 0$ двигуна, дроселюваннямвитрати $p_h\sigma/V < q \le q_0$ та поворотом орта тяги $\vec{e}$. При використанні такого опису двигуна оптимальним виявляється граничне керування витратою робочого тіла $q = q_0$ на всіх активних ($\delta = 1$) ділянках польоту у всіх конкретних задачах.Оцінку ефективності керування виконаємо на прикладі оптимізації руху ракети у вертикальної площині. Рух центру мас ракети без підйомної сили з тангенціальним напрямом тяги описується системою[2]:

$$\frac{dr}{dt} = v\sin\vartheta,\ \frac{d\varphi}{dt} = \frac{v}{r}\cos\vartheta,$$
$$\frac{dv}{dt} = \frac{a_0(1 - p_h(r))\delta - F(r,v)}{m} - \frac{\sin\vartheta}{r^2},\ \frac{d\vartheta}{dt} = \left(v - \frac{1}{rv}\right)\frac{\cos\vartheta}{r},\ \frac{dm}{dt} = -\frac{a_0}{V_0}\delta. \tag{4}$$

Тут r та φ – полярні координати центру мас ракети в інерціальній системі координат з полюсом у гравітаційному центрі, v –швидкість польоту, ϑ – кут нахилу вектора швидкості до місцевої трансверсалі, $F(r,v)$ – сила аеродинамічного опору. Гравітаційне поле планети ньютонівське центральне. Рівняння (4) обезрозмірені стандартним чином. Розглянуто оптимізацію траєкторії виведення ракети на орбіту супутника планети з початкового положення($r(0) = r_0$, $v(0) = v_0$, $m(0) = 1$, $\vartheta(0) = \vartheta_0$, $\varphi(0) = 0$) в кінцеве ($r(t_f) = r_1$, $\vartheta(t_f) = 0$, $m(t_f) = m_1$) з максимальним значенням швидкості $v(t_f)$. Кутова дальність точки виходу на орбіту та час виконання маневру не задані.

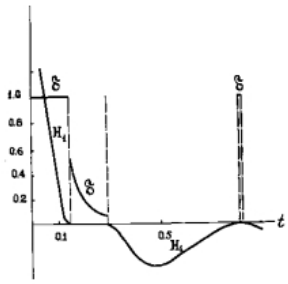


Рис.1

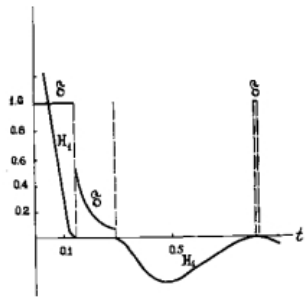


Рис.2

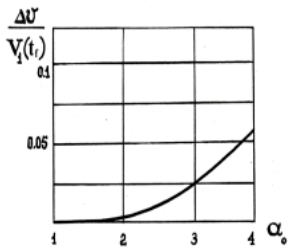


Рис.3

На рис. 1, 2 наведенозалежністьвідчасукерування δ, перемикаючої функції H_1та фазових змінних уздовж оптимальної траєкторії виведення ЛА на орбіту супутника Землі. Залежність ефективності оптимального керування під час виконання виведення ЛА на орбіту супутника планети проілюстрована на рис. 3, тут різницю значень цих швидкостей позначено Δv, а орбітальну швидкість $V_1(t_f)$. Кількісно оцінку ефективності визначаємо порівнянням швидкості ЛА при виведенні його на орбіту за схемою, проілюстрованою на рисунках 1,2 і при виведенні на ту саму орбіту за простою схемою: дві активні дуги, розділені пасивною дугою.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: динамічні системи, оптимальне управління, регулярне та сингулярне управління, інваріантні співвідношення, принцип мінімального розсіювання енергії.

1. Ильин В.А., Кузьмак Г.Е. Оптимальные перелеты космических аппаратов. – М.: Наука, 1976. – 744 с.
2. Кифоренко Б.Н. Сингулярные оптимальные управления в механике космического полета. – К.: Наукова Думка, 2017. – 193 с.
3. Охоцимский Д.Е.К теории движения ракет // Прикладная математика и механика. – 1946. – **10**, № 2. – С. 251 – 272.

B.M. Kiforenko, Y.V. Tkachenko

OPTIMIZATION OF LAUNCHER ROCKET PARAMETERS AND TRAJECTORIES

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences,
P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine; e-mail: bkifor@ukr.net

The efficiency of throttling the thrust of a rocket engine along singular arcs of the trajectory when placing a satellite into orbit with a given pericentre radius and maximum total energy is evaluated. The efficiency is evaluated by comparing the total energy of the satellite when it is placed intothe orbit according to a simple scheme: two active arcs separated by a passive arc. It is shown that under certain conditions, thrust throttling increases the total energy.

О.Х. Остос

ВИЗНАЧЕННЯ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ІДЕАЛЬНОЇ СТИСЛИВОЇ РІДИНИ, ЩО ЗБУДЖУЄТЬСЯ СФЕРИЧНИМ СЕГМЕНТОМ В ЦИЛІНДРИЧНІЙ ПОРОЖНИНІ

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, вул. П. Нестерова, 3, Київ, 03057, Україна; e-mail: ostos.alexander1994@gmail.com

Розглядається нескінченна кругова циліндрична порожнина, що заповнена ідеальною стисливою рідиною. Всередині порожнини симетрично відносно її осі знаходиться сферичний сегмент, що коливається за заданим гармонічним законом. Метою задачі є дослідити акустичне навантаження для знаходження тиску та швидкості рідини. Вводиться сферична $O\rho\theta\varphi$ та циліндрична $Orz\varphi$ системи координат, початок яких співпадає з центром сферичного сегменту (рис. 1).Вводяться такі позначення: a, α – радіус та центральний кут сегмента ($\theta = \alpha / 2$); b – радіус циліндричної порожнини; $\vec{V}$, ω – коливальна швидкість та частота коливань сегмента, c – швидкість звуку в рідині; γ – густина рідини; Φ, Ψ – потенціали швидкостей рідини; p, $\vec{v}$ – тиск і швидкість рідини.Враховуючи симетрію задачі відносно осі циліндричної порожнини, умовно розділяємо рідину на дві області: область I, що містить точки з координатами ($\rho \geq a$; $0 \leq \theta \leq \pi$) та область II, що містить точки з координатами ($0 \leq \rho \leq a$; $0 \leq \theta \leq \pi$). Відповідно Φ і Ψ – потенціали швидкостей рідини в цих областях (Φ в I та Ψ в II), які пов'язані з тиском та швидкістю рідини співвідношеннями:

$p^{\mathrm{I}} = i\gamma\omega\Phi$, $\vec{v}^{\mathrm{I}} = grad\Phi$, $p^{\mathrm{II}} = i\gamma\omega\Psi$, $\vec{v}^{\mathrm{II}} = grad\Psi$

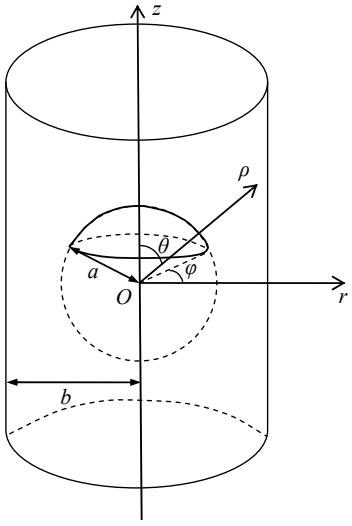


Рис. 1.

В області I гранична задача полягає в знаходженні розв'язку рівняння Гельмгольца:

$$\nabla^2\Phi + \frac{\omega^2}{c^2}\Phi = 0 \tag{1}$$

при граничних умовах на поверхні циліндричної порожнини:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial r}\Big|_{r=b} = 0 \qquad (-\infty \leq z \leq \infty) \tag{2}$$

В області II гранична задача полягає в знаходженні розв'язку рівняння Гельмгольца:

$$\nabla^2\Psi + \frac{\omega^2}{c^2}\Psi = 0 \tag{3}$$

Обмежуючись випадком центральносиметричних пульсацій сферичного сегмента та вимагаючи неперервності тиску і швидкості рідини в точках, які лежать на умовній межі розділення областей, граничні умови нашої задачі набувають вигляду:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\rho}\Big|_{\rho=a} = \frac{\partial\Psi}{\partial\rho}\Big|_{\rho=a} \qquad (0 \leq \theta \leq \pi) \tag{4}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \rho}\Big|_{\rho=a} = 1 \qquad (0 \le \theta < \theta^*) \qquad (5)$$

$$\Phi\Big|_{\rho=a} = \Psi\Big|_{\rho=a} \qquad (\theta^* < \theta \le \pi) \qquad (6)$$

Було представлено аналітичні вирази для потенціалів Φ та Ψ. Для задоволення граничних умов здійснено переведення цих виразів між циліндричними та сферичними координатами. В результаті була отримана нескінченна система алгебраїчних рівнянь. Для того, щоб система стала визначеною, її було проінтегровано по поліномах Лежандра. Для чисельного розв'язання системи здійснено обмеження нескінченності певним числом *N*. Таким чином, отриманий розв'язок системи дозволив побудувати розподіли гідродинамічних параметрів, а саме тиску та швидкості рідини.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: сферичний сегмент, циліндрична порожнина з рідиною, акустичне навантаження, гідродинамічні параметри

O. Kh. Ostos

DETERMINATION OF THE DYNAMIC CHARACTERISTICS OF AN IDEAL COMPRESSIBLE FLUID EXCITED BY A SPHERICAL SEGMENT IN A CYLINDRICAL CAVITY

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences,
P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine; e-mail: ostos.alexander1994@gmail.com

A problem of fluid excitation by oscillating spherical segment with regard for the effect of limiting surface of an infinite round cylindrical cavity is considered. A solution of Helmholtz equation under the corresponding boundary conditions on the surface is searched for to construct a potential of the fluid rates. As a result an infinite set of linear algebraic equations relative to the expansion coefficient of the unknown potential have been obtained. Concrete values of the fluid pressure and rate have been calculated.

І.В. Янчевський[1], Л.О. Григор'єва[2]

ДОСЛІДЖЕННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ КОЛИВАНЬ ЕЛЕКТРОВ'ЯЗКОПРУЖНИХ ФУНКЦІОНАЛЬНО-ГРАДІЄНТНИХ ТІЛ

[1] Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», пр. Берестейський, 37, Київ, 03056, Україна; e-mail: i.yanchevskyi@kpi.ua
[2] Київський національний університет будівництва та архітектури, пр. Повітрофлотський, 31, 01063, Київ, Україна; e-mail: l_grigoryeva@ukr.net

Розглядаються товщинні коливання плоского п'єзоелемента та осесиметричні коливання порожнистих п'єзокерамічних кулі або нескінченного циліндра з врахуванням функціонально-градієнтних та в'язкопружних властивостей матеріалу. Для їх вивчення використовується розвинутий в [1–3] узагальнений підхід з введенням параметра N, де $N=0$ відповідає плоскому елементу, $N=1$ – циліндричному, $N=2$ – сферичному тілу.

В'язкопружна модель Кельвіна-Фойгта може бути описана паралельно з'єднаними в'язким демпфером і чисто пружним елементом. Ця модель якісно описує явище пружної післядії, при якій деформація розвивається із запізненням відносно прикладеного навантаження. Таким чином, демпфуючі складові вводяться у вирази для механічних напружень і пропорційні до швидкостей деформації [3, 4]:

$$\sigma_{rr}=c_{33}^{E}\varepsilon_{rr}+Nc_{13}^{E}\varepsilon_{\theta\theta}-e_{33}E_r+k_{33}\dot{\varepsilon}_{rr}+k_{13}N\dot{\varepsilon}_{\theta\theta};$$

$$\sigma_{\theta\theta}=c_{13}^{E}\varepsilon_{rr}+Na\varepsilon_{\theta\theta}-e_{13}E_r+k_{13}\dot{\varepsilon}_{rr}+k_{11}N\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}. \tag{1}$$

Нехай коефіцієнти затухання задовольняють співвідношення $\dfrac{k_{33}}{k_{13}}=\dfrac{c_{33}^{E}}{c_{13}^{E}}$, $\dfrac{k_{13}}{k_{11}}=\dfrac{c_{13}^{E}}{a}$.

Рівняння руху, рівняння Максвела, вирази для електричної індукції та деформацій мають класичний вигляд [4].

Вводимо швидкість v як додаткову розв'язуючу функцію $\partial u/\partial t=v$ і перетворюємо рівняння руху до системи диференціальних рівнянь першого порядку

$$\frac{\partial v}{\partial t}=\left[c_{33}^{E}\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\left(c_{33}'+\frac{N}{r}c_{33}^{E}\right)\frac{\partial u}{\partial r}+\left(\frac{Nc_{13}'}{r}-\frac{N^2}{r^2}a\right)u+e_{33}\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2}+\right.$$

$$\left.+\left(e_{33}'+\frac{N}{r}(e_{33}-e_{13})\right)\frac{\partial\varphi}{\partial r}+k_{33}\frac{\partial^2 v}{\partial r^2}+\frac{k_{33}N}{r}\frac{\partial v}{\partial r}+\frac{N}{r^2}\left(N(k_{13}-k_{11})-k_{13}\right)v\right]\Big/\rho. \tag{2}$$

В (2) використовується змінна $a=c_{11}-(N-1)(c_{11}-c_{13})/2$.

Рівняння (2) доповнюються рівнянням Максвела у формі

$$e_{33}\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\left(e_{33}'+N\frac{e_{13}+e_{33}}{r}\right)\frac{\partial u}{\partial r}+\left(N\frac{e_{31}'}{r}+N(N-1)\frac{e_{13}}{r^2}\right)u-\varepsilon_{33}\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2}-\left(\varepsilon_{33}'+N\frac{\varepsilon_{33}}{r}\right)\frac{\partial\varphi}{\partial r}=0. \tag{3}$$

Задача (2), (3) доповнюється граничними і початковими умовами.

З різницевої форми рівняння (3) виражаємо електричний потенціал через переміщення та диференціюємо за часом:

$$\boldsymbol{\varphi}=-\mathbf{D}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{u}\quad\rightarrow\quad\dot{\boldsymbol{\varphi}}=-\mathbf{D}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{v}. \tag{4}$$

Система (2), (3) може бути записана у матричній формі

$$\dot{\mathbf{Y}}=\mathbf{F}\mathbf{Y}, \tag{5}$$

розв'язок якої шукається у вигляді вектора

$$\mathbf{Y}=\{u_1,\ldots,u_{m+1},v_1,\ldots,v_{m+1},\varphi_1,\ldots,\varphi_{m+1}\}, \tag{6}$$

де u_i, v_i, φ_i – переміщення, швидкість та електричний потенціал в точках розбиття.

Система диференціальних рівнянь (8) розв'язується методом Рунге-Кутта при відповідних початкових умовах.

При моделюванні функціональної неоднорідності матеріальних характеристик вважалося, що їх розподіл за товщиною задовольняє параболічному закону з множником $f(r) = \frac{4b}{h^2}\left(x - \frac{h}{2}\right)^2 + 1 - b$, де b – відносне відхилення матеріальної характеристики від табличного значення у центральній частині; $x = r - R_1$ – товщинна координата.

Виконано аналіз коливань функціонально-градієнтних циліндрів з безрозмірними радіусами $R_1 = 1$ і $R_2 = 2$ з різними значеннями параметра b та коефіцієнта k_{33}. Вважалося, що до суцільних електродованих поверхонь циліндрів прикладена різниця потенціалів східчастого профілю. За час спостереження (2.64 *мс*) амплітуда коливань помітно зменшилася і прямує до розв'язку задачі у статичній постановці. На розглянутому інтервалі маємо 42 цикли коливань. При $k_{33} = 0.01$ амплітуда коливань зменшилася на 30%, при $k_{33} = 0.02$ – на 53 %, а при $k_{33} = 0.03$ – на 67 %. Фактичне значення коефіцієнта затухання може бути визначено через порівняння отриманих результатів з експериментальними даними.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: нестаціонарна електропружність, п'єзокерамічні циліндри та кулі, функціонально-градієнтні матеріали, в'язкопружне затухання коливань.

1. *Shulga M. O., Grigoryeva L. O.* Electromechanical unstationary thickness vibrations of piezoceramic transformers at electric excitation // Mechanical vibrations: types, testing, and analysis. – Hauppauge, N.Y : Nova Science Publishers, 2010. – P. 179–204.
2. *Григор'єва Л. О., Безверхий О. І.* Резонансні коливання п'єзокерамічних циліндрів з врахуванням дисипації енергії // Проблеми обчислювальної механіки та міцності конструкцій. – 2020. – Вип. 31. – С. 44–54. https://doi.org/10.15421/420004
3. *Hryhorieva L.O., Yanchevskyi I.V.* Influence of material functional heterogeneity on non-stationary oscillations of piezoceramic bodies // Strength of Materials and Theory of Structures. – 2022. – Vol. 109. – P. 359–368.
4. *Шульга Н.А., Болкисев А.М.* Колебания пьезокерамических тел. – К.: Наукова думка, 1990. – 228 с.

I.V.Yanchevskyi[1], L.O. Grigorieva[2]

INVESTIGATION OF NON-STATIONARY VIBRATIONS OF ELECTROVISCOELASTIC FUNCTIONAL-GRADIENT SOLIDS

[1] National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Beresteiskyi Ave. 37, 03056, Kyiv
[2] Kyiv National University of Civil Engineering and Architecture, Povitroflotskyi Ave. 31, 01063, Kyiv, Ukraine

The thickness vibrations of piezoceramic bodies polarized along the thickness are considered, taking into account the functional gradient and viscoelastic properties of the material. A generalized approach is used, which at different values of the parameter N allows to study the oscillations of flat, cylindrical and spherical bodies. The Kelvin-Voigt model is used to take into account the viscoelastic properties of the material. The problem is solved numerically by the Runge-Kutta method. A body with a parabolic distribution of material characteristics is considered. The oscillation damping time is set for different values of the damping coefficient.

Б.М. Кіфоренко[1], Я.В. Ткаченко[1], О.О. Слісаренко[2]

ЕФЕКТИВНІСТЬ СИСТЕМ З ОПТИМАЛЬНО ПІДІБРАНИМИ НЕРІВНОБЛОЧНИМИ ПРИСКОРЮВАЧАМИ

[1]Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, вул. П. Нестерова, 3, Київ, 03057, Україна; e-mail: bkifor@ukr.net
[2]Державне підприємство «Конструкторське бюро «Південне» ім. М.К. Янгеля» вул. Криворізька,3, Дніпро, 49008, Україна

Розглянуто двоступеневу ракету, виконану за схемою: центральний блок (другий ступінь) паралельно сполучений із чотирма бічними блоками першого ступеня.

Серед великої кількості робіт, у яких проведено ваговий аналіз багатоступеневих ракет, відзначимо монографію [1], в якій обговорюються різноманітні системи безрозмірних масових параметрів, що застосовувалися різними авторами при оптимізації багатоступеневих ракетних систем.

У представленій доповіді прийнята гіпотеза про лінійну залежність маси блоку паливних баків від початкового обсягу робочого тіла у баку, а масу кожного з двигунів приймаємо пропорційною початковій масі ракети. Бічні блоки першого ступеня виконують однаковими, тож перший ступінь пакетної по суті схеми використовують як звичайну моноблочну ракету, хоча й розділену на чотири блоки. Виконання ж першого ступеня з блоків із різним запасом палива, що відокремлюються в міру його витрачання, дає змогу за непринципових конструктивних змін підвищити корисну масу, що доставляється. Це підвищення за реалізованих нині значень питомої маси баків і рушія має порядок одиниць відсотків. Однак у спеціальних випадках, коли потрібна підвищена міцність корпусу ракети і високі значення початкової тягоозброєності (твердо-паливні, або рідинні прискорювачі з відносно великим значенням бакового коефіцієнта, наприклад), а, отже, відносно велика суха маса блока, перший ступінь пакетної схеми, виготовлений із двох пар блоків різного об'єму, виявляється вельми ефективним [2].

У других рядках таблиць 1, 2 наведено результати розрахунків величини маси корисного вантажу m_π^1 двоступеневої ракети з першим ступенем із чотирьох рівнооб‘ємних блоків. У третіх рядках таблиць 1, 2 наведено величини маси корисного вантажу m_π^{2-} двоступеневої ракети першим ступенем із чотирьох рівнооб‘ємних блоків, проте з різною кількістю полива в блоках. Блоки відкидаються почергово по мірі вигорання палива. У четвертих рядках наведено для порівняння корисні маси m_π^2 для двоступеневої ракети з першим ступенем із двох пар рівнооб'ємних блоків. Блоки відкидаються попарно почергово по мірі вигорання палива. У п‘ятих рядках – корисні маси m_π^3 ракети, перший ступінь якої складається з двох однакових блоків і двох повністю заповнених паливом різних за величиною блоків, які відкидаються почергово по мірі вигорання палива. Через β позначено баковий коефіцієнт, а через μ позначено масу частини конструкції блоку, що не залежить від об'єму паливних баків. Усі значення мас віднесено до початкової маси ракети. Корисні маси розраховані для маневру із заданим відношенням характеристичної швидкості до швидкості витікання $\ln 10$. Результати, наведені в таблиці 1, отримано при $\mu = 0.01$, а результати, наведені в таблиці 2 – при $\beta = 0.1$.

Таблиця 1.

β	0.1	0.15	0.175
m_π^1	0.032635	0.012019	0.002480
m_π^{2-}	0.032800 (0.51%)	0.026397	0.025349
m_π^2	0.033883 (3.82%)	0.027533	0.026493
m_π^3	0.034321 (5.17%)	0.027992	0.026955

Таблиця 2.

μ	0.01	0.015	0.02
m_{π}^{1}	0.032635	0.030052	0.016090
m_{π}^{2-}	0.032800	0.030248	0.016458 (2.29%)
m_{π}^{2}	0.033883	0.031334	0.017521 (8.89%)
m_{π}^{3}	0.034321	0.031783	0.018023 (10.2%)

У першому стовпчику Таблиці 1 поряд зі значеннями корисної маси відповідної конструкції вказаний виграш маси корисного навантаження у відсотках від мінімального значення m_{π}^{1}. Теж саме стосується третього стовпчика Таблиці 2. Як бачимо, найбільш вигідною є конструкція, перший ступінь якої складається з двох однакових блоків і двох повністю заповнених паливом різних за величиною блоків, які відкидаються почергово по мірі вигорання палива.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: ракета-носій, прискорювач, маса корисного вантажу.

1. Баррер М., Жомотт А., Вебеке Б.Ф., Ванденкеркхове Ж. Ракетные двигатели – М.: Оборонгиз. – 1962. – 799 с.
2. Кифоренко Б.Н. Сингулярные оптимальные управления в механике космического полета. – К. Наукова Думка, 2017. – 193 с.

B.M. Kiforenko[1], Y.V. Tkachenko[1], O.O. Slisarenko[2]

EFFICIENCY OF SYSTEMS WITH OPTIMALLY MATCHED UNEQUAL BLOCK BOOSTERS

[1] S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences,
P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine; e-mail: bkifor@ukr.net
[2] M.K. Yangel state enterprise "Design bureau "Pivdenne" Krivorizhska Str., 3, 49008, Dnipro

The efficiency of the use of unequal boosters in launch rockets consisting of a central block and four boosters is evaluated. The measure of efficiency is the increase in the mass of the rocket's payload compared to a rocket with four identical boosters. It is shown that the most rational is the design, the first stage of which consists of two identical boosters and two boosters completely filled with fuel of different sizes.

J.J. Rushchitsky

TYPICAL EXPERIMENTS WITH AUXETICS. A LOOK FROM THE POSITION OF MECHANICS OF MATERIALS

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of NASU, Nesterov str. 3,
03057, Kyiv, Ukraine; e-mail: rushch@inmech.kiev.ua

In Modern Mechanics, Experimental Studies Are Considered As A Primary Component Of Scien-Tific Analysis. They Include Observations Of The Physical Phenomena And Experiments. In The Mechanics Of Materials, Experiments Are Used To Test Mechanical Theories And Hypotheses. Most Experiments With Auxetic Materials Have A Goal To Test The Hypothesis That The Tested Material Structure Has Some Property Of Auxeticity. Note That Auxetic Materials Are Deformed Elastica Lly Exhibiting The Unconventional Property Of Increasing The Cross-Section (Growing Swollen) Of Cylindrical Or Prismatic Sample Under Uniaxial Tension, Whereas In The Conventional Materials This Cross-Section Decreases (Grows Thin).

Most Publications On The Auxeticity Of Materials And Structures Use The Concept "Negative Poi Sson Ratio". The Intrigue Is That The Poisson Ratio Is Only One Of The Elastic Constants From The Model Of Linear Elastic Deformation. This Means From The Position Of Engineering Mechanics That The Strains Are Infinitesimally Small. The Level Of Moderate And Finite Strains Is Described By The Nonlinear Theory Of Elasticity. So, The Term "Negative Poisson Ratio" Can Be Used In Comments Of Experiments If Only The Observed In The Test Strains Are Small. But Also The Term "Poisson Ratio" Can Be Treated As Some Ratio That Only Fixes The Auxeticity In The Tested Specimen. Then This Ratio Can Not Be The Elastic Constant Of The Tested Material. Just This Situation Is Discussed In This Presentation.

A look at some typical experiments with specimens and structures which exhibit the property of auxeticity is proposed based on the position of the mechanics of materials.

Note that the linear theory of elasticity uses five different elastic constants two of which (for choice) are independent: two Lame moduli λ, μ, Young modulus E, bulk modulus k, Poi-sson ratio σ or ν. The Poisson ratio is introduced as $\sigma = \dfrac{-\varepsilon_{yy}}{\varepsilon_{xx}} = \dfrac{-\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{xx}} = \dfrac{\lambda}{2(\lambda+\mu)}$.

These formulas are commented in the classical book of Love on the mathematical theory of elasticity as follows: " If σ were $>1/2$, k would be negative, or the material expand under pressure. If σ were <-1, μ would be negative, and the function W would not be a positive quadratic function. We may show that this would also be the case if k were negative. Negative values for σ are not excluded by the condition of stability, but such values have not been found for any isotropic material." Also, cite two sentences from the also classical Lurie's book on the theory of elasticity: "A tension of the rod with negative ν (but the more than -1) would be accompanied by increasing of transverse sizes. Energetically, the existence of such elastic materials is not excluded." "In the hypothetic material with $\nu < -1$, the hydrostatic compression of the cube would be accompanied by increasing its volume." Thus, the coryphaeus predicted a possibility of nonconventional materials named at present auxetics.

In this work, seven publications are analyzed [1-7]. The main goal is to show the typical ig-norance of the basic rules of the theory of elasticity, which are linked mainly with the transi tion from the discrete structure of a material to a continuum one (that is, realizing the princi ple of continualization) and use of the term "Poisson's ratio" in the cases of not small strains (in the cases of moderate and large strains). Not only the examples of using the linear model of elastic deformations are briefly described, but also the first attempts to use the nonlinear models are shown. The main proposal: the term "Poisson ratio" in publications with analysis of auxetic materials needs some rethinking. This term should be changed to the term "Poisson function", which is to the point proposed in the paper of Ciambella et all.

KEY WORDS: experiment with auxetics, negative Poisson ratio, auxetic material and auxetic structure, linear and nonlinear theory of elasticity, small and finite strains, inadequate use of terms

1. Plewa J., Płon´ska M., Feliksik K. An Experimental Study of Auxetic Tubular Structures // Materials – 2022. – 15. – P. 5245-5263
2. Ali M. Experimental and Numerical Study of Ductile Metal Auxetic Tubular Structures [thesis]. Blacksburg,Virginia: Virginia Polytechnic Institute and State University; 2020.
3. Fila T., Zlalmal P., Falta J., Doktor T., Koudelka P., Kytyr D., .Adorna M., Luksch J., Neuhiiuserova M., Valach J., Jirousek O. Testing of Auxetic Materials Using Hopkinson Bar and Digital Image Correlation // EPJ Web of Conferences DYMAT 2018. - 2018.- 183. – P. 02045.

4. Borcea C.S., Broeren F.G.J., Herder J.L., Streinu I., van der Wijk V. Auxetic interval determination and experimental validation for a three-dimensional periodic framework // Mathematics and Mechanics of Solids. – 2022. - 27(5), P. 764–774.
5. Babaee S., Shim J., Weaver J.C., Chen E.R., Patel N., Bertoldi K. 3D Soft Metamaterials with Negative Poisson's Ratio // Advanced Materials. – 2013. - 25(36), P. 5044-5049.
6. Scarpa F., Pastorino P., Garelli A., Patsias S., Ruzzene M. Auxetic compliant flexible PU foams: static and dynamic properties // Physica Status Solidi B. - 2005. - 242 (3). - P. 681-694.
7. Ciambella J., Bezazi A., Saccomandi G., Scarpa F. Nonlinear elasticity of auxetic open cell foams modeled as continuum solids // J. Appl. Phys. – 2015. - 117, P. 184902.

Я.Я. Рущицький

ТИПОВІ ЕКСПЕРИМЕНТИ З АУКСЕТИКАМИ.
ПОГЛЯД З ПОЗИЦІЇ МЕХАНІКИ МАТЕРІАЛІВ

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ, вул. П.Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна

У роботі проаналізовано сім публікацій з експериментального дослідження ауксетичних матеріалів і конструкцій. Основна мета: показати типове ігнорування основних правил теорії пружності (переважно з переходом від дискретної структури матеріалу до континууму та використання терміну «коефіцієнт Пуассона» у випадках не малих деформацій). Основна пропозиція: термін «коефіцієнт Пуассона» потребує певного переосмислення. Цей термін слід замінити на термін «функція Пуассона», який є запропонованим у статті Чіамбелли та інших.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: експеримент з ауксетиками, негативний коефіцієнт Пуассона, ауксетичні матеріали і конструкції, лінійна і нелінійна теорії пружності, малі і скінченні деформації, неадекватне використання термінів.

J.J. Rushchitsky, V.M. Yurchuk

TO COMPARISON OF EVOLUTION OF DIFFERENT KINDS OF ELASTIC SOLITARY WAVES

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of NASU, Nesterov str. 3,
03057, Kyiv, Ukraine; e-mail: rushch@inmech.kiev.ua

The features of the evolution of the five kinds of nonlinear elastic waves with the initial profiles differing by the mathematical form – harmonic (cosinusoidal), Gauss, Whittaker, MacDonald, Friedlander - are compared and commented at the first time in the sufficiently full form. A nonlinearity of elastic deformation is described by the Murnaghan five-constant model. The evolution of these waves is studied analytically based on both the nonlinear wave equations and approximate approaches and numerically for the engineering materials.

Two simple kinds of nonlinear wave equations are used – for the plane longitudinal and radial cylindrical waves. The first equation is quadratically nonlinear relative to the displacement

$$u_{1,tt}-(\lambda+2\mu)\,u_{1,11}=N_1u_{1,11}u_{1,1}\ ,\quad N_1=3\left[(\lambda+2\mu)+2(A+3B+C)\right]\ ,$$

where u_1 is the displacement in the direction of the abscissa axis, ρ is the density, $\lambda,\mu,\ A,B,C$ are the elastic constants of the five-constant Murnaghan model.

The second equation is as follows

$$(c_L)^2\left(1-\alpha_1u_{r,r}\right)\left(u_{r,rr}+\frac{1}{r}u_{r,r}-\frac{u_r}{r^2}\right)-u_{r,tt}=0\,,\quad \alpha_1=3+\frac{2(A+3B+C)}{\lambda+2\mu}\,.$$

Two approximate methods of solving are utilized and the first three approximations are used for the comparison of the evolution. The method of successive approximations (method 1, the perturbation method, the method of the small parameter) is based on the introduction of the small parameter. A feature and characteristic advantage of method 1 is that the arbitrary approximation $u_1^{(n)}(x_1,t)$ is found as the solution of an inhomogeneous linear equation

$$u_{1,tt}^{(n)}-(c_L)^2\,u_{1,11}^{(n)}=(N_1/\rho)u_{1,11}^{(n-1)}u_{1,1}^{(n-1)}\ .$$

It is assumed that the initial profile of the wave is the function that can describe the waves with the sufficiently arbitrary initial profile

$$u(x_1,t=0)=F(ax_1)$$

and the wave propagates in the form, which is admissible both for the harmonic and solitary wave profiles

$$u(x_1,t)=F(\sigma)\,.$$

where $\sigma=a(x_1-vt)$ is the standard wave phase variable.

An important feature and necessary condition of the method of restriction on the gradient of displacement (method 2) is that the studied nonlinear wave equation must have a special structure: the right-side part of this equation can be carried over to the left-hand-side one and then formally the nonlinear equation can be written as the linear wave equation with the variable wave velocity.

The main accent in the comparison is done on the similarities and differences of some chosen aspects of the evolution of the studied waves. The main fact of similarity for all the profiles is that they distort the form (evolute) during the motion of the wave due to the non linear interaction of the wave with itself. However, distortion occurs for each profile in its way with different features. For example, the symmetric profiles are distorted symmetrically and the nonsymmetric ones - nonsymmetrically. But the Gauss profile distorts symmetrically in a slightly different way. The 2nd harmonic always gives off a negative additive. So, the slopes of the distorted "bell or hump" become steeper. A comparison of changes of bottoms of the harmonic, Gauss, and Whittaker waves testify that the wave bottom is not changed in all three types of waves. So, these waves are similar relative to the bottom size changes. A comparison of hump heights of the harmonic, Gauss, and Whittaker waves shows that the harmonic and Gauss waves are quite different as compared with the Whittaker wave - the first two do not change the maximal value of amplitude whereas the Whittaker wave increases this value. The evolution of profiles of the MacDonald and Friedlander waves is very similar. It follows from this fact that within the analysis of evolution, both profiles are interchangeable, although mathematically represented differently.

The results of the comparison are listed in the positions, where the observed similarities and differences are concretized.

KEY WORDS: solitary elastic waves, plane longitudinal and radial cylindrical waves, different initial wave profiles, comparing of scenarios, differences and similarities, attribute of comparison

1. *Murnaghan F.* Finite Deformation in an Elastic Solid. 3rd ed. Gloucester, MA, USA: Peter Smith Publisher Inc., 1985. – 186 p.
5. *Rushchitsky J.J.* Theory of waves in materials. Ventus Publishing ApS, Copenhagen, 2011. – 270 p.
6. *Rushchitsky J.J.* Nonlinear elastic waves in materials. Springer, Heidelberg, 2014. – 454p.
3. *Rushchitsky J.J.* Plane Nonlinear Elastic Waves: Approximate Approaches to Analysis of Evolution, Chapter in the book "Understanding Plane Waves" Ed. William A.Cooper -London: Nova Science Publishers, 2019. 320 p. P.58-80.
10. *Rushchitsky J.J.* Scenarios of Evolution of Some Types of Simple Waves in Nonlinear Elastic Materials // Archive of Appl. Mech. – 2021. - 91, N7. – P.3157-3170.
5. *Rushchitsky J.J., Yurchuk V.M.* Effect of the Third Approximation in the Analysis of the Evolution of a Nonlinear Elastic P-wave. Part 1 // Int.Appl.Mech. – 2020. - 56, N5.- P.581-589.
6. *Rushchitsky J.J., Yurchuk V.M.* Effect of the Third Approximation in the Analysis of the Evolution of a Nonlinear Elastic P-wave. Part 2 // Int.Appl.Mech. – 2020. - 56, N6.- P.666-673.

Я.Я. Рущицький, В.М. Юрчук

ДО ПОРІВНЯННЯ ЕВОЛЮЦІЇ РІЗНИХ ТИПІВ ПРУЖНИХ ПООДИНОКИХ ХВИЛЬ

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАНУ, вул. П.Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна; rushch@inmech.kiev.ua

Вперше в достатньо повній формі порівнюються та коментуються особливості еволюції п'яти видів нелінійних пружних хвиль з початковими профілями, що відрізняються математичним представленнями – гармонічним (косинусоїдальним), Гаусса, Уіттакера, Макдональда, Фрідляндера. . Нелінійність пружного деформування описується п'ятиконстантною моделлю Мернагана. Еволюція цих хвиль досліджується як аналітично на основі як нелінійних хвильових рівнянь і наближеними підходами, так і чисельно для інженерних матеріалів.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: поодинокі пружні хвилі, плоскі поздовжні та радіальні циліндричні хвилі, різні початкові профілі хвиль, порівняння сценаріїв, відмінності і подібності, ознаки для порівняння

О.О. Хотенко[1], В.М. Юрчук[1,2]

ПРО ГРАНИЧНІ УМОВИ В АНАЛІЗІ НЕЛІНІЙНИХ ПОВЕРХНЕВОЇ І КРУТИЛЬНОЇ ХВИЛЬ

[1]Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ, вул. П.Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна; e-mail: h.khotenko@gmail.com
[2]Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського», просп. Берестейський, 37, 03056, Київ, Україна, e-mail: vasil_2008@ukr.net

Предметом дослідження є граничні умови при аналізі поширення поверхневої та крутильної хвиль в пружних матеріалах в рамках лінійного та нелінійного підходів. За нелінійну модель деформування вибрано п'ятиконстантну модель Мернагана [1, 2, 3], що характеризується потенціалом

$$W=\frac{1}{2}\lambda\left(\varepsilon_{mm}\right)^2+\mu\left(\varepsilon_{ik}\right)^2+\frac{1}{3}A\varepsilon_{ik}\varepsilon_{im}\varepsilon_{km}+B\left(\varepsilon_{ik}\right)^2\varepsilon_{mm}+\frac{1}{3}C\left(\varepsilon_{mm}\right)^3, \tag{1}$$

де λ,μ – константи Ляме, A,B,C – константи Мернагана. В потенціалі (1) використано записаний через вектор деформації $\vec{u}=\{u_k\}$ тензор деформації Коші-Гріна у вигляді

$$\varepsilon_{nm}=\frac{1}{2}\left(u_{n,m}+u_{m,n}+u_{n,i}u_{i,m}\right). \tag{2}$$

Розглянуто класичні поверхневу та крутильну хвилю у лінійній та нелінійній постановці. Знайдено розв'язок нелінійної задачі наближеним методом, в якому лінійні розв'язки використовуються як перше наближення.

В реалізованому нелінійному підході до аналізу поверхневої хвилі Релея, основаному на моделі Мернагана, тензор напружень складається з двох частин – лінійної і нелінійної і запис граничних умов є більш складним.

Класична поверхнева хвиля Релея поширюється вздовж площини, тому використовуються прямокутні декартові координати і рівняння руху записується через напруження через тензор Лягранжа. Рівняння Ляме, тобто рівняння руху, записані лише через зміщення, отримуються з врахуванням конститутивні рівняння $\sigma_{ik}=\lambda\varepsilon_{ik}\delta_{kk}+2\mu\varepsilon_{ik}$ (рівняння Гука з пружними константами Ляме λ,μ) і лінійні співвідношення Коші (2) .

Розглянуто варіант аналізу, коли потенціали зберігають класичне лінійне представлення $\varphi=A_\varphi EE_L,\psi=A_\psi EE_T$, але при цьому граничні умови залишаються нелінійними. У такому разі нелінійність впливатиме як на амплітуди, так і на хвильове число.

В аналізі лінійних та нелінійних крутильних хвиль використовуються циліндр-ричні координати $\theta^1=r,\ \theta^2=\vartheta,\ \theta^3=z$ і обирається відповідна осесиметрична конфігурація з віссю симетрії Oz , що залежить від координат r,z і не залежить від координати ϑ . Отримано нове нелінійне хвильове рівняння [4,5], з якого випливає, що крутильні хвилі є виключно кубічно нелінійними, на відміну від інших типів циліндричних хвиль, для яких характерна квадратична нелінійність. В нелінійному рівнянні доданки з множниками у вигляді пружних констант Ляме μ,λ , що відповідають геометричній нелінійності, відсутні. Присутні лише з множниками у вигляді пружних констант Мернагана A,B . Це свідчить про врахування лише фізичної нелінійності, що не є нехтуванням геометричної, а є наслідком специфіки загальної для теорії пружності постановки задачі про крутильні хвилі.

До нелінійного хвильового рівняння застосовано метод обмеження на градієнт зміщення, що включає обмеження на пройдений хвилею шлях від поверхні до центру циліндра, зміщення і два компоненти градієнта зміщення.

Граничними умовами в лінійному випадку є відсутність напружень на бічній поверхні циліндра $\sigma_{rr}\left(r^o,z,t\right)=\sigma_{r\vartheta}\left(r^o,z,t\right)=\sigma_{rz}\left(r^o,z,t\right)=0$. В нелінійному випадку зберігається лише одна умова щодо дотичного напруження $\sigma_{r\vartheta}$.

Початкове збудження крутильної хвилі формує кути закручування в поперечних перетинах циліндра, що спричиняє появу нормальних напружень в циліндрі. Зважаючи на теоретичну складність врахування нелінійної граничної умови, її прийнято лінійною у вигляді

$$r^o\sqrt{k_T^2-k_z^2}J_0\left(r^o\sqrt{k_T^2-k_z^2}\right)=2J_1\left(r^o\sqrt{k_T^2-k_z^2}\right). \tag{3}$$

Прокоментовано і порівняно особливості в аналізі граничних умов на прикладі двох типів хвиль в нелінійно пружних середовищах з зовнішньою границею – поверхневих та крутильних.

Спільними для обох типів хвиль (і, мабуть, для інших хвиль в середовищах з границями внутрішніми і зовнішніми) є значне ускладнення в нелінійному підході граничних умов внаслідок

відмінності між формою границі до і після деформування. В лінійному підході форма границі не змінюється.

Також спільною особливістю є значне ускладнення математичного запису гранич них умов через появу додаткових нелінійних доданків. Приклад поверхневої хвилі Релея показує, що процедура розв‘язування задачі за допомогою нелінійних граничних умов є складною, але можливою.

Приклад крутильної хвилі виявив факт, що використання умов відсутності напружень на граничній поверхні (припущення про вільну границю) може бути не зовсім коректним.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: нелінійно пружні поверхнева та крутильна хвилі, потенціал Мернагана, граничні умови.

1. *Rushchitsky J.J., Khotenko E.A.* On Rayleigh Wave in Quadratically Nonlinear Elastic Half-Space Murnaghan Model // Int. Appl. Mech. – 2011. – 47, N3. – P. 120–128.
2. *Rushchitsky J.J., Khotenko O.O.* On the role of boundary conditions in the nonlinear analysis of a Rayleigh wave // Int. Appl. Mech. – 2012. - 48, N 3. - pp.305-318.
3. *Khotenko E.A.* Numerical analysis of a nonlinear elastic Rayleigh wave // Int. Appl. Mech. – 2012. – 48, N 6. - pp.719-726.
4. *Rushchitsky J.J., Yurchuk V.M.* Effect of the Third Approximation in the Analysis of the Evolution of a Nonlinear Elastic P-wave. Part 1 // Int. Appl. Mech. – 2020. – 56, N 5. – P. 581 – 589.
5. *Rushchitsky J.J., Yurchuk V.M.* Effect of the Third Approximation in the Analysis of the Evolution of a Nonlinear Elastic P-wave. Part 2 // Int. Appl. Mech. – 2020. – 56, N 6. – P. 666 – 673.

O.O. Khotenko[1], V.M. Yurchuk[1,2]

ON BOUNDARY CONDITIONS IN THE ANALYSIS OF NONLINEAR SURFACE AND TORSIONAL WAVES

[1] S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences, P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine; e-mail: h.khotenko@gmail.com
[2] National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Beresteyskyi Ave. 37, 03056, Kyiv, Ukraine, e-mail: vasil_2008@ukr.net

The feature of the use of boundary conditions in nonlinear problems of wave propagation in elastically deformable medium with an internal or external boundary are analyzed. The analysis was carried out on the example of two types of waves - a Rayleigh surface wave and a torsional wave. Common to both types of waves (and, obviously, to other waves in medium with boundaries) is a significant complication in the nonlinear approach of the boundary conditions due to the difference between the shape of the boundary before and after deformation (in the linear approach, the shape of the boundary does not change). Also, a common feature is the significant complication of the mathematical representation of the boundary conditions due to the appearance of additional nonlinear terms. Using the example of the Rayleigh surface wave, it can be seen that the procedure for solving the problem using nonlinear boundary conditions is difficult, but possible. Using the example of a torsion wave, it was found that the use of the condition of absence of stresses on the boundary surface (assumption of a free boundary) may not be completely correct.

KEY WORDS: non-linearly strain surface and torsional wave, Mernaghan potential, boundary condition.

С.В. Сінчило[1], В.М. Юрчук[1,2]

ПРО НОВИЙ НАБЛИЖЕНИЙ МЕТОД АНАЛІЗУ РІВНЯНЬ, ДЛЯ КРУТИЛЬНИХ ПРУЖНИХ ХВИЛЬ

[1]Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ, вул. П.Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна;e-mail: rushch@inmech.kiev.ua; e-mail: rheol@inmech.kiev.ua
[2]Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського», просп. Берестейський, 37, 03056, Київ, Українае-mail: vasil_2008@ukr.net

Для побудови хвильових рівнянь вибирають циліндричну ортогональну систему координат $\theta^1 = r,\quad \theta^2 = \vartheta,\ \theta^3 = z$ і додаткові умови щодо осьової симетрії деформі-вного стану та відсутності радіального і осьового зміщень [1]

$$u_r(r,z,t) = u_z(r,z,t) = 0\,. \tag{1}$$

Компоненти нелінійного тензора деформацій Коші-Гріна у випадку крутильних хвиль в слабко нелінійному пружному матеріалі $\varepsilon_{rr} = \frac{1}{2}\left[\left(u_{\vartheta,r}\right)^2 - \frac{1}{r^2}\left(u_\vartheta\right)^2\right]$, $\varepsilon_{\vartheta\vartheta} = \frac{1}{2}\frac{1}{r^2}\left(u_\vartheta\right)^2$, $\varepsilon_{zz} = \frac{1}{2}\left(u_{\vartheta,z}\right)^2$ $\varepsilon_{r\vartheta} = \frac{1}{2}\left(u_{\vartheta,r} + \frac{1}{r}u_\vartheta\right)$, $\varepsilon_{\vartheta z} = \frac{1}{2}u_{\vartheta,z}$, $\varepsilon_{rz} = \left(u_{\vartheta,r} - \frac{1}{r}u_\vartheta\right)u_{\vartheta,z}$.

П‘ятиконстантна модель Мернагана, задається кубічно нелінійним пружним потенціалом [2]

$$W(I_1,I_2,I_3) = \frac{1}{2}\lambda I_1^2 + \mu I_2 + \frac{1}{3}A I_3 + B I_1 I_2 + \frac{1}{3}C I_1^3 \tag{2}$$

Особливістю конфігурації (1) є те, що з трьох рівнянь руху нетотожнім є лише друге рівняння – рівняння щодо зміщення u^2 тоді нелінійне рівняння руху в записі через тензор напружень Лягранжа, наступне:

$$\nabla_k\left[\sigma^{k2}\left(\delta_2^n + \nabla_2 u^n\right)\right] = \rho\ddot{u}^2 \tag{3}$$

Якщо врахувати компоненти нелінійного тензора деформацій, дотичні напру-ження σ^{12},σ^{23} і врахувати, тільки тільки ті доданки які схожі на лінійну частину хви-льового рівняння [3,4] то отримаємо нове хвильового рівняння з нелінійно змінною швидкістю гармонічної за часом хвилі $u_\vartheta(r,z,t) = \tilde{u}_\vartheta(r,z)e^{\omega t}$

$$\begin{gathered}\left\{\left(v_T\right)^2\left[1-(1/2)B/\mu\right]\left[\left(\tilde{u}_{\vartheta,r}\right)^2 + \frac{1}{r}\tilde{u}_{\vartheta,r}\tilde{u} + \frac{2}{r^2}\tilde{u}_\vartheta^{\,2} + \left(\tilde{u}_{\vartheta,z}\right)^2\right]\right\}\times \\ \times\left(\tilde{u}_{\vartheta,rr} + (1/r)\tilde{u}_{\vartheta,r}\left(-\left(1/r^2\right) + \omega^2\right)\tilde{u}_\vartheta + \tilde{u}_{\vartheta,zz}\right) = 0.\end{gathered} \tag{4}$$

Розв‘язок рівняння (4) представляється у вигляді хвилі з невідомим хвильовим числом і невідомою амплітудою

$$u_\vartheta(r,z,t) = \tilde{u}_\vartheta(r)e^{i(k_z z - \omega t)}\,. \tag{5}$$

В результаті нелінійне хвильове рівняння (4) перетворюється рівняння зі змінною швидкістю хвилі v_K

$$u_{\vartheta,rr} + (1/r)u_{\vartheta,r} + \left(\left(k_z\right)^2 - \left(k_K\right)^2 - \left(1/r^2\right)\right)u_\vartheta = 0\ , \tag{6}$$

де

$$k_K = \left(\omega/v_K\right)\ ,\ v_K = c_T\sqrt{1 - \frac{B}{2\mu}\left[\left(u_{\vartheta,r}\right)^2 + \frac{1}{r}u_{\vartheta,r}u_\vartheta + \frac{2}{r^2}u_\vartheta^{\,2} + \left(u_{\vartheta,z}\right)^2\right]}\ . \tag{7}$$

За методом обмеження на градієнт потрібно ввести обмеження на змінну швидкість (7)

$$\frac{B}{2\mu}M\left(u_\vartheta\right) \ll 1\,,\quad M\left(u_\vartheta\right) = \left[\left(u_{\vartheta,r}\right)^2 + \frac{1}{r}u_{\vartheta,r}u_\vartheta + \frac{2}{r^2}u_\vartheta^{\,2} + \left(u_{\vartheta,z}\right)^2\right] \tag{8}$$

Розв’язок через функцію Бесселя

$$u_\vartheta(r,z,t) = \tilde{u}^o J_1\left(\beta_K r\right)e^{i(k_z z - \omega t)} \quad \beta_K = \sqrt{k_K^2 - k_z^2}\ . \tag{9}$$

Далі метод використовує ще одне обмеження

$$\delta = r\frac{Bk_z^2}{4\mu}M\left(u_\vartheta\right) \tag{10}$$

і наближене представлення функції Бесселя $J_1\left(\sqrt{k_K^2 - k_z^2}r\right)$, в результаті чого з (9) отримується наближений розв‘язок в такому вигляді

$$u_\vartheta\left(r,z,t\right) = \tilde{u}_\vartheta^o e^{i(k_z z - \omega t)}\left\{J_1\left(r\sqrt{k_T^2 - k_z^2}\right) - \right. \tag{11}$$

$$-r\left(\tilde{u}_\vartheta^o\right)^3\frac{Bk_T^2}{8\mu}e^{2i(k_z z-\omega t)}\left[r^2\left(k_T^2 - k_z^2\right) + r\sqrt{k_T^2 - k_z^2} + 2 - \left(k_z\right)^2\right]\times$$

$$\left.\left[J_0\left(r\sqrt{k_T^2 - k_z^2}\right) - J_2\left(r\sqrt{k_T^2 - k_z^2}\right)\right]\left[J_1\left(r\sqrt{k_T^2 - k_z^2}\right)\right]^2\right\}.$$

Отже отримали нове хвильове рівняння для крутильних хвиль (11), методом обмеження на градієнт зміщення, але фактично обмеження вводиться на зміну швидкості крутильної хвилі при її поширенні в нелінійно пружному матеріалі, що являється новим методом. З рівняння слідує,що відбуваються два види спотворення. Одне показує еволюцію хвилі при зміні відстані від центру до поверхні циліндра (добавка містить r як множник). Друге спотворення пов‘язане з тим, що на поверхні циліндра лінійна гармонічна хвиля (перша гармоніка) отримує постійну добавку у вигляді третьої гармоніки.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: нелінійно пружна крутильна хвиля; п’ятиконстантна модель Мернагана; нове нелінійне хвильове рівняння, новий наближений метод.

1. *Alonso M., Reguera N.* Numerical detection and generation of solitary waves for a nonlinear wave equation // Wave Motion. – 2015. – **56**. – P. 137 – 146
2. *Murnaghan F.* Finite Deformation in an Elastic Solid. 3rd ed. – Gloucester, MA, USA: Peter Smith Pub lisher Inc. 1985. – 140 p.
3. *Rushchitsky J.J.* Nonlinear Elastic Waves in Materials. – Heidelberg: Springer, 2014. – 455 p.
4. *Rushchitsky J.J.* Plane Nonlinear Elastic Waves: Approximate Approaches to Analysis of Evolution. Chapter in the book “Understanding Plane Waves” Ed. William A. Cooper. – London: Nova Science Publishers, 2019. – 300 p. – P. 201 – 220.

S.V.Sinchilo[1], V.M. Yurchuk[1,2]

ON A NEW APPROXIMATE METHOD OF ANALYSIS OF EQUATIONS, FOR TORSIONAL ELASTIC WAVES

[1] S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences, P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine; e-mail: email@inmech.kiev.ua
[2] National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Beresteyskyi Ave. 37, 03056, Kyiv, Ukraine, e-mail: vasil_2008@ukr.net

A nonlinear wave equation for the torsional displacement wave is obtained. For the approximate analysis of the simplest version of this equation, a new method is proposed that generalizes the displacement gradient restriction method. It contains not only a limitation on the displacement gradient, but actually limits the change in the speed of the torsional wave during its propagation in a nonlinearly elastic material. The main novelty consists in obtaining a sufficiently simple formula for finding the first two approximations, which is convenient in computer analysis of the wave evolution.
KEY WORDS: nonlinear elastic torsional wave; Mernagan's five-constant model; a new nonlinear wave equation, a new approximate method.

J.J. Rushchitsky[1], D.V.Akimov[2]

AUXETIC MATERIALS – NEW KIND OF ENGINEERING MATERIALS. KNOWN AND NEW NONLINEAR MECHANICAL EFFECTS IN AUXETICS USED IN INDUSTRY

[1]S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of NASU, Nesterov str. 3,
03057, Kyiv, Ukraine; e-mail: rushch@inmech.kiev.ua
[2]State Company M.K. Yangel Design Bureau "Pivdenne", Kryvorizka str. 3,
49008, Dnipro, Ukraine e-mail: Akimoff2017@gmail.com

The auxetic materials are a part of the new class of materials called metamaterials. This class of materials differs from the traditional (conventional) classes of materials by the new physical (including mechanical) properties-effects not observed in the conventional materials (metallic, polymeric, ceramic, etc.). As a rule, these effects occur owing to some rebuilding of the internal structure of traditional materials. The auxetic materials are characterized usually by three new mechanical effects (swelling under tension; hardening under indentation (impact); synclastic and anticlastic deformation of the thin flexible plate) testified by the experiments. These typical experiments [1-7] have the goal of testing the hypothesis that the tested material structure has the basic property of being deformed elastically exhibiting the unconventional property of increasing the cross-section (growing swollen) of the cylindrical or prismatic sample under uniaxial tension, whereas in the conventional materials, this cross-section decreases (grows thin). This and other effects of auxeticity are used at present in diverse industry sectors – from the sports industry and household to the military industry [8-10]. This diversity of applications is discussed in the proposed lecture (especially, in the aerospace sector).

The experimental investigations of auxetic structures and materials show that the new mechanical effects are manifested for the level of moderate and finite strains, which have to be described by the nonlinear theory of elasticity. In this lecture, one new unpredicted effect is described theoretically using the well-known nonlinear five-constants Murnaghan model. For this purpose, the experimental findings from the publication [5] (see Figures 1 and 2) are taken for comparison. Figure 3 shows the theoretical findings for the Murnaghan model.

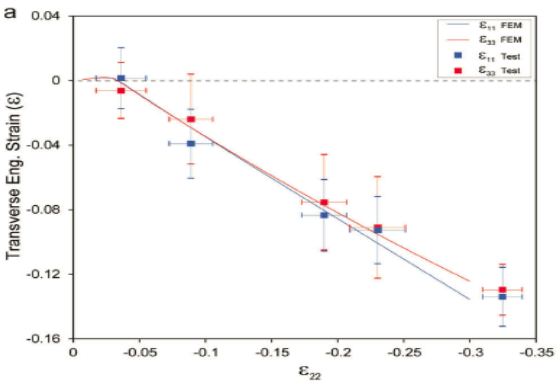


Figure 1

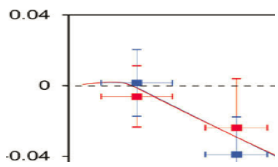


Figure 2

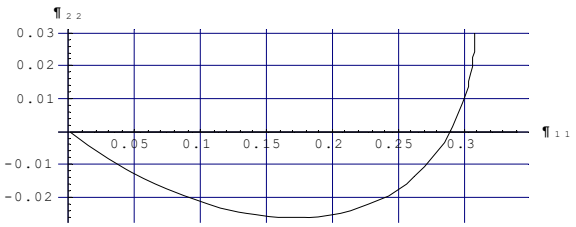


Figure 3

The main new effects are revealed: the nonlinear Murnaghan model describes in the case of uniaxial and omniaxial tension the transition of the ma-terial from the class of conventional materials into the class of the auxetic materials. This occurs when the material is deformed to the level of moderate values of the longitudinal stretching. In other words, the shown experiments and proposed theoretical analysis testify that the standard sample in conditions of the universal deformation of uniaxial tension is deformed for small strains as if it is made of the conventional material (its cross-section is decreased) and with increasing the values of longitudinal stretching to the moderate values the sample cross-section starts to increase, what is the characteristic just for auxetic materials.

KEY WORDS: metamaterial, auxetic material and auxetic structure, nonlinear theory of elasticity, experiment with auxetics, mediate and finite strains, new effect.

1. *Plewa J., Płon´ska M., Feliksik K.* An Experimental Study of Auxetic Tubular Structures // Materials – 2022. – 15. – P. 5245-5263
2. *Ali M.* Experimental and Numerical Study of Ductile Metal Auxetic Tubular Structures [thesis]. Blacks-burg, Virginia: Virginia Polytechnic Institute and State University; 2020.
3. *Fila T., Zlalmal P., Falta J., Doktor T, Koudelka P., Kytyr D., Adorna M., Luksch J., Neuhiiuserova M., Valach J., Jirousek O.* Testing of Auxetic Materials Using Hopkinson Bar and Digital Image Correla-tion // EPJ Web of Conferences *DYMAT 2018*. - 2018.- 183. – P. 02045.
4. *Borcea C.S., Broeren F.G.J., Herder J.L., Streinu I., van der Wijk V.* Auxetic interval determination and experimental validation for a three-dimensional periodic framework // Mathematics and Mechanics of Solids. – 2022. - 27(5), P. 764–774.
5. *Babaee S., Shim J., Weaver J.C., Chen E.R., Patel N., Bertoldi K.* 3D Soft Metamaterials with Negative Poisson's Ratio // Advanced Materials. – 2013. - 25(36), P. 5044-5049.
6. *Scarpa F., Pastorino P., Garelli A., Patsias S., Ruzzene M.* Auxetic compliant flexible PU foams: static and dynamic properties // Physica Status Solidi B. - 2005. - 242 (3). - P. 681-694.
7. *Ciambella J., Bezazi A., Saccomandi G., Scarpa F.* Nonlinear elasticity of auxetic open cell foams modeled as continuum solids // J. Appl. Phys. – 2015. - 117, P. 184902.
8. *Jiang L., Pearson D., MacKay K.* Modeling of Impact Properties of Auxetic Materials Defence // Research and Development Canada Contract Report "DRDC ATLANTIC CR 2013-103; AUGUST 2013", 96 p.
9. *Liu Q.* Literature Review: Materials with Negative Poisson's ratios and Potential Applications to Aerospace and Defense // Defense Science and Technology Organization, Victoria, Australia, 2006. - 58 p.
10. *Anurag Ch., Anvesh Ch. K., Katam Sh.* Auxetic Materials // Int. J. for Research in Applied Science & Engineering Technology (IJRASET). -2015. – 3, N IV. -P.1176-1184.
11. Auxetic Fabric Technology Development for Military Protective Clothing // Report Navy STTR FY 2012.A, N12A-012-0160. Touchstone Research Laboratory, Ltd. The Millennium Centre1142 Middle Creek Road Triadelphia, West Virginia 26059-1139. 2012. – P.1-88.

Я.Я. Рущицький, Д.В.Акімов

АУКСЕТИЧНІ МАТЕРІАЛИ – НОВИЙ ВИД ІНЖЕНЕРНИХ МАТЕРІАЛІВ. ВІДОМІ ТА НОВІ НЕЛІНІЙНІ МЕХАНІЧНІ ЕФЕКТИ В АУКСЕТИКАХ, ЩО ВИКОРИСТОВУЮТЬСЯ В ПРОМИСЛОВОСТІ

[1]Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ, вул. П.Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна
[2]ДП Конструкторське бюро "Південне" імені М.К. Янгеля, вул. Криворізька. 3, 49008, Дніпро, Україна

Запропоновано стислу інформацію про ауксетичні матеріали та сформульовано три відомі особливості пружного деформування ауксетиків. Проаналізовано коротко типові публікації з експериментального дослідження ауксетичних матеріалів і конструкцій. Прокоментовано застосува- ння ауксетиків в різних областях промисловості. Звернено увагу на реалізовані проекти щодо застосування конструкцій з ауксетиками у військовій сфері включаючи аерокосмічну. Описано новий механічний ефект переходу конвенціонального матеріалу в неконвенціональний при збільшенні порядку деформацій від малих до помірних і скінченних великих. Наголошено, що цей ефект слід враховувати при проектуванні конструкцій.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: метаматеріали, ауксетичні матеріали і конструкції, нелінійна теорія пружності, помірні і скінченні деформації, експеримент з ауксетиками, новий ефект.

В.М. Гордеєв, О.І. Кордун

ПРАКТИЧНІ АСПЕКТИ РОЗРАХУНКУ ПРУЖНИХ СИСТЕМ НА ДІЮ УДАРНОЇ ХВИЛІ

Український інститут сталевих конструкцій імені В.М. Шимановського
вул. Віталія Шимановського, 2/1, 02125, Київ, Україна; e-mail: gor@urdisc.com.ua

Війна на території України актуалізувала розрахунки будівельних конструкцій на дію ударної хвилі, яка виникає внаслідок вибуху боєприпасів. Раніше такі розрахунки були нетиповими для цивільного будівництва. Імпульсні навантаження, які реалізуються в цьому випадку, є поза інтуїцією інженера-будівельника, їхня природа та інтенсивність не прописана в державних будівельних нормах з навантажень і впливів, доступні методики вимагають складних та незвичних комп'ютерних розрахунків і не дозволяють швидко оцінити міцність конструкцій.

Базуючись на фундаментальних роботах з теорії коливань [1, 5] і на роботах про короткочасне інтенсивне навантаження пружних систем [3, 4], у цій доповіді надається інформація про дію ударної хвилі на перепону та практична методика визначення її інтенсивності в залежності від виду боєприпасів та відстані від точки вибуху до споруди, обговорюється обчислювальний апарат, який налаштований на перерахунок імпульсного навантаження на пружну систему у внутрішні зусилля в її елементах і запропоновано принцип побудови інженерних формул для оцінки міцності найбільш розповсюджених конструкцій.

Для визначення інтенсивності ударної хвилі існує методика, яка базується на теоретичних і експериментальних дослідженнях [6]. Відповідно до неї, знаючи масу заряду в тротиловому еквіваленті та відстань до будівлі, можна визначити вплив вибуху на конструкції. Для цілей цього дослідження використовується визначений за згаданою методикою відбитий імпульс тиску (кПа·мс) та час дії позитивної фази тиску (мс) вибухової хвилі наземного вибуху на відкритій місцевості.

Загальноприйняті підходи, зокрема і підходи будівельних норм [1], полягають у спрощеному врахуванні дії вибухової хвилі і заміні імпульсного навантаження статичним рівномірно розподіленим тиском. Використання статичного еквіваленту вибухової ударної хвилі дає можливість інженеру відійти від складного динамічного розрахунку, проте не враховує дійсну поведінку конструкції під дією вибухової хвилі.

Складність розрахунків будівельних конструкцій на дію вибухової хвилі пов'язана з тим, що промислові програми і досвід їхніх користувачів орієнтовані на силове навантаження конструкції. Вибухова хвиля у термінах силових навантажень – це швидкоплинний процес, у якому тиск великої інтенсивності змінюється протягом короткого часу за складним законом. Намагання чисельно проінтегрувати диференціальні рівняння руху конструкції під впливом такого навантаження вимагає подрібнення часу да дуже короткі інтервали, а це, в свою чергу, породжує лавину інформації, яку треба переробляти та аналізувати. У той же час результати розрахунків залежать не стільки від закону, за яким тиск змінюється в часі, скільки від його інтегральної характеристики – імпульсу.

Виявляється, що для простих законів швидкоплинної зміни тиску на конструкцію (при заданому імпульсі) інтегрування рівнянь руху можна виконати аналітично і в результаті отримати замкнені формули для оцінювання будь-яких характеристик конструкції – внутрішніх зусиль, напружень чи переміщень. Автори скористалися двома такими простими випадками: миттєвий імпульс і короткочасний прямокутний імпульс (обидва – за відсутності дисипації енергії), впорядкували формули і отримали залежності для розв'язування поставлених задач.

Рух системи був розкладений по формах власних коливань, і для кожної з форм було знайдено амплітудне значення і фаза коливань. Для пошуку власних частот і форм коливань системи з n ступенями динамічної вільності був використаний метод сил або так званий зворотній метод, який базується на матриці переміщень з елементами ξ_{ik} ($i, k = 1,\ldots,n$). Розв'язувалася узагальнена проблема власних чисел і власних векторів, для вікового рівняння такого вигляду:

$$\sum_{k=1}^{n} \xi_{ik} \cdot p_k - \lambda \cdot \frac{p_i}{M_i} = 0 \quad (i = 1,\ldots,n),$$

де M_i – маса, що відповідає ступеню динамічної вільності з номером i; $\lambda=1/\omega^2$ – власне число, пов'язане з круговою частотою ω; p_k – елементи власного вектору.

Кількість власних векторів n. Їхні компоненти p_{ks} (s – номер форми, δ_{rs} – символ Кронекера) нормовані так, щоб виконувалися рівності:

$$\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} p_{kr} \cdot \xi_{ki} \cdot p_{is} = \delta_{rs} \cdot \lambda_s; \quad \sum_{k=1}^{n} \frac{p_{kr} \cdot p_{ks}}{M_k} = \delta_{rs} (r, s = 1,\ldots,n),$$

Авторам пощастило, що амплітуди і фази коливань для кожної з форм визначаються без похибок, аналітично. У випадку миттєвого імпульсу

$$a_s^{\circ} = \omega_s \cdot \sum_{k=1}^{n} \frac{S_k}{M_k} \cdot p_{ks}; \quad \varphi_s^{\circ} = 0 \quad (s = 1,...,n),$$

у випадку прямокутного імпульсу тривалістю Δt

$$a_s^{\Delta} = \frac{2}{\Delta t} \cdot \sin \frac{\omega_s \cdot \Delta t}{2} \cdot \sum_{k=1}^{n} \frac{S_k}{M_k} \cdot p_{ks}; \quad \varphi_s^{\Delta} = -\frac{\omega_s \cdot \Delta t}{2} \quad (s = 1,...,n).$$

Знаючи амплітуди і фази, можна записати прямі формули для визначення будь-якої характеристики системи y_j (переміщення, зусилля) у будь-який момент часу t:

$$y_j(t) = \sum_{s=1}^{n} ay_{js} \cdot \sin\left(\omega_s \cdot t + \varphi_s\right); \; ay_{js} = a_s \cdot \sum_{i=1}^{n} \psi_{ji} \cdot p_{is}; \; (j = 1,...,m; s = 1,...,n),$$

де ay_{js} – амплітудне значення шуканої характеристики y_j; ψ_{ji} – її значення від одиничної сили, яка відповідає степені вільності з номером i.

Орієнтовно оцінити діапазон ym_j змінювання характеристики y_j можна лише за її амплітудними значеннями, вважаючи фазу випадковою величиною:

$$ym_j = \pm \left(\sum_{s=1}^{n} ay_{js}^2 \right)^{1/2} \quad (j = 1,...,m).$$

Менш точне, але простіше оцінювання можна зробити за допомогою наближених табличних формул. Їхня структура виглядає так:

$$ym_j = \pm k_j \cdot \omega_j^* \cdot \sum_{i=1}^{n} \psi_{ji} \cdot S_i^*,$$

де ω_j^* – характерна кругова частота (мінімальна або відкоригована); S_i^* – характерний розподіл імпульсів (дійсний або відкоригований); k_j – поправковий коефіцієнт.

Таблиця таких формул для розповсюджених конструкцій чи споруд може бути складена заздалегідь за допомогою описаної вище методики. Зразки таких формул наводяться в доповіді.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: ударна хвиля, імпульсне навантаження, оцінка результатів.

1. Будинки та споруди. Захисні споруди цивільного захисту: ДБН В.2.2-5-97. Київ : Держкоммістобудування України, 1998. – 80 с.
2. *Бидерман В.Л.* Теория механических колебаний. М., Высшая школа, 1980. - 408 с.
3. *Бирбраер А.Н., Роледер А.Ю.* Экстремальные воздействия на сооружения. С-Петербург, Атомэнергопроект, 2009. 594 с.
4. *Рабинович И.М., Синицын А.П., Лужин О.В., Теренин В.М.* Расчет сооружений на импульсные воздействия, М., Стройиздат, 1970, 83 с.
5. *Тимошенко С.П.* Колебания в инженерном деле, М., Наука, 1967. 444 с.
6. *Kingery C. N.* Air Blast Parameters from TNT Spherical Air Burst and Hemispherical Surface Burst / C. N. Kingery, G. Bulmash. – Aberdeen Proving Ground, Harford County, Maryland, US, 1984. – 51 p.

К.В. Савельєва

ДОСЛІДЖЕННЯ ХВИЛЬОВОЇ ВЗАЄМОДІЇ У НЕЛІНІЙНОМУ ПРУЖНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ, вул. П.Нестерова, 3,
03057, Київ, Україна; e-mail: katerina1971s@gmail.com

Для класичного акустичного середовища проведене теоретичне дослідження поширення плоских поздовхних хвиль, для яких вектор переміщень залежить від часу t та одної просторової координати x. Для описання нелінійного деформування матеріалу використовується модель Мурнагана. Представлення пружного потенціалу з урахуванням доданків чтвертого порядку, як відомо [1,2], дозволяє досліджувати квадратично і кубічно нелінійні хвильові ефекти. Розглянуті були два випадки хвильової взаємодії.

1. На вході в середовище задається одна з поперечних (ТН-та ТV-) хвиль і выявлениється генерування другої поперечной хвилі [4].

$$\rho u_{2,tt} - \mu u_{2,11} = N_4 u_{2,11}\left(u_{2,1}\right)^2 + N_6 u_{2,11}\left(u_{3,1}\right)^2;$$

$$\rho u_{3,tt} - \mu u_{3,11} = N_4 u_{3,11}\left(u_{3,1}\right)^2 + N_6 u_{3,11}\left(u_{2,1}\right)^2.$$

На основі отриманого теоретичного розв'язку задачі та чисельного моделювання наоснові отриманого теоретичного розв’язку доведено: при одночасному поширенні поперечних хвиль різної поляризації в матеріалі відбувається спотворення їх профілів. Внаслідок нелінійної хвильового взаємодії, хвилі поступово трансформуються в свої треті гармоніки. За умовою різної початкової інтенсивності хвиль різної поляризації, відбувається перепомпування енергії з потужної хвилі в слабку.

2. Поширення тільки повздовжних хвиль. Початкове збудження поперечних хвиль вважається відсутностнім. Додатковою умовою є умова слабкої нелінійності середовища, що означає повільність зміни амплітуд при поширенні хвиль (це означає, що при поширенні хвилі за час, рівний одному періоду, зміною амплітуди хвилі можна знехтувати). Ця умова дає можливість застосування метода повільно змінних амплітуд (метода Ван дер Поля, традиційно застосованого для вивчення хвильової взаємодії в нелінійній оптиці). Розглянуто нелінійне рівняння

$$\rho\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} - \left(\lambda + 2\mu\right)\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} = N_1\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2}\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\ . \tag{1}$$

Як відомо [1], розв’язок відповідного лінійного рівняння, що утворюється при відкиданні нелінійної правої частини – це класична гармонічна хвиля $u_1\left(x_1,t\right) = A_{1lin}e^{i\left(k_{1lin}x_1 - \omega t\right)}$. Розв’язок нелінійного рівняння (1), що описує взаємодію скінченого числа нелінійних поздовжних хвиль, представлено у вигляді

$$u_1\left(x_1,t\right) = \sum_{m=1}^{M} A_{1m}(x_1)e^{i\varphi_m}. \tag{2}$$

(параметри у фазах $\varphi_m = k_{1m}x_1 - \omega_m t$ - постійні величини). Оскільки, згідно методу, вираз (2) повинен задовольняти рівнянню (1), були виконані наступні кроки: підстановка (2) до (1); врахування того, що кожен з додатків (2) є розв’язком лінійного рівняння; знехтування другими похідними амплітуд з міркувань відсутності зовнішнього притоку енергії до хвиль; збереження з нелінійних членів лише добутку амплітуд з метою врахування взаємодії хвиль. В результаті отримано диференціальне рівняння пешого порядку відносно амплітуд.

$$\sum_{m=1}^{M} k_{1m}\frac{dA_{1m}}{dx_1}e^{i\varphi_m} = -\frac{N_1}{2\left(\lambda + 2\mu\right)}\sum_{n=1}^{M}\sum_{p=1}^{M} k_{1n}k_{1p}^2 A_{1n}A_{1p}e^{i\left(\varphi_n + \varphi_p\right)}. \tag{3}$$

За традиційною термінологією нелінійної оптики, це - вкорочене рівняння, яке дає можливість подальшого дослідження різних випадків хвильової взаємодії. Після цього вкорочені рівняння розділяються з урахуванням умови частотного синхронізму. Далі, послідовно, використовується умова синхронізму за хвильовими числами. В результаті були записані еволюційні рівняння, для яких приймається гіпотеза, згідно якій ефект самогенерації кожної з хвиль є менш значним, ніж хвильовий взаємовплив. В результаті були отримані еволюційні рівняння. Вкорочені рівняння розділяються з урахуванням умови частотного синхронізму.Схема взаємодії хвиль із зазначеними загальними умовами узгодженості зазвичай коментується у нелінійній оптиці як генерація нової хвилі трьома різними хвилями накачування (pumping wave) або за будь-якою іншою схемою, яких, взагалі кажучи, може бути безліч. Зокрема, існує схема, що передбачає такий характер взаємодіючих хвиль: дві хвилі накачування, одна сигнальна та одна холоста хвиля (тут використовується термінологія нелінійної оптики, що відповідає так званій схемі обертання хвильового фронту). Починається розглядання схеми з дослідження двохвильової взаємодії для двох протилежно спрямованих однаково потужних хвиль великої амплітуди. Поширюючись в нелінійному середовищі, хвилі взаємодіють, що розглядається в

рамках двохвильової взаємодії. Одночасно перпендикулярно до цих двох хвиль (вздовж осі аплікат) задається слабкий сигнал малої амплітуди. Слабкі хвилі аналізуються в рамках чотирихвильової взаємодії.Розглядання хвильової взаємодії відбувається на основі двох гіпотез:

По-перше, дві слабкі хвилі (signal waves) не впливають на дві потужні хвилі накачування (pumping waves). Тому потужні хвилі можуть розглядатися незалежно.

По-друге, потужні хвилі накачування впливають на слабкі сигнальні, і в аналізі взаємодії сигнальних хвиль необхідно враховувати усі чотири хвилі, з яких дві хвилі накачування вважаються вже відомими.

Далі, послідовно, використовується умова синхронізму за хвильовими числами і, в результаті, були записані еволюційні рівняння, для яких приймається гіпотеза, згідно якій ефект самогенерації кожної з хвиль є менш значним, ніж хвильовий взаємовплив. В результаті отримуються еволюційні рівняння. Таким чином, подібно до того, як у квадратично нелінійних середовищах при трихвильовій взаємодії можуть утворюватися при деяких умовах хвильові триплети, в кубічно нелінійних середовищах при чотирихвильових взаємодіях можуть утворюватися за деяких умов хвильові квадруплети.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: гармонічна хвиля, кубіна нелінійність, потенціал Мурнагана, плоска хвиля, двохвильова взаємодія, триплети, чотирьохвильова взаємодія, квадруплети

Гузь А.Н., Рущицкий Я.Я., Гузь И.А. Введение в механику нанокомпозитов. – К.: Академпериодика, 2010. – 398 с.

Рущицький Я.Я., Цурпал С.І. Хвилі в матеріалах з мікроструктурою. – К.: Інститут механіки НАНУ ім. С.П. Тимошенка, 1998. – 377 с.

Murnaghan F.D. Finite deformations in an Elastic. – New York: Wiley, 1951. – 140 p.

Savel'eva E.V. Interaction of Transverse Plane Waves in Nanocomposites.- Int. Appl. Mech. – 2015. – 51, N 6. – P.664–669.

The cubically nonlinear plane harmonic waves are studied for the hyperelastic material. Nonlinear material properties are described by Murnaghan elastic potential. Four-wave interaction of longitudinal harmonic waves is studied. The slowly varying amplitudes method is applied. The shorten and evolution equations and their first integrals and the balance energy low are obtained for the four interacting waves (quadruplets).

O.Z. Galishin, S.M. Sklepus

COMPARATIVE ANALYSIS OF SPATIAL AND SHELL SOLUTIONS FOR CREEP AND STRENGTH PROBLEM OF THE MULTILAYERED CYLINDERS

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics, NAS of Ukraine, Nesterov str.,3,
03057, Kyiv, Ukraine, plast@inmech.kiev.ua

In engineering practice, we often meet multi-layered structural elements in the form of hollow cylinders operating at high temperatures under creep conditions. The error of the solution obtained in the framework of a theory of shells depends on many factors. They include the shell characteristic ratio, the ratio of the thickness of the layers, type of boundary conditions, loading conditions, the mechanical characteristics of the materials. Simultaneous study of the influence of all these factors is a complex problem. One possible way of studying of the error of solutions obtained in the framework of the shell theories is a comparison of them with the results obtained within of the three-dimensional (3D) formulation. The main objectives of this research are: 1) to compare the 3D and shell solutions for two-layered cylinders under internal uniform pressure for various ratios of the thickness of the layers, 2) to investigate the influence of the ratio of the thickness of the layers on the deviation of the shell solution from the 3D solution, 3) to investigate the effect of creep of the outer layer on the long-term strength of the cylinder. The problem creep and strength of hollow two-layered cylinder is considered. The inner layer of the cylinder is made of a heat-resistant alloy based on nickel ЭИ437, outer layer is made of the yttria partially stabilized zirconia (8YSZ). Solutions for two-layered shells of varying ratios of layer thicknesses, based on the hypothesis of rectilinear element, are compared with the spatial solutions for asymmetrically loaded hollow cylinders. For the solution of a spatial initial boundary value problem the joint application of Ritz, R-functions methods and the Runge-Kutta-Merson method for time integration with automatic time step control has been used. Within the shell formulation the initial boundary value problem is also solved using the Runge-Kutta-Merson method with the combination of the Runge–Kutta method and Godunov's technique of discrete orthogonalization for solving the boundary problem at each time step. A good agreement of the results of the 3D and shell solutions for different ratios of the layer thicknesses for the parameters of the stress-strain state is obtained. It is shown that as the thickness of the outer layer increases, the error of the shell solution increases, and the creep of the outer layer increases the time to failure. A conclusion was also made about the satisfactory accuracy of finding time to failure.

KEYWORDS: multilayered cylinder, creep, strength criterion, time to failure

М.О. Бабешко, В.Г. Савченко

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ НЕПРУЖНОГО ДЕФОРМУВАННЯ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ ТІЛ З ВРАХУВАННЯМ ВИДУ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ ТА ПЛАСТИЧНОЇ ЗМІНИ ОБ'ЄМУ

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ, вул. Нестерова, 3,
03057, Київ, Україна; e-mail: plast@inmech.kiev.ua

Обговорюються розроблені авторами методики чисельного дослідження пружнопластичного напружено-деформованого стану осесиметричних елементів конструкцій у вигляді тонких оболонок та просторових тіл в процесах неосесиметричного термосилового навантаження.

Розглядається напружено-деформований стан складених шаруватих тіл обертання при непружному деформуванні ізотропних матеріалів вздовж траєкторій малої кривизни при навантаженні об'ємними і поверхневими силами та нагріванні. Під складеним тілом мається на увазі дискретно неоднорідне тіло обертання, кожна складова частина якого також являє собою тіло обертання. При цьому всі складові частини мають спільну вісь обертання, яка збігається з одною з координатних осей адаптованої до форми тіла системи координат. Вважається, що всі складові частини тіла, виготовлені з різних матеріалів, скріплені між собою без натягу і на їхній спільній границі виконуються умови ідеального теплового і силового контактів. Рівень навантаження такий, що деформації, які виникають в елементах тіла, малі. Механічні характеристики матеріалів залежать від температури, величини навантаження та виду напруженого стану. Припускається, що деформування елементів тіла супроводжується областями розвантаження і повторного навантаження з пошкодженням структури матеріалу за рахунок пластичної зміни об'єму, що призводить до розпушення матеріалу. Розподіл температури в елементах тіла вважається відомим і визначається шляхом розв'язання відповідної задачі теплопровідності або експериментально.

Для врахування історії деформування весь процес навантаження і нагрівання розділяється на окремі досить дрібні по часу етапи таким чином, щоб їхні кінці по можливості збігалися з моментами зміни напрямку процесу деформування окремих елементів тіла від активного навантаження до розвантаження чи навпаки. Дослідження напружено-деформованого стану тіла в таких процесах зводиться до послідовного розв'язування задачі нестаціонарної теплопровідності по визначенню температури і задачі термопластичності по визначенню переміщень, деформацій і напружень в тілі для фіксованих моментів часу. Тензор деформацій вважається сумою тензорів пружної та пластичної деформації, при цьому припускається в процесі деформування непружна зміна об'єму. Відомі публікації, в яких теоретично та з використанням експериментальних даних показано, що при деформуванні за межами пружності виникає пластична середня деформація $\varepsilon_0^{(p)}$ (розпушення), за рахунок чого порушується лінійність залежності між першими інваріантами тензорів напружень та деформацій.

В традиційних теоріях пластичності вважається, що пластична середня деформація мала і нею можна знехтувати, в зв'язку з чим приймається гіпотеза про лінійний закон залежності між першими інваріантами тензорів напружень і деформацій. Ще одна з основних гіпотез традиційних теорій пластичності полягає в тому, що зв'язок між другими інваріантами девіаторів напружень і деформацій вважається незалежним від виду напруженого стану і встановлюється на основі експериментів на простий розтяг циліндричних зразків з матеріалу тіла. На відміну від цього дана методика використовує визначальні рівняння, запропоновані співробітниками відділу термопластичності Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАНУ, в яких враховується залежність властивостей матеріалу від виду напруженого стану і нелінійність зв'язку між середніми напруженням і деформацією. Ці визначальні рівняння описують процеси деформування матеріалу вздовж траєкторій малої кривизни і містять дві нелінійні залежності. Одна з них реалізує зв'язок між першими інваріантами тензорів напружень і деформацій, а інша – зв'язок між другими інваріантами відповідних девіаторів.

Співвідношення між компонентами тензорів напруження та деформації (визначальні рівняння) представляються в єдиній форми, незалежно від того, на якій стадії деформування знаходиться матеріал тіла, і записуються у вигляді узагальненого закону Гука з додатковими членами, які мають різний вигляд і враховують теплову деформацію, відхилення матеріалу від пружного, пошкодження структури матеріалу за рахунок розпушення, залежності діаграм деформування від температури і виду напруженого стану, а також методу лінеаризації початково нелінійних співвідношень. Для лінеаризації визначальних рівнянь використовується метод додаткових напружень, у відповідності з яким на кожному етапі навантаження розв'язок задачі термопластичності знаходиться методом послідовних лінійних наближень, тобто в кожному наближенні розв'язання нелінійної задачі зводиться до рішення лінійної задачі теорії пружності з деякими додатковими членами. Ці додаткові члени визначаються за результатами розв'язання задачі в попередньому наближенні.

Для конкретизації функціональних залежностей між першими інваріантами тензорів напружень і деформацій і між другими інваріантами відповідних девіаторів пропонуються методики, основані на безпосередньому використанні миттєвих термомеханічних поверхонь

$$\sigma_0 = F_1(\varepsilon_0, T, \omega_\sigma), \quad S = F_2(\Gamma, T, \omega_\sigma),$$

де σ_0, ε_0 - перші інваріанти (з точністю до коефіцієнта 1/3) тензорів напружень і деформацій відповідно, а S, Γ другі інваріанти (з точністю до коефіцієнта $1/\sqrt{2}$) відповідних девіаторів; ω_σ - параметр виду напруженого стану (кут подібності девіаторів), $\omega_\sigma = \frac{1}{3} arc\cos\left[-\frac{3\sqrt{3}}{2}\frac{I_3(D_\sigma)}{S^3}\right]$, $\left(0 \le \omega_\sigma \le \frac{\pi}{3}\right)$, де $I_3(D_\sigma)$ - третій інваріант девіатора напружень. Прийнятий параметр виду напруженого стану визначає орієнтацію дотичного напруження в октаедричній площині відносно протилежного напрямку проекції на цю площину головної осі, вздовж якої діє мінімальне головне напруження. Кут ω_σ пов'язаний з параметром Лоде, але, на відміну від останнього, обчислюється не через головні напруження, а через другий і третій інваріанти девіатора напружень. Нелінійність залежності між першими інваріантами тензорів напружень та деформацій обумовлена наявністю пластичної складової середньої деформації $\varepsilon_0^{(p)} \neq 0$.

Вказані термомеханічні поверхні задаються у вигляді таблиць, побудованих з використанням експериментальних даних, одержаних в процесах пропорціонального навантаження трубчастих зразків при різних фіксованих значеннях температури і параметра виду напруженого стану.

Розв'язання крайової задачі по визначенню температури в тілі, яке розглядається, як і розв'язання задачі по визначенню напружено-деформованого стану відбувається чисельно з використанням напіваналітичного методу, згідно з яким відповідні величини представляються у вигляді тригонометричних рядів у коловому напрямку, а розв'язок будується у меридіональному перерізі.

При розв'язанні просторової задачі використовуються варіаційні рівняння Лагранжа і метод скінченних елементів, а одержана розв'язувальна система алгебраїчних рівнянь в кожному наближенні розв'язується методом Гауса. При розв'язанні задачі теорії оболонок використовуються гіпотези Кірхгофа – Лява, а розв'язувальна система звичайних диференційних рівнянь в кожному наближенні розв'язується методом дискретної ортогоналізації. Процес послідовних наближень на етапі завершається, коли одержані компоненти напружено-деформованого стану тіла задовольняють вищенаведені нелінійні співвідношення між першими інваріантами тензорів та другими інваріантами девіаторів з заданою точністю.

Розрахунки напружено-деформованого стану ряду тонкостінних та масивних тіл обертання з використанням розробленої методики показали, що врахування виду напруженого стану з використанням залежності між другими інваріантами девіаторів напружень і деформацій суттєво впливає на одержані значення компонент тензорів напружень і деформацій, в той час як врахуванням нелінійності зв'язку між першими інваріантами відповідних тензорів в багатьох випадках можна знехтувати. Це залежить від властивостей матеріалу і від дії самих навантажень. Так, наприклад, шляхом експериментальних досліджень на розтяг та внутрішній тиск трубчастих зразків з матеріалу Х18Н10Т встановлено, що нелінійність зв'язку між першими інваріантами тензорів напружень і деформацій при температурі $T = 20^0 C$ проявляється при деформаціях, які перевищують 7%, а при температурі $T \ge 300^0 C$ - при деформаціях, які перевищують 3%. Також встановлено шляхом експериментальних досліджень на розтяг, стиск та кручення трубчастих зразків з сірого чавуну, що нелінійність зв'язку між першими інваріантами тензорів напружень і деформацій проявляється при значно нижчих рівнях деформації – до 1%. По розроблених методиках з використанням визначальних рівнянь, які враховують вид напруженого стану і пластичне розпушення матеріалу в процесах деформування вздовж траєкторій малої кривизни, виконано чисельне дослідження напружено-деформованого стану ряду тонкостінних і масивних тіл обертання. Встановлено, що врахування залежності властивостей матеріалу від виду напруженого стану та пластичної зміни об'єму може суттєво вплинути на прогнозування руйнівного навантаження тіл, що моделюють поведінку відповідальних елементів конструкцій в процесі експлуатації.

При розв'язанні крайових задач встановлено, що врахування нелінійності залежності між першими інваріантами тензорів напружень і деформацій здатне суттєво впливати на результати розрахунків напружено-деформованого стану тіла в тих випадках, коли одна з компонент деформації має той же порядок, що і величина середньої пластичної деформації.

На конкретному прикладі тонкої оболонки показано, що врахування виду напруженого стану суттєво впливає на результати розрахунків напружено-деформованого стану. Зокрема, проаналізовано вплив від врахування нелінійної залежності між першими інваріантами тензорів напружень і деформацій на результати розрахунку, і показано, що врахування пластичного розпушення змінило результати розрахунку компонентів напружено-деформованого стану оболонки на 20 – 40%. Показана необхідність одночасного врахування виду напруженого стану та пластичної зміни об'ємної деформації при проведенні розрахунків прогнозування міцності оболонки.

М.О. Бабешко, В.Г.Савченко

ЧИСЛОВЕ ДОСЛІДЖЕННЯ НЕПРУЖНОГО ДЕФОРМУВАННЯ СТРУКТУРНО-НЕОДНОРІДНИХ ТІЛ ОБЕРТАННЯ З УРАХУВАННЯМ ТЕРМОСИЛОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ ТА РАДІАЦІЙНОГО ОПРОМІНЕННЯ

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ, вул. Нестерова, 3,
03057, Київ, Україна; e-mail: plast@inmech.kiev.ua

Обговорюється розроблена авторами методика чисельного дослідження напружено-деформованого стану шаруватих осесиметричних елементів конструкцій у вигляді тонкостінних оболонок та масивних тіл обертання із ізотропних та ортотропних матеріалів при термосиловому навантаженні в процесах, які супроводжуються радіаційним опроміненням.

Відомі з літератури експериментальні дані показують, що під дією радіаційного опромінення помітно змінюються фізико-механічні властивості матеріалів і ці зміни зберігаються тривалий час. Стабільність набутих в процесі опромінення властивостей вимагає розробки теорій і методів моделювання поведінки конструкцій, елементи яких працюють в умовах термосилового навантаження і радіаційного опромінення. Такі конструкції зустрічаються в деяких галузях техніки, пов'язаних з аерокосмічними дослідженнями та атомною енергетикою.

Для прогнозування ресурсу таких конструкцій потрібне адекватне чисельне моделювання кінетики напружено-деформованого стану цих конструкцій при експлуатаційних і аварійних режимах з урахуванням реальних умов навантаження, при яких відбувається зміна властивостей матеріалів в залежності від температури і опромінення, а також непружних деформацій, при виникненні яких на стан тіла істотно впливає історія навантаження.

Відомо, що під впливом потоку нейтронів пружні властивості матеріалів можуть змінюватися, наприклад, для графіту модуль пружності може значно збільшитися. Але для більшості конструкційних матеріалів збільшення модуля пружності незначне і його можна не враховувати. Помічено, що під впливом опромінення межа текучості і межа міцності таких матеріалів помітно зростає, а пластичні властивості знижуються. Експериментальні дані свідчать про збільшення більш ніж вдвічі межі текучості деяких сортів нержавіючої сталі, а також про значне збільшення межі текучості конструкційних сталей, які використовуються в реакторах. В загальному випадку в літературі відмічено істотні зміни діаграм розтягу металів, які під дією опромінення наближаються до ідеально пластичної моделі. В кількісному вимірі зміна механічних та фізичних властивостей матеріалів при різних температурах залежить від інтенсивності і тривалості дії опромінення. Крім того, розподіл напружень і деформацій в конструктивному елементі при радіаційному опроміненні істотно залежить від явища, яке називають радіаційним розпуханням. В роботах, присвячених дослідженню цього явища, показано, що в залежності від температури, інтенсивності і тривалості опромінення, розпухання, тобто збільшення об'єму, досягає 3 - 13%. В цілому, експериментальні дослідження підтверджують істотній вплив опромінення на працездатність конструкцій, і при оцінці їх ресурсу потрібно це враховувати. Необхідно також мати на увазі можливість з допомогою опромінення впливати на експлуатаційні характеристики елементів конструкцій.

Для дослідження поведінки матеріалів та прогнозування працездатності та міцності елементів конструкцій в умовах термосилового навантаження і радіаційного опромінення тіл необхідно користуватися фізичними (визначальними) рівняннями, які враховують вказані явища. Особливо актуальними є дослідження пружнопластичного стану елементів конструкцій, на які одночасно діють нерівномірне нагрівання і опромінення, так як підвищення температури як правило знижує межу текучості та зміцнення конструкційних сталей, в той час як збільшення дози опромінення підвищує межу текучості при зменшенні пластичних властивостей. Також варто приділити увагу дослідженням НДС елементів конструкцій, в яких з метою здешевлення та оптимізації параметрів міцності при виготовленні були використані ізотропні та анізотропні матеріали. Тому визначення напружено-деформованого стану тіл обертання, які моделюють осесиметричні елементи конструкцій з ізотропних та ортотропних матеріалів, що експлуатуються при одночасній дії нерівномірного нагрівання та опромінення, є актуальною та необхідною задачею. В зв'язку з цим пропонується методика чисельного дослідження дискретно однорідних тонкостінних та масивних тіл обертання з ізотропних та ортотропних матеріалів з урахуванням зміни їхніх властивостей в процесах термосилового навантаження та опромінення.

В довільній ортогональній системі координат розглядаються тонкостінні та масивні осесиметричні складені тіла, всі складові частини яких є тілами, що мають спільну вісь обертання. Допускається, що ізотропні матеріали тіл деформуються як в межах, так і за межами пружності, а ортотропні – в межах пружності. Рівень навантаження такий, що деформації в елементах тіла малі і деформації повзучості не виникають. Вважається, що головні осі анізотропії ортотропних матеріалів збігаються з осями циліндричної системи координат або з напрямками декартової системи координат,

одна з осей якої збігається з віссю обертання тіла. Властивості ортотропних матеріалів вважаються залежними від температури та радіаційного опромінення.

Вважається, що в будь-який момент часу в тілі відомі розподіли температури та дози опромінення, а також величина силових навантажень та умови закріплення тіла. Температура тіла в довільний момент часу визначається шляхом розв'язання задачі теплопровідності за розробленими методиками або з інших джерел. Для визначенні інтенсивності потоку нейтронів в тілі в довільний момент часу відомі різні підходи, згідно з якими формулюється відповідна крайова задача, в результаті розв'язання якої визначається розподіл дози опромінення в тілі, або ж використовуються певні наближені способи визначення дози опромінення в конкретних умовах.

Для визначення напружено-деформованого стану тіла використовуються рівняння рівноваги, співвідношення Коші та визначальні рівняння.

Для ізотропного матеріалу використовуються модифіковані рівняння терморадіаційної пластичності, які описують процеси деформування матеріалу по траєкторіях малої кривизни, з врахуванням залежностей властивостей матеріалу від температури та радіації. Для формулювання цих рівнянь використовуються ті ж основні поняття та припущення, що і в традиційній теорії термопластичності, що описує деформування матеріалу вздовж траєкторій малої кривизни, а саме: тензор деформацій є сумою тензорів пружних та пластичних складових; тензор пружних складових деформацій пов'язаний з тензором напружень узагальненим законом Гука; тензори напружень та деформацій є сумами відповідних девіаторів та кульових тензорів; диференціали пластичних складових девіатора деформацій пропорційні компонентам девіатора напружень; при зміні температури має місце закон температурного розширення, а при зміні інтегрального потоку радіаційного опромінення (флюєнса) – закон радіаційного розпухання; середня деформація лінійно пов'язана з середнім напруженням, тобто при всіх навантаженнях, які розглядаються, має місце пружна зміна об'ємної деформації. Вважається, що модуль пружності матеріалу, модуль зсуву, коефіцієнт Пуассона, коефіцієнти лінійного теплового розширення та радіаційного розпухання в загальному випадку залежать від температури та радіаційного опромінювання. Будемо вважати також, що деформація розпухання залежить лише від температури та флюєнса.

Для опису деформування ортотропного матеріалу використовується узагальнений закон Гука з додатковими членами, до складу яких крім теплової деформації входить і деформація розпухання.

Для побудови єдиного алгоритму розв'язання крайової задачі зв'язок між напруженнями σ_{ij} та деформаціями ε_{ij} в ортотропних і ізотропних елементах тіла запишемо в єдиній формі – у вигляді узагальненого закону Гука для анізотропного матеріалу:

$$\sigma_{ij} = A_{ijmn}\varepsilon_{mn} - \sigma_{ij}^{*} \quad (i,j,m,n=1,2,3)$$

при умові

$$A_{ijmn} = A_{jimn} = A_{ijnm} = A_{mnij} \ .$$

Тут пружні характеристики матеріалу A_{ijmn} мають різний вигляд в залежності від типу матеріалу. Складові σ_{ij}^{*} враховують теплову деформацію, розпухання матеріалу при опромінені, відхилення при деформуванні ізотропного матеріалу від пружного, залежність діаграм деформування матеріалу від температури та флюєнсу, вид анізотропії, а також спосіб лінеаризації визначальних рівнянь та інше.

Задача розв'язується в квазістатичній постановці з використанням гіпотез Кірхгофа – Лява при дослідженні оболонок і з використанням методу скінченних елементів при дослідженні тіл обертання.

Для лінеаризації задачі терморадіаційної пластичності використовується метод додаткових напружень. Розв'язок проводиться поетапно: на кожному етапі організується процес послідовних наближень з використанням залежності між інтенсивностями дотичних напружень S, деформацій зсуву Γ, температурою T та флюєнсом Φ у вигляді $S = F(\Gamma, T, \Phi)$. Для конкретизації цієї залежності використовуємо діаграми $\sigma \sim \varepsilon$ (σ – напруження зразка, ε – поздовжня деформація), одержані в експериментах на розтяг циліндричних зразків при різних фіксованих значеннях температури та дози радіаційного опромінення, виконаних при швидкості навантаження, що не впливає на форму діаграми.

Одержано розв'язувальні системи рівнянь, які необхідно розв'язувати в кожному наближенні на кожному етапі навантаження. В задачі теорії оболонок розв'язується крайова задача для системи звичайних диференційних рівнянь, вільні члени яких визначаються за результатами попереднього наближення. В просторовій задачі розв'язується система алгебраїчних рівнянь, праві частини яких обчислюються за результатами попереднього наближення. Методика апробована на тестових прикладах.

Проведено числовий аналіз напружено-деформованого стану осесиметричних оболонок під дією термосилового навантаження та опромінення. Аналіз впливу кожного з навантажень показує, що врахування опромінення істотно впливає на компоненти напружень і деформацій.

М.М. Тормахов

НЕМОНОТОННЕ ПРУЖНОПЛАСТИЧНЕ ДЕФОРМУВАННЯ ПРИ ПРОСТОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ, вул. П.Нестерова, 3,
03057, Київ, Україна; e-mail: n.n.tormakhov@gmail.com

В елементах конструкцій машин та механізмів під час навантаження по простих чи складних траєкторіях можуть виникати пластичні деформації. При простій траєкторії навантаження компоненти тензора напружень в елементі конструкції зростають пропорційно одному параметру. В стані пружності компоненти тензора деформацій також зростають пропорційно тому ж параметру. За границею пластичності деякі матеріальні волокна елемента тіла деформуються вже не тільки непропорційно одному параметру [1], але й немонотонно, змінюючи знак своєї деформації. Зміна знаку деформації матеріального волокна може слугувати ознакою переходу елемента тіла від пружного до пластичного стану.

Прості процеси навантаження описуються рівняннями теорії малих пружнопластичних деформацій, які містять положення про закон Гука між шаровими компонентами тензорів напружень та деформацій та пропорційність девіаторів напружень та деформацій. В межах границі пластичності зв'язок між девіаторами напружень та деформацій є лінійним, а за цими межами - нелінійним. Кульові компоненти тензора деформації ε_0 для більшості конструкційних матеріалів є величиною близькою по модулю до 1×10^{-3} і коли компоненти девіатора значно переважають ε_0 по модулю, то деформації в процесі простого навантаження зростають монотонно. Величина та знак компонентів девіатора e_{ij} залежать від напряму в якому їх визначають. В залежності від своєї орієнтації e_{ij} можуть бути позитивними, негативними або дорівнювати нулеві. Якщо для деяких матеріальних волокон $|e_{ij}| \approx |\varepsilon_0|$ і $\mathrm{sign}[e_{ij}] \neq \mathrm{sign}[\varepsilon_0]$, то деформація цього волокна може бути немонотонною і навіть змінювати свій знак в процесі навантаження. Напрям матеріальних волокон, які не змінюють своєї довжини, є нейтральним напрямом, він розділяє напрями матеріальних волокон, що стискаються та розтягуються. В межах пластичності нейтральний напрям зберігає свою орієнтацію відносно лагранжевих координат, а за його межею відбувається його поворот. Окремі матеріальні волокна, нахил яких близький до нейтрального, при пропорційному навантаженні можуть змінювати знак своєї деформації, що може свідчити про досягнення елементом тіла стану пластичності. При одноосьовому навантаженні елемента тіла деформацію $\alpha_н = \mathrm{arctg}(1/\nu^{0.5})$ матеріального волокна, що орієнтований під кутом α до осі навантаження, можна обчислити виразом:

$$\varepsilon_\alpha = \varepsilon_x \cos^2\alpha - \varepsilon_y \cos^2(90-\alpha), \tag{1}$$

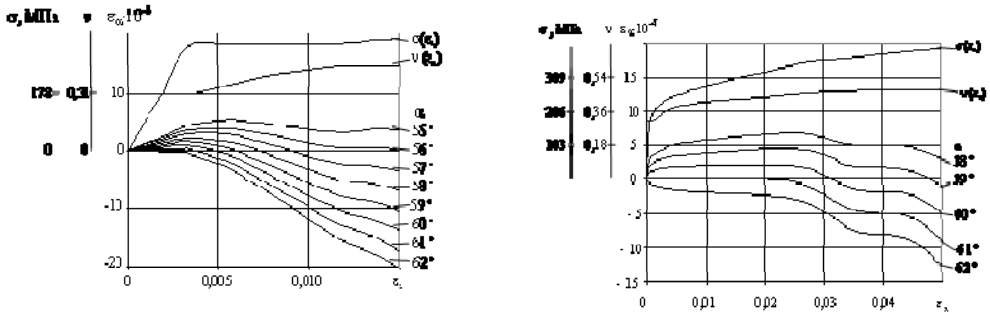
де ε_x, ε_y - повздовжні та поперечні деформації. Виражаючи поперечну деформацію ε_y через добуток повздовжньої деформації на коефіцієнт поперечної деформації ν та розв'язуючи (1) відносно кута α ми отримаємо:

$$\alpha_н = \mathrm{arctg}(1/\nu^{0.5}). \tag{2}$$

Якщо, наприклад, в межах текучості коефіцієнт поперечної деформації дорівнював 0,28, то матеріальні волокна, що розташовані під кутом більшим 62,1 ° відносно вектора осьового навантаження стискається, а ті, що орієнтовані під кутом меншим ніж 62,1 °, – розтягуються. Якщо після переходу елемента тіла в пружнопластичний стан, коефіцієнт поперечної деформації стає рівним 0,45, то нейтральним вже стає напрям, що орієнтовано під кутом 56,1 °.

Знаючи з експерименту на розтяг або стиск величини повздовжньої ε_x та поперечної деформації ε_y можна по (1) розрахувати деформацію матеріальних волокон ε_α для різних кутів нахилу матеріальних волокон α. На рис. 1а подано залежності осьового напруження σ, коефіцієнта ν та деформацій ε_α від повздовжньої деформації ε_x для сталі 30. З рис. 1а можна бачити, що сталь 30 досягає площадки текучості при деформації ε_x = 0,0035. В межах границі текучості коефіцієнт ν для цієї сталі дорівнює 0,3, а при ε_x = 0,015 стає рівним 0,46. Матеріальні волокна, що орієнтовані під кутом α = 55 ° та меншим від нього, як в стані пружності, так і межами границі пластичності постійно знаходяться в

розтязі, а ті, що орієнтовані під кутом α = 62 ° та більшим від нього, стискаються. Матеріальні волокна, що орієнтовані в проміжку між 56 ° та 62 °, при переході від пружності до пластичності змінюють знак свого деформування від розтягу до стиску. Отже, слідкуючи за зміною знаку деформації матеріальних волокон, що розташовані в проміжку між 56 ° та 62 °, можна зареєструвати перехід елемента тіла від пружного до пластичного стану.



а) *б)*

Рис. 1

На рис. 1 б подано ті ж залежності, що на рис. 1 а, для легованої сталі Х18Н10Т, яка може деформуватися до великих деформацій і не має площадки текучості.

Розрахунками, що були виконані на основі даних експериментів на розтяг зразків зі сталі 30 та сталі Х18Н10Т, була продемонстрована немонотонність деформування матеріальних волокон, орієнтація яких близька до нейтрального напряму при переході від пружного до пружнопластичного стану. Немонотонність деформування при одновісному розтязі зразків зі сталі Х18Н10Т була підтверджена в експерименті [2].

КЛЮЧОВІ СЛОВА: просте навантаження, границя пластичності, матеріальні волокна, немонотонність, зміна знаку деформації.

1. Сєдов Л.И. О понятиях простого нагружения и возможных путях деформации / Л.И. Сєдов // ПММ. 1959, **22**, вып. 2, С. 400 -402.

2. Тормахов М.М. Експериментальна перевірка немонотонності деформування при одновісному розтязі // Annual scientific conference MPTM 2023 Kyiv, Dnipro, Kamianske, Ukraine Book of Abstracts (Part 1, April 18 - 20, 2023) Математичні проблеми технічної механіки – 2023 Міжнар. наукова конференція С. 45-46.

N.N.Tormakhov

NON-MONOTONIC ELASTO-PLASTIC DEFORMATION UNDER SIMPLE LOAD

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences, P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv

It is shown that in the process of proportional loading the material fibers of the body element, depending on their orientation, can stretch, compress or not change their length at all. The direction of material fibers that do not change their length is neutral. The calculations, which were performed on the basis of experimental data on tensile samples of steel, demonstrated the non-monotonicity of the deformation of material fibers, the orientation of which is close to the neutral direction during the transition from an elastic to an elastoplastic state.

Н.Є. Ткаченко

ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТОМЕХАНІКИ ДІЕЛЕКТРИКІВ

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, вул. П. Нестерова, 3, Київ, 03057, Україна; e-mail: tk.ne@ukr.net

Динамічні рівняння електромагнітомеханіки діелектриків і п'єзоелектриків, які описують взаємопов'язані механічні і електричні процеси в єдиній моделі, побудовані Л.П.Хорошуном по аналогії з теорією механічних сумішей на основі феноменологічного підходу в рамках механіки суцільного середовища [1]. В сучасній теорії елекропружності при дослідженні взаємопов'язаних механічних і електричних процесів використовують рівняння статики чи динаміки пружного тіла, рівнянь електростатики в акустичному наближенні і рівнянь стану, що пов'язують тензор напружень і вектор електричної індукції з тензором деформації і вектором напруженості електричного поля. При цьому приймається, що внутрішня енергія є функцією деформацій і електричної індукції, яка представляє собою задане електричне поле вільних зарядів незалежно від наявності в ньому діелекрика. Тому припущення про залежність внутрішньої енергії діелектрика від електричного поля вільних зарядів не є достатньо обґрунтованим. Ці рівняння неінваріантні відносно перетворення Галілея. При побудові нелінійної моделі електромагнітомеханіки діелектриків за елементарний макрооб'єм діелектрика вибрано сукупність взаємодіючих нейтральних частинок, кожна з яких має рівну кількість позитивних і негативних зарядів і, в цілому, нейтральна. Приймається існування пружного потенціалу і лінійно-квадратичної залежності парціальних напружень від різниці переміщень зарядів. Вказавши взаємозв'язок вектора поляризації і, породженого ним електричного поля, рівняння механіки взаємно проникаючих пружних сумішей перетворюються в взаємопов'язану систему динамічних рівнянь переміщень нейтральних молекул і напруженості електричного поля – рівняння електромагнітопружності. Ці рівняння відрізняються від загально прийнятних для п'єзокераміки присутністю додаткових нелінійних доданків. Відмітимо, що диференційні оператори по координатах відносно компонент вектора переміщень і вектора напруженості електричного поля такі ж як і в класичній теорії пружності, тому граничні умови на границі п'єзоелектрика або звичайного діелектрика формулюються так же, як в класичній теорії пружності. Рівняння електромагнітомеханіки і їх частинний випадок, рівняння для діелектриків, що рухаються, інваріантні відносно перетворення Галілея. Для нерухомих діелектриків матимемо рівняння електродинаміки, які більш загальні в порівнянні з рівняннями Максвела, так як враховують дисперсію електромагнітних хвиль. В цьому випадку рівняння електродинаміки не будуть інваріантними відносно перетворень Галілея. Із теорії магнітоелектромеханіки діелектриків, як частинні випадки, отримуємо рівняння електродинаміки Максвела, акустичне наближення електропружності діелектрика, рівняння п'єзокераміки, попередньо поляризованої вздовж однієї з осей, і рівняння теорії пружності. Так як теорія магнітоелектромеханіки діелектриків побудована на основі феноменологічного підходу в рамках механіки суцільного середовища, то і застосування її доцільно тільки в тих же межах, що і механіка суцільного середовища. Крім того не варто використовувати цю модель для задач статики.

Розглянемо найпростіші випадки застосування цієї теорії. Запишемо рівняння електромагнітопружності для плоского ізотропного діелектрика, де знехтували нелінійними доданками (тобто для розповсюджування вільних хвиль) [2].

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}-\frac{\nu\rho'}{\rho}\frac{\partial^2 E_1}{\partial t^2}=c_2^{*2}u_{1,rr}+\left(c_1^{*2}-c_2^{*2}\right)u_{r,r1},\quad \frac{\partial^2 E_1}{\partial t^2}-\frac{\rho'}{\nu\rho}\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}=c_2^{*2}E_{1,rr}+\left(c_1^2-c_2^2\right)E_{r,r1}-\chi^* E_1.$$

Тут $c_1^{*2}, c_2^{*2}, c_1^2, c_2^2, \lambda^*, \mu^*, \chi, \bar{\lambda}, \bar{\mu}$ – швидкості розповсюдження пружних і електромагнітних збурень, а також ефективні пружні модулі.

Розв'язуючи задачу про розповсюдження вільної плоскої хвилі вздовж однієї з координатних осей необмеженого середовища отримаємо дві пружні недиспергіруючі хвилі (повздовжню і поперечну) і дві диспергіруючі електромагнітні хвилі. Якщо розглянути розповсюдження плоских електромагнітних хвиль, що рухаються під деяким кутом θ до осі поляризації oz в координатній площині xoz, то матимемо дві пружні недиспергіруючі хвилі: квазіповздовжня, яка характеризує коливання негативно заряджених частинок в напрямку осі oz і квазіпоперечна з коливанням позитивно заряджених частинок під кутом θ до осі oz. Також маємо ще дві електромагнітні диспергуючі взаємопов'язані хвилі, рух яких не співпадає з напрямком вектора руху падаючої хвилі, але залежить від кута θ. Крім того змінюються швидкості і амплітуди розповсюдження цих хвиль.

При класичному розгляді розповсюдження плоских елекропружних хвиль в необмеженому п'єзокерамічному середовищі маємо три хвилі: дві взаємно пов'язані і одна вільна. В ізотропному середовищі всі три хвилі недиспергуючі [3].

В випадку відбиття електропружних хвиль від півпростору із п'єзокераміки отримуємо зовсім різні, більш повні, розв'язки для електромагнітопружності ніж при класичному розгляді.

Рівняння електромагнітопружності варто використовувати для задач динаміки в межах механіки суцільного середовища.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: електромагнітопружність, взаємопов'язані механічні і електричні процеси, теорія механічних сумішей, діелектрик, п'єзокераміка, диспергуюча хвиля. елекропружна хвиля.

1. *Хорошун Л.П.* Двухконтинуумная механика диэлектриков как основа элекромагнитомеханики // Прикладная. механика. –2003.–**39**, №8. – С. 28–47.
2. Ткаченко Н. Плоские электромагнитные волны в диэлектриках // Dynamics of the development of world science. 10 th International scientific and practical conference. Perfect Publishing. Vancouver, Canada. 2020. P. 727-731.
3. Гринченко В.Т.,Улитко А.Ф., Шульга Н.А. Элекроупругость. – Киев: Наукова думка, 1989. – 279 с.

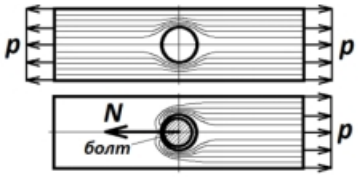
К.М. Рудаков, Ю.М. Дифучин

ОСОБЛИВОСТІ ЕКСПРЕС-РОЗРАХУНКІВ НА МІЦНІСТЬ БОЛТОВИХ ОДНОЗРІЗНИХ З'ЄДНАНЬ ШАРУВАТИХ КОМПОЗИТНИХ ПЛАСТИН З МЕТАЛОМ

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Берестейській проспект, 37, 03056, Київ, Україна; e-mail: knrudakov@ukr.net

Болтове з'єднання (БЗ) – поширене конструктивне рішення. Експрес-розрахунок БЗ на міцність добре обґрунтований для ізотропних матеріалів. На відміну від варіанту БЗ "анізотропний композит – метал", де є значні проблеми. У цій роботі пропонується змінити концепцію розрахунку на розрив БЗ "шаруватий композит – метал" *послабленого перерізу* на концепцію розрахунку на розрив *окремого шару* незалежно від розташування зони концентрації напружень. Для обґрунтування використали результати розрахунків за методом скінченних елементів (МСЕ) модельного зразка з однозрізним БЗ. Оскільки в ньому присутній вторинний вигин, то з усіх видів БЗ однозрізний є найбільш контрастним. Композитну пластину моделювали 24-ма шарами, створеними стрічками або тканою структурою, з полімерною основою, тобто з ПКМ. Вважали, що кожен шар ПКМ є пружним та 2D-ортотропним.У виконаних дослідженнях [1-4] та інших було виявлено, що:

1. Від'ємні контактні напруження, що виникають на поверхні розтягнутого болта в площині зрізу, при навантаженні понижують осьові напруження до від'ємних значень, що при знакопостійному циклічному навантаженні може змінити механізм руйнування болта БЗ зі ***зрізання*** на ***відрив*** (як при утомі), що більш небезпечно.



2. У БЗ в послабленому отвором перерізі пластини теоретичний нетто коефіцієнт концентрації напружень (ККН $\tilde{\underline{\alpha}}$) для ***ізотропного*** випадку отримав P. Theocaris (1956 рік). Він залежить від співвідношення діаметра отвору d та ширини пластини w, тобто від $\xi = d/w$, і в практично важливому діапазоні $\xi \in [0.1,\ 0.3]$ змінюється (приблизно) від 11 до 3.7 одиниць, тобто $\tilde{\underline{\alpha}}$ >3, що пояснюється іншим шляхом замикання силових ліній (рисунок).

3. Наближене значення ККН у отвору для ***2D-ортотропного*** шару (з орієнтацією ортотропії в $0°$ відносно напрямку навантаження) визначено у роботі C. Echavarrı´a, P. Haller та A. Salenikovich, (EHS-розв'язок, 2007 рік, отвір без зазору навантажено жорстким болтом, без тертя):

$$\underline{\alpha} = \frac{1-\varsigma}{\varsigma}\left[\frac{\varsigma}{2} + \left(\frac{\varsigma}{2} + \frac{4}{\pi^3}\right)\cdot M\right]; \quad M = \frac{\sqrt{2\left(\sqrt{E_{YY}/E_{XX}} - \mu_{XY}\right) + E_{YY}/G_{XY}}}{\sqrt{E_{YY}/E_{XX}}}. \tag{1}$$

Отже, значення ККН залежить від співвідношення модулів пружності, особливо від $k = E_{YY}/E_{XX}$: росте при зменшенні k, може досягати 20 одиниць та більше.

В ізотропному варіанті $M = 2$, тобто ККН залежить тільки від ξ. Виявлено, що ця формула дає дещо занижені значення відносно розрахунків за МСЕ.

4. Запропонована [3] інша формула для визначення ККН для 2D-*ортотропного* шару, яка використовує встановлені у натурних випробуваннях відомі апроксимації:

$$\tilde{\underline{\alpha}}(\varsigma) \approx \underline{\alpha}(\varsigma)\cdot\{1 + (1-\varsigma)\cdot[\tilde{\alpha}(0) - \alpha(0)]/\alpha(\varsigma)\}, \tag{2}$$

де $\alpha(\varsigma) \approx 3.000 - 3.140\varsigma + 3.667\varsigma^2 - 1.527\varsigma^3$; $\underline{\alpha}(\varsigma) \approx 12.882 - 52.714\varsigma + 89.762\varsigma^2 - 51.667\varsigma^3$;
$\tilde{\alpha}(0) = 1 + \sqrt{2\sqrt{E_{xx}/E_{yy}} + E_{xx}/G_{xy} - 2\mu_{xy}}$; $\alpha(0) = 3$.

5. Максимальні значення $\sigma_{max} = \sigma_1$ виникають при мінімальному бічному зазорі.
6. Взаємовплив шарів у композитній пластині дещо знижує ККН, тому формули (1) та (2) можуть давати завищені значення, що піде у запас міцності БЗ.
7. Положення в отворі зони з піковим значенням $\sigma_{max} = \sigma_1$ прямо залежить від схеми напрямків укладання шарів, причому їхні значення завжди близькі між собою, тому можна записати критерій міцності пластини з ПКМ на розрив формулою:

$$\sigma_{max} = \underline{\tilde{\alpha}}(\varsigma) \cdot \sigma_{nom} = \underline{\tilde{\alpha}}(\varsigma) \cdot \frac{N}{A(1-\varsigma)} \cdot \frac{(E_{xx})_0}{(E_{xx})_{ekv}} \le [\sigma]_t , \quad (3)$$

де $(E_{xx})_{ekv}$ – еквівалентний модуль Юнга ПКМ, у напрямку дії сили N ; A – площа брутто-перерізу пластини.
Це дозволяє запропонувати заміну концепції експрес-розрахунку на розрив БЗ "шаруватий ПКМ – метал" ***послабленого перерізу*** на концепцію розрахунку на розрив ***окремого шару*** незалежно від розташування зони концентрації напружень.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: болтове з’єднання, напружено-деформований стан, коефіцієнт концентрації напружень, міцність.

1. Дифучин Ю.М. Напружено-деформований стан і міцність однозрізних болтових з’єднань елементів конструкцій із композиційних матеріалів // Автореф. дис. … к.т.н., К.: Принт-центр, 2019. – 26 с.
2. Рудаков К.Н., Дифучин Ю.Н., Бабиенко С.А. Коэффициент концентрации напряжений у контактирующего с болтом нагруженного отверстия в монослое ортотропного композиционного материала // Mechanics and Advanced Technologies. #1(85), 2019. – С. 41-48. DOI: 10.20535/2521-1943.2019.85.155702.
3. Рудаков К.М., Дифучин Ю.М., Бахтоваршоєв Т.А. Концентрація напружень біля отвору, що контактує з жорстким циліндром, в композитній пластині, з урахуванням бічних зазорів // Mech. Adv. Technol. Vol. 5, No.2, 2021, pp. 183–192. 10.20535/2521-1943.2021.5.2.2243744.
4. Рудаков К.М., Добронравов О.А. Про вплив величини зазору між болтом та отвором на напружений стан болта однозрізного болтового з’єднання в зоні "зрізу" // Вісник НТУУ «КПІ». Серія машинобудування. №3(69), 2013. – С. 62-71.

K.N. Rudakov, Y.N. Dyfuchyn

FEATURES OF STRENGTH EXPRESS-CALCULATION OF BOLTED SINGLE-SHEAR CONNECTIONS OF LAMINATED COMPOSITE PLATES WITH METAL

Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, Beresteiskyi prospect, 37, 03056, Kyiv, Ukraine

An overview of studies of express-calculations of tensile rupture of bolted single-shear connections elements is presented. The bolted connections consist of a layered composite plates joined with metal. The calculations carried out using the finite element method. For the express-calculation of the rupture of mentioned bolted connections it is proposed to change the concept of ***"weakened cross-section"*** to the concept of ***"separate layer"*** regardless of stress concentration location zone and also to use the same formulas.

О.З. Галішин[1], П.О. Стеблянко[1], В.М. Харченко[2]

МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ ТЕРМОПРУЖНОГО СТАНУ ОБОЛОНКОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ РАКЕТНОЇ ТЕХНІКИ, ВИГОТОВЛЕНИХ ПЕРЕХРЕСНОЮ НАМОТКОЮ

[1]Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України, вул. Нестерова, 3,
03057, Київ, Україна; e-mail: plast@inmech.kiev.ua
[2]ДП «Конструкторське бюро «Південне» ім. М.К. Янгеля», Дніпро, Україна,
e-mail: volodymyrmx@gmail.com

У різних галузях техніки (у тому числі і аерокосмічної) знаходять широке застосування багатошарові тонкостінні оболонкові конструкції, утворені намотуванням. Залежно від технології виготовлення та необхідних конструктивних параметрів розрізняють пряму, спіральну, перехресну, спірально-перехресну намотування тощо. У разі перехресного намотування витки перетинають один одного під певним кутом. Форма меридіана координатної поверхні намотаної оболонки визначається формою зовнішньої поверхні оправлення. Визначення напружено-деформованого стану оболонкових конструкцій, утворених намотуванням, зазвичай зводиться до розрахунку шаруватих оболонок, виготовлених з ортотропного матеріалу.

Розглянемо шарувату оболонку обертання, утворену перехресним намотуванням стрічки. У площині стрічки її матеріал представляється як ортотропний.

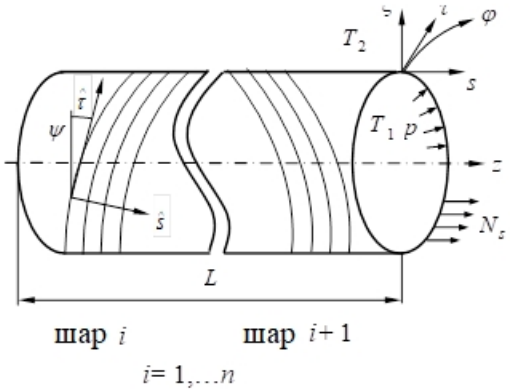


Рис. 1.

В доповіді запропонована методика визначення термопружного напружено-деформованого стану шаруватих оболонкових елементів ракетної техніки, виготовлених перехресним намотуванням. В її основу покладено гіпотези прямолінійного елемента для всього пакету шарів і співвідношення термопружності анізотропного матеріалу, що має одну площину пружної симетрії. Розв'язання задачі зводиться до чисельного інтегрування системи звичайних диференціальних рівнянь.

Рівняння, отримані на основі цих гіпотез, дуже прості у використанні, а отримані на їх основі результати прийнятні з практичної точки зору. Разом з тим, дані гіпотези не дозволяють врахувати взаємодію шарів і країв стрічки, що намотується.

Передбачається, що шари зібрані без натягу, а деформування здійснюється без прослизання і відриву.Припустимо, що спочатку оболонка знаходиться при заданій температурі, а потім піддається нерівномірному нагріванню та дії поверхневих та контурних навантажень, які викликають меридіональний напружено-деформований стан та кручення. Сукупність геометричних, статичних та фізичних рівнянь дозволяє звести розв'язання задачі до чисельного інтегрування системи звичайних диференціальних рівнянь виду

$$\vec{Y}' = [P]\vec{Y} + \vec{f},$$

$$\vec{Y} = \left\{\vec{N}, \vec{u}\right\}^T, \quad \vec{N} = r\left\{N_s, N_{s\varphi}, M_s, rM_{s\varphi}, Q_s\right\}^T, \quad \vec{u} = \left\{u, v, \psi_s, \psi_\varphi, w\right\}^T,$$

де $\vec{Y}$ вектор функцій, що розшукуються; $[P]$ – матриця системи; $\vec{f}$ – вектор вільних членів. Система рівнянь доповнюється умовами на торцях оболонки

Наведена краєва задача вирішується шляхом зведення її до ряду задач Коші, для інтегрування яких застосовується метод Рунге-Кутти з дискретною ортогоналізацією за С.К.Годуновим.

O.Z. Galishin[1], P.O. Steblyanko[1], V.M. Kharchenko[2]

DEVELOPMENT OF THE METHOD FOR CALCULATING THE THERMAL ELASTIC STATE OF SHELL ELEMENTS OF MISSILE TECHNOLOGY MADE BY CROSSWINDING

[1]The S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the NAS U, e-mail: plast@inmech.kiev.ua
[2]Design office "Yuzhnoe", Dnipro, Ukraine, e-mail: volodymyrmx@gmail.com

The report proposes a method for determining the thermoelastic stress-strain state of layered shell elements of rocket technology made by cross winding. It is based on the hypotheses of a rectilinear element for the entire package of layers and the thermoelasticity ratio of an anisotropic material that has one plane of elastic symmetry. The solution of the problem is reduced to the numerical integration of the system of ordinary differential equations.

М.В. Баняс, М.С. Зарицький, І.А. Лебедько

ОЦІНКА КРИХКОЇ МІЦНОСТІ КРІПИЛЬНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ВИГОРОДКИ РЕАКТОРА ВВЕР-1000

ВП «Науково-технічний центр» ДП «НАЕК «Енергоатом», Київ, e-mail: m.banyas@ntc.atom.gov.ua

Досвід виконання робіт з продовження експлуатації реакторів ВВЕР-1000 вказує на те, що внутрішньокорпусні пристрої (далі – ВКП) можуть лімітувати понадпроектний строк експлуатації реакторної установки. Вигородка, як елемент ВКП, слугує для захисту металу корпусу реактора від впливу реакторного випромінювання, формує активну зону реактора та представляє собою циліндричну обичайку, складену з кілець, які скріплені між собою шпильками.

Під дією інтенсивного опромінення вигородка зазнає прогресуючої формозміни внаслідок радіаційного розпухання. У результаті нерівномірного розподілу температури та розпухання виникає локальний згин окремих кілець вигородки, що приводить до виникнення додаткової осьової сили та згинального моменту, які спричиняють нерівномірний розподіл напружень в горизонтальних перерізах шпильки.

Внаслідок радіаційного опромінення відбувається окрихчення матеріалу кріпильних елементів, що разом з напруженнями від розпухання може привести до їх руйнування.

Згідно з чинними нормативними документами оцінка крихкої міцності кріпильних елементів ВКП виконується за аналітичними формулами для постульованої кільцевої тріщини з глибиною $2S_z$, де S_z – крок різьби. Слід зазначити, що така постуляція тріщини є консервативною і не враховує характеру розподілу напружень (наявність згинальної складової) в поперечному перерізі шпильки.

У доповіді аналізується міжнародний досвід з оцінки опору крихкому руйнуванню кріпильних елементів, в частині постуляції тріщин, аналітичних виразів для розрахунку коефіцієнтів інтенсивності напружень (далі – КІН), а також визначення критичних значень параметрів механіки руйнування.

За результатом аналізу для шпильок вигородки запропоновано виконувати постуляцію півкруглої тріщини у витку різьби, а також знизити рівень критичного значення *J*-інтегралу.

З використанням методу скінченних елементів за допомогою програмного засобу «ANSYS» виконано розрахунки на опір крихкому руйнуванню шпильок вигородки для різних варіантів постуляції тріщини. Проведено порівняння отриманих розрахункових значень КІН з аналітичними виразами для їх визначення.

Задача механіки руйнування розв’язувалась із застосуванням методики підмоделювання. На першому етапі визначалось стаціонарне температурне поле у вигородці під час роботи реактора на потужності та в холодному стані. Далі для кожної кампанії визначався напружено-деформований стан вигородки з урахуванням розпухання та радіаційної повзучості. Отриманий розподіл переміщень задавався в якості граничних умов на поверхнях підмоделі, яка містить шпильку разом з вбудованою тріщиною. Поле температури імпортувалося в підмодель з повної моделі. Розрахунок КІН виконувався з використанням методу інтегрування по об’єму.

На базі проведених аналізу та розрахунків внесені зміни в виробничу документацію ДП «НАЕК «Енергоатом», що дозволило знизити закладений консерватизм. Порівняльні розрахунки показують, що внесені зміни дозволяють забезпечити умови опору крихкому руйнуванню шпильок до 60 років експлуатації енергоблоку.

В. Косарчук[1], М. Солецька[2], О. Бамбура[2]

ДЕФОРМАЦІЙНА ТЕОРІЯ ПЛАСТИЧНОСТІ ОРТОТРОПНИХ МАТЕРІАЛІВ

[1]*Державний університет інфраструктури і технологій, вул. Кирілівська, 9, 04071, Київ, Україна; e-mail: kosarcuk_vv@gsuite.duit.edu.ua*
[2]*Institute of Metallurgy and Materials Science, Polish Academy of Sciences, 25 Reymonta str., 30-059, Kraków, Poland; e-mail: m.solecka@imim.pl*
[3] *AGH University of Science and Technology, al. Adama Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, Poland; e-mail: bambura@agh.edu.pl*

Конструкції транспорту часто випробовують дію високих силових навантажень, що може призвести до появи локальних пластичних деформацій матеріалу. Для виготовлення елементів таких конструкцій широко використовують алюмінієві, магнієві, титанові сплави, які мають анізотропію характеристик механічних властивостей у вихідному стані. Тому для міцнісних розрахунків таких конструкцій слід використовувати теорію пластичності анізотропних матеріалів. Більшість відомих експериментальних даних щодо механічної поведінки анізотропних металевих матеріалів за межею текучості в умовах складного напруженого стану стосуються простого (пропорційного) навантаження. Тому й у практичних розрахунках частіше використовують деформаційні теорії пластичності, областю застосування яких є процеси простого активного навантаження, коли всі компоненти тензора напружень пропорційно зростають. Слід зауважити, що такі теорії не враховують історію навантаження, тому можуть бути застосовані для опису механічної поведінки лише початково анізотропних матеріалів. Розробка визначальних співвідношень теорії пластичності анізотропних матеріалів є предметом багатьох досліджень, аналіз яких можна знайти у роботах [1 – 3]. Більшість відомих варіантів деформаційних теорій для таких матеріалів є узагальненням теорії малих пружно-пластичних деформацій Генкі–Надаї–Ільюшіна для ізотропних матеріалів. Для побудови визначальних співвідношень так само використовуються гіпотези про існування інваріантної до виду напруженого стану кривої деформування у координатах «еквівалентне напруження – еквівалентна деформація», про пружну зміну об'єму тіла, про однозначний взаємозв'язок пружних і пластичних характеристик анізотропного матеріалу. Проте результати експериментальних досліджень пружно-пластичної поведінки великої групи алюмінієвих сплавів у діапазоні температур 93 К ÷ 573 К за умов складного напруженого стану свідчать про суттєві відмінності у характері й ступені пружної і пластичної анізотропії [1 – 4]. Досліди проводили на тонкостінних трубчастих зразках за умов навантаження осьовою силою, внутрішнім тиском і крутним моментом. Хоча матеріали мали різну ступінь анізотропії у вихідному стані (різниця між границями текучості у напрямку головних осей анізотропії досягала 33%), було встановлено, що у всіх випадках простому процесу навантаження відповідав простий процес деформування, проте напрямні вектори траєкторій напружень і пластичних деформацій не співпадали й кут між ними залежав від орієнтації траєкторії навантаження у просторі напружень, причому вид цієї залежності свідчить про наявність на поверхні текучості ділянок із високою кривиною.

Метою даної роботи є розробка варіанта деформаційної теорії трансверсально ізотропних матеріалів. Введемо наступні припущення: повна деформація є сумою пружної і пластичної деформації; пружні деформації підкоряються узагальненому закону Гука для анізотропних тіл; зміна об'єму тіла має пружний характер (експериментальні дані свідчать про виконання цієї гіпотези для помірних гідростатичних тисків [5]); характеристики пружності не залежать від величини пластичних деформацій; деформації є малими, а температура не змінюється. Тоді можна обмежитись встановленням взаємозв'язку між компонентами векторів напружень $\boldsymbol{S}$ і деформацій $\boldsymbol{E}$ у відповідних п'ятивимірних девіаторних просторах Ільюшина.

Узагальнення результатів експериментів дозволило встановити критерії текучості і міцності для ортотропних матеріалів, які неоднаково опираються розтягненню і стисканню. Критерій враховує частковий внесок октаедричних і максимальних дотичних напружень у настання граничного стану і має вигляд:

$$\left[\eta\sqrt{\left(\frac{S_1}{R_1}\right)^2+\left(\frac{S_2}{R_2}\right)^2}+(1-\eta)(C_1S_1+C_1S_1)\right]^2+\left(\frac{S_3}{R_3}\right)^2+\left(\frac{S_4}{R_4}\right)^2+\left(\frac{S_5}{R_5}\right)^2=1, \quad (1)$$

де $R_i=\frac{1}{2}\left[R_i^p+R_i^c+\left(R_i^p-R_i^c\right)signS_i\right]$; $R_i^p, R_i^c\ (i=1,\dots,5)$ й C_1, C_2 – величини, які пов'язані із границями текучості/міцності матеріалу при розтяганні, стисканні і зсуві у площинах головних осей анізотропії. Параметр $\eta\ (0\le\eta\le1)$ визначається із дослідів при плоскому напруженому стані із співвідношенням головних напружень 2, 0,5 або -1.

Умова (1) визначає у просторі головних напружень циліндричну поверхню з твірною, яка є паралельною гідростатичній осі і девіаторним перерізом (площина S_1S_2) у вигляді неправильного криволінійного шестикутника (при $0 \leq \eta < 1$ поверхня є сингулярною). Перерізи граничної поверхні іншими площинами являють собою криві, що складаються із відтинків еліпсів із різними півосями і спільними дотичними у місцях стиків. Окремими випадками (1) є критерії Мізеса-Хілла, Ігакі-Сугімото, Бермана-Ходжа, Треска, Ковальчука-Леонова. Критерій (1) за рахунок своєї гнучкості добре описує текучість і міцність матеріалів різних класів (у тому числі неметалевих), що виявляють ортотропну і транстропну анізотропію механічних властивостей. Отримані результати дозволили сформулювати рівняння деформаційної теорії пластичності, що заснована на концепції поверхні текучості і законі градієнтальності, який також отримав експериментальне підтвердження за умов використання критерія (1) у якості пластичного потенціалу:

- для гладкої частини поверхні текучості $E_i = D_{ij}S_j + \frac{\phi(S_{eqv})}{\left(\frac{\partial F}{\partial S_k}\frac{\partial F}{\partial S_k}\right)^{1/2}} \frac{\partial F}{\partial S_i}$;
- для кутових точок поверхні текучості $E_i = D_{ij}S_j + \frac{\phi(S_{eqv})}{(S_kS_k)^{1/2}} \frac{\partial F}{\partial S_i}$,

де D_{ij} – матриця пружних констант, $\phi(S_{eqv})$ – інваріантна до виду напруженого стану, що визначається із експериментів, $i, j, k = 1, \ldots, 5$. Еквівалентне напруження S_{eqv} визначається функцією текучості (1) – $S_{eqv} = qF(S_i)$, де q – сталий множник.

Співставлення результатів розрахунків процесів простого деформування із відповідними експериментальними даними для алюмінієвих, магнієвих, титанових сплавів, а також сталей різних класів показало хорошу відповідність і достатню точність для практичних розрахунків елементів конструкцій із таких матеріалів.

1. *Ковальчук Б.И., Лебедев А.А., Уманский С.Э.* Механика неупругого деформирования материалов и элементов конструкций. – Киев: Наук. думка. – 1987. – 280 с.
2. *Koval'chuk, B.I., Kosarchuk, V.V., Lebedev, A.A.* Scalar and vector properties of anisotropic materials in a complex stressed state. Report 2. Plastic deformations of anisotropic materials under simple loading // Strength of Materials. – 1982. – 14(8). – P. 1129-1138. DOI: 10.1007/BF00764579
3. *Shunying Zhang, Lionel Leotoing, Dominique Guines, Sandrine Thuillier, Shun-Lai Zang.* Calibration of anisotropic yield criterion with conventional tests or biaxial test. // International Journal of Mechanical Sciences. – 2014. – 85. – P.142-151. DOI: ff10.1016/j.ijmecsci.2014.05.020ff
4. *Lebedev, A.A., Kosarchuk, V.V., Leopold, J.* Investigation of Stress-Strain Relations of initially anisotropic metals under proportional and nonproportional loading // Materialwissenschaft und Werkstofftechnik.– 1995. – 26 (5). – P. 251-254. DOI: 10.1002/mawe.19950260508
5. *Schiller H.* Einflub der hydrostatischen Spannungskomponente auf die Fliebpannung //Arch. Eisenhütenw. – 1982. – 53(4). - S. 369-372.

O. Galishin, S. Sklepus

DEFORMATION OF COMPLEX SHAPE SHALLOW SHELLS FROM MATERIALS WITH DIFFERENT BEHAVIOR IN TENSION AND COMPRESSION

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics, NAS of Ukraine,Nesterov str.,3,
03057, Kyiv, Ukraine, plast@inmech.kiev.ua

Experimental studies of the mechanical properties of many materials (gray cast iron, light alloys, polymers, composites, etc.) testify to their unequal tensile and compression resistance beyond linear elasticity. The deformation diagrams of such materials are nonlinear and contain a small initial linear section where the Young's moduli during tensile and compression are approximately the same. At a higher load, the nonlinear nature of deformation, in which the diagrams of deformation during tensile and compression differ significantly, is manifested.

Theories and methods of shells and plates stress-strain state calculation in a physically nonlinear setting are widely presented in the literature and continue developing. Most often, in research, bodies of canonical geometric shape are considered. The analysis of the available literature showed that currently there are no papers devoted to the study of physically nonlinear deformation of shells with complex shape from materials with different behavior in tension and compression.

A new numerical-analytical method for solving physically nonlinear deformation problems of thin shallow shells with a complex-shaped plan shape from materials with different behavior in tension and compression is developed. The uninterrupted parameter continuation method is used to formulate and linearize the problem of nonlinear bending of shell. For the linearized problem, a functional in the Lagrange form, given on the kinematically possible displacement rates, is constructed. The main unknown of problem (displacements, strains, stresses) were found from the solution of the initial problem for system of ordinary differential equations, which was solved by the Runge-Kutta-Merson method with automatic step selection. The right-hand sides of the differential equations at fixed values of the load parameter corresponding to the Runge-Kutta-Merson scheme are found from the solution of the variational problem for the functional in the Lagrange form. Variational problems are solved using the Ritz method in combination with the R-functions method, which allows to submit an approximate solution in the form of a formula – a solution structure that exactly satisfies the boundary conditions and is invariant with respect to the shape of domain where the approximate solution is sought. The nonlinear deformation problem of the shallow shell of complex shape with combined fixation conditions is solved. The influence of the geometric shape, load direction and fixation conditions on the stress-strain state is studied.

KEYWORDS: *shallow shell, complex shape, physically nonlinearity, R-functions method*

Н.Д. Яковенко, І.К. Сенченков, О.П. Червінко

ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МІКРОСТРУКТУРНИХ ТА ТЕРМОМЕХАНІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ПРИ ПОВЕРХНЕВОМУ ЗМІЦНЕННІ ПІВПРОСТОРУ

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАНУ, вул. Нестерова, 3,
03057, Київ, Україна; e-mail: term@inmech.kiev.ua

Перспективними напрямками практичного застосування моделей імпульсного опромінення тіл є підвищення міцності, запобігання зношенню та покращення експлуатаційних характеристик виробів. Дослідження динамічних термомеханічних процесів, що виникають при дії імпульсу, викликає значний практичний інтерес.

В даній роботі за допомогою чисельного моделювання досліджується імпульсне термомеханічне навантаження півпростору з мікроструктурними перетвореннями в матеріалі. Постановка динамічної осесиметричної зв'язаної задачі в циліндричній системі координат містить співвідношення Коші, рівняння руху, рівняння теплопровідності, а також початкові та граничні умови. Рівняння теплопровідності враховує теплоти фазових перетворень. Термомеханічна поведінка матеріалу при швидкісному деформуванні описується за допомогою узагальненої моделі течії Боднера-Партома [1, 2]. Модель враховує залежність границі течії від швидкості деформацій. Модель включає: закон течії Прандтля-Рейса; кінетичні рівняння для параметрів ізотропного і направленого зміцнення. Для багатофазового складу матеріалу параметри моделі течії, що відповідають за границю текучості та тимчасовий опір матеріалу, знаходяться за допомогою лінійного правила сумішей [2]

$$K_0 \to \bar{K}_0 = K_0^{(\xi)} y_\xi, \;\; K_1 \to \bar{K}_1 = K_1^{(\xi)} y_\xi,$$

де y_ξ – об'ємні концентрації мікроструктурних фаз $\xi = a, f, p, b, m$, де a - аустеніт, f - ферит, p - перліт, b - бейніт та m - мартенсит; $K_1^{(\xi)}$, $K_0^{(\xi)}$ – параметри моделі течії для відповідних фаз ξ.

Мікроструктурні перетворення враховуються, по-перше, через термотрансформаційну деформацію, яка враховує зміни вільного об'єму при перетвореннях і зміні температури та входить в об'ємну складову закону Гука, по-друге, через залежність непружних характеристик, зокрема, границі текучості та тимчасового опору, від фазового складу матеріалу.

Закон Гука, записаний для девіаторної та шарової частин тензорів напружень та деформацій, приймає вид

$$s_{ij} = 2G\left(e_{ij} - \varepsilon_{ij}^{in}\right), \;\; \sigma_{kk} = 3K\left(\varepsilon_{kk} - \varepsilon_{kk}^{\theta ph}\right),$$

де s_{ij} і e_{ij} – девіатори тензорів напружень і деформації відповідно; G, K – модуль зсуву та об'ємний модуль відповідно.

Термотрансформаційна складова деформації визначається через питомі об'єми та концентрації фаз матеріалу

$$\varepsilon_{ij}^{\theta ph}\left(\theta, \theta_r, C^\xi\right) = \frac{V^\xi(\theta) C^\xi(\theta) - V^\xi(\theta_r) C^\xi(\theta_r)}{3V^\xi(\theta_r) C^\xi(\theta_r)} \delta_{ij},$$

де θ – поточна температура; $V^\xi(\theta)$ – об'єм фази ξ для температури θ.

Задача, що розглядається, є нелінійною, та розв'язується чисельно за допомогою ітераційного методу на кожному часовому кроці та методу скінченних елементів [3].

В ході досліджень встановлено, що мікроструктурні перетворення якісно і кількісно змінюють залишкові розподіли характеристик напружено-деформованого стану. Зокрема, за умови врахування залежності непружних характеристик від фазового складу матеріалу в залишкових розподілах маємо стискальні напруження та значно менший рівень непружних деформацій. Даний ефект можна спостерігати на рис. 1 та рис. 2, на яких відповідно ілюструється залишковий розподіл радіальних напружень та інтенсивності непружних деформацій e_i^{in} за глибиною півпростору. Тут крива 1 відповідає суто механічному навантаженню, крива 2 – комбінованому термомеханічному навантаженню без врахування мікроструктурних перетворень та крива 3 – комбінованому термомеханічному навантаженню з врахуванням мікроструктурних перетворень.

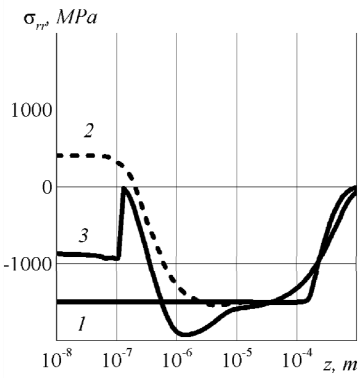


Рис. 1

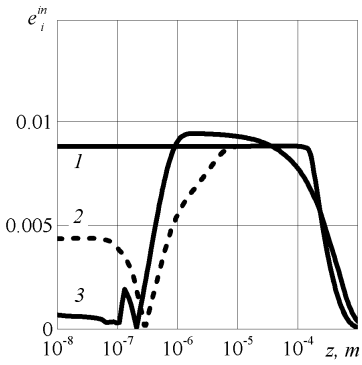


Рис. 2

Трансформація напружень із розтягувальних у стискальні при комбінованому термомеханічному навантаженні пояснюється тим, що границя текучості мартенситної фази майже вдвічі вища за границю текучості ферит-перлітної фази. Зменшення напружень при мартенситному перетворенні з можливим виходом в область стискальних напружень сприяє поверхневому зміцненню матеріалу.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: термомеханічне навантаження, мікроструктурні перетворення, модель Боднера-Партома, зміцнення матеріалу

1. Bodner S. R., Partom Y. Constitutive equations for elastic-viscoplastic strain-hardening material // Trans. ASME. J. Appl. Mech. – 1975. – 42, N. 2. – P. 385–389. – https://doi.org/10.1115/1.3423586
2. Senchenkov I. K., Oksenchuk N. D. Modeling of a nonisothermal flow with regard for the dependence of plastic properties on the microstructure of a material // J. Math. Sci. – 2013. – V. 190, N 6. – P. 796-803. – https://doi.org/10.1007/s10958-013-1289-6
3. Zhuk Y.A. Senchenkov I.K., Kozlov V.I., Tabieva G. A. Axisymmetric dynamic problem of coupled thermoviscoplasticity // Int. Appl. Mech. – 2001. – 37, N.10. – P. 1311–1317. – https://doi.org/10.1023/A:1013976219144

N.D. Yakovenko, I.K. Senchenkov, O.P. Chervinko

NUMERIcAL SIMULATION OF microstructural AND Thermomechanical proceSSES in THE SURFACE HARDENING OF a HALF–SPACE

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences, P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine

The axially symmetric problem of a half-space under thermomechanical loading with microstructural transformations are considered by using of numerical simulation. The thermomechanical behavior of an isotropic material is described by the Bodner-Partom unified model of flow. We established that microstructural transformations reduce residual inelastic strain and promote the appearance of compressive stresses.

О.П. Жук[1], Я.О. Жук[1,2], Т.В. Клімчук[2]

ДИНАМІКА СТОРОННЬОГО ОБ'ЄКТА БІЛЯ МЕЖІ РІДИНИ ПІД ДІЄЮ СИЛ АКУСТИЧНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ

[1]Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України,
[2]Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Досліджено динаміку тіла, яке знаходиться в околі вільної поверхні рідини і підданий дії сил акустичного випромінювання – радіаційних сил плоскої хвилі, що поширюється перпендикулярно до поверхні рідини і хвилі, відбитої від цієї поверхні. Як сторонні об'єкти розглянуто сферичну краплю іншої рідини або тверду сферичну частинку, кожна з яких знаходиться на відстані l від вільної поверхні. Акустична радіаційна сила, яка діє в хвильовому полі на об'єкт в рідині, відфільтровується усередненням в часі гідродинамічної сили – інтеграла по поверхні сферичного об'єкта від тиску в рідині, обчисленого з точністю до величин другого порядку відносно параметрів звукового поля. Для цього застосовано підхід [1], який дозволяє при цьому використовувати потенціали поля швидкості, визначені при розв'язуванні лінійної задачі дифракції на сферичному об'єкті первинної хвилі і хвилі, відбитої від вільної поверхні рідин. Потенціал розсіяної на об'єкті й відбитої від вільної поверхні хвиль визначено за допомогою метода уявних зображень [2].

Потенціал $\Phi_i = A\exp[i(kz-\omega t)]$ визначає первинну плоску акустичну хвилю, яка поширюється перпендикулярно до поверхні рідини вздовж осі Oz декартової прямокутної системи координат з початком в центрі сферичного об'єкта. У формулах використані позначення: A – амплітуда, $k=\omega/a_0$ – хвильове число, a_0 – швидкість звуку в рідині, ω – кутова частота. Потенціал відбитої від поверхні рідини хвилі має вигляд $\Phi_s = -A\exp[-i(kz+\omega t)]$. Задача визначення потенціалу Φ звукового поля в рідині зводиться до задачі знаходження потенціалу Φ_d звукової хвилі, розсіяної на сферичному об'єкті при падінні на нього хвиль Φ_i і Φ_s, а також потенціалу Φ_{ds} хвилі, відбитої від поверхні рідини при падінні на неї хвилі, яка визначається потенціалом Φ_d : $\Phi = \Phi_i + \Phi_s + \Phi_d + \Phi_{ds}$. Для розв'язування задачі дифракції використано метод, розвинутий для задач дифракції пружних хвиль в багатозв'язних тілах [3]. У випадку краплі динаміка рідини в ній характеризується потенціалом Ψ, який є розв'язком рівняння (1) при умові, що швидкість звуку в рідині краплі a_1, а густина рідини ρ_1.

Одержаний при розв'язуванні задачі дифракції потенціал Φ дає можливість обчислити з точністю до величин другого порядку мализни тиск в зовнішній рідині [1], а, отже, і гідродинамічну силу, що діє на об'єкт. Усереднення гідродинамічної сили за період первинної хвилі визначає силу акустичного випромінення – акустичну радіаційну силу. Дія радіаційної сили на об'єкт характеризує особливості його динаміки.

1. King L.V. On the Acoustic Radiation Pressure on Spheres // Proc.Roy.Soc., Ser.A. -1934.-**147**, 861.-P.246-265.
2. Исакович М.А. Общая акустика. – М.: Наука, 1973. – 496 с.
3. Гузь А.Н., Головчан В.Т. Дифракция упругих волн в многосвязных телах. – К.: Наук. думка, 1972. – 254 с.

Я.О. Жук[1,2], М.М. Мельниченко[2], А.М. Кір'єв[2]

МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІЧНОЇ СТІЙКОСТІ ТА ПРОЦЕСІВ РУЙНУВАННЯ БРОНЕМАТЕРІАЛІВ ПІД ДІЄЮ УДАРНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

[1]Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України,
[2]Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Сучасне застосування бронематеріалів вимагає підвищеної стійкості по відношенню до дії високошвидкісного ударного навантаження, зниження їх питомої ваги, собівартості та спрощення технології виготовлення. Це можливо за умови науково-обґрунтованого підходу до їх розробки та виготовлення, що передбачає з'ясування механізмів руйнування бронематеріалів при дії на них високошвидкісного навантаження та оптимізації структурних особливостей у відповідності до одержаних результатів.

Вітчизняна промисловість для виробництва високоякісної броні використовує широкий спектр конструкційних матеріалів, які мають необхідні характеристики для ефективної протидії високошвидкісному ударному навантаженню, при цьому випробування зразків одержаної броні на балістичну стійкість проводять лише на полігонах і, як правило, при неконтрольованих швидкостях та кутах атаки вражаючих елементів.

Оскільки, на даний час не існує експериментальних методів, які дозволяють проводити прямі виміри параметрів стану матеріалів у зоні протікання процесу відкольного руйнування, то для оцінки динамічної стійкость створених бронематеріалів пропонується методика дослідження динамічної стійкості та процесів руйнування бронематеріалів під дією ударного навантаження за рахунок систематичного дослідження динаміки процесів проникнення високошвидкісних ударних елементів у перепони з різних балістичностійких матеріалів. Для ударних випробувань пропонується розроблений настільний розгінний стенд в якому куля діаметром 8 мм із сталі ШХ15 прискорюється енергією газів монтажного патрону при русі по каналу довжиною 570 мм з керованою швидкістю до 1500 м/с.

Використання стенду для ударних випробувань дозволить розробити методичні особливості визначення динамічної стійкості бронематеріалів у великому діапазоні швидкостей (до 1500 м/с) та кутів (від 0 до 90^0) ударного навантаження. Крім цього, застосування розробленого пристрою для випробування зразків бронематеріалів та їх аналогів на динамічну міцність при різних швидкостях і умовах дії на них високошвидкісного ударного навантаження відкриває можливості створення сертифікованої метрологічної лабораторії для атестації бронестійкості матеріалів та доцільності їх використання у сфері національної безпеки та оборони України.

В.В. Левченко

ПРО ПОВЕРХНЕВІ ХВИЛІ В ПЕРІОДИЧНО ШАРУВАТИХ СТРУКТУРАХ

Державний університет інформаційно-телекомунікаційних технологій,
вул. Солом'янська, 7, 03110, Київ, Україна, mail ylvv@ukr.net

Питанням поширення поверхневих хвиль різної фізичної природи у періодично шаруватих і неоднорідних середовищах присвячено значну кількість наукових робіт [1-8]. Основна увага при проведенні досліджень приділялася можливості існування поверхневих ефектів в аналізованих структурах, зонній локалізації дисперсійних кривих, їх шматковій безперервності. При отриманні дисперсійних умов існування поверхневих хвиль передбачалося, що поверхнева хвиля локалізована на верхній межі неоднорідного півпростору

Класичними поверхневими хвилями є хвилі Лява і Релея. Поверхнева хвиля Лява є хвилею всередині структури, а хвиля Релея розповсюджується вздовж вільної поверхні. В роботах, відомих автору, присвячених поширенню поверхневих хвиль у періодично шаруватих і неоднорідних середовищах затухання вимагається починаючи з вільної поверхні структури. Якщо це умовно вірно для хвиль Релея, то для хвиль Лява це не вірно, оскільки затухання цих хвилб вимагається в середині структури. Тому поверхневі хвилі Лява, які затухають з вільної поверхні будемо називати використовуючи приставку псевдо. Для хвиль Релея будемо припускати можливість затухання починаючи з довільної поверхні в середині структури і при назві цих поверхневих хвиль будемо використовувати приставку псевдо.

В цій роботі вивчаються поверхневі хвилі Лява в регулярно-шаруватому півпросторі. Припускаємо, що регулярно-шаруватий півпростір утворено періодичним повторенням у напрямку осі oz пакета із Q шарів. Здвигові хвилі поширюються в напрямку осі ox і мають затухаючий характер, починаючи з границі $z_{Ml} = Mh + h_1 + h_2 + ...h_l$, M - кількість пакетів над поверхнею локалізації поверхневих хвиль. Хвильовий процес в шарах півпростору описується системою рівнянь пружності

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z}, \ \sigma_{yx} = \mu \frac{\partial u}{\partial z}, \ \sigma_{yx} = \mu \frac{\partial u}{\partial x} \tag{1}$$

де μ_q, ρ_q - матеріальні постійні, $h_q \ (q = 1,2,...Q)$ $h_i \ (i = 1,2,...Q)$ - товщини шарів h_i, h_q характеризують кожен із шарів над z_{Ml} . На поверхнях розділу властивостей виконуються умови ідеального контакту. На вільній поверхні потребуємо виконання умов $\sigma_{yz}(x, y.t) = 0$. Рішення хвильового рівняння для кожного із шарів вибираємо у вигляді

$$u(x,z,t) = [B^{(1)}_{(n-1)Q+2} \sin\Omega_q (z - z_{n,q}) + B^{(2)}_{(n-1)Q+q} \cos\Omega_q (z - z_{n,q})] \exp(i(kx - \omega t) , \tag{2}$$

$$z_{n,q-1} < z < z_{n,q,} \qquad n = 1,2,...., \qquad q = 1,...,Q.$$

На основі методики запропонованої в [5Ї задача зводиться до нескінченної системи алгебраїчних рівнянь. З вимог існування нетривіального та загасаючого рішення цієї системи рівнянь знаходимо дисперсійні співвідношення для поверхневих хвиль

$$(N^{11}_Q - N^{22}_Q - N^{21}_Q S_0) S_0 + N^{12}_Q = 0; \left| N^{22}_Q + N^{21}_Q S_0 \right| > 1. \tag{3}$$

Тут введено позначення передаточної матриці шарів над поверхнею локалізації поверхневих хвиль $S_0 = -N^{12}_0 / N^{11}_0$.

Аналіз дисперсійного співвідношення (3) в повному обсязі можливий лише чисельно. Але деякі висновки можливо отримати із вигляду отриманих формул. При Q=2 і одному шарі над поверхневою локалізації поверхневих хвиль сума дисперсійних кривих для псевдо поверхневих хвиль і дисперсійних кривих дпя поверхневих хвиль Лява утворюють суцільну лініq/ При чисельному аналізі і Q довільному було показано, що дисперсійні криві розпадаються на Q відрізків, але в сумі вони дають суцільну дисперсійну лінію. Виключенням із цього правила є перша дисперсійна крива, яка при певних умовах може бути неперервною або не існувати. Сумарні дисперсійні криві для поверхневих хвиль співпадають із дисперсійними кривими для нормальних хвиль в пакеті, який утворює структуру, і вільних від напружень зовнішніх поверхнях. Але форми їх коливань відмінні від коливань поверхневих хвиль.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: регулярно-шаруваті структури, дисперсійні співвідношення, поверхневі хвилі зсуву

1. Гринченко В.Т, Мелешко В.В. Гармонические колебания и волны в упругих телах.– К.: Наук. думка, 1981. – 284с.
2. Кессених Г.Г. Поверхностные волны Лява для двух слоев на изотропной подложке//Акуст. жур. – 1984. – 30, Вып 1. – С. 74 – 78.
3. Левченко В.В. Магнитоупругие объемные волны сдвига в периодически-слоистой среде типа феррит-металл-диэлектрик // Прикл. механика.– 1995.- **31**, № 5.– С. 19 – 25.
4. Поверхностные акустические волны/.Под ред. А. Олинера.– М.: Мир, 1981- 390с.
5. Шульга Н.А. Основы механики слоистых сред периодической структуры. - К.: Наук думка, 1982. – 200 с.
6. Levchenko V.V. Propagation of magnetoelastic shear waves through a regularly laminated medium with metalized interfaces// Int. Appl. Mech. – 2004 – **40**, №1 – P.97 – 102.
7. Shul'ga N.APropagation of coupled waves with an electromagnetic field in periodically inhomogeneous mediaInt// Appl. Mech. – 2003 – **39**, №10 – P.1146-1172.
8. Shul'ga N.A., Levchenko V.V., Ratushnyyak T.V. Surface magnetoelastic shear waves in periodic ferrite-dielectric regularly stratified structures// Int. Appl. Mech. – 2003 – **39**, №11 – P.1305 – 1309.

V,V. Levchenko

ABOUT SURFACE WAVES IN REGULARLY LAYERED STRUCTURES

State University of Information and Telecommunication Technologies, Kyiv, Ukraine

The conditions for the existence of surface shear waves localized on the inner surface of a regularly layered half-space have been theoretically investigated. It is shown that surface waves can be localized both on the free surface of the half-space and on the inner surface of the structure. Dispersive conditions for the existence of surface waves and the nature of their attenuation were obtained. It is shown that the sum of dispersion curves forms a continuous line.

А.В. Молтасов, В.В. Книш, М.М. Димань

РОЗПОДІЛ НАПРУЖЕНЬ В ЗОНАХ КОНЦЕНТРАЦІЇ СТИКОВОГО ЗВАРНОГО З'ЄДНАННЯ З УРАХУВАННЯМ ЗМІЩЕННЯ ОСЕЙ СИМЕТРІЇ ПРОТИЛЕЖНИХ ОПУКЛОСТЕЙ ШВА

Інститут електрозварювання ім. Є.О. Патона НАН України, вул. Казимира Малевича, 11, 03150, Київ, Україна; e-mail: moltasov@gmail.com

Вагомим чинником зниження довговічності стикових з'єднань, виконаних дуговим зварюванням, є висока концентрація напружень від прикладеного зовнішнього навантаження, зумовлена геометричною формою зварного шва [3]. Тому дослідженню закономірностей розподілу напружень в зонах концентрації стикових зварних з'єднань присвячена значна кількість робіт. Зокрема, в роботі [1] було досліджено взаємний вплив концентраторів напружень на лицьовій та кореневій сторонах з'єднання, при цьому було постульовано, що осі симетрії лицьового підсилення та кореня шва співпадають. Однак на практиці ці осі часто виявляються паралельно зміщеними одна відносно іншої, що, як показано в роботі [2], призводить до перерозподілу напружень в околі кореня шва. Слід зазначити, що в роботі [2] концентратори напружень на лицьовій та кореневій сторонах з'єднання були розташовані на достатньому віддаленні один від одного і не чинили взаємного впливу.

У представленій роботі розвинуто метод визначення напружень при реалізації взаємного впливу концентраторів на різних сторонах стикового зварного з'єднання в частині урахування неспівпадіння осей симетрії протилежних частин шва.

Розглядається стикове зварне з'єднання одиничної ширини з двостороннім швом, осі симетрії опуклостей на протилежних сторонах якого паралельно зміщені одна відносно іншої на величину e_v. Вважається, що з'єднання навантажене на достатній віддалі від опуклостей рівномірно розподіленим за товщиною з'єднуваних пластин зусиллям p (рис. 1).

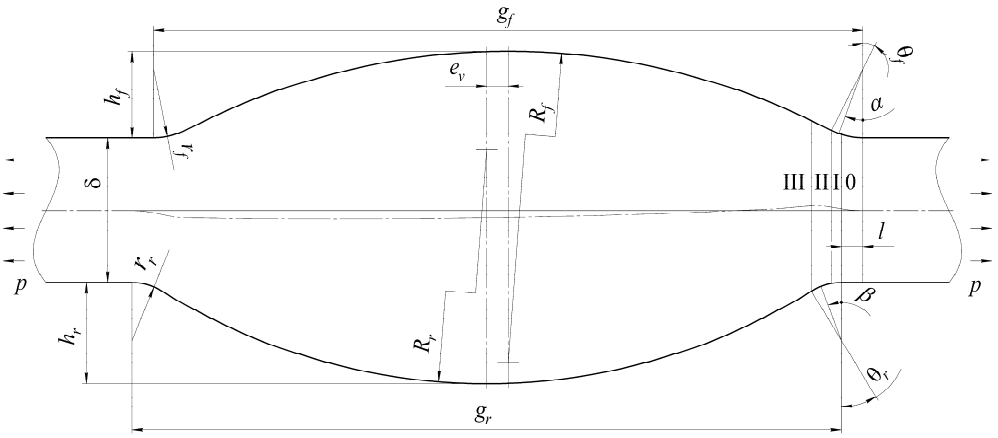


Рис.1.

В розглядуваному випадку вирази для ексцентриситету на ділянках II та III з'єднання (див. рис. 1) внаслідок зміщення осей симетрії відрізняються від відповідних виразів з роботи [1] і в залежності від контурних координат α та β, які змінюються від 0 до θ_f та θ_r відповідно, мають вигляд

$$e_{\text{II}}(\alpha)=\frac{1}{2}\left[h_f-R_f(1-\cos\alpha)-r_r+\sqrt{r_r^2-\left(R_f\cdot\sin\alpha-\frac{g_r}{2}+e_v\right)^2}\right], \quad (1)$$

$$e_{\text{III}}(\alpha)=\frac{1}{2}\left[h_f-R_f(1-\cos\alpha)-h_r+R_r-\sqrt{R_r^2-\left(R_f\cdot\sin\alpha+e_v\right)^2}\right], \quad (2)$$

$$e_{\text{II}}(\beta)=\frac{1}{2}\left[h_f-R_f+\sqrt{R_f^2-\left(r_r\cdot\sin\beta-\frac{g_r}{2}+e_v\right)^2}-r_r\cdot(1-\cos\beta)\right], \quad (3)$$

$$e_{\text{III}}(\beta)=\frac{1}{2}\left[h_f-R_f-h_r+\sqrt{R_f^2-\left(R_r\cdot\sin\beta-e_v\right)^2}+R_r\cdot(1-\cos\beta)\right]. \quad (4)$$

Оскільки згинальні напруження зумовлені ексцентриситетом, очевидно, що формули для визначення сумарних напружень на ділянках II та III в розглядуваному випадку відрізнятимуться від відповідних формул з роботи [1].

Для стикового зварного з'єднання типу С7 товщиною 2,0 мм, розміри конструктивних елементів якого задовольняють вимогам ГОСТ 14806-80, а осі симетрії опуклостей шва на його протилежних сторонах

паралельно зміщені одна відносно іншої на задану величину, були побудовані контурні епюри напружень в усіх зонах переходу від опуклостей шва на обох сторонах з'єднання до основного металу та визначена точка дії максимального напруження.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: стикове зварне з'єднання, концентрація напружень, взаємний вплив, зміщення осей симетрії, ексцентриситет, гіпотеза ламаних перерізів.

1. Молтасов А.В., Книш В.В. Взаємний вплив концентраторів напружень на лицьовій та кореневій сторонах стикового зварного з'єднання на напружений стан // Прикладна механіка. – 2023. – **59**, N 3. – P. 93 – 111.
2. Moltasov A., Tkach P., Ustynenko O., Protasov R. Effect of misalignment of axes in double-sided weld on stresses distribution in butt welded joints // Strojnicky Casopis. – 2023. – **73**, N 1. – P. 137–146.
3. Motrunich S., Poklatsky A., Klochkov I., Rogante M., Zavdoveev A. Basic advantages of thin-sheet AA5056 alloy joints produced by friction stir welding // Mechanical Technology and Structural Materials: Proceedings of the 10th Int. Conf. MTSM 2021, Split, Croatia. (Split, 23-24 September 2021). – 2021. – **2021**, N 70. – P. 119 – 124.

A.V. Moltasov, V.V. Knysh, M.M. Dyman

DISTRIBUTION OF STRESSES IN THE CONCENTRATION ZONES OF A BUTT-WELDED JOINT TAKING INTO ACCOUNT THE DISPLACEMENT OF THE AXES OF SYMMETRY OF THE OPPOSITE CONVEXES OF THE SEAM

E.O. Paton Electric Welding Institute of the National Academy of Sciences of Ukraine,
K. Malevich Str., 11, 03150, Kyiv, Ukraine, e-mail: moltasov@gmail.com

The analytical method for determining the stresses in the concentration zones of a butt-welded joint during axial stretching, which is based on the hypothesis of broken sections, has been improved considering the misalignment of the axes of symmetry of the opposite parts of the seam. The results of stress calculations along the contour of the transiti.

І.Ф. Киричок

ВИМУШЕНІ ОСЕСИМЕТРИЧНІ КОЛИВАННЯ І ДОВГОВІЧНІСТЬ ГНУЧКОЇ НЕПРУЖНОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНИМИ НАКЛАДКАМИ ПРИ ВРАХУВАННІ ВІБРОРОЗІГРІВУ І ДЕФОРМАЦІЇ ЗСУВУ

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ, вул. П.Нестерова, 3,
03057, Київ, Україна;e-mail: term@inmech.kiev.ua

Циліндричні оболонки є конструктивними елементами авіаційних, космічних, енергетичних устаткувань, робототехніки та ін. У процесі експлуатації вони працюють в умовах інтенсивних нестаціонарних, зокрема, гармонічних за часом навантажень з близькими до резонансних частотами. В багатьох випадках для виготовлення таких оболонок використовуються різного роду еластомерні матеріали з непружними як пасивними (без п'єзоефекту), так і п'єзоелектричними властивостями [5]. Екстремальні умови експлуатації таких конструкцій часто супроводжуються високим рівнем амплітуд, механічних напружень, деформацій та температур вібророзігріву, що може привести до втрати працездатності елемента [1].

У поданій праці розв'язується задача про електротермомеханічну поведінку і прогнозування довговічності гнучкої в'язкопружної циліндричної оболонки з п'єзоелектричними актуатором і сенсором при вимушених осесиметричних навантаженнях з частотами, які близькі до резонансних. Оболонка складена із пасивного (без п'єзоефекту) трансверсально ізотропного шару та скріпленими жорстко з його поверхнями поляризованими вздовж товщини в протилежних напрямках п'єзокерамічних шарів з однаковими електромеханічними властивостями. Поверхні п'єзошарів електродовані. Розглядаються варіанти, коли обидва п'єзошари виконують роль актуатора (збуджувача) або сенсора (датчика) та коли один п'єзошар є актуатором, а другий – сенсором. Матеріали пасивного і п'єзоактивного шарів є в'язкопружними. В'язкопружна поведінка матеріалів описується концепцією комплексних модулів [2 – 4].

Оболонка навантажена поверхневим тиском $q = p\cos\omega t$, який гармонічно змінюється за часом t з близькою до резонансної круговою частотою ω і постійною амплітудою p, або з такою ж частотою підведеною до електродів актуатора різницею електричних потенціалів V_a. При гармонічному деформуванні оболонки на розімкнутих електродах сенсора виникає різниця потенціалів амплітуди V_s, яка знаходиться із електричної граничної умови на основі розв'язку задачі електромеханіки. Краї оболонки шарнірно закріплені. На циліндричних поверхнях і торцях оболонки реалізуються умови конвективного теплообміну із зовнішнім середовищем.

Для моделювання динаміки розглядуваної оболонки відносно механічних величин приймаються гіпотези типу С.П.Тимошенка. Відносно електричних змінних вважається, що складовими вектора електричної індукції, які перпендикулярні до вісі поляризації, можна знехтувати, а складова в напрямку поляризації не залежить від товщинної координати. Врахування геометричної нелінійності реалізується утриманням у співвідношеннях Коші квадратів кутів повороту. Рівняння руху є також нелінійними. Температура дисипативного розігріву приймається постійною по товщині пакету шарів.

Наближений розв'язок рівнянь вимушених коливань будуємо шляхом розкладу розв'язувальних функцій в гармонічні ряди за часом, утримуючи першу гармоніку для змінних прогину і до другої гармоніки включно – для величин плоского деформованого стану оболонки. Отримані нелінійні диференціальні рівняння відносно амплітудних величин розв'язувальних функцій лінеаризуються методом Ньютона. Лінеаризована система інтегрується за допомогою типової програми розв'язання звичайних диференціальних рівнянь. На основі отриманого розв'язку обчислюється дисипативна функція і нестаціонарне рівняння теплопровідності розв'язується методом кінцевих різниць.

Для навантаженої поверхневим тиском оболонки числовими розрахунками досліджено вплив геометричної нелінійності, деформації поперечного зсуву, коефіцієнта теплообміну на амплітудно- і температурно-частотні характеристики та електричні показники сенсора в околі першого резонансу згинальної моди коливань оболонки На основі критерію оцінки довговічності коливальної системи за допустимими значеннями максимальної температури вібророзігріву досліджено залежність терміну працездатності оболонки від амплітуди поверхневого тиску і параметрів теплообміну.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: резонансні коливання, дисипативний розігрів, довговічність, п'єзоелектричний сенсор і актуатор, геометрична нелінійність.

1. Булат А.Ф., Дырда В.И., Звягильский У.Л., Маркелов А.Е. Прочность и разрушение резиновых деталей технологических машин. – К.: Наук. думка. – 2010. – 440с.
2. Карнаухов В.Г., Михайленко В.В. Нелинейная термомеханика пьезоэлектрических неупругих тел при моногармоническом нагружении. – Житомир. ЖГТУ. – 2005. – 428 с.
3. Karnaukhov V. G., Kirichok I. F., Kozlov V. I. Thermomechanics of inelastic thin-walled structural members with piezoelectric sensors and actuators under harmonic loading (Review) // Int. Appl. Mech. – 2017. – **54**, N 1. – P. 6–58. – DOI: https://doi.org/10.1007/s10778-017-0789-3
4. Kirichok I.F., Zhuk Y.A., Kruts S.Y. Accounting for Shear Deformation in the Problem of Vibrations and Dissipative Heating of Flexible Viscoelastic Structural Element with Piezoelectric Sensor and Actuator // In: Sadovnichiy V.A., Zgurovsky M.Z. (eds) Contemporary Approaches and Methods in Fundamental Mathematics and Mechanics. Understanding Complex Systems (book series). – Springer, Cham, 2021.– P. 51 – 69. https://doi.org/10.1007/978-3-030-50302-4_4
5. Tzou H. S., Bergman L.A. Dynamics and Control of Distributed Systems. – Cambridge University Press, 1998. – 374p.

I. F. Kyrychok

FORCED AXISYMMETRIC VIBRATIONS AND DURABILITY OF FLEXIBLE INELASTIC CYLINDRICAL SHELL WITH PIEZOELECTRIC PATCHES TAKING INTO ACCOUNT VIBROHEATING AND SHEAR DEFORMATION

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences, P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine

The problem of axisymmetric vibrations and dissipative heating of a shear-compliant flexible inelastic cylindrical shell with piezoelectric patches under various boundary conditions is solved within the framework of the refined theory of shells of the S.P. Timoshenko type. Based on the criterion of durability assessment by the permissible values of the maximum temperatures of vibroheating, the dependence of the shell operability term on the surface pressure amplitude and heat transfer parameters is investigated.

KEY WORDS: resonant vibrations, dissipative heating, durability, piezoelectric sensor and actuator, geometric nonlinearity.

В.І. Козлов, Ю.І. Лелюх, Л.П. Зінчук

ВПЛИВ ФІЗИЧНОЇ НЕЛІНІЙНОСТІ НА ЕЛЕКТРОТЕРМОМЕХАНІЧНУ ПОВЕДІНКУ ШАРУВАТИХ П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНИХ ОБОЛОНОК ОБЕРТАННЯ ПРИ МОНОГАРМОНІЧНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ, вул. П.Нестерова, 3,
03057, Київ, Україна; e-mail: term@inmech.kiev.ua

Шаруваті оболонкові конструктивні елементи з п'єзоелектричними в'язкопружними включеннями знаходять широке застосування в різноманітних галузях сучасної техніки, що зумовлює потребу у детальному дослідженні їх динамічної поведінки з урахуванням ряду факторів. Такі елементи є досить чутливими до різних навантажень, що змінюються в часі. При експлуатації згаданих елементів конструкцій в умовах резонансних коливань важливим є врахування деформації зсуву, дисипативного розігріву та залежності фізико-механічних характеристик матеріалів від температури. Детальний аналіз наявних праць присвячених цій тематиці можна знайти в роботах [1, 2, 4].

У даній роботі представлено чисельну методику розв'язання задач про вимушені коливання і дисипативний розігрів шаруватих п'єзоелектричних в'язкопружних оболонок обертання при електромеханічному гармонічному навантаженні з урахуванням деформацій поперечного зсуву, що базується на використанні методу скінченних елементів, і яка доповнює розроблений раніше і представлений в [2] чисельно-аналітичний підхід. Для моделювання термоелектромеханічної поведінки непружних матеріалів шарів використовується концепція комплексних характеристик [1]. Розглянуто нелінійний випадок, коли фізико-механічні властивості матеріалів шаруватої оболонки залежать від температури. Математичну модель побудовано на основі механічних гіпотез про пошарову апроксимацію деформацій зсуву квадратичними функціями по товщині оболонки [3], які доповнено адекватними гіпотезами щодо розподілу електричних польових величин, коли відмінними від нуля є компоненти вектора напруженості електричного поля та нормальна складова вектора електричної індукції.

У роботі використана ітераційна процедура, яка дозволила звести вихідну нелінійну задачу до послідовності лінійних задач електромеханіки і нестаціонарної теплопровідності з відомим джерелом тепла. Для знаходження розв'язку отриманих на кожній ітерації лінійних задач електров'язкопружності зі змінними комплексними коефіцієнтами у варіаційний постановці та задач теплопровідності з відомим джерелом тепла розроблено скінченно-елементну методику, яка ґрунтується на використанні дванадцятивузлових ізопараметричних чотирикутних елементів з апроксимацією зміщень і геометрії оболонки поліномами третього степеня у межах чотирикутника. При цьому прогин оболонки в межах скінченного елемента апроксимувався бікубічними поліномами Ерміта.

Температурне поле дисипативного розігріву знаходилось в процесі розв'язку варіаційного рівняння теплопровідності на тій же сітці скінченних елементів. Для чого тривимірна варіаційна задача нестаціонарної теплопровідності була зведена до системи двовимірних задач у припущенні, що нормальна складова теплового потоку змінюється по товщині пакету шарів за лінійним законом. У цьому випадку температура в кожному шарі оболонки апроксимувалась квадратичним поліномом за товщинною координатою. Значення нестаціонарної температури у вузлах сітки знаходились з чисельного розв'язку системи звичайних диференціальних рівнянь.

Розподіл нестаціонарної температури в кожному шарі оболонки при заданому навантаженні дає можливість визначити області в яких температура дисипативного розігріву в даний момент часу досягає максимальних значень (вище температури Кюрі) при яких п'єзоелемент втрачає свої фізичні властивості і працює як п'єзопасивний матеріал. Це дає змогу в деякій мірі прогнозувати роботоздатність і довговічність роботи оболонкових п'єзоактуаторів при заданих навантаженнях.

При розв'язуванні зв'язаної нелінійної задачі електров'язкопружності, коли фізико-механічні властивості матеріалу залежать від температури, на кожному кроці за часом використовувався ітераційний метод змінних параметрів типу Стеффенсена-Ейткіна.

На основі розробленої методики розв'язано ряд динамічних задач для тришарової в'язкопружної циліндричної панелі із зовнішніми однаковими за властивостями п'єзоелектричними шарами та внутрішнім алюмінієвим прошарком при різних граничних умовах. Досліджено вплив взаємодії електромеханічних і теплових полів, а також залежності властивостей матеріалів шарів від температури на термоелектромеханічну поведінку таких панелей при механічному і електричному моногармонічному навантаженнях. Вплив деформацій поперечного зсуву розглянуто у порівнянні з класичною моделлю теорії тонких оболонок Кірхгофа-Лява.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: дисипативний розігрів, метод скінченних елементів, оболонка обертання, п'єзоелектричний шар, фізична нелінійність, резонансні коливання.

1. Карнаухов В.Г., Михайленко В.В. Нелинейная термомеханика пьезоэлектрических неупругих тел при моногармоническом нагружении. – Житомир. ЖГТУ. – 2005. – 428 с.
2. Карнаухов В.Г., Козлов В.И., Карнаухова Т.В. Вплив деформацій зсуву на ефективність роботи п'єзоелектричних сенсорів та актуаторів при активному демпфуванні резонансних коливань непружних пластин і оболонок // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2015. – № 94. –С. 75–95.
3. Рассказов А.О., Соколовская И.И., Шульга Н.А. Теория и расчет слоистых ортотропных пластин и оболочек. – К.: Вища школа. –1986. –191 с.
4. Karnaukhov V. G., Kirichok I. F., Kozlov V. I. Thermomechanics of inelastic thin-walled structural members with piezoelectric sensors and actuators under harmonic loading (Review) // Int. Appl. Mech. – 2017. – **54**, N 1. – P. 6–58. – DOI: https://doi.org/10.1007/s10778-017-0789-3

V.I. Kozlov, Yu.I. Lelyukh, L.P Zinchuk

INFLUENCE OF PHYSICAL NONLINEARITY ON ELECTROTHERMECHANICAL BEHAVIOR OF LAYERED PIEZOELECTRIC SHELLS OF ROTATION UNDER MONOHARMONIC LOADING

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences,
P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine; e-mail: term@inmech.kiev.ua

This paper presents a numerical approach to solving problems of forced vibrations and dissipative heating of layered piezoelectric viscoelastic shells of rotation under electromechanical harmonic loading in the case of temperature dependence of material properties. The mathematical model was built using mechanical hypotheses about the layer-by-layer approximation of shear deformations by quadratic functions along the thickness of the shell, which were supplemented by adequate hypotheses regarding the distribution of electric field quantities.

KEY WORDS: dissipative heating, finite element method, shell of rotation, piezoelectric layer, physical nonlinearity, resonant vibrations.

В.В. Книш, С.О. Соловей, В.М. Булаш, А.О. Гришанов

ПІДВИЩЕННЯ ОПОРУ ВТОМІ ЗВАРНИХ З'ЄДНАНЬ З НАКОПИЧЕНИМИ ВТОМНИМИ ПОШКОДЖЕННЯМИ ПОВЕРХНЕВИМ ПЛАСТИЧНИМ ДЕФОРМУВАННЯМ

Інститут електрозварювання ім. Є.О. Патона НАН України, вул. Казимира Малевича, 11, 03150, Київ, Україна; e-mail: 2052382@gmail.com

З метою підвищення опору втомі зварних з'єднань широко застосовуються методи поверхневого пластичного деформування (ППД) металу, які направлені на зменшення коефіцієнту концентрації напружень в зоні переходу металу шва на основній метал, наведення залишкових напружень стиску, підвищення фізико-механічних властивостей поверхневого шару металу. Одним з методів ППД металу, який рекомендовано Міжнародним інститутом зварювання для підвищення характеристик опору втомі зварних з'єднань алюмінієвих та сталевих конструкцій, є обробка високочастотним механічним проковуванням (ВМП). Багаторічними дослідженнями встановленні основні закономірності підвищення опору втомі зварних з'єднань металоконструкцій на стадії виготовлення в залежності від класу міцності сталі, типу з'єднання, характеристик циклу змінного навантаження тощо. Проте об'єктивна реальність потребує подовження строку служби існуючих металоконструкцій (мости, шляхопроводи, крани тощо), які внаслідок тривалої експлуатації при змінних навантаженнях мають накопичені втомні пошкодження.

Тому метою даної роботи було експериментальне встановлення особливостей збільшення залишкової втомної довговічності стикових і таврових зварних з'єднань сталі S355 з накопиченими втомними пошкодженнями після зміцнення ВМП в залежності від пошкодженості та максимальних напружень циклічного навантаження.

Результати втомних випробувань зразків таврового зварного з'єднання у вихідному стані після зварювання; після зміцнення технологією ВМП відразу після зварювання та після зміцнення технологією ВМП зварних з'єднань з 10…70% рівнем втомних пошкоджень, накопичених при максимальних напруженнях циклу навантаження 260 МПа, наведено на рис. 1.

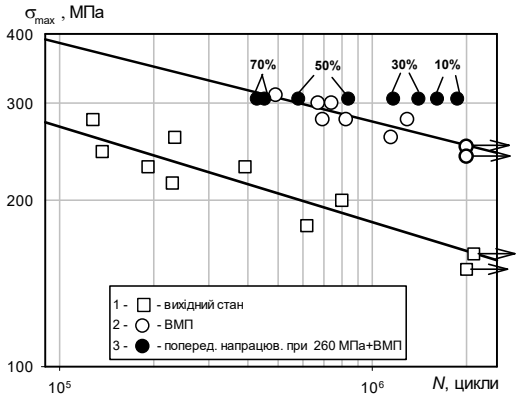


Рис. 1.

Ефективність застосування технології ВМП з метою збільшення залишкової довговічності зварних з'єднань з накопиченими втомними пошкодженнями після їх зміцнення технологією ВМП оцінювали співвідношенням:

$$\eta = n_{вмп_j} / \mathrm{N}^{зал}_{вих_j}$$

де $\mathrm{N}^{зал}_{вих_j}$ і $n_{вмп_j}$ - залишкова довговічність зварних з'єднань з накопиченими втомними пошкодженнями при максимальних напруженнях циклічного навантаження σ_j без додаткової обробки та після застосування технології ВМП, відповідно.

Експериментально встановлено, що високі максимальні напруження циклічного навантаження, прикладеного до стикових і таврових зварних з'єднань при накопичені втомних пошкоджень у вихідному стані, суттєво збільшують їх залишкову довговічність після зміцнення ВМП. При цьому з зменшенням ступеня пошкодженості зварних з'єднань до зміцнення їх залишкова довговічність збільшується (рис. 1). Так, залишкова довговічність таврових зварних з'єднань, зміцнених після накопичення 70% втомних пошкоджень при максимальних напруженнях циклу 260 МПа, відповідає довговічності з'єднань,

зміцнених ВМП відразу після зварювання, і знаходиться в діапазоні 428…453 тис. циклів (η=28…29). При зміцненні з'єднань після накопичення 50% пошкодженості залишкова довговічність знаходиться в діапазоні 581…840 тис. циклів (η=23…33), після 30% пошкодженості – 1169…1407 тис. циклів (η=33…39), а після 10% пошкодженості – 1615…1871 тис. циклів (η=35…41). Така особливість підвищення залишкової довговічності обумовлена тим, що при високих напруженнях циклічного навантаження в зонах концентраторів зварних з'єднань відбувається суттєва релаксація залишкових зварювальних напружень розтягу і можуть наводитись залишкові напруження стиску. Показано, що ефективність застосування технології ВМП до стикових зварних з'єднань з 70% рівнем накопичених втомних пошкоджень також підвищується з збільшенням максимальних напружень циклу до зміцнення.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: зварне з'єднання, накопичені втомні пошкодження, втомна довговічність, високочастотне механічне проковування.

V.V. Knysh, S.O. Solovei, V.M. Bulash, A.O. Grishanov

FATIGUE STRENGTH IMPROVEMENT OF WELDED JOINTS WITH ACCUMULATED FATIGUE DAMAGES BY SURFACE PLASTIC DEFORMATION

E.O. Paton Electric Welding Institute of the National Academy of Sciences of Ukraine, K. Malevich Str., 11, 03150, Kyiv, Ukraine, e-mail: 2052382@gmail.com

The effect of the high frequency mechanical impact treatment (HFMI) and preloading on the fatigue behaviour of butt and T-welded joints of the S355 steel with accumulated fatigue damages are studied in this paper. It was experimentally established that high maximum stresses of the cyclic load applied to butt and T-welded joints with accumulated fatigue damage significantly increase their residual fatigue life after peening by HFMP. At the same time, with a decrease accumulated fatigue damage of welded joints before peening, their residual fatigue life increases. It is shown that the fatigue life of T-welded joints with 70% accumulated fatigue damages after treated by HFMI corresponds the fatigue life of the HFMI-treated joints after manufacturing (without preloading). With 50 %, 30 % and 10% accumulated fatigue damages and then HFMI-treated samples show improvement fatigue life up to 1,1…1,6 times, 2,3…2,7 times and 3,1…3,6 times is compared of the HFMI-treated joints after manufacturing, respectively.

І.К. Сенченков[1], Н.Н. Мальцева[2], В.Г. Карнаухов[1], О.П. Червінко[1]

ВІБРОРОЗІГРІВ ТВЕРДОПАЛИВНИХ ДВИГУНІВ ПРИ ТРАНСПОРТУВАННІ В ГОРИЗОНТАЛЬНОМУ ПОЛОЖЕННІ

[1]Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАНУ, вул. Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна; e-mail: term@inmech.kiev.ua
[2]Державне підприємство «Конструкторське бюро «Південне» ім. М. К. Янгеля», вул. Криворізька, 3, м. Дніпро, 49008, Україна; tatamaltsva55@gmail.com

В даній роботі ракетний двигун на твердому паливі (РДТП) моделюється циліндром з зіркоподібним внутрішнім отвором з в'язкопружного матеріалу, поміщеним в тришарову пружну оболонку (рис. 1), який збуджується вертикальним переміщенням.

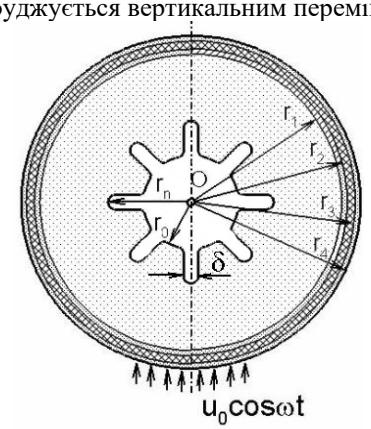


Рис. 1 Об'єкт дослідження. Поперечний переріз

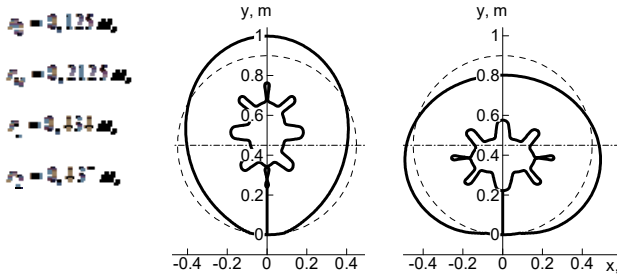
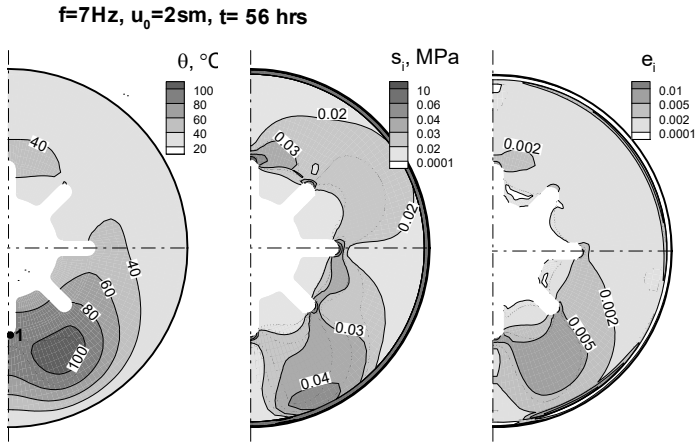


Рис. 2 Форма коливань

Використовується спрощена плоска постановка зв'язаної задачі ермов'язкопружності для моногармонічних коливань, в якій механічні властивості описуються комплексними модулями, які залежать від температури і частоти згідно [1, 2]. Задача теплопровідності розв'язується методом покрокового інтегрування за часом, нелінійна крайова задача механіки розв'язується ітераційним методом в сполученні з МСЕ. На рис. 2а,б наведена форма коливань для першого резонансу $f = 23.6$ *Гц*.

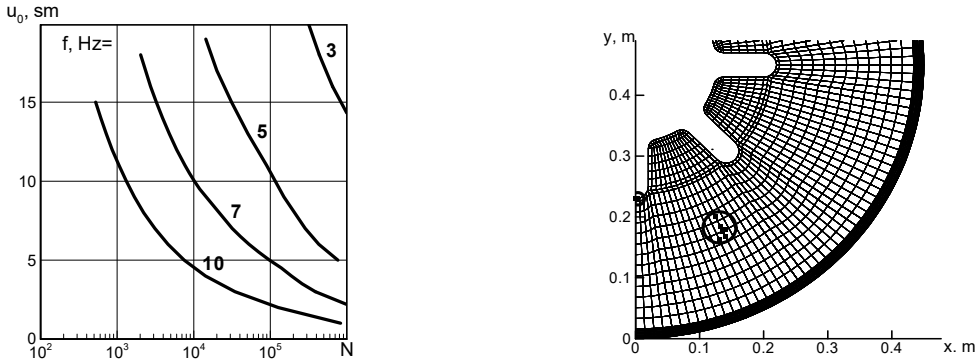
Просторовий розподіл температури θ, інтенсивності девіаторів напружень s_i, $s_i = \left((s'_{ij}s'_{ij} + s''_{ij}s''_{ij})/2\right)^{1/2}$, і деформацій e_i, $e_i = \left((e'_{ij}e'_{ij} + e''_{ij}e''_{ij})/2\right)^{1/2}$ показані на рис 7.6. Ці дані відповідають умовам навантаження $f = 7$ *Гц*, $u_0 = 2$ *см*, $t = 56$ *год*. За цих умов максимальний розігрів має місце на половині товщини між нижнім і сусіднім з ним западинами. Приблизно там же локалізується максимальна деформація, максимальні напруження сконцентровані в нижній частині поблизу границі поверхні збудження, а також в околі радіусів закруглення западин.



а б в

Рис. 3 Розподіли температури (а), амплітуд інтенсивностей напружень (б) і деформацій (в)

Для оцінки втомної міцності кількість циклів обчислювалась за часом досягнення максимальної по об‘єму температури θ_V критичного значення $\theta_V = \theta_{cr} = 100°C$ (температурний критерій). Обчислені таким чином криві умовної довговічності наведені на рис. 4а. На рис. 4б кружками показані області досягання критичної температури при різних значеннях частоти і амплітуди збудження.



а б

Рис. 4 Криві втомної довговічності РДТП. Числа – значення частот в *Гц*

Для іншого значення θ_{cr} можуть бути побудовані інші криві довговічності.

Наведені дані допомагають визначити припустимі параметри транспортування двигуна.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: РДТП, транспортування, вібророзігрів

1. Шепери Р.А. Термомеханическое поведение вязкоупругих сред с переменными свойствами при циклическом нагружении. // Тр. Американского о-ва инженеров-механиков. Сер. Е. – Прикл. Механика. – 1963. –32, №3. – С. 150-161.
2. Карнаухов В.Г. Сенченков И.К., Гуменюк Б.П. Термомеханическое поведение вязкоупругих тел при гармоническом нагружении. – Киев: Наук. думка, 1985. – 281 с.

I.K. Senchenkov[1], N.N. Maltseva[2], V.G.Karnaukhov[1], O.P.Chervinko[1]

VIBRATION HEATING OF SOLID FUEL ENGINES DURING TRANSPORTATION IN A HORIZONTAL POSITION

[1] S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences, Kyiv, Ukraine
[2]Design office "Yuzhnoe", Dnipro, Ukraine

The heating and stress-strain state under harmonic forced excitation of the solid fuel engine with a vertical displacement, which simulates the loading during horizontal transportation, are numerically investigated. The concentration of stresses, deformations, and dissipative heating temperature in the charge volume is determined. The fatigue thermal life curves are plotted as a function of loading frequencies.

Key words: solid fuel engine, horizontal transportation, fatigue thermal life curves.

Секція 5: Стійкість і керування рухом механічних систем

ЗМІСТ

1. І.С. Дмитришин, В.Ф. Щербак **СИНХРОНІЗАЦІЯ КУТОВИХ ШВИДКОСТЕЙ ГІРОСТАТІВ**	175
2. І.Л. Іванов **СИНХРОНІЗАЦІЯ З ЗАПІЗНЕННЯМ ДВОХ ЕНЕРГОСИСТЕМ ПРИ ІМПУЛЬСНИХ ЗБУРЕННЯХ**	177
3. Ю.М. Кононов **ПРО СТІЙКІСТЬ ОБЕРТАННЯ В СЕРЕДОВИЩІ З ОПОРОМ ВІЛЬНОЇ СИСТЕМИ трьох ПРУЖНО ЗВ'ЯЗАНИХ ТВЕРДИХ ТІЛ**	179
4. Ю.М. Кононов, Я.І. Святенко **ПРО СТІЙКІСТЬ ОБЕРТАННЯ НА ПІДВІСІ ГІРОСКОПА ЛАГРАНЖА З ІДЕАЛЬНОЮ РІДИНОЮ У СЕРЕДОВИЩІ З ОПОРОМ**	181
5. D. Leshchenko, T. Kozachenko **PERTURBED ROTATIONAL MOTIONS OF A NEARLY DYNAMICALLY SPHERICAL RIGID BODY WITH MOVABLE MASS**	183
6. С.В. Бабенко, А.А. Мартинюк, О.Е. Арлекінова **МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ ДИНАМІЧНИМИ РІВНЯННЯМИ НА ЧАСОВІЙ ШКАЛІ**	184
7. І.М. Хотенко, О.О. Хотенко **ПРО ОСОБЛИВОСТІ ГЕНЕРАЦІЇ ПАРНИХ ГАРМОНІК ГІПЕРПРУЖНОЮ ПЛОСКОЮ ПОЗДОВЖНЬОЮ ХВИЛЕЮ**	186
8. А.С. Хорошун **РОЗВИТОК ЧИСЕЛЬНО-АНАЛІТИЧНОГО ПІДХОДУ ДЛЯ АНАЛІЗУ МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ ТИПУ ОДНОЛАНКОВИЙ МАНІПУЛЯТОР ІЗ НЕЛІНІЙНИМ ПРУЖНИМ ЗЧЛЕНУВАННЯМ**	188

І.С. Дмитришин[1,2], В.Ф. Щербак[1]

СИНХРОНІЗАЦІЯ КУТОВИХ ШВИДКОСТЕЙ ГІРОСТАТІВ

[1]Інститут прикладної математики і механіки НАН України , вул. Г. Батюка 19, м. Слов'янськ, Україна; e-mail: scherbakvf@ukr.net
[2] «Краматорський фаховий коледж промисловості, інформаційних технологій та бізнесу Донбаської державної машинобудівної академії» вул. Велика Садова, буд. 99, м. Краматорськ, Україна; e-mail: dmitrishin.ira@gmail.com

Один із напрямів досліджень в сучасній теорії управління пов'язаний із задачею забезпечення запропонованого руху для групи автономно керованих пристроїв. Зокрема, такою є задача узгодженого руху групи космічних апаратів, яка передбачає керовану синхронізацію обертань двох і більше гіростатів. Запропонована схема її вирішення, в якій один із супутників (ведучий) передає інформацію про свій рух іншим (відомим), дозволяє звести розв'язок до проблеми стеження за траєкторією еталонної системи.

Передбачається, що передана від провідного супутника інформація не є повною: не всі компоненти його вектора кутової швидкості відомі. У цьому випадку, при синтезі закону управління гіростата, фазовий вектор ведучого гіростата повинен бути відновлений (вирішена задача спостереження) або закон управління обертанням веденого гіростата засновано тільки на інформації про власний рух і неповну інформацію про рух провідного гіростата.

У доповіді розглянуто як задача спостереження так і задача синтезу управління, яке синхронизує кутові швидкості провідного і веденого гиростатів. Як рівняння руху гіростата, керованого за допомогою розташованих на ньому трьох роторів, візьмемо рівняння [1]

$$\begin{cases} A_1\dot{\omega}_1 = (A_2 - A_3)\omega_2\omega_3 + \lambda_2\omega_3 - \lambda_3\omega_2 - \dot{\lambda}_1 \\ A_2\dot{\omega}_2 = (A_3 - A_1)\omega_3\omega_1 + \lambda_3\omega_1 - \lambda_1\omega_3 - \dot{\lambda}_2 \\ A_3\dot{\omega}_3 = (A_1 - A_2)\omega_1\omega_2 + \lambda_1\omega_2 - \lambda_2\omega_1 - \dot{\lambda}_3 \end{cases} \tag{1}$$

де A_1, A_2, A_3 – головні центральні моменти інерції, $\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ – вектор кутової швидкості носія.

Управлінням є $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ – вектор гіростатичного моменту, який характеризує обертання роторів.

Передбачається, що виконані наступні припущення:

(i) Виходом системи (1) – інформацією, яка використовується при формуванні закону управління веденим гіростатом – є величини $\omega_1(t), \omega_2(t), \lambda$; компонента $\omega_3(t)$ невідома.

(ii) Гіростати мають одні й самі моменти інерції A_1, A_2, A_3. Тоді система (1), записана в змінних $p = (p_1, p_2, p_3)$, $q = (q_1, q_2, q_3)$ описує рух веденого об'єкта

$$\begin{cases} A_1\dot{p}_1 = (A_2 - A_3)p_2p_3 + q_2p_3 - q_3p_2 - \dot{q}_1 \\ A_2\dot{p}_2 = (A_3 - A_1)p_3p_1 + q_3p_1 - q_1p_3 - \dot{q}_2 \\ A_3\dot{p}_3 = (A_1 - A_2)p_1p_2 + q_1p_2 - q_2p_1 - \dot{q}_3 \end{cases} \tag{2}$$

На першому кроці будуємо рівняння спостерігача, який дозволить визначити невідому компоненту $\omega_3(t)$. З урахуванням інформації про вихід запишемо їх у вигляді

$$\begin{cases} A_1\dot{p}_1 = (A_2 - A_3)\omega_2p_3 + \lambda_2p_3 - \lambda_3\omega_2 - \dot{\lambda}_1 + u_1, \\ A_2\dot{p}_2 = (A_3 - A_1)p_3\omega_1 + \lambda_3\omega_1 - \lambda_1p_3 - \dot{\lambda}_2 + u_2, \\ A_3\dot{p}_3 = (A_1 - A_2)\omega_1\omega_2 + \lambda_1\omega_2 - \lambda_2\omega_1 - \dot{\lambda}_3 + u_3. \end{cases} \tag{3}$$

Нашою метою при розв'язку задачі спостереження є вибір такого керування $U(.)$, яке гарантує виконання умови $\lim_{t\to\infty}\left(p_3(t) - \omega_3(t)\right) = 0$.

Запишемо рівняння помилок – відхилень траєкторій системи (3) від траєкторій системи (1). Позначимо $e_i = \omega_i - p_i, i = 1,2,3.$ Диференціальні рівняння для відхилень мають вигляд

$$\begin{cases} A_1 \dot{e}_1 = (A_2 - A_3)\omega_2 e_3 + \lambda_2 e_3 + U_1 \\ A_2 \dot{e}_2 = (A_3 - A_1)\omega_1 e_3 + \lambda_1 e_3 + U_2 \\ A_3 \dot{e}_3 = U_3 \end{cases} \tag{4}$$

Задача спостереження системи (1), при зроблених припущеннях (i)-(ii), полягає у визначенні значень компоненти $\omega_3(t)$ за відомою інформацією про значення змінних $\omega_1(t), \omega_2(t), \lambda$. При фіксованому управлінні $U(.)$ розв'язання задачі Коші для системи (3) з будь-якою початковою умовою $p(0) = p_0$ відоме. Тому $e_i = \omega_i - p_i, i = 1, 2$ – відомі функції часу, а для визначення $\omega_3(t)$ досить знайти функцію $e_3(t) = \omega_3(t) - p_3(t)$.

Для розв'язку задачі спостереження використано метод синтезу інваріантних співвідношень [2]. Основною ідеєю цього підходу є знаходження алгебраїчного виразу, яке визначає шукану величину через відомі функції часу: $e_3 = \Phi(e_1, e_2, \omega_1, \omega_2)$.

В залежності від моменту інерції A_3 маємо два варіанти функцій $\Phi(e_1, e_2, \omega_1, \omega_2)$: перший, коли A_3 є або максимальним або мінімальним моментом інерції гіростата; другий, коли A_3 не є екстремальним моментом інерції

1) $\Phi_1 = -\dfrac{\gamma}{\sqrt{a_1 a_2}} arctg\left(\dfrac{\sqrt{a_1 a_2}(a_2\omega_1 - a_{21})}{a_2(a_1\omega_2 + a_{12})}\right)$;

2) $\Phi_2 = \gamma \ln\left(\dfrac{a_1 a_2 \omega_1 - a_1 a_{21} + (a_1\omega_2 + a_{12})\sqrt{a_1 a_2}}{\sqrt{a_1 a_2}}\right)$.

З використанням апарату другого методу Ляпунова про асимптотичну стійкість встановлено факт прагнення змінних $e_1(t), e_2(t), e_3(t)$ до нуля. В результаті знайдено функції $u_i(\omega_1, \omega_2, p_1, p_2, p_3), i = 1, 2, 3$, при яких система рівнянь (3) стає асимптотичним спостерігачем системи (1).

На другому етапі використаємо рівняння спостерігача в якості зворотнього зв'язку в задачі синхронізації. На відміну від задачі спостереження, при синхронізації траєкторій синтез управлінь проводиться не для штучним чином складеної системи диференціальних рівнянь (3), а для реального об'єкта – веденого гіростата, рівняннями руху якого є система (2). Задача синхронізації кутових швидкостей для основного та веденого гіростата полягає у синтезі такого закону зміни вектора гіростатичного моменту $\dot{q} = Q(\omega_1, \omega_2, p_1, p_2, p_3), i = 1, 2, 3,$ при якому $\lim\limits_{t\to\infty}(p_i(t) - \omega_i(t)) = 0, i = 1, 2, 3$.

Зведемо задачу синтезу закону синхронізації до вирішеної задачі побудови спостерігача для системи диференціальних рівнянь (1). Щоб формальні рівняння (3) стали рівняннями руху гіростата виберемо в якості управлінь для гіростатичного моменту наступні функції

$$\begin{cases} Q_1 = (A_2 - A_3)p_2 p_3 + q_2 p_3 - (A_2 - A_3)\omega_2 p_3 - \lambda_2 p_3 + \dot{\lambda}_3 \omega_2 + u_1, \\ Q_2 = (A_3 - A_1)p_1 p_3 + q_3 p_1 - (A_3 - A_1)\omega_1 p_3 - \lambda_3 \omega_1 + \lambda_1 p_3 + u_2, \\ Q_3 = (A_1 - A_2)p_1 p_2 + q_1 p_2 - (A_1 - A_2)\omega_1 \omega_2 - \lambda_1 \omega_2 + \lambda_2 \omega_1 + u_3. \end{cases} \tag{5}$$

За побудовою функції (5) є допустимими. В результаті підстановки (5) у систему диференціальних рівнянь (3) остання перетворюється на систему рівнянь (4). Отже, знайдені в попередньому пункті закони управління $u_i(\omega_1, \omega_2, p_1, p_2, p_3), i = 1, 2, 3$, що забезпечують для рішень системи (4) виконання умови $\lim\limits_{t\to\infty}(p_i(t) - \omega_i(t)) = 0, i = 1, 2, 3$, після підстановки їх у (3) забезпечать виконання цієї ж умови і для системи (2). Таким чином, формули (5) визначають закони управління для веденого об'єкта, при якому його кутова швидкість синхронізується з кутовою швидкістю обертання головного гіростата.

1. *Ковалев А.М., Щербак В.Ф.* Управляемость, наблюдаемость, идентифицируемость динамических систем. – Киев: Наук. думка.– 1993.– 235 с.
2. *Жоголева Н.В., Щербак В.Ф.* Синтез дополнительных соотношений в обратных задачах управления // Труды ИПММ НАН Украины. – 2015. – **29**. – С. 69 – 76.

І.Л. Іванов

СИНХРОНІЗАЦІЯ З ЗАПІЗНЕННЯМ ДВОХ ЕНЕРГОСИСТЕМ ПРИ ІМПУЛЬСНИХ ЗБУРЕННЯХ

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ, вул. П.Нестерова, 3,
03057, Київ, Україна; e-mail: ihorivanov2006@gmail.com

Роглянемо модель руху одномашинної енергосистеми з шинами постійної напруги (Single Machine Infinite Bus, SMIB) при імпульсних збуреннях у термінах кута повороту θ у вигляді [1, 2, 3]:

$$\begin{aligned} &M\ddot{\theta}+D\dot{\theta}+P_{\max}\sin\theta=P_m,\ t\neq\tau_k,\ k\in\mathbf{N},\\ &\dot{\theta}(\tau_k+0)=I(\theta(\tau_k),\dot{\theta}(\tau_k)),\ k\in\mathbf{N}, \end{aligned} \tag{1}$$

де M — момент інерції, D — стала демпфування, $P_{\max}$ — максимальна потужність генератора, $P_m=A\sin wt$ — вхідна потужність системи, $0=\tau_0<\tau_1<...<\tau_k<...$, $\lim\limits_{k\to\infty}(\tau_{k+1}-\tau_k)>0$, I — лінійна за своїми аргументами та відповідає за імпульсну дію, A, w — сталі.

Систему (1) можна представити у вигляді

$$\begin{aligned} &\dot{x}_1=x_2,\\ &\dot{x}_2=-cx_2-\beta\sin x_1+f\sin wt,\ t\neq\tau_k,\ k\in\mathbf{N},\\ &x_2(\tau_k+0)=c_{k0}+c_{k1}x_1(\tau_k)+c_{k2}x_2(\tau_k),\ k\in\mathbf{N}, \end{aligned}$$

де $x_1=\theta$, $x_2=\dot{\theta}$, $c=\dfrac{D}{M}$, $\beta=\dfrac{P_{\max}}{M}$, $f=\dfrac{A}{M}$. Нехай $x(t)=\begin{bmatrix}x_1(t) & x_2(t)\end{bmatrix}^T\in\mathbf{R}^2$, тоді з урахуванням виходу y отримаємо систему у векторному вигляді

$$\begin{aligned} &\dot{x}=Ax+f(x,t),\ t\neq\tau_k,\ k\in\mathbf{N},\\ &x(\tau_k+0)=C_{k0}+C_kx(\tau_k),\ k\in\mathbf{N},\\ &y=Cx, \end{aligned} \tag{2}$$

де

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & -c\end{bmatrix},\ f(x,t)=\begin{bmatrix}0\\ -\beta\sin(x_1)+f\sin wt\end{bmatrix},$$

$$C_{k0}=\begin{bmatrix}0\\ c_{k0}\end{bmatrix},\ C_k=\begin{bmatrix}1 & 0\\ c_{k1} & c_{k2}\end{bmatrix},\ C\in\mathbf{R}^{1\times 2}.$$

Розглядаються дві енергосистеми зі зведеними до вигляду (2) рівняннями руху –ведучу (зі станом x_m) та ведому (зі станом x_s) — в останній з яких встановлено регулятор з запізненням для її синхронізації з ведучою системою. З огляду на це у рівнянні для ведомої системи вводиться доданок $L(y_s-y_m)$, який відповідає за керування системою, де $L\in\mathbf{R}^{2\times 1}$ — вектор взаємозв'язку.

Розглядається рівняння для помилки, що за виглядом є імпульсним рівнянням з фіксованим запізненням. Для цього рівняння на основі методу Ляпунова-Разуміхіна встановлено достатні умови стійкості, залежні від величини запізненя, та знайдено експоненціальні оцінки для його розв'язків.

Отримані умови стійкості проілюстровано чисельно: у просторі керуючих параметрів за фіксованих інших параметрів системи наведено оцінку області стійкості (області синхронізації для двох енергосистем) та проведено лінії рівня показників експоненціальних оцінок.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: енергосистема, метод Ляпунова, метод Разуміхіна

1. *Chen H.-K., Lin T.-N., Chen J.-H. Dynamic analysis, controlling chaos and chaotification of a SMIB power system // Chaos, Solitons & Fractals. – 2005. – 24, N 5. – P. 1307 –1315.*
2. *Ivanov I.L.* Chaotic Synchronization in Models of Impulsive Power Systems with Delay // Int. Appl. Mech. – 2018. – 54, N 1. – P. 94 – 103.
3. *Shahverdiev E.M., Hashimova L.H., Hashimova N.T.* Chaos synchronization in some power systems // Chaos, Solitons & Fractals. – 2008. – **37**, N 3. – P. 827 – 834

I.L. Ivanov

DELAY SYNCHRONIZATION OF TWO POWER SYSTEMS UNDER IMPULSIVE PERTURBATIONS

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences,
P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine;
e-mail: ihorivanov2006@gmail.com

The problem of delay synchronization of two identical SMIB electric-power systems under impulsive perturbations with possibly chaotic behavior is considered. Delay-dependent synchronization conditions and exponential estimates of the solutions for the synchronization error equation built on the basis of the Lyapunov-Razumikhin method. The obtained results are illustrated numerically.

Ю.М.Кононов

ПРО СТІЙКІСТЬ ОБЕРТАННЯ В СЕРЕДОВИЩІ З ОПОРОМ ВІЛЬНОЇ СИСТЕМИ ТРЬОХ ПРУЖНО ЗВ'ЯЗАНИХ ТВЕРДИХ ТІЛ

Інститут прикладної математики і механіки НАНУ, вул. Генерала Батюка, 19, 84116, м. Слов'янськ, Україна; e-mail: kononov.yuriy.nikitovich@gmail.com

Отримано рівняння обертання в середовищі з опором вільної системи трьох твердих тіл, послідовно зв'язаних пружними сферичними, циліндричними шарнірами або шарнірами Гука. Тверді тіла S_i і S_{i+1} мають спільну точку O_{i+1} і знаходяться під дією дисипативних моментів $\boldsymbol{M}_i = D_i\boldsymbol{\omega}_i$ ($D_i = \mathrm{diag}\left(D_{i1}, D_{i2}, D_{i3}\right)$, $D_{ij} > 0$, що моделюють середовище з опором та під дією постійних моментів $\boldsymbol{M}_{iq} = Q_i\boldsymbol{e}_3^i$, які підтримують їх обертання ($\boldsymbol{\omega}_i$ – кутова швидкість тіла S_i $(i = \overline{1,3})$). На підставі робіт [1–3] характеристичне рівняння збуреного обертання трьох пружно зв'язаних гіроскопів Лагранжа ($B_i = A_i, D_{i1} = D_{i2} = D_i$) буде мати вигляд**:**

$$\begin{vmatrix} F_1 & \mu_1\lambda^2 - k_1 & \mu_2\lambda^2 \\ \mu_1\lambda^2 - k_1 & F_2 & \mu_3\lambda^2 - k_2 \\ \mu_2\lambda^2 & \mu_3\lambda^2 - k_2 & F_3 \end{vmatrix} = 0$$

або

$$\left[a_5\lambda^5 + \left(a_4 + ib_4\right)\lambda^4 + \ldots + \left(a_1 + ib_1\right)\lambda + a_0 + ib_0\right]\lambda = 0\,. \tag{1}$$

Тут $F_i = A_i'\lambda^2 + (i\tilde{C}_i + D_i)\lambda + k_{i-1} + k_i$ ($k_0 = k_3 = 0$); $\tilde{C}_i = C_i\omega_{0i}$; k_i – коефіцієнт пружності сферичного шарніру; $\omega_{0i} = Q_i/D_{i3}$; $A_1' = A_1 + m_1m_{23}c_1^2/m$; $m_{ij} = m_i + m_j$;

$A_2' = A_2 + (m_2m_{31}c_2^2 - 2m_2m_3c_2s_2 + m_3m_{12}s_2^2)/m$; $A_3' = A_3 + m_3m_{12}c_3^2/m$; $c_i = O_iC_i$; $\mu_2 = m_1m_3c_1c_3/m$;

$\mu_3 = m_3c_3[m_1s_2 + m_2(s_2 - c_2)]/m$; $m = m_1 + m_2 + m_3$; $s_2 = O_2O_3$; m_i і C_i – маса і центр мас тіла S_i $(i = \overline{1,3})$.

Наявність нульового кореня в рівнянні (1) відповідає обертанню системи трьох твердих тіл вздовж однієї прямої з кутовими швидкостями ω_{0i} . На підставі критерія Льєнара–Шипара, записаного в іннорному вигляді, отримані необхідні умови асимптотичної стійкості у вигляді системи чотирьох нерівностей відповідно коефіцієнтам пружності шарнірів k_i $(i = 1,2)$ і кінетичних моментів $\tilde{C}_i$ $(i = \overline{1,3})$:

$$I_{31}k_i + I_{30} > 0\,;\, I_{53}k_i^3 + I_{52}k_i^2 + \ldots + I_{51}k_i + I_{50} > 0\,;$$
$$I_{75}k_i^5 + I_{74}k_i^4 + \ldots + I_{71}k_i + I_{70} > 0\,;\, I_{97}k_i^7 + I_{96}k_i^6 + \ldots + I_{91}k_i + I_{90} > 0\,. \tag{2}$$

$$\tilde{I}_{32}\tilde{C}_i^2 + \tilde{I}_{31}\tilde{C}_i + \tilde{I}_{30} > 0\,;\, \tilde{I}_{54}\tilde{C}_i^4 + \tilde{I}_{53}\tilde{C}_i^3 + \cdots + \tilde{I}_{51}\tilde{C}_i + \tilde{I}_{50} > 0\,;$$
$$\tilde{I}_{76}\tilde{C}_i^6 + \tilde{I}_{75}\tilde{C}_i^3 + \cdots + \tilde{I}_{71}\tilde{C}_i + \tilde{I}_{70} > 0\,;\, \tilde{I}_{98}\tilde{C}_i^8 + \tilde{I}_{97}\tilde{C}_i^7 + \cdots + \tilde{I}_{91}\tilde{C}_i + \tilde{I}_{90} > 0\,. \tag{3}$$

У випадку шарнірів Гука ($\omega_{01} = \omega_{02} = \omega_{03} = \omega_0$) система нерівностей (3) запишеться так:

$$I_{32}x + I_{30} > 0\,;\; I_{53}x^3 + I_{52}x^2 + I_{51}x + I_{50} > 0\,; \tag{4}$$

$$I_{75}x^5 + I_{74}x^4 + \ldots + I_{71}x + I_{70} > 0\,,\, I_{96}x^6 + I_{95}x^5 + \ldots + I_{91}x + I_{90} > 0 \;\; (x = \omega_0^2).$$

Проведено аналітичні дослідження умов стійкості (2) – (4). Показано, що коли тверді тіла S_3 і S_1 однакові ($C_3 = C_1$, $A_3 = A_1$, $m_3 = m_1, c_3 = c_1$), обертаються з однаковими кутовими швидкостями ($\omega_{03} = \omega_{01}$) і мають рівні коефіцієнти дисипації ($D_3 = D_1$) та пружності ($k_2 = k_1$), то характеристичне рівняння (1) розпадається на два рівняння. Перше рівняння описує коливання одного твердого тіла, а друге – коливання двох пружно зв'язаних твердих тіл. У випадку трьох однакових твердих тіл, які обертаються з однаковими кутовими швидкостями і мають рівні коефіцієнти дисипації та пружності, отримано нижню межу кінетичного моменту, з якої настає нестійке обертання системи трьох твердих тіл.

Розглянуто випадок двох твердих тіл та різні випадки виродження пружних сферичних шарнірів в ідеальні сферичні шарніри, в циліндричні і в шарніри Гука. Зроблено порівняння отриманих умов стійкості з умовами стійкості за відсутності дисипації.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: система трьохтвердих тіл,вільне обертання, сферичні, циліндричні та шарніри Гука, середовище з опором, гіроскопи Лагранжа, рівномірне обертання, стійкість.

Дослідження виконані в рамках програмно-цільової та конкурсної тематики НАН України № 2-19-П (науково дослідна робота за темою ВБ-15-18-21/479).

1. KononovYu.M., SviatenkoYa.I. Stabilization of Unstable Spinning of a Lagrange Gyroscope in a Resisting Medium by Another Spinning Gyroscope // Int. Appl. Mech. – 2022. – **58**, №5. – P. 605 – 612.
2. KononovYu.M. Stability of a Uniform Rotation of an Asymmetric Rigid Body in a Resisting Medium under a Constant Moment // Int. Appl. Mech. – 2021. – **57**, № 4. – P. 432 – 439.
3. Кононов Ю.Н. Об устойчивости движения системы *n* связанных твердых тел с полостями, содержащими жидкость // Механика тв. тела. Межвед. сб. науч. тр. – 2006. – Вып. 36. – С. 75– 82.

Yu.M.Kononov

ABOUT ROTATION STABILITY IN A MEDIUM WITH RESISTANCE OF A FREE SYSTEM OF THREE ELASTICALLY COUPLED RIGID BODIES

Institute of Applied Mathematics and Mechanics of the National Academy of Sciences, General BatyukStr., 19, 84116, Slovyansk, Ukraine; kononov.yuriy.nikitovich@gmail.com

The equations of rotation in a medium with resistance of a free system of three rigid bodies connected by elastic spherical, cylindrical or Hooke's hinges are derived. In the case of Lagrange gyroscopes, the necessary conditions for asymptotic stability with respect to the elasticity coefficients of hinges or kinetic moments are obtained in the form of a system of four inequalities. Their analytical studies were carried out. The resulting stability conditions are compared with the stability conditions in the absence of dissipation.

Ю.М.Кононов, Я.І.Святенко

ПРО СТІЙКІСТЬ ОБЕРТАННЯ НА ПІДВІСІ ГІРОСКОПА ЛАГРАНЖА З ІДЕАЛЬНОЮ РІДИНОЮ У СЕРЕДОВИЩІ З ОПОРОМ

Інститут прикладної математики і механіки НАНУ, вул. Генерала Батюка, 19, 84116, м. Слов'янськ, Україна; e-mail: kononov.yuriy.nikitovich@gmail.com

Розглянута задача про стійкість рівномірних обертань на підвісі гіроскопа Лагранжа з ідеальною рідиною у середовищі з опором. Динамічно та геометрично симетричні тверді тіла S_1 і S_2 пов'язані в точці O_2 пружним відновлювальним шарніром Гука. Тіло S_1 (підвіс) має нерухому точку O_1 в якій на нього діє відновлювальний сферичний шарнір, а тіло S_2 має осесиметричну порожнину повністю заповнену ідеальною нестисливою рідиною. Тверди тіла S_i $(i=1,2)$ знаходиться під дією сил тяжіння, дисипативного моменту $\boldsymbol{M}_i = \boldsymbol{D}_i\boldsymbol{\omega}_i$ ($\boldsymbol{D}_i = \mathrm{diag}\left(D_i, D_i, D_3\right)$ ($D_i > 0$), що моделює середовище з опором, а тіло S_2 також знаходиться під дією постійного моменту у інерціальній системі відліку $\boldsymbol{M}_p = P\boldsymbol{g}$ і під дією постійного моменту у неінерціальній системі відліку $\boldsymbol{M}_q = Q\boldsymbol{e}_3^2$. Ці постійні моменти підтримують рівномірне обертання тіл S_i. Тут $\boldsymbol{\omega}_i$ – кутова швидкість твердого тіла S_i, $\boldsymbol{g}$ – прискорення вільного падіння, $\boldsymbol{e}_3^i$ – орт, який спрямований вздовж осі симетрії тіла S_2. У незбуреному русі тверди тіла S_1 і S_2 та рідина обертаються навколо вертикалі з кутовою швидкістю $\omega = \left(P+Q\right)/D_3$.

На підставі робіт [1–2] характеристичне рівняння збуреного обертання двох пружно зв'язаних гіроскопів Лагранжа, один із котрих має рідину, запишеться так:

$$\begin{vmatrix} F_1 & \mu\lambda^2 - k_2 \\ \mu\lambda^2 - k_2 & F_2 \end{vmatrix} = 0 . \tag{1}$$

Тут $F_1 = A_1'\lambda^2 + \left(i\tilde{C}_1 + D_1\right)\lambda + \tilde{a}_1 g + k_1 + k_2$; $\tilde{C}_i = C_i\omega$; $F_2 = A_2'\lambda^2 + i\tilde{C}_2 + D_2 + \tilde{a}_2 g + k_2 - -(i\lambda - \omega)\lambda^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{E_n}{i\lambda - \tilde{\lambda}_n}$; $\tilde{\lambda}_n = \left(1-\lambda_n\right)\omega$; k_1 і k_2 – коефіцієнти пружності відповідно сферичного шарніру і шарніру Гука; $\mu = s\tilde{a}_2$; $A_1' = A_1 + s^2 m_2$; $A_2' = A_2$; $\tilde{a}_1 = m_1 c_1 + m_2 s$; $\tilde{a}_2 = m_2 c_2$; $s = O_1O_2$; $c_i = O_iC_i$; m_i і C_i – маса і центр мас тіла S_i.

З урахуванням основного тону коливання ідеальної рідини λ_1 ($n=1$) рівняння (1) отримає вигляд:

$$a_5\lambda^5 + \left(a_4 + ib_4\right)\lambda^4 + \ldots + \left(a_1 + ib_1\right)\lambda + a_0 + ib_0 = 0 .$$

На підставі критерія Льєнара–Шипара, записаного в іннорному вигляді, отримані умови асимптотичної стійкості у вигляді системи чотирьох нерівностей відповідно коефіцієнтів пружності шарнірів k_i $(i=1,2)$ і кутової швидкості ω ($x=\omega^2$):

$$I_{31}k_i + I_{30} > 0 ; I_{53}k_i^3 + I_{52}k_i^2 + I_{51}k_i + I_{50} > 0 ;$$

$$I_{75}k_i^5 + I_{74}k_i^4 + \ldots + I_{71}k_i + I_{70} > 0 ; I_{97}k_i^7 + I_{96}k_i^6 + \ldots + I_{91}k_i + I_{90} > 0 . \tag{2}$$

$$\hat{I}_{32}x + \hat{I}_{30} > 0 ; \hat{I}_{53}x^3 + \hat{I}_{52}x^2 + \hat{I}_{51}x + \hat{I}_{50} > 0 ; \tag{3}$$

$$\hat{I}_{75}x^5 + \hat{I}_{74}x^4 + \ldots + \hat{I}_{71}x + \hat{I}_{70} > 0 ; \hat{I}_{96}x^6 + \hat{I}_{95}x^5 + \ldots + \hat{I}_{91}x + \hat{I}_{90} > 0 .$$

Проведені аналітичні дослідження отриманих умов стійкості (2) – (3) від основних механічних параметрів системи, рідини, геометрії порожнини і постійних моментів. Оцінено вплив масових і інерційних характеристик підвісу на умови стійкості. Так, наприклад, у разі відсутності рідини ($E_n = 0$), постійного моменту у неінерціальній системі відліку ($Q = 0$), дисипації у підвісу ($D_1 = 0$), пружності у шарнірах ($k_1 = k_2 = 0$) та виродженні підвісу в безмасову і безінерційну струну ($A_1 = C_1 = 0$, $m_1 = 0$), умови стійкості (3) у безрозмірних змінних статті [3] мають вигляд:

$$I\xi^2 - \left[I + ma\left(a+b\right)\right] + mab > 0 \text{ і } I\xi < ma\left(a+b\right) . \tag{4}$$

В цьому випадку характеристичне рівняння (1) і перша нерівність в (4) збігаються з рівнянням та нерівністю роботи [3], але у цієї роботі відсутня друга нерівність.
Розглянуто різні випадки відсутності рідини, одного або другого постійних моментів, відсутності пружності у шарнірах та випадки відродження шарнірів в циліндричні. Показано, що для стиснутої еліпсоїдальної порожнини шляхом збільшення коефіцієнтів пружності завжди можливо домогтися стійкого обертання. Зроблено порівняння отриманих умов стійкості з умовами стійкості за відсутності дисипації.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: гіроскоп Лагранжа, ідеальна нестислива рідина, підвіс, сферичний шарнір та шарнір Гука, середовище з опором, постійні моменти, рівномірне обертання, асимптотична стійкість.

Дослідження виконані в рамках програмно-цільової та конкурсної тематики НАН України № 2-19-П (науково дослідна робота за темою ВБ-15-18-21/479) та Науково-дослідної роботи молодих учених НАН України 2023-2024 № 01/03-2023.

1. Кононов Ю.М., Святенко Я.І. Про стабілізацію обертання у середовищі з опором гіроскопа Лагранжа з ідеальною рідиною // Прикладна механіка. – 2023. – **59**, №2. – С. 88 – 99.
2. KononovYu.M., Sviatenko Ya.I. Stabilization of Unstable Spinning of a Lagrange Gyroscope in a Resisting Medium by Another Spinning Gyroscope // Int. Appl. Mech. – 2022. – **58**, №5. – P. 605 – 612.
3. Карапетян А.В., Лагутина И.С. Об устойчивости равномерных вращений волчка, подвешенного на струне, с учетом дисипативного и постоянного моментов // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 2000. – № 1. – С. 53 – 57.

Yu.M.Kononov, **Ya.I. Sviatenko**

ON THE STABILITY OF ROTATION ON A SUSPENSION OF A LAGRANGE GYROSCOPE WITH AN IDEAL FLUID IN A MEDIUM WITH RESISTANCE

Institute of Applied Mathematics and Mechanics of the National Academy of Sciences,
General BatyukStr., 19, 84116, Slovyansk, Ukraine

The problem of the stability of uniform rotations on the suspension of a Lagrangian gyroscope with an ideal fluid in a medium with resistance is considered. Taking into account the fundamental tone of vibrations of an ideal fluid, the conditions of asymptotic stability were obtained. Analytical studies of the effect of fluid, elasticity of hinges, mass and inertial characteristics of the suspension on stability conditions were carried out. The obtained conditions are compared with stability conditions in the absence of dissipation.

D. Leshchenko, T. Kozachenko

PERTURBED ROTATIONAL MOTIONS OF A NEARLY DYNAMICALLY SPHERICAL RIGID BODY WITH MOVABLE MASS

Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture, 4 Didrikhson St., 65029, Odessa, Ukraine, e-mail: kushpil.t.a@gmail.com

A satellite or a spacecraft in its motion about the center of mass is affected by the torques of forces of various physical nature. It is influenced, for example, by the torques due to the motion of some masses inside the body [2]. These motions have various causes: the presence in the body of rotating masses (rotors or gyroscopes) and the movements of the crew members in the crew vehicle.

The motion of a rigid body containing moving masses is also one of the important problems in classical mechanics. A large number of works are devoted to the study of rotation of a rigid body with a movable internal mass (see for example [2]).

In book [2] various cases are studied of the motion of a rigid body having internal degrees of freedom. We consider the motions of a body that contains linear elastic an dissipative elements. A number of problems on the motions of a rigid body containing elastic and dissipative elements are examined in [2, 3].

In [4], the motion about a center mass of a nearly dynamically spherical rigid body with a cavity filled with a viscous fluid and subjected to constant body-fixed torques was considered.

In a non-standard setting, motion about the center of mass of a nearly dynamically spherical rigid body which contains a viscoelastic element, is considered. This element is simulated by a moving mass, connected by a spring and damper to the point, situated on a principal axis of inertia. As a result of original asymptotic and numerical calculations, solutions are obtained that describe the evolution of body motion over an infinite time interval with an asymptotically small error.

KEY WORDS**:** Nearly dynamically spherical rigid body, movable mass, elastic and dissipative elements.

1. Akulenko L., Leshchenko D., Kushpil T., Timoshemko I. Problems of evolution of rotation of a rigid body under the action of perturbing moment// Multibody Syst. Dyn. – 2001. – **6,** №1. – P. 3–16.
2. Chernousko F. L., Akulenko L. D., Leshchenko D. D. Evolution of Motions of a Rigid Body About its Center of Mass. – Cham: Springer, 2017. – 241 p.
3. Leshchenko D. D., Sallam S. N. Some problems on the motion of a rigid body with internal degrees of freedom // Int. Appl. Mach. – 1992. – **28**, №8. – P. 524 – 528.
4. Leshchenko D., Ershkov S., Kozachenko T. Perturbed rotational motions of a nearly dynamically spherical rigid body with cavity containing a viscous fluid subject to constant body fixed torques// Int. J. Non-Linear Mech. – 2023 – 148. https:doc.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2022.104284.

С.В. Бабенко[1], А.А. Мартинюк[1], О.Е. Арлекінова[2]

МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ ДИНАМІЧНИМИ РІВНЯННЯМИ НА ЧАСОВІЙ ШКАЛІ

[1]Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ, вул. П.Нестерова, 3,
03057, Київ, Україна; e-mail: differenceeq@gmail.com
[2]Державне підприємство «Конструкторське бюро «Південне» імені М.К. Янгеля», Дніпро, Україна

Числення на часових шкалах є відносно новим напрямком математики, що бере свій початок з дисертаційної роботи Стефана Хільгера, опублікованої у 1988 році. Метою цієї роботи було об'єднати теорію різницевих рівнянь та теорію звичайних диференціальних рівнянь. Результатом стала побудова теорії часових шкал. Об'єктом її дослідження є функції, визначені на довільній непорожній замкненій підмножині множини дійсних чисел, яку названо часовою шкалою. Для таких функцій визначені поняття неперервності, диференційовності, похідної, інтеграла на шкалі та інші, що узагальнюють відповідні поняття класичного математичного аналізу. Зокрема, динамічне рівняння на часовій шкалі узагальнює звичайне диференціальне рівняння як і різницеве рівняння. Основи теорії викладені у монографіях [2], [3].

З початку створення числення на часових шкалах здійснювалися спроби знайти застосування для цієї теорії. Як результат, було запропоновано чимало математичних моделей, які базуються на застосуванні апарату динамічних рівнянь на часовій шкалі, і які описують економічні, біологічні, фізичні процеси (див., наприклад, [4], [2]). Однак, поки відсутні математичні моделі, які б адекватно описували рух механічних систем.

У даному розділі пропонується математична модель, яка описує рух вільної (на яку не накладені в'язі) механічної системи і представляється динамічними рівняннями на часовій шкалі. Модель базується на використанні апарату варіаційних інтеграторів (див., наприклад, [5]), що є чисельними методами інтегрування Гамільтонових систем. Далі викладені основні етапи побудови моделі.

Розглянемо механічну систему з функцією Лагранжа у вигляді $q_1 = \Theta(t)$, де $t \in R_+$ – матриця мас системи, $\Theta(t)$ – вектор узагальнених координат, $\dot{q}$ – вектор узагальнених швидкостей, $V(q)$ – потенціальна функція. Згідно принципу Гамільтона-Остроградського, із усіх можливих шляхів системи у конфігураційному просторі реалізується той, який відповідає мінімальному значенню дії, яка визначається у вигляді функціонала: $\int_{t_0}^{t} L\left(q(t),\dot{q}(t)\right)dt$. Припустимо, що T – це часова шкала, будь-який проміжок якої містить скінченну кількість точок, розсіяних справа (тобто, точок t, для яких $\sigma(t) > t$, де $\sigma(t)$ – це оператор скачка вперед), і представимо функціонал дії у вигляді суми:

$$\int_{t_0}^{T} L\left(q(t),\dot{q}(t)\right)dt = \sum_{i=0}^{N-1}\left(\int_{t_i}^{\sigma(t_i)} L\left(q(t),\dot{q}(t)\right)dt + \int_{\sigma(t_i)}^{t_{i+1}} L\left(q(t),\dot{q}(t)\right)dt\right)$$

де $t_0 < t_1 < \ldots < t_N = T$ – усі розсіяні справа точки шкали T, що належать проміжку $\left[t_0, T\right]$. Кожен з доданків $\int_{t_i}^{\sigma(t_i)} L\left(q(t),\dot{q}(t)\right)dt$ апроксимуємо як інтеграл за правилом прямокутника, тобто:

$$\int_{t_i}^{\sigma(t_i)} L\left(q(t),\dot{q}(t)\right)dt \approx \mu(t_i)\left[\left(\frac{q(\sigma(t_i)) - q(t_i)}{\mu(t_i)}\right)^T M\left(\frac{q(\sigma(t_i)) - q(t_i)}{\mu(t_i)}\right) - V\left(q(t_i)\right)\right] \tag{1}$$

де $\mu(t_i) = \sigma(t_i) - t_i$ - зернистість шкали в точці t_i. Тоді, використовуючи означення та властивості інтеграла Коші на шкалі, функціонал дії можна апроксимувати функціоналом на часовій шкалі:

$$\int_{t_0}^{T} L\left(q(t),\dot{q}(t)\right)dt \approx \int_{t_0}^{T} L\left(\tilde{q}(t),\tilde{q}^{\Delta}(t)\right)\Delta t \tag{2}$$

де $\tilde{q}(t)$ – звуження функції $q(t)$ на часову шкалу T, а $\tilde{q}^{\Delta}(t)$ – її дельта похідна по шкалі.

Таким чином, згадана вище математична модель руху даної механічної системи описується динамічними рівняннями на часовій шкалі, які отримуються як необхідні умови екстремуму функціонала

$\int_{t_0}^{T} L\left(\tilde{q}(t), \tilde{q}^{\Delta}(t)\right)\Delta t$. Згідно роботи [6] необхідні умови екстремуму функціонала на шкалі такого виду мають вигляд:

$$\left[\left.\frac{\partial L\left(\tilde{q}(t), v\right)}{\partial v}\right|_{v=\tilde{q}^{\Delta}(t)}\right]^{\Delta} = \left.\frac{\partial L\left(u, \tilde{q}^{\Delta}(t)\right)}{\partial u}\right|_{u=\tilde{q}(t)}. \quad (3)$$

У якості прикладу розглянемо математичний маятник з масою m і довжиною ланки l. Як відомо (див., наприклад, [1]), функція Лагранжа цієї механічної системи має вигляд:

$L(\varphi, \dot{\varphi}) = \frac{1}{2} m l^2 \dot{\varphi}^2 - mgl(1 - \cos\varphi)$, де φ – узагальнена координата, що позначає кут, який утворює ланка маятника з вертикаллю. Використовуючи рівняння (3), отримаємо рівняння, які моделюють рух математичного маятника на довільній часовій шкалі T:

$\tilde{\varphi}^{\Delta\Delta}(t) + \frac{g}{l}\sin\tilde{\varphi}(t) = 0$,

де $\tilde{\varphi}(t)$ - звуження функції $\varphi(t)$ на часову шкалу T.

Подальші дослідження полягають у тому, щоб використовуючи (3), вивести рівняння, які моделюють рух механічних систем змінної маси.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: механічна система, функція Лагранжа, варіаційний інтегратор, часова шкала.

1. Бугаєнко, Г. О. Курс теоретичної механіки. К.: Вища школа, 1968.
2. Bohner, Martin, and Allan Peterson. Dynamic equations on time scales: An introduction with applications. Springer Science & Business Media, 2001.
3. Bohner, Martin, and Allan C. Peterson, eds. Advances in dynamic equations on time scales. Springer Science & Business Media, 2002.
4. Guzowska, Małgorzata, Agnieszka B. Malinowska, and Moulay Rchid Sidi Ammi. "Calculus of variations on time scales: applications to economic models." Advances in Difference Equations 2015.1 (2015): 1-15.
5. Jerrold E Marsden and Matthew West. Discrete mechanics and variational integrators. Acta Numerica, 10:357–514, 2001.
6. Martin Bohner. Calculus of variations on time scales. Dynam. Systems Appl, 13(3-4):339–349, 2004.

S.V. Babenko[1], A.A. Martynyuk[1], O.E. Arlekinova[2]

MODELLING OF MECHANICAL SYSTEMS VIA DYNAMIC EQUATIONS ON TIME SCALE

[1] S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences, P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukrai
[2]Design office "Yuzhnoe", Dnipro, Ukraine

In the paper a new approach to the modeling of mechanical systems is proposed. It is based on the use of variational integrators and time scales calculus. The new model can be used to simulate the motion of mechanical systems with variable mass.

І.М. Хотенко, О.О. Хотенко

ПРО ОСОБЛИВОСТІ ГЕНЕРАЦІЇ ПАРНИХ ГАРМОНІК ГІПЕРПРУЖНОЮ ПЛОСКОЮ ПОЗДОВЖНЬОЮ ХВИЛЕЮ

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ, вул. П.Нестерова, 3,
03057, Київ, Україна; e-mail: i.khotenko@gmail.com

Розглянуто задачу про поширення плоскої поздовжньої гармонічної хвилі в гіперпружному матеріалі. Деформування матеріалу відбувається квадратично нелінійно, згідно з класичною моделлю Мернагана. Хвильове рівняння записується у вигляді:

$$\rho\ddot{u} - (\lambda + 2\mu)u'' = Nu''u', \tag{1}$$

де $u(x,t)$ - поздовжнє переміщення, x - пройдена хвилею відстань, t - час поширення хвилі, ρ - постійна густина, $N = 3(\lambda + 2\mu) + 2(A + 3B + C)$, λ, μ - сталі Ляме (пружні сталі другого порядку), A, B, C - сталі Мернагана (пружні сталі третього порядку),

Застосовано метод Ван дер Поля (метод амплітуд, що повільно змінюються). Отримано перші три наближення:

$$u^{(0)}(x,t) = u_0 \cos(kx - \omega t), \tag{2}$$

$$u(x,t) = u^{(0)}(x,t) + u^{(1)}(x,t) = u_0 \cos(kx - \omega t) + u_0 Mx \cos 2(kx - \omega t), \tag{3}$$

$$u(x,t) = u^{(0)}(x,t) + u^{(1)}(x,t) + u^{(3)}(x,t) = u_0 \cos(kx - \omega t) + u_0 Mx \cos 2(kx - \omega t) +$$
$$+ u_0 M^3 x^3 \left[-\frac{8}{3} + \frac{5}{2kx} \sin 4(kx - \omega t) + \left(\frac{4}{3} - \frac{11}{8k^2 x^2} \right) \cos 4(kx - \omega t) \right]. \tag{4}$$

Зі зростанням пройденої хвилею відстані або часу поширення хвилі, перша гармоніка складається з другою та четвертою гармоніками і створює слабомодульовану хвилю. З часом вплив другої гармоніки зростає і вона стає домінуючою. Однак, з подальшим зростанням часу може зростати вплив четвертої гармоніки і домінуючою може стати вона.

Виявлена можливість домінування четвертої гармоніки при врахуванні другого наближення може означати таку ж можливість домінування восьмої гармоніки в третьому наближенні і шістнадцятої гармоніки в четвертому наближенні і т.д. Визначальними в формуванні загальної хвильової картини будуть різні наближення в залежності від пройденого хвилею шляху (короткий шлях – домінує друга гармоніка, більш довгий шлях – домінує четверта гармоніка, ще довший шлях – домінує восьма гармоніка і т.д.).

Проаналізовано вклади кожного наближення на загальну хвильову картину. Врахування третього наближення вносить корегування в прогноз еволюції початкового профілю хвилі: спочатку формується тенденція до утворення другої гармоніки, але надалі вона трансформується в тенденцію до утворення четвертої гармоніки.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: плоска поздовжня гармонічна хвиля, квадратично нелінійне хвильове рівняння, метод збурень, генерація парних гармонік.

1. *Рущицький Я.Я., Цурпал С.І.* Хвилі в матеріалах з мікроструктурою. – К.: Ін-т.механіки ім.С.П. Тимошенка НАН України, 1998. – 377 с.
2. *Рущицкий Я.Я., Синчило С.В., Хотенко И.Н.* О генерации второй, четвертой, восьмой и последующих гармоник квадратично нелинейной гиперупругой плоской продольной волной // Прикладная механика. – 2010. – **46**, N 6. - с.43-55.
3. *Klymenko O. V., Kononenko V. I., Moroz V. V.* Generation of harmonics in quadratically nonlinear hyperelastic media with a combination of effects.// Journal of the Mechanics of Physics and Solids. – 2023. –156, 104717.

I.M. K h o t e n k o, O.O. K h o t e n k o

ON THE FEATURES OF GENERATION OF EVEN HARMONICS BY A HYPERELASTIC PLANE LONGITUDINAL WAVE

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences, P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine; e-mail: i.khotenko@gmail.com

The perturbation method (the small parameter method) is applied. Three first approximations are obtained for the problem on propagation of a plane longitudinal harmonic wave in a hyperelastic material. Deformation of material is occurring quadratically nonlinear according to the classical Murnaghan model. The next approximations are commented. The contribution of each approximation is analyzed. It is shown that taking into account the third approximation introduces some corrections into forecasting the evolution of wave initial profile. A dominance of harmonic will depend on the passed by the wave distance.

KEY WORDS: plane longitudinal harmonic wave, quadratically nonlinear wave equation, perturbation method, the second, fourth, eighth and next harmonics generation.

А.С.Хорошун

РОЗВИТОК ЧИСЕЛЬНО-АНАЛІТИЧНОГО ПІДХОДУ ДЛЯ АНАЛІЗУ МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ ТИПУ ОДНОЛАНКОВИЙ МАНІПУЛЯТОР ІЗ НЕЛІНІЙНИМ ПРУЖНИМ ЗЧЛЕНУВАННЯМ

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ, вул. Нестерова, 3,
03057, Київ, Україна; e-mail: khoroshunanatoliy@gmail.com

Широко відомо, що однією з причин виникнення вібрацій у маніпуляторах промислових роботів є пружність зчленувань між керуючим приводом і керованою ланкою. Це може бути викликано деформацією елементів трансмісії, наприклад, під час швидкого їх руху чи під час великих на них навантажень. Зазвичай, такі малі збурення ігноруються при моделюванні механічних систем, проте цілий ряд експериментів довели, що це може призводити до некоректності моделей, в тому числі до значних порушень у бажаних режимах їх функціонування, див. [1]. Адекватними моделями, які враховують вищезазначені зауваження, є механічні моделі, де пружність трансміссії моделюється торсіонними пружинами у кожному із зчленувань, див. [2], [3]. Сила, що виникає внаслідок деформації пружини, зазвичай вважається лінійно залежною від зміщення. Однак, слід зауважити, що більшої адекватності математична модель набуває, якщо враховувати нелінійний характер згадуваної сили, що стає критичним, коли розглядаються великі навантаження чи інші пограничні режими функціонування механічної системи. Виходячи зі слабкої вивченості нелінійної моделі одноланкового маніпулятора із пружним зчленуванням, побудова керування, яке забезпечує бажану динаміку моделі, аналіз її якісних властивостей та розвиток підходів для такого аналізу становлять значний інтерес і забезпечують новизну.

В роботі отримано закон обертання електродвигуна, який забезпечує глобальну стабілізацію траєкторії маніпулятора в деякому околі заданої траєкторії. Ця траєкторія задається співвідношенням $q_1 = \Theta(t)$, $t \in R_+$ і задовольняє наступним умовам: функція $\Theta(t)$ достатньо гладка і має обмежені похідні по часу до п'ятого порядку включно. Пружність зчленування моделюється торсіонною пружиною, сила пружності якої вважається нелінійно залежною від зміщення. Цей факт унеможливлює застосування стандартних підходів якісного дослідження подібних моделей і значно ускладнює задачу побудови керування. Також складності додає те, що деякі числові коефіцієнти системи диференціальних рівнянь, шо описує поведінку моделі, можуть бути задані неточно і певним чином залежати від числового параметра, область зміни якого наперед невідома. Застосування методу Dynamic Surface Control (DSC), див. [4], дозволяє отримати бажане керування. Запропоновано розвиток цього методу, який полягає у специфічному виборі параметрів керування і констант фільтрів. Це дозволяє уникнути зростання порядку допоміжної системи, а також явища значного ускладнення вигляду як допоміжної системи диференціальних рівнянь, так і закону керування, т. зв. "explosion of complexity". Вказані ефекти виникають внаслідок того, що потрібно деференціювати по часу в силу системи (можливо декілька раз) певну, часто нелінійну, функцію. В даному випадку ця функція входить в закон керування без диференціювання. Це, в свою чергу, спрощує доведення того факту, що отримане керування вирішує поставлену задачу керування, методом функцій Ляпунова. Оскільки відсутні регулярні методи побудови функцій для більшості нелінійних систем диференціальних рівнянь, то побудова в явному вигляді бажаної функції Ляпунова для такої системи являє собою складну задачу. Зниження порядку системи диференціальних рівнянь та спрощення її вигляду дозволили в даному випадку отримати в явному вигляді відповідну допоміжну функцію.

Таким чином:

1) Розвинуто метод DSC побудови керування шляхом специфічного вибору параметрів і констант фільтрів, що дозволяє уникнути зростання порядку допоміжної системи, а також явища значного ускладнення вигляду як допоміжної системи диференціальних рівнянь, так і закону керування, т. зв. "explosion of complexity";

2) Побудовано закон обертання електродвигуна, який забезпечує глобальну стабілізацію траєкторії маніпулятора в деякому околі заданої траєкторії, враховуючи нелінійну залежність сили пружності трансмісії від зміщення та наявність неточностей в параметрах моделі;

3) Побудовано в явному вигляді функцію Ляпунова, яка дозволяє довести бажані якісні характеристики моделі, що досліджується, при запропонованому керуванні;

4) Доведена робастність керування та визначена область робастності у просторі параметрів системи;

5)Розвинуто чисельно-аналітичний підхід для аналізу механічних систем, що можуть бути віднесені до класу одноланковий маніпулятор із пружним зчленуванням.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: одноланковий маніпулятор, нелінійне пружне зчленування, метод функцій Ляпунова, глобальна стабілізація траекторії, робастність керування.

Частина роботи виконана завдяки іменній стипендії Верховної Ради України для молодих учених докторів наук за 2023 рік.

1) Good M.C., Sweet L.M., Strobel K.L. Dynamic models for control system design of integrated robot and drive systems // Journal of Dynamic Systems Measurement and Control-transactions of The Asme. – 1985. – 107. – P. 53-59.
2) Spong M. W. Control of Flexible Joint Robots: A Survey // Coordinated Science Laboratory Report no. UILU-ENG-90-2203. – University of Illinois, 1990.
3) Tomei P. A simple PD controller for robots with elastic joints // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1991. – **36**,№10. – P. 1208-1213.
4) Swaroop D., Hedrick J.K., Yip P.P., Gerdes J.C. Dynamic surface control for a class of nonlinear systems // IEEE Trans. Autom. Control. – 2000. –**45**,№11. – P. 1893-1899.

A.S. Khoroshun

THE DEVELOPMENT OF A NUMERICAL AND ANALYTICAL APPROACH FOR THE ANALYSIS OF MECHANICAL SYSTEMS LIKE SINGLE-LINK MANIPULATOR WITH NONLINEAR ELASTIC JOINT

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences, P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine; e-mail: khoroshunanatoliy@gmail.com

A mechanical system like the single-link manipulator with nonlinear elastic joint is considered. The law of rotation of the electric motor, which ensures the global stabilization of the trajectory of the manipulator in some vicinity of the given trajectory is built. It was took into account the nonlinearity of the elastic force of the transmission and the presence of the uncertainties in the model parameters.

ЧАСТИНА В

Секція 7: Механіка конструкцій машинобудування та геотехнічна механіка

ЗМІСТ

1. А.Ф.Булат, О.П.Круковський, В.В.Круковська **ДЕФОРМУВАННЯ ГАЗОНОСНИХ ГІРСЬКИХ ПОРІД І ФІЛЬТРАЦІЯ ГАЗУ ПРИ ПРОВЕДЕННІ ГІРНИЧИХ ВИРОБОК**	192
2. О.П. Круковський, С.А. Курносов, Л.А. Новіков, С.Ю. Макеєв, Ю.М. Пилипенко, М.О. Ващук **ПЕРЕДУМОВИ ДО РОЗРАХУНКУ ПАРАМЕТРІВ ЗАХИСТУ ПІДЗЕМНИХ СПОРУД ПОДВІЙНОГО ПРИЗНАЧЕННЯ**	194
3. Т.І. Жигула, Т.Ф. Міщенко **МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ ПАРАМЕТРІВ ТРУБЧАСТОГО КОНВЕЄРА, ЩО ПРАЦЮЄ НА ГІРНИЧИХ ПІДПРИЄМСТВАХ, З УРАХУВАННЯМ РИЗИКІВ**	196
4. В.В. Говоруха, А.В. Говоруха **ПЕРСПЕКТИВИ ПІДВИЩЕННЯ РЕСУРСУ РОБОТИ ВИСОКОНАВАНТАЖЕНИХ РЕДУКТОРІВ ЕЛЕКТРОПРИВОДІВ СТРІЧКОВИХ КОНВЕЄРІВ ГІРНИЧИХ ПІДПРИЄМСТВ**	198
5. В.В. Говоруха, А.В. Говоруха **ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ МОДИФІКАТОРІВ ТЕРТЯ НА ПОКАЗНИКИ НАВАНТАЖЕННЯ, ЗНОСУ ТА РЕСУРСУ ТЕХНІЧНИХ ЗАСОБІВ РЕЙКОВОГО ТРАНСПОРТУ**	200
6. Г.І. Ларіонов, Ю.В. Земляна **ПРО ОДИН МЕТОД ВИБОРУ ПАРАМЕТРІВ СИСТЕМИ АНКЕРНОГО КРІПЛЕННЯ**	202
7. Р.В. Кірія, А.М. Смірнов, Б.І. Мостовий **РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ВИБОРУ ПАРАМЕТРІВ СТАВУ ТРУБЧАСТИХ СТРІЧКОВИХ КОНВЕЄРІВ, ЩО ПРАЦЮЮТЬ НА ГІРНИЧИХ ПІДПРИЄМСТВАХ**	204
8. Є.С.Лапшин, О.І. Шевченко **УЗАГАЛЬНЕННЯ ЧИСЕЛЬНОГО ВИЗНАЧЕННЯ ВЛАСНОЇ ЧАСТОТИ ГАСИТЕЛЯ КОЛИВАНЬ ІЗ ЦИЛІНДРИЧНИМ ТІЛОМ КОЧЕННЯ**	206
9. К.В.Бабій, Л.А.Новіков, К.С.Іщенко **ДОСЛІДЖЕННЯ ХАРАКТЕРУ РУЙНУВАННЯ МІЦНИХ ГІРСЬКИХ ПОРІД ЕМУЛЬСІЙНИМИ ВИБУХОВИМИ РЕЧОВИНАМИ НА КАР'ЄРАХ ТА ВПЛИВ ЇХ НА ЕКОЛОГІЧНИЙ СТАН НАВКОЛИШНЬОГО ПРИРОДНЬОГО СЕРЕДОВИЩА**	208
10. С.Р. Ільїн, Л.Г. Адорська **ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ АРМУВАННЯ ШАХТНИХ СТОВБУРІВ ДЛЯ ЗНИЖЕННЯ РІВНЯ ВИРОБНИЧИХ РИЗИКІВ**	210
11. Є.В.Семененко, Т.Д.Тепла, В.Г.Скосирев **ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ПРИСТРОЇВ ДЛЯ УТРИМАННЯ ВИЩИХ ВОДНИХ РОСЛИН ДЛЯ ОЧИЩЕННЯ РІДИНИ В СТАВКАХ–ОСВІТЛЮВАЧАХ**	212
12.О.О.Медведєва, З.С.Гальченко, С.О.Рижова, Я.С.Медведєв **МОДЕЛЮВАННЯ КОЛИВАНЬ ОПОРИ ВІТРОЕНЕРГЕТИЧНОЇ УСТАНОВКИ, ЩО ВСТАНОВЛЕНА НА БОРТУ ОТВАЛУ**	214

13. Є.В.Семененко, О.О.Медведєва, М.М.Беляєв, Л.В.Якубенко **ПОДАЛАННЯ ОБМЕЖЕНЬ ВИСОТИ ДАМБ ОБВАЛУВАННЯ ШТУЧНИХ СХОВИШЬ ВІДХОДІВ ЗБАГАЧЕННЯ МІНЕРАЛЬНОЇ СИРОВИНИ З БОКУ МІЦНОСТІ ТРУБОПРОВОДІВ ЗВОРОТНЬОГО ВОДОПОСТАЧАННЯ**	216
14.С.А.Курносов, М.М.Стаднічук, С.Г.Роман **ОСОБЛИВОСТІ НАВАНТАЖЕННЯ БЕТОНИХ СМУГ ОХОРОННОГО ЗАСОБУ ПРИ РІЗНИХ ТИПАХ ОБВАЛЮВАННЯ ПОКРІВЛІ ПЛАСТА**	218
15. О.В.Говоруха, К.В.Бабій, О.В.Халимендик **РЕЗУЛЬТАТИ МОНІТОРИНГУ ГЕОМЕХАНІЧНОЇ СТІЙКОСТІ ГІДРОТЕХНІЧНИХ СПОРУД ХВОСТОСХОВИЩА «КРИВІ ЛУКИ»**	220
16. В.В. Зберовський, Р. А. Агаєв, В.В. Власенко, А.В. Пазиніч **ДОСЛІДЖЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ГІДРОДИНАМІЧНОЇ ДІЇ ТА СТАНУ ВУГЛЕПОРОДНОГО МАСИВУ**	222
17. Р.К. Стасевич, Р.О. Савоченко, Д.О. Елатонцев, К.Є. Дудля **ОПТИМІЗАЦІЯ АВТОМАТИЗОВАНОЇ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ ПРОЦЕСУ ПОДРІБНЕННЯ МІНЕРАЛЬНОЇ СИРОВИНИ**	224
18. В.В. Зберовський, Г.І. Ларіонов, В.В. Власенко, Р. А. Агаєв **ДО ОБГРУНТУВАННЯ ВИБОРУ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ САМОРУЙНУВАННЯ ВУГІЛЛЯ В СИСТЕМІ ШАР РІДИНИ-ВУГІЛЛЯ ЗА ГІДРОДИНАМІЧНОЇ ДІЇ**	226
19. К.О. Змієвська1, А.С. Змієвський2 **ЕФЕКТИВНІ МЕТОДИКИ ПОШУКУ ТА ОБЛАДНАННЯ ДЛЯ ОСВОЄННЯ ПІДЗЕМНИХ ВОДНИХ РЕСУРСІВ**	228

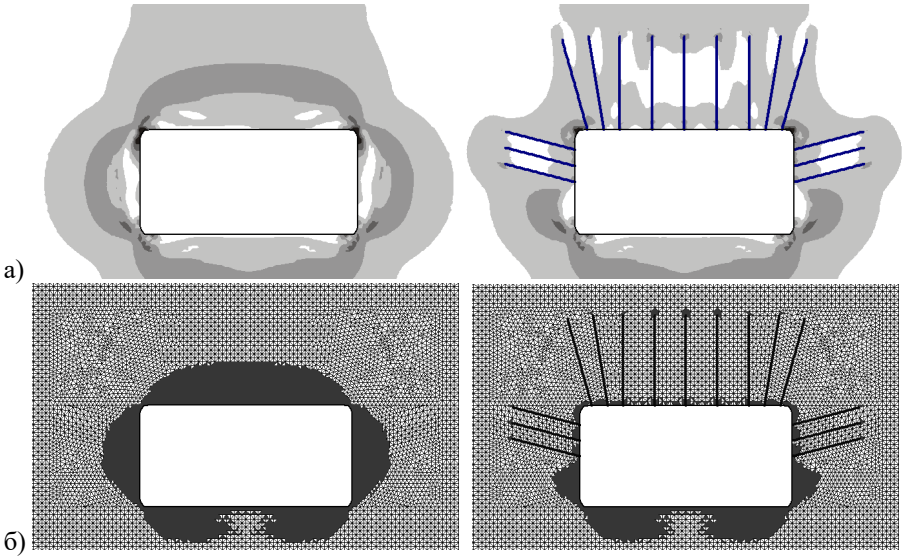
А.Ф. Булат, О.П. Круковський, В.В. Круковська

ДЕФОРМУВАННЯ ГАЗОНОСНИХ ГІРСЬКИХ ПОРІД І ФІЛЬТРАЦІЯ ГАЗУ ПРИ ПРОВЕДЕННІ ГІРНИЧИХ ВИРОБОК

Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАН України,
вул. Сімферопольська, 2а, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: igtm@ukr.net

Гірничі роботи у вугільних шахтах ініціюють процеси деформування порід та фільтрації метану, що міститься в тріщинно-поровому просторі вугілля та газоносних пісковиків. Значний приплив метану до гірничих виробок перешкоджає ефективному вуглевидобутку і стає загрозою безпеці шахтарів [1-3]. Тому метою роботи є дослідження зв'язаних процесів деформування газоносних гірських порід і фільтрації газу при проведенні гірничих виробок з рамним і анкерним кріпленням [4]. Задачу розв'язано за допомогою метода скінчених елементів в пружно-пластичній постановці, із застосуванням критерію Кулона-Мора. При моделюванні ураховувалась зміна проникності порід в залежності від їх напруженого стану.

В результаті виконання розрахунків було отримано зони непружних деформацій, поля напружень, деформацій, проникності порід і тиску метану в досліджуваній області вуглепородного масиву в різні моменти часу t. На рис. 1 наведені результати розрахунку параметру $Q^* = (\square_1 - \square_3)/\square H$, що характеризує різнокомпонентність поля напружень [5], і зони непружних деформацій для виробок з рамним (ліворуч) і анкерним (праворуч) кріпленням через 3 доби після віддалення вибою.



а)

б)

Рис. 1

Білий колір відповідає значенням параметру $Q^* < 0{,}4$; світло-сірий – $0{,}4 < Q^* < 0{,}8$; сірий – $0{,}8 < Q^* < 1{,}2$; темно-сірий – $1{,}2 < Q^* < 1{,}6$; чорний – $Q^* > 1{,}6$.

В боках і покрівлі виробки з анкерним кріпленням відсутня область підвищеної різнокомпонентності поля напружень, де $0{,}8 < Q^* < 1{,}2$ (рис. 1а, праворуч), зона непружних деформацій значно менше (рис. 1б, праворуч), ніж навколо виробки з рамним кріпленням (рис. 1б, ліворуч). Приконтурні породи збережено в стані, наближеному до усебічного стиснення. Отже, анкерне кріплення запобігає руйнуванню гірських порід і забезпечує стійкість виробки.

В залежності від напружень [6] обчислювалось поле коефіцієнтів проникності вуглепородного масиву. Навколо виробки з рамним кріпленням утворюється область фільтрації, усередині якої метан може переміщатися у напрямку від джерел його виділення в простір виробки. За допомогою анкерів формується газонепроникна зона і фільтрація флюїдів із джерел, розташованих у покрівлі, до виробки через таку перемичку практично неможлива або значно утруднена.

На рис. 2 показано ізобари відносного тиску метану p/p_0 (p_0 – пластовий тиск метану) в порушених породах навколо виробок з рамним та анкерним кріпленням в момент часу $t = 15$ діб. Світло-сірим кольором показано джерела виділення метану – вугільний пласт в боках виробки і пісковик в покрівлі. Лінії 1 відповідають тиску газу $p/p_0 = 0{,}2$; лінії 2 – $p/p_0 = 0{,}4$; лінії 3 – $p/p_0 = 0{,}6$; лінії 4 – $p/p_0 = 0{,}98$.

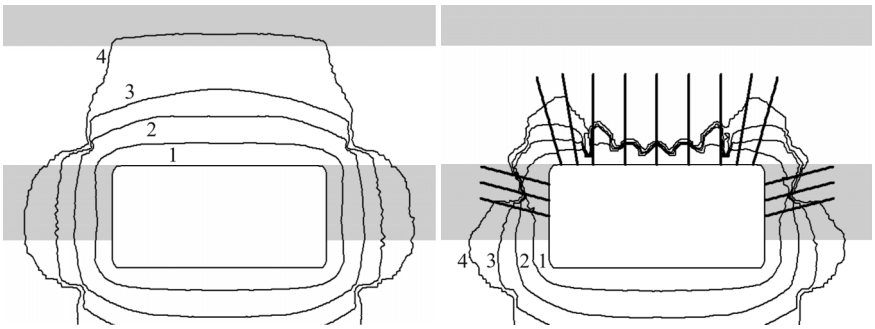


Рис. 2

В результаті утворення непроникної породно-анкерної зони в покрівлі виробки область зниженого тиску не торкається газоносного пісковика (рис. 2, праворуч), метан з цього джерела газовиділення не потрапляє у виробку з анкерним кріпленням. Завдяки анкерам також зменшується обсяг дегазованої частини вугільного пласта.

Таким чином, кріплення гірничої виробки може впливати на фільтрацію газу, що відбувається в зоні її впливу. Тому анкерне кріплення може бути використане не тільки для збереження стійкого стану гірничих виробок, а і в якості технологічного засобу зниження виділення метану в шахтну атмосферу.

1. *Wang C., Yang S., Li X.* Simulation of the hazard arising from the coupling of gas explosions and spontaneously combustible coal due to the gas drainage of a gob // Process Safety and Environmental Protection. – 2018. – N 118. – P. 296 – 306.

2. *Krukovskyi O., Krukovska V., Zhang W.* Outburst cavity formation in the working face driven along the outburst-prone coal seam // Essays of Mining Science and Practice: II International Conference. – E3S Web of Conferences, 2020. – N 168. – 00052.

3. *Krukovska V.V., Kocherga V.M.* Influence of the method of gate road protection on the operating efficiency of methane drainage boreholes // Essays of Mining Science and Practice: III International Conference. – IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, 2022. – N 970. – 012045.

4. *Булат А.Ф., Виноградов В.В.* Опорно-анкерное крепление горных выработок угольных шахт. – Днепропетровск: ИГТМ НАН Украины, 2002. – 372 с.

5. *Krukovskyi O., Krukovska V.* Numerical simulation of the stress state of the layered gas-bearing rocks in the bottom of mine working // Essays of Mining Science and Practice: II International Conference. – E3S Web of Conferences, 2019. – N 109. – 00043.

6. *Krukovska V.V., Krukovskyi O.P., Kocherga V.M., Kostrytsia A.O.* Solving coupled problems of geomechanics and gas filtration for mining safety ensuring // Geo-Technical Mechanics. – 2022. – N 160. – P. 106 – 122.

A. F. Bulat, O.P.Krukovskyi, V.V.Krukovska

DEFORMATION OF GAS-BEARING ROCKS AND GAS FILTRATION DURING MINING

M.S. Poliakov Institute of Geotechnical Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Simferopolska Str., 2a, 49005, Dnipro, Ukraine; e-mail: igtm@ukr.net

Abstract. Numerical simulation was performed for the coupled processes of deformation of coal-rock mass with a mine working and gas filtration in the disturbed area. The cases were considered when the mine workings are supported with frames or rock bolts. It is shown that the roof bolting can be used not only to preserve the mine workings stability, but also as a technological means of reducing gas emissions into the mine atmosphere.

Key words: coupled processes, rock deformation, rock permeability, gas filtration, mine working, roof bolting, numerical simulation.

О.П. Круковський[1], С.А. Курносов[1], Л.А. Новіков[1], С.Ю. Макеєв[1], Ю.М. Пилипенко[1], М.О. Ващук[2]

ПЕРЕДУМОВИ ДО РОЗРАХУНКУ ПАРАМЕТРІВ ЗАХИСТУ ПІДЗЕМНИХ СПОРУД ПОДВІЙНОГО ПРИЗНАЧЕННЯ

[1]Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАН України, вул. Сімферопольська, 2-а, 49000, Дніпро, Україна; e-mail: lnov710@gmail.com
[2] ТОВ «МЦ Баухемі», вул. Маяковського, 38, 07541, м. Березань, Київська обл., Україна

Підземні споруди подвійного призначення повинні бути захищені від руйнування під дією вибухів на земній поверхні. У разі будування таких споруд важливим питанням є визначення необхідної глибини їх розташування, а також використання пружних сейсмічних ізоляторів, які знижують негативний вплив пружних коливань ґрунту при вибухах. В зв'язку з цим, актуальним питанням є визначення динамічних напружень та деформацій шару ґрунту, що примикає до поверхні споруди. Це дозволяє здійснювати вибір фізико-механічних параметрів матеріалу захисного шару на покрівлі споруди та визначати його раціональну товщину і пружність в залежності від величини динамічних навантажень.

Стійкість підземної споруди обумовлюється гірничо-геологічними умовами, а саме глибиною її розташування та властивостями прилеглих порід. Тому важливим завданням є визначення величини відносної деформації прилеглого до підземної споруди ґрунту в залежності від глибини її розтушування та маси заряду вибухової речовини.

Метою роботи є дослідження закономірностей впливу динамічних напружень на підземні споруди подвійного призначення при вибухах на земній поверхні для розробки технічних рішень їх кріплення.

Інтенсивність впливу сейсмічних коливань на споруди характеризується швидкістю переміщення частинок породи, частотою їх коливань та тривалістю впливу. Дослідженню поширення сейсмічних хвиль, а також їх впливу на споруди з різним призначенням присвячені роботи [1-6] та інші.

Підземна споруда подвійного призначення розташована на глибині H. На неї впливає сейсмічна хвиля, яка поширюється через ґрунт у результаті детонації заряду вибухової речовини. Джерело вибуху розташовано на земній поверхні.

Динамічне стискаюче напруження при хвильовій деформації ґрунту з урахуванням [3] визначається за формулою

$$\sigma_{y,} = 0,7\left(\frac{H}{\sqrt{M}}\right)^{-1,6}\sqrt{\rho_r E}\text{, Па}, \tag{1}$$

де H – відстань від земної поверхні до контуру підземної споруди, м; M – маса заряду вибухової речовини у тротиловому еквіваленті, кг, ρ_r – щільність ґрунту, кг/м^3, E – модуль пружності ґрунту, Па.

Відносна деформація стискання ґрунту поблизу контуру підземної споруди в долях одиниць (д.о.) з урахуванням [6] визначається за формулою

$$\left|\varepsilon_y\right| = 0,7\left(\frac{H}{\sqrt{M}}\right)^{-1,6}\sqrt{\rho_r E}\left(\frac{1-\mu^2}{E}\right), \tag{2}$$

де μ – коефіцієнт Пуассона.

На рис. 1 наведено залежності напружено-деформованого стану у шарі граніту поблизу контуру підземної споруди від глибини її розтушування і маси заряду вибухової речовини

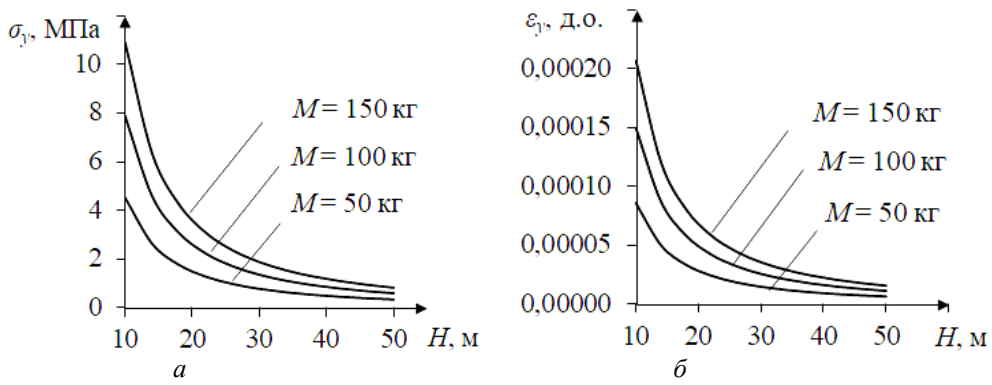


Рис. 1. Зміна максимальної величини стискаючого динамічного напруження (а) та відносної деформації (б) у шарі граніту поблизу контуру підземної споруди від глибини її розташування і маси заряду вибухової речовини

Аналіз рис. 1 показує, що зі збільшенням глибини розтушування підземної споруди стискаюче динамічне напруження (рис. 1, *а*) та відносна деформація (рис. 1, *б*) на контурі споруди знижуються за гіперболічними залежностями і підвищуються при зростанні маси заряду. При збільшенні глибини розташування споруди від 10 до 50 м стискаюче динамічне напруження та відносна деформація у шарі граніту зменшуються в 13 разів, а при зростанні маси заряду від 50 до 150 кг – збільшуються в 2,4 рази.

Наукове значення роботи полягає у встановленні закономірностей зміни стискаючого динамічного напруження та відносної деформації ґрунту поблизу контуру підземної споруди в залежності від відстані до джерела вибуху, маси вибухової речовини і фізико-механічних властивостей ґрунту з врахуванням швидкості коливань його частинок.

Практичне значення роботи полягає у визначенні вихідних даних для подальшого розрахунку параметрів захисного шару підземних споруд подвійного призначення від дії вибухового навантаження.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: ґрунт; підземна споруда; вибухова речовина; сейсмічна хвиля; нормальне напруження; деформація стиснення.

1. *Choi S., Wang J., Mufakh G., Dwyre E.* 3D nonlinear blast model analysis for underground structures // GeoCongress 2006: Geotechnical Engineering in the Information Technology Age, American Society of Civil Engineers, USA. (Atlanta, 26 February – 1 March 2006). Atlanta, 2006. – P. 1 – 6.
2. *Liu H.* Dynamic analysis of subway structures under blast loading // Geotechnical and Geological Engineer. – 2009. – **27**. – P. 699 – 711.
3. *Mutke G.* Charakterystyka drgań wywołanych wstrząsami górniczymi w odległościach bliskich źródła sejsmicznego w aspekcie oceny zagrożenia tąpnięciem // Prace Naukowe Głównego Instytutu Górnictwa. – 2007. – N 872. – 145 p.
4. *Ziaran S., Musil S., Cekan M., Chlebo O.* Analysis of seismic waves generated by blasting operations and their response on buildings // International Journal of Environmental, Chemical, Ecological, Geological and Geophysical Engineering. – 2013. – **7**, N 11. – P. 769 – 774.
5. *Zaid M., Sadique, M. R.* Numerical modelling of internal blast loading on a rock tunnel // Advances in Computational Design. – 2020. – **5**, Issue 4. – P. 417 – 443.
6. *Mandal J., Goel M. D.* Effect of Geo-Material on Dynamic Response of Tunnel Subjected to Surface Explosion // Geotechnics. – 2022. – **2**, Issue 3. – P. 635 – 648.

O.P. Krukovsky[1], S.A. Kurnosov[1], L.A. Novikov[1], S.Yu. Makeiev[1], J.N. Pilipenko[1], M.O. Vashchuk[2]

PREREQUISITES FOR THE CALCULATION OF PROTECTION PARAMETERS FOR DUAL-PURPOSE UNDERGROUND STRUCTURES

[1] Institute of Geotechnical Mechanics named by N. Poliakov of National Academy of Sciences of Ukraine, Simferopolska Str., 2a, 49000, Dnipro, Ukraine; e-mail: lnov710@gmail.com
[2] TOV "MC Bauchemi", Mayakovsky Str., 38, 07541, Berezan, Kiev region, Ukraine; e-mail: mykhailo.vashchuk@mc-bauchemie.ua

The effect of a seismic wave during detonation of an explosive charge on the earth surface on a granite layer near the contour of a dual-purpose underground structure is considered. Formulas for determining compressive dynamic stresses and deformations of the layer as a result of seismic impact are obtained. Graphical dependences of compressive stresses and deformations near the contour of the underground structure on the depth of its embedment and mass of the charge are presented.

Т.І. Жигула, Т.Ф. Міщенко

МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ ПАРАМЕТРІВ ТРУБЧАСТОГО КОНВЕЄРА, ЩО ПРАЦЮЄ НА ГІРНИЧИХ ПІДПРИЄМСТВАХ, З УРАХУВАННЯМ РИЗИКІВ

Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАНУ, вул. Сімферопольська, 2А, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: office.igtm@nas.gov.ua

Трубчасті стрічкові конвеєри (ТСК) компактні та герметичні, їх використання може бути перспективним рішенням при створенні систем транспортування сипучих вантажів, особливо екологічно небезпечних, по складним криволінійним трасам.

При роботі ТСК виникає ризик закручування трубчастої стрічки вантажоносної вітки, що може призвести до відмов конвеєра. При значних кутах закручування насипний вантаж може вплинути на місце з'єднання бортів стрічки, викликавши їх розходження та просип вантажу. Ці явища можуть виникнути, якщо кут закручування стрічки θ буде більшим, ніж допустимий кут [θ]. Значення допустимого кута встановлюють експериментально.

Для вивчення ризику виникнення кута закручування трубчастої стрічки більше допустимого раніше було розроблено і досліджено модель кручення стрічки ТСК [1].

Розглянуто кручення трубчастої стрічки на прямолінійній ділянці траси під дією моменту, раптово прикладеного до кінця стрічки. Тоді, згідно з [1], максимальний кут закручування θ_{max} визначається за формулою

$$\theta_{max} = \frac{Ml}{GI_p},$$

де l – довжина прямолінійної ділянки стрічки, м; G – модуль зсуву, Н/м^2; I_p – екваторіальний момент поперечного перерізу, м^4; M – момент, прикладений до кінця стрічки, Н·м.

Визначення ймовірності розходження бортів трубчастої стрічки при одноразовому прикладеному моменті вирішується на основі зіставлення двох величин, а саме, кута повороту перетину θ, що виникає при прикладанні моменту M до кінця стрічки, і допустимого кута [θ], отриманого експериментально.

Обидва значення кутів розглядаються як випадкові функції. Розходження бортів характеризується умовою [θ] < θ або [θ] – θ < 0. Область m допустимих значень визначається з умови $m = [\theta] - \theta < 0$.

При вирішенні завдання для всіх величин використовується нормальний закон розподілу, що характеризується двома параметрами – медіаною та дисперсією $\left([\check{\theta}], \check{\theta}, \check{m}, \sigma_{[\theta]}, \sigma_\theta, \sigma_m\right)$.

Введемо змінну u за формулою $u = (0 - m)/\sigma_m$.

Імовірність відмови (розходження бортів) по перевищенню допустимого кута закручування

$$P(m < 0) = \Phi(u),$$

де $\Phi(u)$ – нормована функція для нормального розподілу (ризик відмови).

Сформульовано зворотне завдання: визначити співвідношення параметрів трубчастої стрічки, при якому відмова (розходження бортів і просип вантажу) відбудеться із заданим ризиком (наприклад, $risk = 10^{-3}$)

$$risk = \Phi(u) = \Phi\left(\frac{-\check{m}}{\sigma_m}\right) = 10^{-3}.$$

За таблицею нормованої функції для нормального розподілу знаходимо

$$\frac{-\check{m}}{\sigma_m} = -3,09,$$

звідки $\check{m} = 3,09\sigma_m$, тоді

$$[\check{\theta}] - \check{\theta} = 0,437[\check{\theta}],$$

$$\check{\theta} = (1 - 0,437)[\check{\theta}] = 0,563[\check{\theta}]. \quad (1)$$

Згідно з [1] кут закрутки трубчастої стрічки при прикладенні моменту M до її кінця дорівнює

$$\theta_{\max} = \frac{Ml}{GI_p}.$$

Для того, щоб відмова стрічки відбулася з ризиком 0,001, повинна виконуватись умова

$$\frac{Ml}{GI_p} = \check{\theta}. \qquad (2)$$

Формула (2) дає змогу перевірити параметри стрічки ТСК на можливість виникнення відмови з ризиком 0,001.

Параметри стрічки – відстань між роликоопорами l, крутильна жорсткість GI_p, допустимий кут закрутки $[\check{\theta}]$, що визначається за допомогою експериментів. Момент, що викликає поворот стрічки, може виникнути з різних причин. Найчастіше він зумовлений нерівномірним завантаженням перетину стрічки.

Запропоновано методику розрахунку співвідношення параметрів стрічки трубчастого конвеєра, що працює в умовах ризику:

– задати параметри конвеєра;
– задати значення ризику відмов;
– розрахувати середній кут закрутки стрічки, що відповідає заданому значенню ризику;
– перевірити параметри стрічки згідно з (1) на виникнення відмови з заданим ризиком;
– в разі необхідності виконати варіювання параметрів трубчастого конвеєра.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: трубчастий конвеєр, кут закручування стрічки, ризик відмови конвеєра, розрахунок співвідношення параметрів трубчастого конвеєра

1 Zhyhula T. I. Torsion of an unevenly loaded tubular belt on a straight route of a belt tubular conveyor, *E3S Web of Conferences, International Conference Essays of Mining Science and Practice*, **109** (2019). [Ел. ресурс]. – Режим доступу: https://doi.org/10.1051/e3sconf/201910900125 – Назва з екрану.

T.I. Zhyhula, T.F. Mishchenko

METHODOLOGY FOR CALCULATING THE PARAMETERS OF A TUBULAR CONVEYOR OF MINING ENTERPRISES, TAKING INTO ACCOUNT RISKS

[1]Institute of Geotechnical Mechanics named by N. Poljakov of NAS of Ukraine
Simferopolska Str., 2A, 49005, Dnipro, Ukraine; e-mail: office.igtm@nas.gov.ua

Tubular belt conveyor (TBC) as fully an air-tight transport setting is the perspective decision at creation ecologically of the clean systems of transporting. The failures TBC can happen as a result of scrolling of tubular belt, which will lead to sawing and sagging of the load. The probility of failures TBC is determined. The ratio of parameters the tubular belt, at which the failure will occur with a given risk, is determined.

В.В. Говоруха, А.В. Говоруха

ПЕРСПЕКТИВИ ПІДВИЩЕННЯ РЕСУРСУ РОБОТИ ВИСОКОНАВАНТАЖЕНИХ РЕДУКТОРІВ ЕЛЕКТРОПРИВОДІВ СТРІЧКОВИХ КОНВЕЄРІВ ГІРНИЧИХ ПІДПРИЄМСТВ

Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАН України,
вул. Сімферопольська, 2А, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: igtm.rail.trans@gmail.com

Ключові слова: модифікатори тертя, експериментальні дослідження, знос, ресурс, редуктори електроприводів стрічкових конвеєрів, гірнича промисловість.

Вступ. Технічні засоби гірничих і промислових підприємств є одними з найбільш металоємних і енерговитратних галузей України і світу. Одним із самих діючих факторів впливу на ресурс роботи технічних засобів є знос контактних робочих поверхонь машин і механізмів, де постійно присутнє відносне їх проковзування біля 10% . Тільки по вугільній галузі ступінь зносу основних робочих фондів складає понад 70%, а використання зношеного обладнання приводить до аварійного стану підприємства, значно збільшує витрати на електроенергію та на експлуатаційні і поточні ремонти [2]. В зв'язку з цим актуальною є розробка та впровадження ресурсозберігаючих і економічно ефективних технологій, направлених на зменшення понаднормативної інтенсивності зносу, забрудненість мастил малими частинками зносу з подальшим колообігом руйнування.

Постановка задачі. Усунення відмічених недоліків в експлуатаційних умовах можливо за рахунок захисту від зносу контактуючих робочих поверхонь за допомогою значного зменшення величини коефіцієнта тертя між ними при утворенні захисного шару за допомогою наноматеріалів і нанотехнологій.

Відомі результати науково-технічних досягнень по створенню наноматеріалів, нанотехнологій і їх використання в різних напрямках техніки [1], які покладені в основу вирішення поставлених в даній роботі завдань.

Результати і їх обговорення. Проведені експериментальні промислові дослідження на високонавантажених редукторах електроприводів стрічкових конвеєрів типів 2ЛУ120 (.№ 4) та 4Л1200 (№ 5) в умовах ОП «Шахта Довжанська-Капітальна», ДП «Свердловантрацит». Встановлено, що в режимі «Холостий хід» середня споживана потужність стрічкового конвеєра, після обробки зменшилась до 2,0 %, а в режимі «Навантаження» зменшилась до 9 %, при цьому електроспоживання також зменшилося до 10 %.

В контрольному варіанті досліджень в ідентичних умовах експлуатації (редуктора не оброблялись модифікаторами тертя) середня споживча потужність стрічкового конвеєра збільшилась до 15 % і електроспоживання збільшилось до 15 %.

Коректований рівень звукової потужності електроприводів дослідних стрічкових конвеєрів в режимі «Навантаження» зменшився до 4 %.

Висновок. Одержані позитивні результати промислових експериментальних досліджень впливу модифікаторів тертя на покращення якісних динамічних показників роботи високонавантажених редукторів електроприводів гірничих підприємств.

Для перспективи підвищення ресурсу високонавантажених редукторів електроприводів стрічкових конвеєрів рекомендується подальше застосування модифікаторів тертя на гірничих підприємствах.

1. *Гузь А.Н.*, *Рущицкий Я.Я.* Наноматериалы. О механике наноматериалов // Прикл. Механика. – 2003. – **39**, № 11. – С. 36 – 68. – ISSN: 0032-8243.
2. *Чехлатый Н.А.*, *Коваль А.Н.*, *Мялковский В.И.* Основные направления повышения эффективности и безопасности эксплуатации шахтных стационарных установок // Форум гірників. – 2012. – № 4. – С. 101 – 107. – Режим доступу: https://ir.nmu.org.ua/handle/123456789/150426.

V.V. Hovorukha, A.V. Hovorukha

PROSPECTS OF INCREASING THE SERVICE LIFE OF HIGH-LOAD REDUCERS IN ELECTRIC DRIVES OF BELT CONVEYORS FOR MINING ENTERPRISES

Institute of Geotechnical Mechanics named by N. Poljakov of National Academy of Sciences of Ukraine,
st. Simferopolska, 2A, 49005, Dnipro, Ukraine; igtm.rail.trans@gmail.com

Keywords: friction modifiers, experimental study, wear, service life, belt conveyor electric drive reducers, mining industry.

Technical equipment of mining and industrial enterprises is one of the most metal-intensive and energy-consuming sectors in Ukraine and the world. One of the most influential factors affecting the service life of technical equipment is the wear of contacting operating surfaces of machines and mechanisms, where relative slip is constantly present at around 10%. Only in the coal industry, the degree of wear of the main assets exceeds 70%, and the use of worn-out equipment leads to the emergency condition of the enterprise, significantly increasing electricity costs and maintenance and current repairs [2]. In this regard, the development and implementation of resource-saving and economically efficient technologies aimed at reducing excessive wear intensity, contamination of lubricants with fine wear particles, and subsequent degradation circulation are highly relevant.

В.В. Говоруха, А.В. Говоруха

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ МОДИФІКАТОРІВ ТЕРТЯ НА ПОКАЗНИКИ НАВАНТАЖЕННЯ, ЗНОСУ ТА РЕСУРСУ ТЕХНІЧНИХ ЗАСОБІВ РЕЙКОВОГО ТРАНСПОРТУ

Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАН України,
вул. Сімферопольська, 2А, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: igtm.rail.trans@gmail.com

Ключові слова: модифікатори тертя, знос, ресурс, безпека руху, рейковий транспорт.

Вступ. Рейковий транспорт гірничодобувної та залізничної галузей промисловості має складні і небезпечні умови експлуатації, де формуються екстремальні технічні процеси по зносу і руйнуванню бічних поверхонь головок рейок та реборд бандажів коліс, по зростанню витрат на капітальні, періодичні і поточні ремонти, а також по постійному забезпеченню безпеки роботи.

В ряді експериментальних досліджень [1; 2; 4; 7] в експлуатаційних умовах одержано, що в криволінійних ділянках малих радіусів має місце понаднормативний знос контактних бічних поверхонь головок рейок і реборд бандажів коліс. Експериментально встановлено, що в кривих радіусами біля 300 м інтенсивність зносу бічних поверхонь головок рейок і реборд бандажів коліс складає відповідно 0,3 мм на 1 млн т брутто пропущеного тоннажу.

Термін роботи рейкової колії в кривих малих радіусів складає 0,5-1,0 рік при нормі 6-8 років, що відповідає зменшенню ресурсу роботи в декілька разів. В подальшій експлуатації колії на капітальні і поточні ремонти, а також на щорічні витрати на заміну і закупівлю рейок та засобів колійної структури витрати складають понад 1,1 млрд грн. [2; 4; 7].

Аналіз публікацій, направлених на збільшення ресурсу різних технічних засобів рейкового транспорту, показав, що в наукових роботах недостатньо приділяється увага покращенню показників роботи рейкового транспорту за допомогою використання властивостей модифікаторів тертя.

Постановка задачі. Невирішеною частиною розглянутої проблеми є недооцінка впливу величини коефіцієнта тертя на формування динамічних показників навантажень в кривих малих радіусів, на інтенсивність зносу бічних поверхонь головок рейок і реборд бандажів коліс та безпеку руху транспортних засобів. Відомі результати науково-технічних досягнень по використанню модифікаторів тертя, наноматеріалів і нанотехнологій в різних галузях техніки [5], які можуть бути використані для вирішення проблем підвищення ресурсу і безпеки роботи на рейковому транспорті за рахунок зменшення величини коефіцієнта тертя в зоні взаємодії бічної поверхні головок рейок і реборд бандажів коліс в динамічних процесах рейкових транспортних систем. При цьому метою даної роботи є оцінка впливу величини коефіцієнта тертя між боковими поверхнями головок рейок і реборд бандажів коліс на основні показники якості динамічних процесів рухомих транспортних засобів і рейкової колії в криволінійних ділянках малих радіусів кривих, на інтенсивність зносу бічних поверхонь головок рейок і реборд бандажів коліс з урахуванням формування потужності сил тертя. Основними завданнями є математичне моделювання процесів взаємодії рейкової колії та рухомих транспортних засобів для встановлення показників динаміки і питомої роботи сил тертя і показників інтенсивності зносу бічних поверхонь головок рейок і реборд бандажів коліс, а також коефіцієнта запасу стійкості проти сходу коліс з рейок для безпечних умов експлуатації.

Результати і їх обговорення. В основу рішення задачі покладені класичні рівняння Лагранжа другого роду з використанням кінетичної і потенціальної енергій та функції розсіювання енергії в транспортній системі, загальних сил, які не мають потенціалу, а також узагальнених координат відносно рейок коліс, колісних пар, кузова, надресорних балок, бічних рам та колійної структури, включаючи рейки, проміжні рейкові скріплення, шпали та підшпальну основу [3; 6].

Виконано математичне моделювання динамічних процесів взаємодії рухомих транспортних засобів з рейковою колією в умовах малих радіусів кривих з високим питомим тиском і з відносним проковзуванням в зоні взаємного контакту бічних поверхонь головок рейок і реборд бандажів коліс.

Встановлено, що при використанні модифікаторів тертя в порівнянні з сухим тертям величина поперечних горизонтальних навантажень на рейкову нитку при зростанні швидкості руху транспортних засобів від 30 до 80 км/год в кривих малих радіусів зменшується в 1,5 рази, а показники запасу стійкості від сходу коліс з рейок в кривих малих радіусів покращуються в 2,0 рази.

Одержано, що використання модифікаторів тертя в порівнянні з сухим тертям приводить до зниження показників зносу бічних поверхонь головок рейок і реборд бандажів коліс у 4,0 рази та збільшення (покращення) запасу стійкості від сходу коліс з рейок в кривих малих радіусів в 1,3-1,5 рази.

В результаті досліджень одержано, що при використанні модифікаторів тертя в безстиковій колії в порівнянні зі стиковими з'єднаннями в кривих малих радіусів поперечні навантаження на рейкові нитки зменшуються до 60%, а коефіцієнт запасу стійкості проти сходу коліс з рейок покращується на 30%.

Використання модифікаторів тертя забезпечить покращення технічних і економічних показників роботи рейкового транспорту.

Висновок. По результатам проведених досліджень рекомендується використання модифікаторів тертя для підвищення ресурсу роботи, зменшення інтенсивності зносу робочих поверхонь діючих механізмів, підвищення економічної ефективності і безпеки руху рейкового транспорту.

1. *Говоруха В.В.* Совершенствование рельсового пути и стрелочных переводов подземного рельсового транспорта // Уголь Украины. – 2013. – № 3. – С. 44 – 49.
2. *Говоруха В.В.*, *Макаров Ю.А.* Исследование бокового износа рельсов при механическом взаимодействии пути и колес ходовой части вагонов на криволинейных участках пути // Геотехническая механика. Межвед. сб. научн. тр. ИГТМ НАН Украины. – 2017. – № 134. – С. 125 – 140.
3. *Говоруха В.В.* Механика взаимодействия рельсового пути, подвижных транспортных средств и смежных устройств: монография. – Днепропетровск: Лира, 2006. – 448 с.
4. *Говоруха В.В.*, *Макаров Ю.О.*, *Кізілов В.К.* Дослідження бічного зносу головки рейок в криволінійних ділянках колії з особливо малими радіусами кривизни // Геотехническая механика. Межвед. сб. научн. тр. ИГТМ НАН Украины. – 2019. – № 149. – С. 111 – 121.
5. *Гузь А.Н.*, *Рущицкий Я.Я.* Наноматериалы. О механике наноматериалов // Прикл. Механика. – 2003. – **39**, № 11. – С. 36 – 68. – ISSN: 0032-8243.
6. *Лазарян В.А.* Динамика транспортных средств: Избр. Тр. – Киев: Наук. думка, 1985. – 528 с.
7. *Макаров Ю.О.* Проблеми наднормативного бокового зносу рейок на ділянках зі складними умовами експлуатації // Залізничний транспорт України. – 2019. – № 3. – С. 39 – 45.

V.V. Hovorukha, A.V. Hovorukha

RESEARCH ON THE EFFECT OF FRICTION MODIFIERS ON LOAD CAPACITY, WEAR, and SERVICE LIFE OF RAIL TRANSPORT EQUIPMENT

Institute of Geotechnical Mechanics named by N. Poljakov of National Academy of Sciences of Ukraine, st. Simferopolska, 2A, 49005, Dnipro, Ukraine; e-mail: igtm.rail.trans@gmail.com

Keywords: friction modifiers, wear, service life, movement safety, rail transpor.

Rail transport in the mining and railway industries operates under complex and hazardous conditions, where extreme technical processes related to wear and damage of the side surfaces of rail heads and wheel tread flanges occur. This leads to increased costs for capital, periodic, and routine maintenance, as well as constant efforts to ensure operational safety.

The series of experimental studies [1; 2; 4; 7] conducted under operational conditions have revealed that in curved sections with small radii, there is an excessive wear of the contact side surfaces of rail heads and wheel tread flanges. Experimental findings indicate that in curves with radii around 300 m, the wear intensity of the side surfaces of rail heads and wheel tread flanges amounts to 0.3 mm per 1 million gross tonnage passing.

The service life of rail tracks in curves with small radii is estimated at 0.5-1.0 years, compared to the standard 6-8 years, resulting in a significant reduction in operational lifespan. Subsequent maintenance and repairs, as well as annual expenditures for replacement and procurement of rails and track components, contribute to expenses exceeding 1.1 billion UAH.

An analysis of publications aimed at enhancing the service life of various technical components in rail transport has revealed that insufficient attention is given in scientific works to improving the performance indicators of rail transport through the utilization of friction modifier properties.

Г.І. Ларіонов, Ю.В. Земляна

ПРО ОДИН МЕТОД ВИБОРУ ПАРАМЕТРІВ СИСТЕМИ АНКЕРНОГО КРІПЛЕННЯ

Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАН України,
вул. Сімферопольська 2А, 49005, м.Дніпро, Україна, e-mail: igtm@ua.fm

Анотація. Найпоширенішим методом вибору параметрів на сьогодні є чисельні методи. Складність системи кріплення не дозволяє використовувати аналітичні підходи до їх вибору. Проте зручність використання аналітичних формул для цього стимулює дослідників у напрямку їх отримання. В роботі розглянуто обґрунтування методу вибору параметрів анкерного кріплення виробок значного поперечного перерізу. Фактично механізм підтримки стійкості таких виробок – це створення жорсткої оболонки навколо неї. В цьому випадку набуває важливого значення механізм взаємодії анкера з породним масивом. В роботі виконувалось порівняння двох механізмів взаємодії анкеру з оточуючим середовищем. Використання методу послідовної апроксимації дозволило отримати формули розрахунку кроку розстановки анкерів, в залежності від: величини попереднього навантаження, глибини розташування виробки, діаметра та довжини анкерної штанги, величини інтенсивності дотичних напружень у околі анкера.

Key words: anchor supporting, fixing compound, stress strain state, approximation, anchor space, preload value.

Опір породи зсуву і напруження на поверхні контакту анкера з породою визначають величину навантаження, у межах якої зсув (ковзання) анкера у даній породі відсутній [1]. Звідси випливає, що повністю використавши поверхню шпуру, можна суттєво понизити напруження на контактуючих поверхнях. Сила закріплення таких анкерів перевищує навантаження на розрив металевого стрижня. При розрахунку параметрів анкерного кріплення із фіксацією їх у гірському масиві за допомогою хімічних та цементних сумішей перш за все повинна враховуватися довжина анкерів, щільність їх розташування, сила закріплення анкерної штанги і опір її на розрив тощо.

Основними параметрами, що підлягають дослідженню, і які можуть суттєво впливати на ефективність протидії гірському тиску металополімерними анкерами, є глибина розташування виробки, величина попереднього навантаження анкерів, крок розстановки анкерних штанг та конструктивних параметрів анкерних штанг як то діаметр та його довжина.

За використання чисельних методів розрахунку ефективності анкеру протидіяти гірському тиску, включаючи методи скінчених елементів, широкого розповсюдження набула наступна модель взаємодії анкерної штанги з гірським масивом. На контактуючій з гірським масивом поверхні створювався спеціальний елемент який наділявся специфічними властивостями. Так його взаємодія заснована на контакті тіла анкерної штанги з поверхнею свердловини, яка в разі досягнення граничних значень дотичних напружень стрибкоподібно проковзує і знов вступає до взаємодії [2]. Проте в процесі дослідження ефективності взаємодії з гірським масивом запропонована принципово інша модель. Ця модель взаємодії анкерної штанги з масивом заснована на взаємодії з поверхнею свердловини гвинтоподібних виступів утворених застиглою фіксуючою сумішшю [1]. Ця обставина дозволила застосувати аналітичний підхід до отримання параметрів взаємодії анкеру з гірським масивом у вигляді узагальненої задачі М.В. Жуковського. Виконано порівняння ефективності роботи двох механізмів взаємодії з масивом гірських порід [2]. Зроблено висновок про співпадіння результатів їх взаємодії з масивом гірських робіт. Маючи схожі параметри взаємодії анкеру зафіксованого у гірський масив виникає тверда впевненість, що застосування широкого кола чисельних підходів до вирішення задачі про визначення основних параметрів можуть суттєво покращити вибір параметрів анкерного кріплення і тим самим підвищити ефективність протидії гірському тиску металополімерними анкерами.

Для визначення напружено-деформованого стану у околі анкерного шпуру скористаємось відомим підходом [3] до розв'язку подібних задач. Напружено деформований стан навколо анкеру визначається суперпозицією розв'язків двох задач – здачі про визначення напружено деформованого стану від дії тиску на анкерну штангу гірської породи та від дії дотичних напружень закон розполілення яких визначається розвязком узагальненої задачі М.С. Жуковського. Розподіл напружень в околі анкера описується основними рівняннями теорії пружності для осесиметричного випадку. Розглядається нескінчена свердловина, яка знаходиться під дією внутрішнього тиску. Вважаємо, що середовище є однорідним та ізотропним, а закріплення анкера здійснюється у глибині шпуру на відстані, що значно перевищує його діаметр. Нормальне напруження можна вважати величиною сталою, що дорівнює гірському тиску на певній глибині, а от дотичне напруження як показують дослідження [1,3], суттєво змінюється по довжині анкера. Визначення функції розподілу дотичних напружень вздовж анкеру визначалось за результатами розв'язку узагальненої задачі М.В. Жуковського. Для отримання аналітичних формул для розрахунку параметрів системи можна скористатися процедурами апроксимації

чисельних результатів. Класична процедура апроксимації вирішує цю проблему. Найчастіше у вигляді алгебраїчних або тригонометричних рядів, що задовольняє користувачів не всіх користувачів та може призводити до великих витрат комп'ютерного часу, що іноді робить неможливим її отримання. В роботі замість отримання апроксимації на сітці параметрів використовується спрощена процедура його отримання. Метод послідовної апроксимації (МПА) полягає у пошуку представлення функції, у околі точки із області визначення, у мультиплікативному вигляді, де функціями добутку є одномірні функції параметрів. Таке представлення, не зважаючи на наближений характер, вигідно відрізняється від класичного представлення результатів апроксимації не тільки за наочністю і зручністю у подальшому, але й тому що дозволяє дослідити чутливість функції до варіації параметрів. Наведена гіпотеза про існування такого підходу

ГІПОТЕЗА: Нехай існує скалярна функція $F(X) = F(x_1, x_2, x_3, ..., x_n)$, яка є обмеженою, визначеною і неперервною у замкнутій області $\overline{D}$ скалярного поля *P*. Тоді для будь-якої точки $\forall M \in D; \forall \varepsilon \geq 0 \exists U_\varepsilon(M) \subset \overline{D}$ у околі точки $M_0\left(x_1^0, x_2^0, x_3^0, ..., x_n^0\right)$ функція $F(X)$ може бути представлена у вигляді .

$$\left|F(X) - \phi(X)\right| \leq \varepsilon, \forall M_0 \in U_\varepsilon(M_0),$$

де $U_\varepsilon(M_0)$ – окіл функції; $\phi(X) = \alpha \prod_{i=1}^{n} g_i(x_i)$; $g_i(x_i)$ – функції апроксимації для $f_1, f_2, ..., f_n$, які задано наступним чином:

$f_1(x_1) = F(x_1, x_2^0, x_3^0, ..., x_n^0)$, $f_2(x_2) = F(x_1^0, x_2, x_3^0, ..., x_n^0)$, $f_3(x_3) = F(x_1^0, x_2^0, x_3, ..., x_n^0), \ldots;$

α – коефіцієнт апроксимації, який визначається у відповідності до формули

$$\alpha = \frac{F(M_0)}{g_1\left(x_1^0\right) g_2\left(x_2^0\right), ..., g_n\left(x_n^0\right)}.$$

Як засвідчує досвід використання вказаного підходу, представлення функції у околі точки має достатню для інженерних розрахунків точність на всій області визначення [1,3,4].

Такий підхід дозволить забезпечити визначення впливу на крок розстановки анкерів $\rho\left(P, H, L, I_p^r, d_a\right)$: глибини розташування виробки *H*, величини попереднього навантаження анкерів *P* та діаметр d_a та його довжина *L* параметри напружено деформованого стану де I_p^r інтенсивність дотичних напружень.Широке застосування МПА на практиці показало, що використання класу степеневих функцій є особливо ефективним для проведення оцінювання впливу параметрів на функцію якості. Метод оцінки впливу на функцію параметрів полягає у порівнянні їх показників. Чим більший показник степені, тим сильніший влив параметра на функцію. Встановлено залежність між відстанню між анкерами та діаметрами анкерних штанг та шпурів, що використовуються для кріплення гірничих виробок. Залежність наведено у формулі

$$\rho\left(P, H, L, I_p^r, d_a\right) = a_{d_a} \sqrt[3]{\frac{PHd_a}{LI_p^r}}.$$

де a_{d_a} - коефіцієнт апроксимації.

Керуючись отриманими результатами запропоновано формули розрахунку параметрів системи анкерного кріплення, а саме: величини попереднього навантаження, глибини розташування виробки, діаметра та довжини анкерної штанги, величини інтенсивності дотичних напружень у околі анкера.

1.*G.I.. Larionov, N.G. Larionov* Evaluating of metal-resin anchor parameters influence on the support capacity.// Geotechnical Processes During Underground Mining.- Tailor&Francis Group, London, 2012. - P.189-194.
2. *Krykovskyi, O., Krykovska, V., & Skipochka, S.* (2021). Interaction of rock-bolt supports while weak rock reinforcing by means of injection rock bolts. *Mining of Mineral Deposits*, *15*(4), 8-14. https://doi.org/10.33271/mining15.04.008
3. *G. Larionov, M. Larionov* On the One Parameters Influence Evaluating Method Employed to Evaluate the Support Capacity of a Metal-Resin Anchor Chapter 3 In Modeling of the Soil-Structure ISBN 978-1-53617-683-4 Editor Todor Zhelyazov 2020 Nova Science Publishers, Inc. - New York.2020. - P.87-103.
4. *Miroslav Rimar, Oleksandr Yeromin,Grigoriy Larionov,Andrii Kulikov,Marcel Fedak, Tibor Krenicky, Olena Gupalo, Yana Myanovskaya* // Method of sequential approximation in modelling the processes of heat transfer and gas dynamics in combustion equipment, *Appl.Sci*.2022,12,11948.https://doi.org/10.3390/app122311948

Р.В. Кірія, А.М. Смірнов, Б.І. Мостовий

РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ВИБОРУ ПАРАМЕТРІВ СТАВУ ТРУБЧАСТИХ СТРІЧКОВИХ КОНВЕЄРІВ, ЩО ПРАЦЮЮТЬ НА ГІРНИЧИХ ПІДПРИЄМСТВАХ

Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАНУ, вул. Сімферопольська, 2А, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: office.igtm@nas.gov.ua

В даний час за кордоном та в Україні в різних галузях промисловості, зокрема, гірничої, будівельної, хімічної та легкої, все більше використовуються трубчасті стрічкові конвеєри. Основними перевагами таких конвеєрів є збільшення кута транспортування вантажу до 30–35°, екологічність, можливість переміщення вантажу складними криволінійними просторовими трасами без перевантажувальних вузлів і зменшення габаритів ставу в порівнянні зі звичайним конвеєром [1].

За допомогою раціонального вибору параметрів основних елементів ставу – роликоопор та роликів трубчастого конвеєра можна суттєво зменшити навантаження на ролики, збільшити їх термін служби, для чого і розроблено ці рекомендації. У них розглядається одноприводний трубчастий конвеєр із шестироликовими опорами з прямолінійною та криволінійною ділянками ставу.

До рекомендацій входять: 1) вихідні дані; 2) визначення параметрів ставу (крок роликоопор, кут нахилу і т.п.); 3) визначення сил, які діють на ролики шестироликової опори з урахуванням динамічних сил; 4) визначення середнього терміну служби ролика на лінійній та криволінійній ділянках ставу трубчастого стрічкового конвеєра; 5) технічні пропозиції щодо підвищення терміну служби ставу і розширення області застосування трубчастого конвеєра.

1) Вихідні дані включають константи і змінні: параметри конвеєра, параметри роликоопор, параметри стрічки, властивості вантажу, що транспортується, і параметри роликів та його підшипників.

2) Залежно від гірничо-геологічних та технологічних умов визначаються основні параметри конвеєра та ставу: довжина; кут нахилу; продуктивність; тип та характеристики стрічки; тип роликоопор.

Максимальна відстань між роликоопорами конвеєрного ставу визначається за такою формулою:

$$l_{\max} = \frac{4S_c}{\pi R^2 \gamma} f_{\max} ,$$

де $f_{\max} = 0,0125 \div 0,025$ – максимальний допустимий прогин стрічки, м; S_c – натяг стрічки, Н; R – радіус стрічки, м; γ – питома вага вантажу, що транспортується, т/м^3.

3) Визначення сил, що діють на ролики шестироликової опори з урахуванням динамічних сил:

– для дрібнокускового вантажу

$$P_{\partial_i} = k_\partial P_{в_i} + k_\partial P_{c_i} + P_{u_i} , \text{ Н} \qquad (i = 1,\ldots,6);$$

– для дрібнокускового вантажу із включенням великих шматків

$$P_{\partial_i} = k_{\partial 1} P_{в_i} + k_{\partial 1} P_{c_i} + P_{ui} , \text{ Н} \qquad (i = 1,\ldots,6),$$

де $P_{в_i}$ – складові навантажень на ролики від ваги та сил розпору насипного вантажу, Н; P_{c_i} – навантаження на ролики від ваги стрічки, Н; P_{u_i} – сили, що діють на ролики від вигину стрічки, Н; k_∂ – коефіцієнт динамічності у разі руху дрібнокускового вантажу; $k_{\partial 1}$ – коефіцієнт динамічності у разі наявності великих шматків вантажу [2].

4) Визначення середнього терміну служби ролика на лінійній та криволінійній ділянках ставу трубчастого стрічкового конвеєра:

Середнє радіальне навантаження на підшипник ролика F_r (Н) [3]:

$$F_r = 0,5(P_{\partial k} + q_p l_p) ,$$

де $P_{\partial k}$ – максимальне навантаження на ролик шестироликової опори, Н; q_p – погонна вага обертових частин ролика, Н/м; l_p – відстань між роликоопорами лінійної ділянки ставу конвеєра, м.

Потім визначається динамічне радіальне навантаження на підшипник ролика P_m (Н) і 90-процентний ресурс підшипника ролика (год) [2]:

$$L_{09} = \left(\frac{C_n}{P_m}\right)^p \cdot \frac{2\pi r 10^6}{3600 v_c} k_e ,$$

де k_e – коефіцієнт, що враховує умови експлуатації; C_n – динамічна вантажопідйомність підшипників роликів, Н; v_c – швидкість стрічки, м/с; r – радіус ролика, м; p – показник ступеня шарикопідшипника.

Середній ресурс підшипника ролика у годинах дорівнює

$$t_{cp} = 4,08 \cdot L_{09}, \text{ год.}$$

З точки зору надійності середній ресурс підшипника ролика є середнім ресурсом ролика, і таким чином можна підібрати параметри роликоопор з достатнім ресурсом і спрогнозувати ремонти.

Зроблено кілька варіантів розрахунку параметрів трубчастого конвеєра та ресурсу ролика для різних вихідних даних.

Результати одного з розрахунків показали, що середній ресурс нижніх центральних роликів становить: лінійна ділянка ставу – t_{cp} = 3829 год; криволінійна ділянка ставу – t_{cp} = 2195 год.

Розрахунки показали, що найбільше навантаження на ролики трубчастого конвеєра припадає на нижні бічні та центральні ролики. При цьому на криволінійній ділянці трубчастого конвеєра максимальні навантаження на ролики збільшуються на 20 %, а середній ресурс на криволінійній ділянці ставу зменшується на 43 % при відстані між роликоопорами, що дорівнює 0,5 м. Отже, відстань між роликоопорами на криволінійній ділянці трубчастого конвеєра рекомендовано зменшити у чотири рази порівняно з відстанню між роликоопорами на лінійній ділянці ставу конвеєра.

5) Для підвищення кута нахилу, продуктивності та терміну служби ставу трубчастого конвеєра запропоновано низку технічних рішень на рівні патентів України.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: трубчастий конвеєр, став, роликоопори, підшипник, термін служби.

1. Kateryna Babii, Mykhailo Chetveryk, Volodymyr Perehudov, Kostiantyn Kovalov, Ruslan Kiriia and Viacheslav Pshenychnyi (2022), “Features of using equipment for in-pit crushing and conveying technology on the open pit walls with complex structure”, Mining of Mineral Deposits, vol. 16, Issue 4, 96-102. DOI: https://doi.org/10.33271/mining16.04.096.

2. Кирия Р. В. Определение нагрузок на ролики трубчатого ленточного конвейера / Р. В. Кирия, А. Н. Смирнов, Т. Ф. Мищенко // Геотехнічна механіка: Міжвід. зб. наук. праць / ІГТМ НАН України. – Дніпро, 2019. – Вип. 144. – С. 157–168. DOI: https://doi.org/10.15407/geotm2019.144.157

3. Монастырский В. Ф. Определение срока службы роликов ленточных конвейеров для различных типов роликоопор / В. Ф. Монастырский, Р. В. Кирия, А. Н. Смирнов // Геотехническая механика: Межвед. сб. научн. тр. / ИГТМ НАНУ. – Днепропетровск, 2014. – Вып. 115. – С. 147–155.

R.V. Kiriia, A.M. Smirnov, B.I. Mostovyi

RECOMMENDATIONS REGARDING THE SELECTION OF FRAMEWORK PARAMETERS TUBULAR BELT CONVEYORS WORKING AT MINING ENTERPRISES

M.S. Poliakov Institute of Geotechnical Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine Simferopolska Str., 2A, 49005, Dnipro, Ukraine; e-mail: office.igtm@nas.gov.ua

Currently, tubular belt conveyors are increasingly being used in various industries. The recommendations show how to determine the parameters of the framework of a tubular conveyor with six-roller supports with straight and curved sections for the given conditions, to determine the load on the elements of the framework, and to determine the service life of these elements.

Є.С. Лапшин, О.І. Шевченко

УЗАГАЛЬНЕННЯ ЧИСЕЛЬНОГО ВИЗНАЧЕННЯ ВЛАСНОЇ ЧАСТОТИ ГАСИТЕЛЯ КОЛИВАНЬ ІЗ ЦИЛІНДРИЧНИМ ТІЛОМ КОЧЕННЯ

Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова Національної академії наук України (ІГТМ НАНУ), Дніпро, Україна, igtm.aishevchenko@gmail.com

Динамічні гасителі коливань широко використовуються для зниження навантажень у різних механізмах та інженерних спорудах [6]. Для великогабаритних споруд: опори вітроелектричних установок, висотні будинки, антени і т.д. – характерні низькочастотні власні коливання (менше 10 Гц, а нерідко і менше 1 Гц [10, 13]). У цьому випадку застосовують гасителі коливань із тілами кочення [6, 8–11, 13], які мають просту конструкцію та високу надійність. Їхній огляд наведено в роботах [10, 13]. Параметри гасителя повинні бути такими, щоб його частота була близька до частоти основного тону коливань споруди [10]. Для цього важливо знати власну частоту гасителя коливань. Власну частоту, як правило, визначають у припущенні про дещицю амплітуди коливань, що дозволяє лінеаризувати рівняння руху. При великих амплітудах нелінійне диференціальне рівняння руху вирішують чисельними методами, які, проте, дозволяють знайти лише приватні рішення для конкретних умов. Виникає необхідність узагальнення приватних рішень.

Мета роботи – визначити раціональні параметри динамічного гасителя коливань, виконаного у вигляді циліндра, який знаходиться в поглибленні, що забезпечують необхідну частоту нелінійних коливань.

Розглянуто один із найпростіших гасителів [8], який складається з однорідного циліндра та поглиблення. Осі циліндра та поглиблення паралельні. При вирішенні ряду прикладних завдань, пов'язаних з вібраційним впливом на сипуче середовище [1, 3], коливання циліндра можуть служити модельним уявленням руху твердих частинок. Припущено, що відсутні дисипація енергії та прослизання. Циліндр робить вільні коливання, які описуються нелінійним диференціальним рівнянням другого порядку [12].

В результаті обчислень визначено власну частоту та період власних коливань лінеаризованої системи. Потім із умови збереження енергії [12] визначалася власна частота з урахуванням нелінійності системи [2]. В результаті чисельного інтегрування методом Ньютона-Котеса отримано залежність відносної власної частоти та похибки, зумовленої лінеаризацією диференціального рівняння руху циліндра від амплітуди. Аналіз залежності демонструє характерну властивість нелінійних систем – неізохронність. При лінеаризації збільшення амплітуди коливань призводить до квадратичного зростання відносної похибки.

В результаті апроксимації чисельних результатів в інтервалі значень кута, який відраховується від вертикалі, що проходить через центр кривизни западини, від 10 до 90^0 отримано залежності визначення відносної власної частоти і похибки. З метою визначення точності одержаних залежностей виконано порівняння з апроксимаціями, отриманими іншими методами [4, 5, 7]. З порівняння випливає, що максимальна відносна похибка 0,216039 отриманої залежності менше, ніж у отриманих іншими методами – 0,272803, при цьому обчислення простіше.

В результаті обчислень та аналізу встановлено наступне.

1. Вплив амплітуди вільних коливань на частоту характеризується відносною власною частотою, що показує у скільки разів частота власних коливань лінеаризованої системи більша за частоту коливань нелінійної системи. Відносна частота залежить тільки від амплітуди коливань.

2. Встановлено, що при нелінійних коливаннях математичного маятника і циліндра їх відносні власні частоти описуються тієї ж функцією. Це дозволило для циліндра використовувати методи апроксимації, розроблені для маятника.

3. Відносну власну частоту коливань циліндра визначено в результаті апроксимації чисельного інтегрування, а також методом гармонійного балансу. Максимальна відносна похибка першого методу (0,22%) менша, ніж у другого (0,27%).

4. Похибка, яка обумовлена лінеаризацією диференціального рівняння руху циліндра, квадратично зростає зі збільшенням амплітуди коливань.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: гасителі коливань, раціональні параметри, частота гасителя коливань, коливання циліндра, власні коливання, амплітуда коливань, чисельні методи

1. Лапшин, Е.С. Вероятностная оценка скорости вибротранспортирования слоя сыпучего материала. Вибрации в технике и технологиях: Всеукр. науч.-техн. журн. – Винница, 2004. – № 3(35). – С. 64–67.

2. Лапшин, Е.С., Блюсс, Б.А., Дзюба, С.В. Определение рациональных параметров динамического гасителя низкочастотных колебаний. Геотехнічна механіка: Міжвід. зб. наук, праць. – Дніпро: ИГТМ НАНУ, 2018. – Вип. 139. – С. 23–30.

3. Надутый, В.П., Лапшин, Е.С. Вероятностные процессы вибрационной классификации минерального сырья. – К.: Наукова думка, 2005 – 180 с.

4. Ольшанськнй, В.П., Ольшанськнй, С.В. Про рух математичного маятника. Вісник НТУ ХШ. Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків : НТУ ХШ, 2017. – № 30 (1252). – С. 81 – 86.

5. Павловский, М. А. Теоретична механіка: Підруч. – К.: Техніка, 2002. – 512 с.

6. Челомей, В.Н. Вибрации в технике. Том 6. Защита от вибрации и ударов, 1981. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.zodchii.ws/books/info-1224.html – Загл. с экрана.

7. Belendez, A., Hernandez, A., Marquez, A., Belendez, T., Neipp, C. Analytical approximations for the period of non-linear pendulum. European Journal of Physics; 2006. – V. 27(3); – P. 539 – 551.

8. Bransch, M. Unbalanced oil filled sphere as rolling pendulum on a flat surface to damp horizontal structural vibrations. Journal of Sound and Vibration. – 2016. – №368. – P. 22–35.

9. Legeza, V.P. Cycloidal pendulum with a rolling cylinder. Mechanics of Solids. – 2012. – Vol. 47, №4. – P. 380–384.

10. Legeza, V. P. Dynamics of vibroprotective systems with roller dampers of low-frequency vibrations. Strength of Materials. – 2004. – №2 (36). – P. 186–194.

11. Obata, M., Shimazaki, Y. Optimum parametric studies on tuned rotary-mass damper. Journal of Vibration and Control. – 2008. – №14. – P. 867–884.

12. Rolling cylinder inside a fixed tube. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://ocw.mit.edu/courses/mechanical-engineering/2-003j-dynamics-and-control-i-spring-2007/lecture-notes/lec12.pdf. – Загл. с экрана.

13. Takei, H., Shimazaki, Y. Vibration control effects of tuned cradle damped mass damper. Journal of Applied Mechanics. – 2010. – №13. – P. 587–594.

E.S. Lapshin, O.I. Shevchenko

GENERALIZATION OF THE NUMERICAL DETERMINATION OF THE NATURAL FREQUENCY OF AN OSCILLATION DAMPER WITH A CYLINDRICAL ROLLING BODY

M.S. Poliakov Institute of Geotechnical Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine (IGTM NASU), Dnipro, Ukraine, igtm.aishevchenko@gmail.com

The relative natural frequency of the cylinder oscillations is determined as a result of numerical integration approximation, as well as by the harmonic balance method. The maximum relative error of the first method (0.22%) is less than that of the second (0.27%). The error caused by the linearization of the differential equation of motion of the cylinder quadratically increases with the increase in the oscillation amplitude.

К.В. Бабій, Л.А. Новіков, К.С. Іщенко

ДОСЛІДЖЕННЯ ХАРАКТЕРУ РУЙНУВАННЯ МІЦНИХ ГІРСЬКИХ ПОРІД ЕМУЛЬСІЙНИМИ ВИБУХОВИМИ РЕЧОВИНАМИ НА КАР'ЄРАХ ТА ВПЛИВ ЇХ НА ЕКОЛОГІЧНИЙ СТАН НАВКОЛИШНЬОГО ПРИРОДНЬОГО СЕРЕДОВИЩА

Інститут геотехнічної механіки ім. М.С.Полякова НАНУ,
вул. Сімферопольська, 2а, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: ishenko_k@i.ua

Вступ. Світові тенденції розвитку ринку вибухових послуг та, зокрема, ринку промислових вибухових речовин показали, що найбільш безпечним, екологічно чистим та економічно ефективним типом вибухових речовин є емульсійні вибухові речовини (ЕВР). Збільшення частки ЕВР у балансі використання промислових вибухових речовин на залізорудних кар'єрах Кривбасу, кар'єрах будівельних та нерудних корисних копалин, та й загалом по галузі, явно свідчать як про рівень загальної безпеки, так і про рівень та ефективність ведення підривних робіт.

Метою даного дослідження є підвищення ефективності і безпеки руйнування гірських порід емульсійними вибуховими речовинами на кар'єрах

Дослідження мінералогічного складу проб порід і руд Криворізького родовища, представлених чотирма основними різновидами залізистих кварцитів (сілікат-магнетитові кварцити, магнетитові роговики, безрудні роговики, сланці), дозволи встановити, що ці породи мають відносно простий мінералогічний склад: кварц,магнетит, гематит і гетит складають 90-95 % породи, 5-10 % це другорядні мінерали у вигляді карбонатів, гідроокислів і слюд [1-3].

Аналіз мінералогічного і гранулометричного складу проб пилу, взятого з повітря на території гірничого відводу залізорудного кар'єру (технологічний пил) та безпосередньо з пилогазової хмари масового вибуху, показав, що дрібнодисперсні частинки, середній розмір яких становить 8–10 мкм, на 99,5 % складаються з гострокутних уламків кварцу (рис.1).

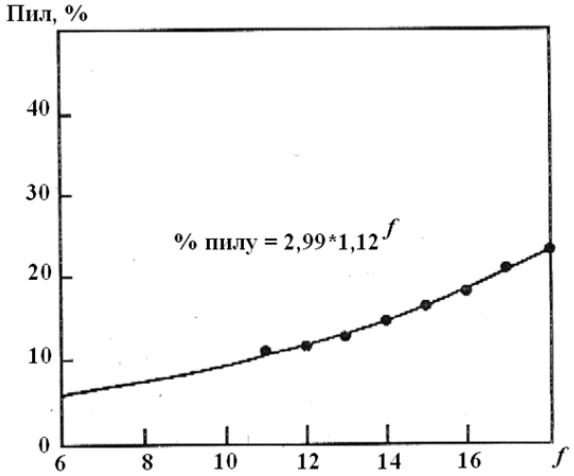
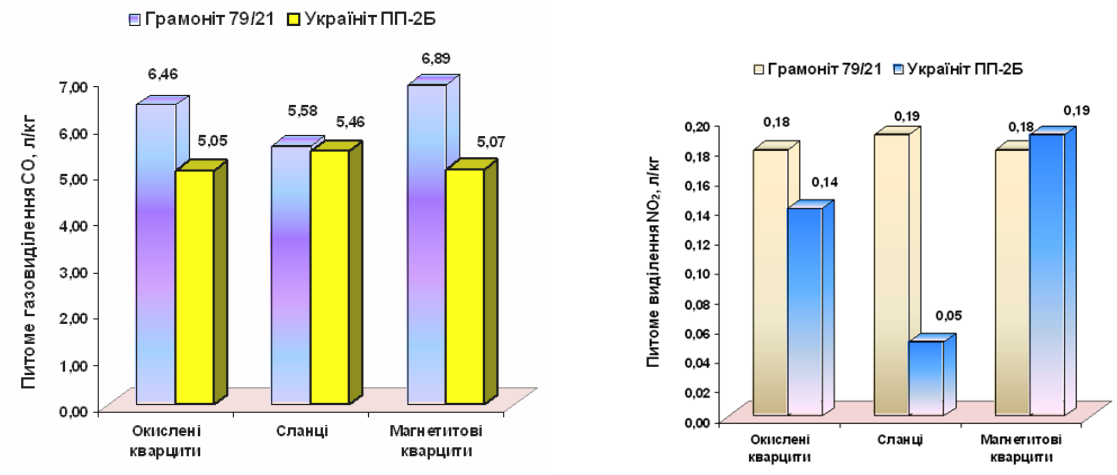


Рис.1. Залежність кількості кварцового пилу в продуктах вибухового руйнування залізистих кварцитів від міцності порід (f)

Вивчення мінералогічного складу дрібнодисперсних фракцій гірських порід різного генезису показало, що продукти їх руйнування, утворені в процесі видобутку корисних копалин майже ідентичні мінералогічному складу незруйнованої породи. Але є деякі особливості, зумовлені мікроструктурою гірських порід, в основному щільністю дефектів будови окремих породоутворюючих мінералів.

Аналіз відібраних з пилогазової хмари проб, а також газових проб у розпушеній гірничій масі зруйнованих залізистих кварцитів на кар'єрах Кривого Рога показав, що питомі викиди (емісія) залежить від типу використаної ВР, а також від певного мінералогічного складу гірської породи, що руйнується вибухом (рис. 2, *а*, *б*).



а *б*

а – виділення CO_2; б – виділення NO_2

Рис.2. Гістограми питомого виділення шкідливих газів вибуху в залежності від типів порід, що руйнуються

Оскільки матриця емульсійної ВР складається в основному з аміачної селітри, це є вкрай небезпечно при застосуванні таких ВР для дроблення порід із вмістом сульфідів. Згідно дослідженням, наведених в роботах ІГТМ НАН України і Державного ВНЗ «Український хіміко-технологічний університет»
(м. Дніпро) [4-5] встановлено, що при застосуванні ВР простішого складу та ЕВР, основою яких є аміачна селітра, при дроблені порід із вмістом сульфідів (залізисті кварцити з вмістом піриту до 40 мас.%, пласт K_2^4, Полтавський ГЗК) у свердловинному заряді може виникнути автокатолітична екзотермічна хімічна реакція з підвищенням температури до 1700 °С і підриву ВР, розташованого у свердловині. Доведено, що включення піриту (FeS_2) присутнє практично у всіх різновидах гірських порід [6-7], а на контакті з ВР простішого складу та ЕВР, в яких є аміачна селітра, з кислими водами порід, що містять сульфіди, неминуче утворюється азотна кислота, яка реагує з піритом з виділенням 6320 кДж тепла на 1 кг піриту, але й ініціює реакцію безпосередньої взаємодії аміачної селітри з піритом, що супроводжується інтенсивним виділенням тепла (4810 кДж на 1 кг піриту).

Висновки. Виконані дослідження дозволили оцінити мінералогічний і гранулометричний склад проб пилу, взятого з повітря на території гірничого відводу залізорудного кар'єру (технологічний пил) та безпосередньо з пилогазової хмари масового вибуху. Вони показали, що дрібнодисперсні частинки, середній розмір яких становить 8–10 мкм, на 99,5 % складаються з гострокутних уламків кварцу.

1. Тыщук В.Ю., Котов Ю.Т., Родионенко В.Н. Аналитические и экспериментальные исследования по разработке способов пылеподавления при массовых взрывах в карьерах / УСИВ. – 2013. – № 3. – С. 12–15.

2. Ефремов Э.И. Пономарев А.В., Никифорова В.А. Влияние свойств ВВ на размеры зоны переизмельчения при разрушении твердых сред / Наук. вісник Національної гірничої академії України. – 2000. – № 1. – С. 24–26 с.

3 Ефремов. Э.И., Петренко В.Д. , Кратковский И.Л., Шевченко С.В. О влиянии фракционного состава кварцсодержащих пород на содержание силикозоопасной пыли в продуктах их разрушения / Докл. АН Украины. – 1993. – № 5. – С.45–49.

4. Ефремов Э.И., Кратковский И.Л., Сторчак А.С., Лотоус В.В. Влияние фракционного состава разрушенных горных пород на степень их сульфидной минерализации / Металлургическая и горнорудная промышленность.– 1999. – № 6. – С. 66–68.

5. Коваленко И.Л., Куприн В.П. Взаимодействие эмульсионных взрывчатых веществ и их компонентов с сульфидными минералами / Взрывное дело: наун.-техн. сб. М.: МВК по взрывному делу при АГН, 2010. – Вып. № 103/60. – С.154–170.

6. Критерии прогнозирования месторождений Украинского щита и его обрамления / Под ред. акад. АН УССР Н.П. Семенко. К.: Наук. думка, 1974. – 560 с.

7. Ефремов Э.И., Бересневич П.В. , Петренко В.Д. [и др.]. Проблемы экологии массовых взрывов в карьерах. Днепропетровск: Січ, 1996. – 179 с.

С.Р. Ільїн, Л.Г. Адорська

ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ АРМУВАННЯ ШАХТНИХ СТОВБУРІВ ДЛЯ ЗНИЖЕННЯ РІВНЯ ВИРОБНИЧИХ РИЗИКІВ

[1]Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАН України,
вул. Сімферопольська, 2-а, 49000, Дніпро, Україна; e-mail: adors@ukr.net

Метою роботи є визначення параметрів армування вертикальних шахтних стовбурів та встановлення вимог до них з метою зниження рівня виробничих ризиків під час експлуатації системи шахтного підйому. Армування шахтного стовбура має два типи параметрів, які впливають на плавність руху посудин та залишкові запаси міцності її металоконструкцій (провідників, розпорів, вузлів їх з'єднання, кріплення розпорів у стінках стовбура): геометричні параметри вертикальності провідників та параметри залишкових перерізів несучих елементів армування [1-3].

Вертикальність кожного провідника характеризується геометричними параметрами відхилення його робочих граней у лобовій та бічній площинах від проектної вертикалі на кожному ярусі армування. Оскільки посудина рухається мінімум за двома провідниками - протилежними або односторонніми, то вони утворюють так звану «поверхню руху». Вона характеризується геометричними параметрами зміщення центру відділення (точки, що визначає середину відстані між провідниками) по горизонталі від проектного положення осі відділення і кута повороту осі провідників в горизонтальній площині щодо її проектного положення. Ці параметри фіксуються в лобовій та бічній площинах на кожному ярусі розпорів армування. Таким чином, на кожному ярусі армування з двох провідників положення «поверхні руху» характеризується двома параметрами зміщення кожного з двох провідників у лоб та двома параметрами зміщення провідників у бік, двома параметрами зміщення центру відділення у лоб та в бік, одним параметром кута повороту «осі провідників» навколо вертикальної осі відділення. Усього сім параметрів, до яких сформульовані вимоги щодо забезпечення їх комбінаціями та значеннями мінімуму ризику аварійних ситуацій по ділянках стовбура.

Міцність армування визначають параметри залишкової товщини її несучих елементів: провідників, розпорів і фактичні горизонтальні навантаження, що діють на них. До провідників коробчастого перерізу відносяться параметри залишкової товщини їх стінок і зовнішні розміри перерізу (останнє відноситься також до дерев'яних провідників суцільного прямокутного перерізу, що збереглися ще на деяких шахтах). До розпорів двотаврового та таврового перерізу відносяться параметри залишкової товщини та ширини їх полиць та параметри залишкової товщини стійкі. До гнучкого канатного армування відносяться параметри залишкової товщини дротів, діаметр каната, залишкова кількість металу в перерізі канатного провідника, вимірюваного по всій глибині стовбура, геометрична форма ділянки провідника, кількість обривів дротів на одній довжині кроку його звивки.

Компенсація різких зламів на діаграмі окружної швидкості біциліндроконічних барабанів зі змінним радіусом намотування каната за рахунок спеціально синтезованого закону управління електроприводом може знизити амплітуду вертикальних ривків його верхнього кінця і зменшити розгойдування вертикальних і горизонтальних коливань підйомної посудини. Для побудови «згладжуючих» кривих на ділянках сполучення двох суміжних ділянок діаграми швидкості підйому, які на класичній п'ятиперіодній діаграмі відповідають парам сполучених етапів руху, необхідно виділити ті параметри, які є відповідальними за появу окружного прискорення барабана. При цьому процес сполучення повинен відбуватися з максимально меншим прискоренням при розгоні та уповільненням при гальмуванні, щоб не викликати появу значних сил інерції в канаті та підйомної посудині, та їх вертикальних коливань.

В силу пов'язаності вертикальних і горизонтальних коливань посудини необхідно встановити максимально допустиму величину вертикальної амплітуди коливань посудини за критерієм обмеження амплітуди горизонтальних коливань шириною кінематичного зазору між гранями башмаків і провідників з урахуванням наявності пружних роликових направляючих пристроїв посудини. Для посилення ефекту зменшення амплітуд горизонтальних коливань доцільно забезпечити напрямні пристрої додатковими блоками поглинання енергії, у яких можуть використовуватись різні за фізичною природою матеріали (гума, рідина, повітря тощо) залежно від конструктивних особливостей та допустимих габаритів пристрою.

Таким чином, існує кілька фактичних параметрів, що визначають якість згладжування діаграми швидкості на перехідних ділянках: параметр мінімальної величини кінематичних зазорів у всіх парах «башмак – провідник» посудини, параметр максимально допустимої амплітуди вертикальних коливань посудини, швидкості посудини на початку та в кінці ділянки сполучення, кути нахилу дотичної до графіка швидкості в кінці та на початку ділянки сполучення. Розв'язання задачі побудови кривих швидкості, що оптимізують, може полягати в побудові набору таких кривих на всіх ділянках сполучення, а також в побудові однієї діаграми швидкості колоколоподібної форми для всього стовбура. Вибір типу

рішення визначається станом армування стовбура, системою керування приводом шахтної підйомної машини та допустимою швидкістю руху посудин, що залежить від якості та залишкових параметрів ділянок армування при довгостроковій експлуатації.

Суттєвим ризикоутворюючим фактором є зміщення у горизонтальній площині центру мас вантажу в посудині від вертикальної осі каната. Чим зміщення більше, тим сильніший статичний перекіс посудини у вертикальній площині, зменшення кінематичних зазорів у парах «башмак – провідник» та генерація жорстких ударів башмаків по провідниках у разі виникнення вертикального прискорення посудини. При збудженні вертикальних коливань в одних і тих самих точках стовбура на кожному циклі спуску та підйому систематично виникає ударно-циклічний вплив на провідники. Це підвищує швидкість їх механічного стирання, сприяє утворенню тріщин по зварних швах і знижує залишкову міцність ділянки армування. Таке положення вимагає оснащення завантажувального дозатора внизу ствола пристроями дроблення корисних копалин та при завантаженні в скіп системою центрування потоку відносно вертикальної осі скіпа.

Наукове значення роботи полягає у визначенні параметрів армування вертикальних шахтних стовбурів з метою зниження рівня їх аварійної небезпеки. Практичне значення полягає у мінімізації ризиків в системі «підйомна посудина – армування стовбура» під час експлуатації системи шахтного підйому.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: Шахтний підйом, ризики, стовбур, армування, підйомна посудина, башмак, провідник, розпір, канат.

1. *Білобров В.І., Дзензерський В.А., Самуся В.І.* Динаміка шахтних підйомних установок // Дніпропетровськ: Вид. Дніпропетровського університету, 2000. - 380 с.
2. *Ільїн С.Р.* Динаміка системи «посудина-армування» шахтних стовбурів при неоптимізованому керуванні підйомною машиною // Сталеві канати. - 2013. - № 9. – С. 94-116.
3. *Ільїн С.Р., Радченко В.К., Адорська Л.Г.* Ризикоутворюючі процеси під час роботи шахтних підйомних установок // Геотехнічна механіка: Міжвід. зб. наук. пр. / ІГТМ НАН України. - Дніпро, 2017. – Вип. 134. - С. 22-33.

S.R. Ilin, L.G. Adorska

DETERMINATION OF THE REINFORCEMENT PARAMETERS OF MINE SHAFTS TO REDUCE THE LEVEL OF PRODUCTION RISKS

[1] *Institute of Geotechnical Mechanics named by N. Poliakov of National Academy of Sciences of Ukraine, Simferopolska Str., 2a, 49000, Dnipro, Ukraine; e-mail: adors@ukr.net*

Rational parameters of reinforcement of vertical mine shafts to reduce the level of their emergency danger have been determined. The practical significance lies in the minimization of risks in the system "lifting vessel - reinforcement of the trunk" during the operation of the mine lifting system

Є.В. Семененко[1], Т.Д. Тепла[1], В.Г. Скосирев[2]

ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ПРИСТРОЇВ ДЛЯ УТРИМАННЯ ВИЩИХ ВОДНИХ РОСЛИН ДЛЯ ОЧИЩЕННЯ РІДИНИ В СТАВКАХ–ОСВІТЛЮВАЧАХ

[1] *Інститут геотехнічної механіки ім. М.С.Полякова НАНУ, вул. Симферопольська, 2А, Дніпро, 04005,Україна; e-mail: evs_igtm@i.ua*

[2] *Приазовський державний технічний університет МОН України, пр. Д. Яворницького, 19, м. Дніпро, 49005, Україн; e-mail: skosyrevviktor907@gmail.com*

Вступ. Процес очищення рідини в ставках-освітлювачах (СО) є одним з основних в технологіях переробки мінеральної сировини, а також технологіях повернення земельних відводів, де були розташовані підприємства вугільної промисловості, до екологічно безпечних показників. Для діючих сховищ продуктів переробки мінеральної сировини (СПП) зворотна вода вилучається для потреб виробництва й процес очищення рідини в СО обмежується геометричними розмірами гідротехнічної споруди. Для СПП, що вже виведені з експлуатації, вода вилучається для осушення земель, та процес очищення рідини вже стримується дефіцитом рідини в СО. В цих умовах одним з перспективних рішень є залучення для підвищення ефективності процесу очищення рідини біотехнологій, що передбачають використання вищої водної рослини (ВВР). ВВР плавають по поверхні води та мають розвинуту кореневу систему, яка є високоефективним сітчастим фільтром спроможним затримувати тверді частинки тонких фракцій в приповерхневому шарі, що першим долає борт переливу. Це дозволяє забезпечити освітлення рідини в мінімальній відстані від бортів переливу або майже в нерухомій рідині. Для забезпечення рівномірного розподілу ВВР по поперечному перетину потоку пропонується розміщення над поверхнею рідини пружної нитки (ПН) до якої через рівні відстані кріпляться ВВР. Однак для реалізації цього рішення необхідно визначити пружні та геометричні параметри ПН, які будуть утримувати ВВР в потоці.

§1. Постановка задачі. В статті розглядається задача визначення для ПН площі поперечного перетину та модуля пружності, що забезпечують утримання ВВР, які рівномірно розподілені по її довжині, на поверхні потоку при відомих геометричних параметрах ВВР та середній швидкості потоку.

§2. Розв'язок задачі. З розгляду рівнянь рівноваги для кожної точки кріплення ВВР до ПН доведемо, що кут відхилення ПН від вихідного положення буде визначатися як розв’язок рівняння:

$$tg\alpha_i - \sin\alpha_i = \sigma_i\theta\,; \tag{1}$$

$$\theta = C_R\frac{\rho_w U^2}{2E}\frac{S}{F}\,; \qquad \sigma_i = \sum_{j=1}^{N+1-i} j\,,$$

де α_i – кут відхилення ПН від вихідного положення в точці кріплення i-ї ВВР; i – номер i-ї ВВР починаючи від борту каналу; σ_i – коефіцієнт впливу номеру ВВР на кут відхилення ПН від вихідного положення (табл. 1); θ – безрозмірний параметр; C_R – коефіцієнт сили гіадроаеродинамічного опору кореневої системи ВВР; ρ_w – густина рідини; U – швидкість плину рідини; S – площа міделя кореневої системи ВВР; E – модуль Юнга матеріалу ПН; F – площа поперечного перетину ПН.

Отриманні розв’язки рівняння (1) для всіх точок кріплення ВВР до ПН сили натягу ПН між ВВР можуть бути обчислені за такими формулами:

$$T_i = EF\frac{1-\cos\alpha_i}{\cos\alpha_i}\,; \quad T_0 = EF\left(N - \sum_{i=1}^{N}\cos\alpha_i\right), \tag{2}$$

де T_i – сила натягу ПН між ВВР за номером $i-1$-ї та i-ї; T_0 – сила натягу ПН на ланці, що знаходиться на вісі симетрії каналу.

§3. Обґрунтуванням отриманих результатів. Доведено, що з використанням формул (2), умовою можливості застосування ПН обраного типу буде справедливість наступної нерівності:

$$[T] \le \max_{i=1,N}(T_i, T_0)\,, \tag{3}$$

де $[T]$ – припустиме значення сили натягу ПН.

Таблиця 1

Значення коефіцієнту впливу номеру ВВР на кут відхилення ПН від вихідного положення

Номер ВВР починаючи від борту каналу	Значення коефіцієнту σ_i
1	N
2	$N-1$
3	$N-2$
k	$N+1-k$
….	….
$N-2$	3
$N-1$	2
N	1

Виконання нерівності (3), при відомих розв'язках рівняння (1) для всіх точок кріплення ВВР до ПН, може бути забезпечено або вибором величини модуля Юнга матеріалу ПН або площі поперечного перетину ПН. Якщо обґрунтованим вибором площі поперечного перетину та модуля пружності ПН виконання нерівності (3) досягти неможливо, необхідно або зменшити кількість ВВР, що розташовані на ПН, або зменшити швидкість плину рідини в каналі.

Висновок. Таким чином, за допомогою формул (1) – (3) стає можливим визначити для ПН площі поперечного перетину та модуля пружності, що забезпечують утримання ВВР, які рівномірно розподілені по її довжині, на поверхні потоку при відомих геометричних параметрах ВВР та середній швидкості потоку. Це забезпечує створення в приповерхневому шарі потоку рідини з твердими частинками глинистих фракцій високоефективний сітчастий фільтр. Цей фільтр спроможний затримувати такі тверді частинки в частині потоку, що першою долає борт переливу, та суттєво підвищити ефективність процесу очищення рідини в СО.

О.О. Медведєва[1], З.С. Гальченко[1], С.О.Рижова[1], Я.С.Медведєв[2]

МОДЕЛЮВАННЯ КОЛИВАНЬ ОПОРИ ВІТРОЕНЕРГЕТИЧНОЇ УСТАНОВКИ, ЩО ВСТАНОВЛЕНА НА БОРТУ ОТВАЛУ

[1] *Інститут геотехнічної механіки ім. М.С.Полякова НАНУ,*
вул. Симферопольська, 2А, Дніпро, 04005,Україна; e-mail: medvedevaolga1702@gmail.com
[2] *НТУ «Дніпровська політехніка», пр. Д. Яворницького, 19, м. Дніпро,*
49005, Україна; e-mail: yarikmedvedev718@gmail.com

Вступ. Сучасні технології освоєння мінеральної сировини передбачають створення сховищ відходів їх переробки. За сторіччя освоєння мінеральних ресурсів в промислових регіонах України навколо гірничих підприємств виникли штучні елементи природних ландшафтів – терикони, відвали, гідровідвали, водойми техногенного походження. Частина цих об'єктів створюється в природних низинах, ярах та балках, а частина створює домінуючі геодезичні висоти на місцевості. Вважається, що об'єкти першого типу простіше підлягають рекультивації та залученню до аграрних потреб. Коло дослідників пропонує об'єкти другого типу окрім рекультивації та залучення до аграрних потреб, використовувати для отримання екологічно безпечної відновлювальної енергії. Частина пропозицій спрямована на промислове використання цієї енергії, а частина пропонує спрямовувати її на потреби забезпечення екологічної безпеки самих об'єктів, наприклад для отримання вологи з повітря для поливу зелених насаджень на поверхні схилів. Великі геодезичні відмітки таких об'єктів сприяють застосуванню таких технологій, однак виникає перепона, яка обумовлена можливістю руйнування схилів під дією вібрації, що є неминучим впливом вітроенергетичних установок будь-яких типів та конструкцій. Традиційно при дослідженні впливу вібрації на опори, що розташовані в сипких ґрунтах, виникає потреба в обчислені амплітуди та частоти можливих коливань конструкції, які обумовлені вітровими навантаженнями. Наступним етапом, з метою уникнення резонансу, є порівняння цих частот з власними частотами коливань конструкції, що обумовлені властивостями конструктивних елементів вітроенергетичної установки.

§1. Постановка задачі. В статті розглядається задача визначення власних частотами коливань на згин башти вітроенергетичної установки з горизонтальною віссю обертання в залежності від геометричних характеристик її конструктивних елементів – ротору, гондоли, башти, валу й втулки.

§2. Розв'язок задачі. Враховуючи, що коливання башти на згин можуть відбуватися в площині вісі гондоли в перпендикулярному до неї напрямку, в межах точності інженерних розрахунків, можна вважати однаковими, та розглядаючи башти з постійною вздовж висоти жорсткістю на згин, тобто добутку модулю пружності матеріалу башти та моменту інерції відносно нейтральної лінії башти, рівняння коливань на згин можна записати в наступному вигляді:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -\frac{EI}{\rho_B F_B}\frac{d^4 y}{dx^4}; \tag{1}$$

де y – горизонтальне відхилення гондоли від положення рівноваги; t – час; E – модуль пружності матеріалу башти вітроенергетичної установки; I – момент інерції відносно нейтральної лінії башти; ρ_B – густина матеріалу башти вітроенергетичної установки; F_B – площа поперечного перетину башти вітроенергетичної установки; x – координата вздовж висоти башти.

Розглянувши загальний розв'язок рівняння (1) при однорідних граничних умовах в місці торкання башти землі, та присутності гондоли на протилежному її кінці, отримав відповідну систему лінійних рівнянь, прирівнявши її детермінант нулю, після розкладання в степеневі ряди всіх тригонометричних та гіперболічних функцій з збереженням перших трьох членів ряду, можливо визначити власну частоту коливань на згин башти вітроенергетичної установки з горизонтальною віссю обертання в аналітичному вигляді:

$$\omega = \frac{2{,}875}{i_* L_B^3 \sqrt{k_R k_G}}\left(\frac{EI}{i_R}\right)^{\frac{3}{2}}; \tag{2}$$

$$k_G = 1 + \left(\frac{1}{4} + 3\lambda\right)\mu; \quad k_R = \left(\kappa_*\rho_* - \kappa_0\rho_0 c\right)i_*^2 + \left(h\rho_R\sigma_R\left(1 - i_0\right) + \kappa_0\rho_0 i_0^2\right)c; \quad i_* = \frac{R_*}{R};$$

$$\lambda = \frac{I_G}{GL_B^2}; \quad i_R = \frac{R}{L_B}; \quad \sigma_R = \frac{N\widetilde{C}}{2\pi R}; \quad h = \frac{2\kappa_R F}{\widetilde{C}^2}; \quad c = \frac{\widetilde{C}}{L_*}; \quad i_0 = \frac{R_1}{R},$$

де i_* – відносний радіус валу ротору; c – відносна узагальнена по лопаті довжина хорди в поточному перерізі; κ_* – коефіцієнт форми валу ротору, враховує відхилення валу від правильної циліндричної форми; ρ – густина повітря; ρ_* – відношення густини валу ротора до густини повітря; κ_0 – коефіцієнт форми втулки ротору, враховує відхилення валу від правильної тороїдальної форми; ρ_0 – відношення густини втулки ротора до густини повітря; h – геометричний параметр поперечного перерізу лопаті; ρ_R – відношення густини лопаті ротора до густини повітря; σ_R – узагальнений коефіцієнт заповнення ротору; i_0 – відносний радіус втулки ротору; $\widetilde{C}$ – узагальнена по лопаті довжина хорди в поточному перерізі; κ_R – коефіцієнт форми профілю лопаті ротору, що враховує відхилення площини профілю лопаті від узагальненого значення; F – узагальнена по довжині площа перерізу лопаті; i_0 – безрозмірний радіус втулки ротору; R – радіус ротору; R_1 – радіус втулки ротору; λ – інерційний параметр; I_G – момент інерції ваги гондоли відносно точки приєднання до башти; L_B – висота башти вітроенергетичної установки; μ – співвідношення ваги гондоли та ваги башти вітроенергетичної установки; L_* – довжина валу ротору.

§3. Обґрунтуванням отриманих результатів. Результати аналізу формули (2), вказують на суттєву залежність власної частоти коливань на згин башти вітроенергетичної установки з горизонтальною віссю обертання від радіусу лопаті. Саме цим параметром визначається висота башти та геометричні характеристики гондоли. Також впливовим фактором є розташований електрогенератор в гондолі чи ні, оскільки його вага зменшує власну частоту коливань башти на згин.

Висновок. Таким чином, за допомогою формул (1) та (2) стає можливим визначити власні частоти коливань на згин башти вітроенергетичної установки з горизонтальною віссю обертання, що відбуваються в площині вісі гондоли в перпендикулярному до неї напрямку, в залежності від геометричних характеристик її конструктивних елементів, а саме, ротору, гондоли, башти, валу й втулки.

Є.В. Семененко[1], О.О. Медведєва[1], М.М. Беляєв[2], Л.В. Якубенко[1]

ПОДАЛАННЯ ОБМЕЖЕНЬ ВИСОТИ ДАМБ ОБВАЛУВАННЯ ШТУЧНИХ СХОВИЩЬ ВІДХОДІВ ЗБАГАЧЕННЯ МІНЕРАЛЬНОЇ СИРОВИНИ З БОКУ МІЦНОСТІ ТРУБОПРОВОДІВ ЗВОРОТНЬОГО ВОДОПОСТАЧАННЯ

[1] *Інститут геотехнічної механіки ім. М.С.Полякова НАНУ, вул. Симферопольська, 2А, 49005, Дніпро, Україна; e-mail:* evs_igtm@i.ua

[2] *Український державний університет науки і технологій, вул. Лазаряна, 2, м. Дніпро, 49010; e-mail:* biliaiev.m@gmail.com

Вступ. Сховища продуктів переробки мінеральної сировини (СПП) призначені не тільки для накопичування відходів збагачення, а , й, для освітлення зворотної води та її постачання на збагачувальне виробництво. Для цієї мети в межах СПП на початку будівництва створюють точки водозабору, де розташовано вертикальний трубопровід, що на дні сховища приєднується до горизонтального трубопроводу, яким зворотна вода з поверхні ставку-освітлювачу (СО) потрапляє за межі СПП під дамбою обвалування. Відстань між точками водозабору обчислюється за умов досягнення мінімальної, за умов осадження твердих частинок, відстані між водозабором та межею ставку. Після заповнення СПП до проектної висоти внутрішній борт дамби обвалування досягає точок водозабору. Це обмежує подальше нарощування дамби обвалування, оскільки водозабір потрапляє на її зовнішній схил.

Більшість вітчизняних гірничо-збагачувальних комбінатів вже стикнулось з необхідністю нарощування дамб обвалування вище за проектні відмітки, що потребувало вирішення проблеми інтенсифікації процесу освітлення та забезпечення міцності трубопроводу, який прокладено під дамбою обвалування.

§1. Постановка задачі. Враховуючи, що наразі відомі технології створення двошарових труб шляхом розміщення в залізних старих трубах нових труб з поліетилену відповідного діаметру та товщини стінки, то є актуальним визначити параметри поліетиленової труби, що дозволять після її монтажу забезпечити міцність трубопроводу при нарощуванні дамб обвалування понад проектної висоти.

§2. Розв'язок задачі. Товщина стінки трубопроводу, який з'єднує вертикальний трубопровід водозабору з трубопровідними магістралями за межами СПП, що задовольняє його міцність при використанні протягом первинного проекту визначається наступними формулами

$$\delta = Pk_C \sqrt[3]{k\frac{1+\mu^2}{2\mu^2 E}\rho_w g H_Б D}\,; \tag{1}$$

$$P = \sqrt[3]{z + R + Ar\left(1 + \Lambda tg\alpha\right)}\,; \quad z = 1 + \frac{h_0 + Lctg\beta}{H_Б} - \frac{H_Б^0}{H_Б}\,;$$

$$\Lambda = \frac{L_0 - X_{\min} - 2L}{2H_Б}\,; \quad R = \frac{\rho_d}{\rho_s}\,; \quad Ar = \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_w}\,,$$

де δ – товщина стінки труби, м; P – параметр, що враховує гірничо-геологічні фактори та характеристики гірничих робіт; k_C – коефіцієнт сортаменту труб, завжди більше ніж одиниця; k – коефіцієнт експлуатації, за звичай від 1 до 2; μ – коефіцієнт Пуассона матеріалу трубопроводу; E – модуль пружності матеріалу трубопроводу, Па; D – діаметр трубопроводу, м; ρ_w – густина рідини в СО; g – прискорення вільного падіння, м/с^2; β – кут нахилу надводного відкосу; S – об'ємна концентрація твердих частинок в сипкому вологому масиві, що утворює дно СО; ρ_s – густина частинок твердої фази; h_0 – глибина СО; ρ_d – густина частинок матеріалу, з якого утворено дамбу; $H_Б^0$ – висота упорної дамби, що огороджує СПП, м; $H_Б$ – висота дамби на звичайному ярусі намиву, м; α – кут зовнішнього відкосу; L – довжина надводного відкосу, м; L_0 – половина лінійний розмір основи СПП в перерізі пристроїв водозабору, м; $X_{\min}$ – мінімальна, за умов осадження твердих частинок, відстань від місця потрапляння твердих частинок в СО до водозабору, м.

Подальше нарощування дамб обвалування призводить до додаткових навантажень на трубопровід, що потребує додаткової перевірки його міцності. Аналітичними дослідженнями залежності (1) доведено, що можливість подальшого нарощування дамб обвалування, визначається наступною нерівністю:

$$\Delta n \le \left(\frac{k_E}{k} k_\mu \frac{1+k_\mu \tilde{\mu}^2}{1+\tilde{\mu}^2} k_R^3 k_C^3 \left(1+k_\delta\right)^3 - 1 \right) \Omega ; \tag{2}$$

$$\Omega = 1 + \frac{z+R}{Ar} + \Lambda tg\alpha \; ; \; k_\mu = \frac{\tilde{\mu}^2}{\mu^2} \; ; \; k_E = \frac{\tilde{E}}{E} ; \qquad k_R = \frac{D'}{D} \; ; \; k_\delta = \frac{\delta'}{\delta} ,$$

де Δn – кількість разів нарощувань дамби обвалування СПП по над проектною відміткою; k_E – коефіцієнт зміни пружності матеріалу; $\tilde{E}$ – новий модуль пружності матеріалу трубопроводу; $\tilde{\mu}$ – новий коефіцієнт Пуассона матеріалу трубопроводу; k_R – коефіцієнт зміни діаметру трубопроводу; D' – новий діаметр трубопроводу, м; k_δ – коефіцієнт зміни товщині стінки трубопроводу; δ' – нова товщина стінки трубопроводу.

§3. Обґрунтуванням отриманих результатів. З формули (2) видно, що можливість подальшого нарощування дамб обвалування, визначається першим множником, формула, якого може враховувати збільшення пружності матеріалу трубопроводу та збільшення його геометричних характеристик, тобто, що подальше нарощування дамб можливо та не є ризикованим якщо виконується наступна умова:

$$k_E k_\mu k_R^3 k_C^3 \frac{1+k_\mu \tilde{\mu}^2}{1+\tilde{\mu}^2} \left(1+k_\delta\right)^3 > k . \tag{3}$$

Висновок. Таким чином, замість переулаштування водозабору або будівництвом нової водозабірної споруди шляхом прокладання трубопроводу по зовнішньому борту дамби обвалування, з'являється можливість створити двошаровий трубопровід шляхом розміщення в старий залізній трубі, яка вже проложена під дамбою обвалування, нової труби з поліетилену діаметр та товщина стінки якої, визначені за допомогою нерівностей (2) і (3). Таке технічне рішення дозволяє відмовитися від стаціонарного водозабору, який передбачався проектом, то впровадити мобільний водозабір за допомогою земснарядів, що понтонними трубопроводами приєднані до старих точок водозабору.

С.А. Курносов[1], М.М. Стаднічук[1], С.Г. Роман[2]

ОСОБЛИВОСТІ НАВАНТАЖЕННЯ БЕТОНИХ СМУГ ОХОРОННОГО ЗАСОБУ ПРИ РІЗНИХ ТИПАХ ОБВАЛЮВАННЯ ПОКРІВЛІ ПЛАСТА

[1]Інститут геотехнічної механіки ім. М.С.Полякова НАНУ,
вул. Симферопольська, 2А, 04005, Дніпро, Україна; e-mail: krosh1983@gmail.com
[2]НТУ «Дніпровська політехніка», пр. Д. Яворницького, 19, м. Дніпро, 49005, Україна; e-mail: svetlanaroman173@gmail.com

Вступ. Ефективність функціонування вугільних шахт суттєво залежить від стану дільничних виробок. На сучасних вугледобувних підприємствах прагнуть зберігати конвеєрні виробки для їх повторного використання в якості вентиляційних при відпрацюванні наступного суміжного виїмкового стовпа. Це сприяє підвищенню темпів видобутку вугілля за рахунок наступних чинників. По-перше, збереження конвеєрної виробки після проходу першої лави дозволяє застосовувати прямоточні схеми провітрювання, що знижує обмеження на швидкість відпрацювання вугільного пласта за газовим фактором. По-друге, повторне використання виробки пришвидшує підготовку наступного виїмкового стовпа за рахунок зменшення протяжності нових підготовчих виробок, що також сприяє зниженню витрат на їх проведення і кріплення. Належна стійкість цих виробок значною мірою залежить від властивостей застосовуваних засобів їх охорони. Дільничні виробки є пластовими, тому після вилучення вугілля в їх борту з боку виробленого простору лави утворюється порожнина, висотою, що дорівнює потужності вугільного пласта. Засіб охорони призначений для заповнення цієї порожнини поблизу контуру виробки. Він повинен сприймати на себе навантаження від ваги порід підробленої покрівлі та запобігати витоку у вироблений простір лави свіжого струменю повітря і, навпаки, потраплянню метано-повітряної суміші у дільничну виробку, а також сприяти прискоренню обвалення підробленої покрівлі слідом за вибоєм лави за рахунок ефективного обрізання консолі завислих над виробкою порід для зменшення асиметричності навантаження рамного кріплення виробки і тиску покрівлі на засіб її охорони. Нестаціонарний стан геотехнічної системи «масив - гірничі виробки» ускладнює кількісну оцінку ступеня впливу цих факторів. Це призводить до помилок при оцінці ризику деформування гірничих виробок та виборі типів кріплення і розрахунку їх параметрів. Такі багатофакторні задачі можна ефективно вирішувати із застосовуванням теорії ризиків, чого на даний час не зроблено. Також не встановлені закономірності зміни тиску порід на засоби охорони виробок в залежності від геологічних умов їх розташування та не розроблені методики вибору типів цих засобів і розрахунку їх параметрів.

§1. Постановка задачі. Результати досліджень попередніх науковців вказують на багатофакторність при визначені міцності найбільш перспективних засобів охорони у вигляді литих або пакетованих бетонних смуг. З одного боку, тиск, що здійснюють породи покрівлі вугільного пласту на засобів охорони, зростає зі збільшенням відстані від засобу охорони до забою. З другого боку, міцність бетону зростає від початкового, майже нульового значення, до стаціонарного паспортного значення за 28 діб, з врахуванням висоти засобу та температури шахтного середовища. Тобто міцність засобу охорони за рахунок міцності бетону може бути забезпечена тільки починаючи з деякої відстані між забоєм та цим засобом, а до цього моменту працездатність засобу повинна забезпечувати органне кріплення. В статті розглядається задача визначення цієї відстані на основі даних шахтних експериментів.

§2. Розв'язок задачі. Результати експериментальних досліджень, які було проведено в умовах шахт «Червоноградська» та «Лісова» ДП «Львіввугілля», по визначенню динаміки змінення тиску, який здійснюють породи покрівлі вугільного пласту на засоби охорони, дозволяють рекомендувати, з точністю інженерних розрахунків, для визначення цього тиску в залежності від відстані від засобу охорони до забою, використовувати наступну формулу:

$$p(x) = 3{,}61\lg\left(\frac{1{,}967x}{1+0{,}9x}\right); \tag{1}$$

$$p = \frac{P}{g\rho H}; \qquad x = \frac{l}{l_0},$$

де p – безрозмірний геостатичний тиск на засіб охорони; P – геостатичний тиск на засіб охорони; g – прискорення вільного падіння; ρ – густина шарів ґрунту над вугільним пластом; H – глибина вугільного пласту; x – відносна відстань від засобу охорони до забою; l – відстань від засобу охорони до забою; l_0 – початкова відстань від захисного засобу до забою.

З використанням формули (1) та залежності міцність бетону від часу після створення з урахуванням умов шахтного середовища відносна відстань від захисного засобу до забою, починаючи з якої буде

забезпечуватися міцність захисного засобу в даних шахтних умовах, визначається розв'язками наступної нерівності:

$$n\lg\left((x-1)T\right) \geq 3{,}6\lg\left(\frac{1{,}967x}{1+0{,}9x}\right); \tag{2}$$

$$T = \frac{l_0}{4V_0}e^{0{,}07t}; \quad n = \frac{5{,}545-m}{11{,}462}\frac{R_{(28)}}{g\rho H};$$

де n – безрозмірна міцність бетону після 28 діб; T – параметр умов ведення гірничих робіт; t – температура шахтного середовища, °С; V_0 – швидкість посування лави, м/доб.; $R_{(28)}$ – міцність бетону після 28 діб; m – потужність вугільного пласта, що виймається, м.

§3. Обґрунтуванням отриманих результатів. Результати численних досліджень нерівності (2) указують на можливість представлення її розв'язки в наступному вигляді:

$$x \geq x_*;$$

$$x_* = 1 + \frac{\sqrt[n]{2{,}186}}{T}\left(\frac{0{,}854}{n}T + 0{,}3822\ln\left(\frac{n}{12{,}384}\right)\right), \tag{3}$$

де x_* – безрозмірна відстань від засобу охорони до забою, починаючи з якої міцність бетонної смуги забезпечує працездатність цього засобу охорони.

Висновок. Нерівність (3) визначає безрозмірну відстань від засобу охорони до забою, починаючи з якої міцність бетонної смуги забезпечує працездатність цього засобу охорони. При менших відстанях працездатність засобу повинна забезпечувати органне кріплення. З формули (3) видно, що керувати величиною цієї відстані можна за рахунок швидкості посування лави та паспортною міцністю бетону після 28 діб.

О.В. Говоруха[1], К.В. Бабій[2], О.В. Халимендик[3]

РЕЗУЛЬТАТИ МОНІТОРИНГУ ГЕОМЕХАНІЧНОЇ СТІЙКОСТІ ГІДРОТЕХНІЧНИХ СПОРУД ХВОСТОСХОВИЩА «КРИВІ ЛУКИ»

[1]ТОВ «Науково-Дослідний Інститут Інженерних Вишукувань»
[2]Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАН України
[3]НТУ "Дніпровська політехніка"

Сучасні хвостосховища майже всіх гірничо-збагачувальних комплексів знаходяться в заповненому стані. Практично всі підприємства нарощують дамби задля збільшення їх ємності. Це вимагає поглибленого вивчення і надійного обґрунтування техніко-технологічних параметрів для забезпечення стійкості основ дамб обвалування (основна дамба), огороджувальних і розділових дамб, а також постійного інструментального контролю геомеханічних процесів, що відбуваються в огороджувальних масивах з метою своєчасного прогнозу різного роду деформацій. Крім того потрібен розрахунок і дотримання балансу між обсягом надходження води у відстійний ставок та поверненням освітлених вод у технологічний процес (з урахуванням кількості атмосферних опадів та обсягу випаровування) в технологічному процесі експлуатації. Незважаючи на великий досвід провідних фахівців гірничо-збагачувальних підприємств, дослідників, проєктувальників та допоміжних фірм з моніторингу геомеханічного стану хвостосховищ, однаково трапляються випадки руйнування огороджувальних дамб з наслідками техногенних та екологічних катастроф. Тому означений об'єм робіт не втрачає актуальності в науковому і практичному напрямках.

Хвостосховища є об'єктами особливого класу відповідальності і підлягають відповідному рівню нагляду та контролю – як шляхом перевірки відповідності паспортним/проєктним показникам (спостереження за дотриманням технологічних норм намивання, заповненням, режимом фільтрації і пороговим тиском тощо) так і шляхом постійного моніторингу технічного стану та експлуатаційної придатності комплексу гідротехнічних об'єктів що входять до хвостосховища.

Загальний моніторинг об'єктів включає комплекс натурних спостережень (візуальних та інструментальних), які чітко регулюються відповідними національними та галузевими стандартами різних рівнів.

Серед багатьох параметрів контролю, таких як стан укосів, берм і облицювань каналів, наявність під ними вимоїн, розкриття швів, заростання і замулювання, стан водоприймальних і водоскидних споруд, укосів, берм і гребеня дамб тощо, досить важливим є моніторинг геомеханічної стійкості насипних споруд.

У Дніпропетровській області налічується 16 хвостосховищ – 5 з яких знаходяться в Нікопольському марганцеворудному басейні. Виконаний аналіз загальних даних щодо їх основних характеристик. В якості об'єкту такого моніторингу, було обрано дамби хвостосховища «Криві Луки» ПАТ «ОРДЖОНІКІДЗЕВСЬКИЙ ГІРНИЧО-ЗБАГАЧУВАЛЬНИЙ КОМБІНАТ» (ОГЗК).

Метою роботи було формування бази для наступного моніторингу геомеханічної стійкості об'єкту шляхом проведення інженерно-геологічних вишукувань з визначенням геолого-літологічного складу ґрунтової товщі, інженерно-геологічних і гідрогеологічних умов, фізико-механічних властивостей ґрунтів тощо.

Безпосередньо інженерно-геодезичні вишукування виконувались з метою актуалізації топографічної основи та формування бази реперів для створення наступної мережі контрольних точок. Інженерно-геологічні вишукування виконувались відповідно до вимог ДБН А.2.1-1-2014 «Інженерно-геологічні вишукування для будівництва» та інших галузевих стандартів. Було пробурено 30 свердловин (початковий діаметр свердловин складає 127 мм, глибина свердловин складає 9.8 – 11.5 м, загальний обсяг буріння складає 323 п.м.). Відібрані проби ґрунту (порушеної та непорушеної структури). Проведені лабораторні визначення фізико-механічних властивостей ґрунтів, хімічного складу ґрунтових вод та хімічного складу водної витяжки ґрунту тощо й камеральна обробка матеріалів польових і лабораторних досліджень. За результатами роботи зроблено наступні висновки:

1. До вивченої глибини в геологічній будові території беруть участь тільки насипні техногенні відклади: ґрунтово-рослинний шар, суглинок темнокоричневий, гумусований; суглинок важкий твердої на напівтвердої консистенції; глина легка твердої на напівтвердої консистенції (зустріли тільки на півночі та східному півдні); суглинок легкий тугопластичної консистенції; супісок пластичної консистенції (зустріли тільки на південному заході).

На період інженерно-геологічних вишукувань (2017 рік) на досліджуваній території до розвіданої глибини 9.8-11.5 м ґрунтові води не зустрінуті, що пояснюється в першу чергу обмеженою глибиною буріння. Проте, в районі свердловин № 24-30 (західна частина хвостосховища), на глибині 2.1-8.2 м було виявлено ламінарну зону фільтрації техногенного походження без постійного рівня з

виникненням окремих обводнених ділянок. Фільтрація водних мас відбувається через товщу легкого суглинку та супіску. Товща важкого суглинку та легких глин слугує в якості водотриву.

В той же час в районі свердловин № 23-30 (захід та північний захід) був зафіксований потенційно небезпечний розвиток процесів суфозійного виносу, який пояснюється як наслідок фільтраційного перетоку водних мас з секції «Західний відсік» до секції «Східний відсік» хвостосховища ПАТ «ОГЗК».

2. В результаті інженерно-геологічних вишукувань протифільтраційного екрану не було виявлено. Тому для інженерно-геологічних умов, що склалися на території досліджень, рекомендується провести наступні заходи: здійснити гідроізоляційні роботи, щодо врегулювання стоку поверхневих вод на період експлуатації; провести дренажні, протифільтраційні та водовідвідні заходи та заходи щодо захисту від підтоплення, заболочування та забруднення території за межами.

3. Після реконструкції деформованої частини дамби тривалий контакт ґрунтів дамби з водою хвостосховища та, як наслідок, їх водонасичення призведе до зниження величин, що характеризують їх фізико-механічні властивості (кут внутрішнього тертя та питоме зчеплення), що в свою чергу знижує стійкість відкосів дамби хвостосховища. Таким чином виходячи з хімічного аналізу ґрунтових вод, що фільтруються через дамбу, та хімічного аналізу вод хвостосховища слід очікувати поступове зниження стійкості конструкції внаслідок засолення фільтруючих ґрунтів. Тому потрібен подальший моніторинг вміщуючи порід [1].

4. Процеси фільтрації водних мас через зовнішню дамбу в районі свердловин № 23-24 в зоні контакту суглинистих порід з супіщаними та, як наслідок, прояв процесів суфозійного виносу пилуватих часточок в зоні виходу вод призведуть до поступової деградації, розшарування чи сповзання відкосів дамби [2].

Таким чином, за результатами роботи створено відповідний базис для запровадження системи моніторингу технічного стану хвостосховища в тому числі отримано вихідні дані для наступних аналітичних досліджень та обґрунтування комплексу відповідних технічних рішень із забезпечення тривалої стійкості об’єкту і його подальшої реконструкції.

1. Shapoval, V., Shashenko, O., Hapieiev, S., Khalymendyk, O., & Andrieiev, V. (2020). Stability assessment of the slopes and side-hills with account of the excess pressure in the pore liquid. Mining of Mineral Deposits, 14(1), 91-99. https://doi.org/10.33271/mining14.01.091.

2. Ковров А.С., Бабий Е.В., Ракишев Б.Р., Куттыбаев А.А. Влияние обводненности насыпного массива пород на геомеханическую устойчивость участка циклично-поточной технологии // Mining of Mineral Deposits Journal homepage http://mining.in.ua Volume 10 (2016), Issue 2, pp. 55-63.

В.В. Зберовський, Р. А. Агаєв, В.В. Власенко, А.В. Пазиніч

ДОСЛІДЖЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ГІДРОДИНАМІЧНОЇ ДІЇ ТА СТАНУ ВУГЛЕПОРОДНОГО МАСИВУ

Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАНУ,
вул. Сімферопольська, 2а, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: igtmnan@ukr.net

Анотація. Ця стаття присвячена дослідженню і встановленню статистичних показників процесу зміни напружено-деформованого стану вуглепородного масиву та параметрів гідродинамічній дії на викидонебезпечні вугільні пласти. Запропоновано на базі результатів, отриманих при впровадженні режимів гідравлічної дії, розробити новий напрям досліджень попереднього моделювання, прогнозування та керування гірничим середовищем попереду очисних та підготовчих виробок.

Key words: coal bed, hydrodynamic impuct, dynamic processes, descriptive statistics.

Видобуток вугілля складається з багатьох складних технологічних процесів та вимагає ефективного керування станом гірського масиву. Техногенні процеси і перетворення, що відбуваються в гірському масиві, призводять до зміни його газодинамічного напружено-деформованого стану, прояву негативних явищ та підвищення небезпеки для робітників. Тому важливо та необхідно вживати заходи до забезпечення безпеки та оптимальної експлуатації шахт.

Однією з особливостей керування станом газонасиченого гірського масиву є використання систем підтримки безпечного стану виробленого простору й складом повітря та керування гірським тиском. Ця система містить комплекс заходів та технологічних процесів, що спрямовані на запобігання виникненню аварійних ситуацій у тому числі газодинамічних явищ (ГДЯ).

Серед ключових аспектів керування гірським станом масиву є систематичний контроль та його моніторинг. Застосування сучасних технологій, таких як дистанційне зондування, геофізичні методи контролю та моделювання, дозволяє отримувати точну інформацію про властивості гірського масиву та зміни, що відбуваються в ньому з часом. Це допомагає виявляти потенційно небезпечні зони, передбачати руйнування виробок та уникати аварійних ситуацій.

Досвід використання способів гідродинамічної дії для керування газодинамічним станом вуглепородного масиву при відпрацюванні викидонебезпечних вугільних пластів показав їх високу технологічність й ефективність. Тому, на базі отриманих результатів при впровадженні цих способів, запропоновано розробити новий напрям досліджень попереднього моделювання напружено-деформованого стану газонасиченого вуглепородного масиву навколо очисних та підготовчих виробок.

В якості базі даних для дослідження параметрів та створення такої моделі в умовах пластів крутого падіння запропоновано використовувати дані 60 розкриттів пластів на шахтах Центрального району Донбасу. Планується провести їх аналіз, класифікувати та згрупувати всі параметри процесу і для зручності обробки поділити на наступні підгрупи: параметри властивостей пласта, параметри технічних характеристик розробки, параметри результатів розробки.

На першому етапі досліджень стоїть завдання першочергового визначення кількісних та якісних показників процесу зміни напружено-деформованого стану вуглепородного масиву та параметрів гідродинамічній дії для формування бази даних і побудови регресійної моделі (таблиця 1).

Згідно з таблицею, загальні статистичні дані, такі як середнє значення та медіана, дозволили отримати загальне уявлення про центральну тенденцію набору даних. За наданими даними, коли середнє значення та медіана досить близькі одне до одного це може свідчити про те, що дані розподілені приблизно рівномірно навколо центрального значення. Однак, велике значення середньоквадратичного відхилення свідчить, що даний набір має значний розкид відносно середнього значення. Це означає, що існує значна варіація в значеннях навколо середнього, що може свідчити про велику різноманітність або неоднорідність даних.

Загальною тенденцією є те, що більшість параметрів мають помірне або невелике середньоквадратичне відхилення, що вказує на стабільність даних. Однак, є кілька параметрів, таких як фактична площа зони оброки та загальна кількість циклів, які мають значне середньоквадратичне відхилення. Це свідчить про значний розкид експериментальних даних для цих параметрів. В таких випадках необхідно за додатковим аналізом з'ясовувати причини відхилення значень.

Таблиця 1 – Описова статистика показників гідродинамічної дії та стану вуглепородного масиву

Назва параметру і одиниця виміру	Діапазон значень	Середнє значення/ медіана	Кількість розкриттів	Середньо-квадратичне відхилення
Глибина розробки пласта, м	710-110	990/975	16	84,1
Природна газоносність, $м^3$/т	11,5-27	20,2/20,0	13	4,0
Товщина вугільного пласта, м	0,3-3,1	1,35/1,300	18	0,58
Кут падіння, град	48-70	58,3/60,0	17	5,73
Міцність вугілля, по шкалі Протодьяконова	0,9-1,5	1,08/1,00	20	0,16
Перетин виробки, $м^2$	9,2-27,1	14,84/13,0	16	4,5
Кількість технологічних свердловин, шт	1-7	3,72/4	17	1,3
Тиск газу в пласті, МПа	0,2-9	2,5/1,8	18	1,8
Тиск газу після гідродинамічної дії, МПа	0,0-0,9	0,18/0,1	29	0,27
Швидкість газовиділення, л/хв				
до дії	0,25-4,8	2,1/1,63	20	1,3
в процесі дії	0,0-29,2	18,9/21,6	16	7,3
після дії	0,0-1,22	0,2/0,1	22	0,3
Час дії, год	4,5-44,0	19/18	17	9,72
Загальна кількість циклів	29-322	125,74/126	13	62,59
Кількість вилученого вугілля, т	4,2-95	19,5/16,0	30	14,5
Коефіцієнт вилучення вугілля	0,01-0,12	0,04/0,04	21	0,02
Розрахункова площа перетину зони оброки, $м^2$	102-150	118,1/113	16	12,4
Фактична площа зони оброки, $м^2$	112-919	290,4/234	26	179,0
Об'єм метану, що виділився, тис. $м^3$	1,2-11,2	5,1/5,0	17	1,9
Степінь дегазації масиву в зоні обробки, %	0,3-0,7	0,59/0,6	16	0,09

З встановлених показників гідродинамічної дії та стану вуглепородного масиву зрозуміло, що властивості вугільного пласта, процес дії та вилучення вугілля мають досить велику різноманітність значень, що може впливати на точність прогнозу математичної моделі, і як наслідок, на ефективність керування напружено-деформованим станом гірського масиву. Тому, при подальших дослідженнях, планується провести графічний аналіз даних з великими відхиленнями для оптимізації параметрів гірничого середовища та безпечного ведення робіт в підготовчих та очисних вибоях.

Р.К. Стасевич[1], Р.О. Савоченко[2], Д.О. Елатонцев[3], К.Є. Дудля[1]

ОПТИМІЗАЦІЯ АВТОМАТИЗОВАНОЇ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ ПРОЦЕСУ ПОДРІБНЕННЯ МІНЕРАЛЬНОЇ СИРОВИНИ

[1]Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАН України, вул. Сімферопольська, 2а, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: igtmnan@ukr.net
[2]ТОВ Науково-інноваційне підприємство «ДІЯ», пр. Наддніпрянський, 1Д, 51909, м. Кам'янське, Дніпропетровська область, Україна, e-mail: rom_as@diyaorg.dp.ua
[3]Дніпровский державний технічний університет МОН України, вул. Дніпробудівська, 2, 51918, м. Кам'янське, Дніпропетровська обл., Укріна, e-mail: sauron11652@gmail.com

Анотація. У роботі розглянуто застосування шарових барабанних млинів у промисловості, їх важливу роль для теплових електростанцій, які працюють на кам'яному вугіллі. Виявлено недостатню ефективність контролю процесу подрібнення сировини в млинах через відсутність методів вимірювання основних параметрів процесу. Для вирішення цих завдань була розроблена система автоматичного управління, що заснована на використанні сигналу вібрації опори підшипника млина. Експериментальні дослідження показали, що даний метод управління забезпечує ефективну та безпечну експлуатацію млина, покращує якість сировини та знижує викиди токсичних газів на ТЕС і ТЕЦ та покращення умов праці персоналу.

Key words: ball drum mill, coal dust, power station, automatic control system, vibration signal of the mill bearing support.

Стан теплових електростанцій (ТЕС) і теплових електроцентралей (ТЕЦ) в Україні відображає деякі характеристики і проблеми енергетичного сектору, а саме: застаріле обладнання: більшість ТЕС і ТЕЦ в Україні мали застаріле обладнання, яке часто вимагало значних вкладень у ремонт та модернізацію; залежність від вугілля: більшість електростанцій використовували вугілля як основне паливо, що призводило до залежності від імпортованого вугільного постачання і впливу цін на енергетичний сектор; екологічні проблеми: використання вугілля та інших палив призводило до значних викидів забруднюючих речовин, що негативно впливало на довкілля та здоров'я населення; енергоефективність: багато ТЕС і ТЕЦ працювали з низькою енергоефективністю, що призводило до високих втрат енергії та збільшення економічних витрат.

Ключовим елементом процесу перетворення вугілля на електроенергію та значний практичний і технічний внесок у функціонування ТЕС відіграють шарові барабанні млини (ШБМ). Вони забезпечують ефективне подрібнення вугілля до необхідної розмірності, що покращує ефективність горіння та знижує викиди шкідливих речовин у відпрацьованих газах.

ШБМ продовжують застосовуватися в ТЕС через їхню надійність, довгий термін служби та здатність працювати при високих навантаженнях. Однак, із зростанням уваги до енергоефективності та використання більш екологічно чистих способів, збільшились вимоги і до даної технології.

Способи контролю процесу подрібнення сировини в ШБМ недостатньо ефективні через відсутність методів вимірювання основних параметрів процесу подрібнення. Наприклад, кількості завантаженого вугілля, продуктивності, визначення передаварійного стану апарата, при якому він перевантажений подрібнюваним матеріалом. Це призводить до різкого зниження продуктивності котла і ручного регулювання процесу подрібнення сировини.

Для покращення техніко-економічних показників роботи ТЕС вирішувалися наступні задачі:

- встановлення залежності амплітуди сигналу вібрації опори підшипника барабана млина від повноти його завантаження подрібнюваним матеріалом;
- створення системи автоматичного управління подачею подрібнюваної сировини в барабан млина;
- проведення випробування розробленої системи автоматичного управління на ТЕС ТОВ "Краматорськтеплоенерго" (м. Краматорськ, Донецька область).

Отримані результати в даній роботі досягнуті за допомогою:

- дослідження в промислових умовах параметрів роботи шарових барабанних млинів при різних об'ємах їх завантаження вугіллям різних марок і механічних властивостей;
- методу розкладання сигналів вібрації в ряди Фур'є та евристичного пошуку закономірностей між рівнем завантаження барабана вугіллям та вібраційними сигналами;
- експериментальні дослідження, математичне моделювання процесу роботи ШБМ;
- дослідження та аналіз енергоресурсозбереження та вибухобезпеки роботи ШБМ в процесі промислової експлуатації на Краматорській ТЕС.

В основу досліджень було покладено використання сигналу вібрації опори підшипника барабана млина, як основного елемента для побудови системи автоматичного управління ШБМ. Експериментальні дані щодо дослідження сигналу вібрації опорного підшипника барабана млина показали, що згаданий сигнал після його обробки блоком швидкого перетворення Фур'є з достатньою точністю відображає

реальний рівень завантаження барабана. Тому вузол вимірювання та обробки сигналу вібрації став визначальним у структурі системи автоматичного управління ШБМ.

Розроблений спосіб управління включає контроль параметрів розрідження в системі за млином, температури пиловоздушної суміші та деяких додаткових експлуатаційних параметрів роботи млина з подальшим надходженням сигналів від вимірювальних перетворювачів згаданих параметрів на регулятор, який формує корегуючий вплив на виконавчий механізм - привід двигуна підіймача сировини.

Працездатність та ефективність системи управління підтверджена випробуваннями на промисловому млині котлоагрегата БКЗ-160-100ПТ. Розроблений спосіб управління дозволив забезпечити тривалу і надійну експлуатацію млина, уникнувши переповнення вугіллям, яке поступає на подрібнення.

Впровадження в виробництво нового способу управління процесом подрібнення дозволило зменшити витрати сировини та скоротити матеріальні витрати, значно покращити умови роботи персоналу, що обслуговує та зменшити втрати, що пов'язані з незапланованими зупинками та ремонтом обладнання.

Під час експлуатації котлоагрегатів було встановлено, що рівномірне завантаження млина стабілізує степінь помелу вугільного пилу в межах ± 3%, що підвищує якість сировини, покращує процес згоряння палива та дозволяє зменшити втрати золи до 15%. Одночасно з покращенням якості підготовки вугілля до спалювання знижуються викиди токсичних газів на ТЕС та ТЕЦ, які перевищують санітарні норми в Україні (оксиди азоту в 5 разів, оксиди сірки в 15 разів та вугільного пилу в 40 разів).

Економічна значущість досліджень полягає в зниженні оплати за викиди, щорічний економічний ефект від впровадження системи автоматичного управління на підприємстві ТОВ "Краматорськтеплоенерго" на чотирьох млинах становив завдяки економії електроенергії 658 212 грн та завдяки економії вугілля 9 259 912 грн, загалом 9 918 124 грн. Соціальна значущість роботи полягає в поліпшенні стану здоров'я та безпеки працівників завдяки зниженню концентрації токсичних газів та пилу в відпрацьованих газах. Також, суттєве зниження концентрації оксидів азоту в згаданих відпрацьованих газах призведе до відповідного зниження їх руйнівної дії на озоновий шар Землі.

В.В. Зберовський, Г.І. Ларіонов, В.В. Власенко, Р.А. Агаєв

ДО ОБГРУНТУВАННЯ ВИБОРУ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ САМОРУЙНУВАННЯ ВУГІЛЛЯ В СИСТЕМІ ШАР РІДИНИ-ВУГІЛЛЯ ЗА ГІДРОДИНАМІЧНОЇ ДІЇ

Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАН України,
вул. Сімферопольська, 2а, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: igtmnan@ukr.net

Анотація. Необхідність постановки такого завдання пов'язана з відсутністю математичної моделі процесу саморуйнування вугілля з генерацією метану у напружено деформованих зонах за гідродинамічної дії через свердловину. Утворення дефектів за процесу фільтрації рідини по тріщинах призводить до розвитку додаткових напружень й деформацій зсуву та виникненню супермілонитив з переходом молекул газу на їх поверхню. Одночасно процеси фільтрації суттєво зменшують площі вільних поверхонь. Тому в шуканій моделі окрім процесів фільтрації повинні бути присутні складові, як геомеханічних, так й геодинамічних процесів. Тому що у сукупності ці процеси призводять до додаткового джерела газовиділення й ініціювання явища саморуйнування вугілля.

Key words: hydrodynamic action, dynamic processes, mathematical model, stress concentrators, cracks, pressure

Технологічна перевага режимів динамічного нагнітання рідини у напружено-деформованій вуглепородний масив підтверджено практикою. Однак питання прийняття науково обґрунтованих рішень, заснованих на математичних моделях руйнування напружено-деформованого газонасиченого масиву досі не вирішено. Відомо, що за гідродинамічної дії (ГДД) й порушенні вугільного масиву навколо свердловини виникають додаткові умови, які призводять до спонтанного його руйнування. Це призводить до стрибкоподібної зміни стану вуглегазового середовища з генерацією метану вугільної речовини.

До того ж напружену газодинамічну частину вугільного пласта у привибійної зоні необхідно розглядати як систему «вугілля-газ», яка при її навантажені миттєво руйнується на складові – вугілля та газ. Це явище при розробці викидонебезпечних вугільних пластів приймається нами як катастрофічне.

Створити аналог такої системи для дослідження процесу її трансформації в лабораторних умовах практично неможливо. Тому при розгляданні фізичної сутності цього феномена особливого значення набуває аналіз результатів шахтних експериментів, які отримано при ГДД на викидонебезпечні вугільні пласти. Гідродинамічна дія на викидонебезпечні вугільні пласти через свердловини у напружено-деформованих зонах, що створюються у вуглепородному масиві, є одним із методів ініціювання такого трансформаційного процесу.

Ефективне застосування ГДД з метою запобігання газодинамічних явищ (ГДЯ) при розкритті викидонебезпечних пластів, за дегазації зон підвищеного гірського тиску (ПГД), під час видобування метану з вуглепородного масиву через поверхневі свердловини та подальші дослідження отриманих результатів дозволили встановити нові особливості руйнування викидонебезпечного вугілля. При дослідженні цих процесів було встановлено: явище виникнення динамічного навантаження газонасиченого масиву гірських порід; явище спонтанного руйнування викидонебезпечного вугільного пласта; закономірність руйнування пористих тіл. В основу математичного опису цих процесів та явищ покладено модель пошарового руйнування вугілля навколо свердловини. При розробці цієї моделі розглядалися процеси фільтрації рідини, на підставі яких були встановлені параметри і режими способів.

У процесі проведення гірничих робіт аналізувалися результати досліджень, удосконалювалися режими ГДД, досліджувався газодинамічний стан вугільних пластів, напружено-деформований стан вуглепородного масиву, розроблялися нові способи та технологічні схеми. У той же час, не зважаючи на вставлені нові явища, модель фільтрації рідини та теорія пошарового руйнації вугілля при ГДД не змінилися.

Встановлені при ГДД процеси: спонтанного руйнування вугільного пласта; газовиділення в обсягах на порядок і більші за розрахункові значення; руйнування за скиданні водогазовугільної пульпи; формування зони свердловинного газового колектора та дегазації масиву не відображались розглянутими раніше моделями і не отримали науково-обґрунтованого опису вказаних явищ.

Тому для обґрунтування адекватної математичної моделі необхідно врахувати, як процеси ініціювання, так і підтримки саморуйнування вугілля в системі «шар рідини-вугілля», що супроводжується метаногенерацією.

Механіка твердого тіла, процес пошарового руйнування твердих тіл пояснює дією зусиль розтягу, які виникають на межі пружної та пластичної зони. За таких обставин природа досягнення процесу плинності твердого тіла може бути різноманітною. Головне що б процес розвантаження приконтурних порід свердловини відбувався порівняно швидко. За таких досліджень питання про наявність навколо свердловини газоподібних проявів не враховувалось. До того ж математичні моделі, які були б в змозі врахувати, як процес пошарового руйнування вугілля навколо свердловини за гідродинамічної дії, так і

обґрунтувати параметри за яких вугільний масив руйнується лавиноподібно з генерацією метану не розглядалися.

Процес нагнітання робочої рідини у свердловину для подальшого її скиду за тією чи іншою схемою включає і хвильові процеси, які породжуються роботою поршневих насосів та циклічними скидами рідини. Таким чином в системі «рідина-вугілля» з'являються гармонічні коливання. Поява ж метановиділення пов'язана з лавиноподібним процесом руйнування вугільної речовини та тріщиноутворенням.

Оскільки процес пошарового руйнування відбувається динамічно з циклічним імпульсним навантаженням, то модель повинна пояснювати, як процеси фільтрації, так і динаміки резонансних явищ в системі. Таким чином, модель, яка може пояснити процеси, що добре зафіксовані і дослідженні експериментально при проведенні ГДД, повинна відображати явища в системі «шар рідини – вугільна речовина».

На першому етапі досліджень метою роботи є розробка математичної моделі, що пояснює створення додаткових напружень навколо новоутворень, розвитку деформацій зсуву й тріщин. Таким чином вона може обґрунтувати основи фізики процесу ініціювання та підтримки саморуйнування викидонебезпечного вугілля у напружено-деформованих зонах за гідродинамічної дії через свердловини.

Для наочної демонстрації виникнення концентраторів напружень навколо свердловини розглянуто задачу про дію тиску у циліндричній свердловині, яка розділена на короткі камери однакової довжини. За значної довжини робочої камери свердловини за звичай використовують розв'язок Ламе. Однак у випадку коротких камер виникають великі похибки, що робить використання цих рішень не доцільним. Тому була розглянута циліндрична порожнина, яка розподілена на короткі камери однакової довжини відокремлених одна від одної. Саме короткі камери більше відповідають дійсності. На бічну поверхню камер зсередини діє тиск стиснутої рідини. За цієї постановки задача є осесиметрична, з циліндричними координатами і вирішується з допомогою функцій Папковича – Нейбера.

У цьому напрямку досліджень плідно працюють фахівці інституту механіки ім. С.П. Тимошенка та інституту геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАН України. У подальшій дослідницькій роботі передбачається врахування відмінності процесів передачі імпульсів гармонічних коливань до більш складного середовища – вугільної речовини та вуглепородного масиву.

К.О. Змієвська[1], А.С. Змієвський[2]

ЕФЕКТИВНІ МЕТОДИКИ ПОШУКУ ТА ОБЛАДНАННЯ ДЛЯ ОСВОЄННЯ ПІДЗЕМНИХ ВОДНИХ РЕСУРСІВ

Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАН України,
вул. Сімферопольська, 2а, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: igtmnan@ukr.net
ТОВ «Epiroc Україна», пр. Степана Бандери, 9, 04073, Київ, Україна; ua_administrator@epiroc.com

Анотація. Ця стаття присвячена дослідженню проблеми пошуку та освоєння родовищ підземних вод, які мають надзвичайно важливе значення для життєзабезпечення та розвитку не тільки окремих регіонів, але і країни в цілому. Автори зосереджують увагу на важливості виділення та трасування тектонічних порушень, рекомендації ділянок закладення свердловин на воду та їх методиці буріння.

Key words: method of observing the Earth's natural impulse electromagnetic field, water well drilling, tectonic faults, down-the-hole drilling.

Водні ресурси мають надважливе значення для побутового, економічного та промислового розвитку держави та соціуму. Необхідність у якісній питній воді для питних потреб та прісній технічній воді для господарства постійно зростає. Одним з варіантів отримання якісних водних ресурсів є використання підземних вод, що має багато переваг. Свердловину на водоносний горизонт можливо пробурити неподалік від об'єкта господарчої діяльності та зменшити витрати на побудову та утримання водопроводу та транспортування води. Також використання підземних вод у деяких випадках має перевагу у відсутності у воді бактеріального, хімічного та інших забруднень у порівнянні з використанням наземних вод.

За своїми типами водоносні горизонти поділяються на два типи: водоносні горизонти в осадочних гірських горизонтах (пласт-колектор яких являє собою водопроникну гірську породу, наприклад, гравій, пісок) та інший тип пласта-колектора у тріщинуватих міцних водонепроникних гірських породах – тріщинні води (у гранітах, кварцитах, пісковиках тощо).

Для виділення та трасування розривних порушень, крім класичних геофізичних методів таких як: сейсморозвідка, електророзвідка, магніторозвідка та гравірозвідка, останніми роками широко застосовується більш економічний, оперативний та досить інформативний метод спостереження природного імпульсного електромагнітного поля Землі (ПІЕМПЗ). Даним методом можливо закладати буріння свердловин у кристалічних гірських породах у межах Українського щита, де параметри розломів можуть сягати від п’яти метрів та більше [1].

Вірогідність методу ПІЕМПЗ підтверджена численними експериментальними спостереженнями як на денній поверхні, так і у гірничих виробках, а також із зіставленням з даними інших геофізичних методів та даними буріння. В останні роки метод ПІЕМПЗ активно застосовувався у багатьох наукових школах: Українському державному геологорозвідувальному інституті (УкрДГРІ, м. Дніпро), у науково-дослідних інститутах та виробничих підприємствах Кривого Рогу, Львова, Одеси, Харкова.

Для виконання спостережень ПІЕМПЗ використовується наступна апаратура: радіохвильовий індикатор напружено-деформованого стану «РХІНДС» [2], апаратурно-програмний комплекс «СІМЕІЗ», дистанційний електромагнітний вимірювач напруги «Демон», Апогей 32 і 32 М., ІПП, Комфорт, та інші. Прилади є індикаторами різних видів. Спостереження виконуються за системою профілів, щільність мережі спостереження регулюється завданнями досліджень.

Далі, по отриманим результатам спостереження ПІЕМПЗ будуються карти-схеми щільності потоку, на яких виділяються розривні порушення у геофізичних полях. Встановлені структури у ПІЕМПЗ, як правило, спостерігаються у вигляді: ступені, локально лінійно-витягнуті структури та за характерним рисами порізаності поля ПІЕМПЗ. На наступному етапі на картах-схемах ПІЕМПЗ виділяються найбільш перспективні за своєю обводненістю тектонічні порушення та рекомендується місце закладення бурової свердловини [3].

Через те, що гірські породи у місцях геологічних розломів мають, як правило, міцність за шкалою проф. Протодьяконова від f=10, то раніше водні ресурси у таких пластах-колекторах не розглядались перспективними для будівництва в них свердловин діаметрами від 200 мм та більше через складність буріння. Відомо, що дебіт свердловин на воду прямо пропорційний кінцевому діаметру буріння свердловин, тобто чим більше кінцевий діаметр свердловини, тим більший діаметр фільтраційної колони можливо встановити та тим більший дебіт можна отримати.

Тому виникає ще одна проблема, яка стосується підбору устаткування для буріння свердловин. Одним з перспективних методів буріння у міцних гірських породах є метод DTH (down-the-hole drilling). В основі цього методу полягає використання на вибою свердловини пристрою - пневмоударника, який працює на стисненому повітрі, на породоруйнівний інструмент – коронку. Крутний момент передається через буровий став. В порівнянні з широкозастосованним методом буріння в Україні – обертальне буріння (rotary), метод буріння DTH дозволяє бурити з більш високою швидкістю при менш необхідних

технічних параметрах бурового верстата у порівнянні з обертальним бурінням. Наприклад, буровий верстат Epiroc T4W може застосовувати ці обидва види буріння.

Розглянемо ці два типи буріння в однакових геологічних умовах буріння. Параметри буріння при DTH: буровий інструмент – пневмоударник Epiroc; діаметр коронки 250 мм; форма - сферична; увігнута лицьова частина QL80; осьове навантаження на породоруйнівний інструмент 10 кН; кількість обертів бурового ставу 50 об/хв; крутний момент оберту бурового ставу 1,5 кНм; розхід повітря 20 м3/хв при 20 Бар; швидкість буріння 0,8 м/хв.

Параметри буріння при обертальному бурінні, наприклад – буровий інструмент шарошечне долото Epiroc; діаметр 251 мм; клас IADC (international association of drilling contractors) 731; осьове навантаження на породоруйнівний інструмент 240 кН; кількість обертів бурового ставу 100 об/хв.; крутний момент оберту бурового ставу 7 кНм; розхід бурового розчину від 100 л/хв.; швидкість буріння 0,2 м/хв.

Аналізуючи ці два методи буріння, можливо зробити висновки, що для буріння свердловин з більшим діаметром методом DTH, необхідний буровий верстат з меншими технічними характеристиками у порівнянні з обертальним бурінням, що дає можливість застосовувати при бурінні свердловин на воду в екстремально міцних гірських породах і застосовувати кінцеві діаметри до 400 мм.

В поєднанні, ці методи можливо застосовувати у гірничодобувних районах, з відкритим типом розробки корисних копалин у кристалічних гірських породах, наприклад: м. Кривий Ріг, Горішні Плавні та і у поєднанні з методом ПІЕМПЗ та методу буріння DTH предкар’єрній площині кар’єрів гірничо-збагачувальних комбінатів, можливо виявити місце закладення свердловин на воду та пробурити їх до тектонічних розломів з метою альтернативного джерела води та протидії потрапляння води до кар’єру.

Секція 8п: Механіка ракетно-космічних систем та технічна механіка

ЗМІСТ

1. O. V. Pylypenko, O. D. Nikolayev, I. D. Bashliy., S. I. Dolgopolov, N. V. Khoriak **PREDICTION OF DYNAMIC LOADS ON THE SPACE STAGE STRUCTURE DURING THE POGO OSCILLATIONS OF A MULTI-STAGE LAUNCH VEHICLE**	232
2. О.З.Галішин, М.О. Бабешко, В.П.Пошивалов, В.Г.Савченко, П.О.Стеблянко **МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТЕРМОПРУЖНОПЛАСТИЧНОГО ДЕФОРМУВАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ РАКЕТНО-КОСМІЧНОЇ ТЕХНІКИ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ ЇХ ПРАЦЕЗДАТНОСТІ ПРИ ЕКСПЛУАТАЦІЙНИХ ТА ЕКСТРЕМАЛЬНИХ РЕЖИМАХ НАВАНТАЖЕННЯ**	234
3. О. В. Пилипенко, С. І. Долгополов, Н. В. Хоряк, О. Д. Ніколаєв **ВИЗНАЧЕННЯ РОЗКИДУ АМПЛІТУД ПОЗДОВЖНІХ КОЛИВАНЬ РІДИНИХ РАКЕТ-НОСІЇВ ЗА РАХУНОК ВПЛИВУ РОЗКИДУ ВНУТРІШНІХ ФАКТОРІВ**	236
4. Ю. М. Гольдштейн **ПЛАНУВАННЯ ОПЕРАЦІЙ БАГАТОЦІЛЬОВИХ МІСІЙ ОРБІТАЛЬНОГО СЕРВІСНОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ**	238
5. V.A. Shuvalov, N.B. Gorev, G.S. Kochubei, Yu.P. Kuchugurnyi, D.N. Lazuchenkov, S.V. Nosikov **ON SPACECRAFT APPLICATION FOR THE EARTHQUAKE IDENTIFICATION BY THE DISTURBANCES OF THE IONOSPHERE PLASMA**	239
6. Г. О. Стрельников, Н. С. Прядко, К. В. Тернова **ВПЛИВ ГЕОМЕТРІЇ ВХІДНОЇ ЧАСТИНИ ДЗВОНОПОДІБНОГО НАСАДКУ УКОРОЧЕНОГО СОПЛА НА ЙОГО ХАРАКТЕРИСТИКИ**	241
7. О.Д. Гришкевич, С. І. Гринюк **ДОСЛІДЖЕННЯ МОЖЛИВОСТЕЙ СТВОРЕННЯ ЕЛЕКТРОРЕАКТИВНОГО ДВИГУНА НА ОСНОВІ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПЛАЗМОВИХ РОЗПИЛЮВАЧІВ**	243
8. A.V. Pirozhenko, A.I.Maslova **REGULARITIES OF CONTROLLED AND UNCONTROLLED SATELLITE MOTION IN LOW EARTH ORBIT**	245
9. В.П. Пошивалов, Ю. Ф. Данієв **ОЦІНКА ЗАЛИШКОВОГО РЕСУРСУ ТЕХНІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ**	246
10. Д.С. Своробін **КОМБІНОВАНА СИСТЕМА ДЛЯ ВИДАЛЕННЯ КОСМІЧНОГО СМІТТЯ З НИЗЬКИХ НАВКОЛОЗЕМНИХ ОРБІТ**	247
11. М.Б. Соболевська, Д.В. Горобець **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПЛАСТИЧНОГО ДЕФОРМУВАННЯ КОНСТРУКЦІЙ, ЩО МІСТЯТЬ СТІЛЬНИКИ, ПРИ УДАРІ**	249
12. В.К.Шамаханов, С.В.Хорошилов **МОДЕЛЮВАННЯ ТРОСОВОЇ СИСТЕМИ РОЗГОРТАННЯ СТРИЖНЕВИХ КОНСТРУКЦІЙ, ЩО ТРАНСФОРМУЮТЬСЯ**	251

13. O. Ihnatiev, H. Shevelova **NUMERICAL SIMULATION OF TWO-PHASE FLOW IN JET MILL EJECTOR WITH ADDITIONAL ENERGY SUPPLY**	252
14. О. Л. Волошенюк, Д. О. Храмов **АНАЛІЗ СТАНУ І ТЕНДЕНЦІЇ РОЗВИТКУ ЦІЛЬОВИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОРБІТАЛЬНИХ УГРУПІРУВАНЬ МАЛИХ КОСМІЧНИХ АПАРАТІВ ДЛЯ РІШЕННЯ ЗАВДАНЬ ЗЕМЛЕРОБСТВА**	254
15. О. В. Міщенко **ОЦІНКА ТЕПЛОВИХ ВПЛИВІВ НА ЗМІНУ ЗНАЧЕНЬ ПАРАМЕТРІВ ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНОЇ КОСМІЧНОЇ ТРОСОВОЇ СИСТЕМИ**	255
16. О. С. Палій, С. В. Сюткіна-Дороніна **КОНЦЕПТУАЛЬНЕ ПРОЄКТУВАННЯ КОСМІЧНОЇ ІНДУСТРІАЛЬНОЇ ПЛАТФОРМИ**	256

O.V. Pylypenko, O. D. Nikolayev, I. D. Bashliy., S. I. Dolgopolov, N. V. Khoriak

PREDICTION OF DYNAMIC LOADS ON THE SPACE STAGE STRUCTURE DURING THE POGO OSCILLATIONS OF A MULTI-STAGE LAUNCH VEHICLE

Institute of Technical Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine and State Space Agency of Ukraine, 15, Leshko-Popel Str., Dnipro, 49005 Ukraine, e-mail: nikolaev.o.d@nas.gov.ua

A characteristic feature of liquid-propellant launch vehicles (LV) is their tendency to POGO instability - self-excited low-frequency (usually with the frequency range of from 50 Hz to 100 Hz) parameter oscillations of the liquid-propellant rocket engines (LRE) and the LV structure longitudinal vibrations. The amplitudes of POGO oscillations can reach an unacceptable level for the structural strength of the launch vehicle (including the ultralight upper space stage) and the spacecraft (SC). The LV longitudinal instability occurs as a result of the dynamic interaction of the liquid-propellant rocket engine and the elastic rocket structure, which (together with the propellant feedlines) form the “liquid-propellant rocket propulsion system – LV structure” closed dynamic system.

Liquid-propellant launch vehicles under study are created on the basis of two-stage launch vehicles, which are characterized by flight time intervals with amplitudes of longitudinal oscillations of the launch vehicle body, the level of which did not exceed the permissible value, as a result of which the longitudinal oscillation damping systems were not installed on these launch vehicles. Installation of a new third (space) stage on the launch vehicle can lead to an unacceptable level of longitudinal vibrations of the hull structure. Therefore, carrying out a theoretical forecast of dynamic loads of promising launch vehicles with a new third stage is important to ensure the strength of the launch vehicle structure.

Liquid-propellant launch vehicles under study will be created on the basis of two-stage launch vehicles, which are characterized by flight time intervals with amplitudes of POGO oscillations of the launch vehicle structure, the level of which did not exceed the permissible value. As a result of that the POGO- suppressors were not installed in first stage engine feedlines of these launch vehicles. Installation of a new third (space) stage on the launch vehicle can lead to an unacceptable level of POGO vibrations of the LV structure. Therefore, carrying out a theoretical forecast of dynamic loads of promising launch vehicles with a new third stage is important to ensure the strength of the launch vehicle structure.

To solve the problem of assessing the dynamic loading (vibration accelerations, dynamic components of stress and strain intensity) of the upper (space) stage with a complex spatial (with a thin-walled spherical tank immersed in a conical tank) configuration of propellant tanks in case of the POGO vibrations of liquid launch vehicles, scientific and methodological support has been developed, focused on solution to this problem. The scientific support is based on the use of the finite element method in solving the following problems:

- analysis of the parameters of natural longitudinal oscillations of the LV space stage in the frequency range of the POGO instability of a multistage liquid launch vehicle and taking into account these oscillatory movements in the mathematical model of the LV POGO oscillations;
- determination of the parameters of the POGO vibrations of the attachment points of the space stage to the structure of a multi-stage launch vehicle by modeling the LV longitudinal vibrations of a liquid-propellant launch vehicle in the non-linear non-stationary system "LRE of the first stage – LV structure" in the active leg of the flight;
- determination of vibration accelerations, dynamic components of the intensity of stresses and deformations of structural elements of the space stage with liquid filling of tanks in case of t the maximum level of amplitudes of the POGO oscillations of the launch vehicle.

As applied to a three-staged liquid-propellant launch vehicle with a new space stage, the prediction of its dynamic loads on its structural elements was performed in relation to flight conditions with developed POGO oscillations.

As a result of the linear stability analysis of the "first stage LRE–LV three-staged structure" dynamic system, it was found that the studied launch vehicle is unstable at two flight time intervals with respect to POGO oscillations at frequencies of 8 Hz - 10 Hz: the POGO oscillations frequencies are closed to the natural frequency of the second mode of the LV structure in the first time interval (0, 30 s) and are close to the natural frequency of the first mode of the LV structure in the second interval (60 s, 90 s).

In order to perform a nonlinear analysis of the oscillation amplitudes of the multi-staged LV structure during the flight time, the "first stage LRE–LV three-staged structure" nonlinear non-stationary dynamic system was developed. The parameters of natural oscillations of the LV space stage with a complex spatial configuration of its propellants and the force interaction of the tanks are taken into account in the developed dynamic system. To numerically determine the parameters of forced and natural oscillations of the LV space stage, the software developed for this purpose uses a finite element schematization of the dynamic interaction between the stage structure and liquid propellants.

The frequencies and amplitudes of longitudinal (POGO) vibration accelerations of the LV structure of the three-stage liquid-propellant launch vehicle in various structure elements, including at the considered space stage installation point at the LV second stage, are determined. In particular, for the studied variant of the dynamic interaction of the launch vehicle structure with the rocket engine, it is shown that the calculated LV amplitudes POGO accelerations n_z of the space stage attachment point to the LV structure do not exceed 0.4 g at the first time instability POGO interval and 0.5 g at the second time LV POGO instability interval.

It is shown that in case of longitudinal perturbation of the upper stage structure (the stage propellant tanks have complex spheroconic configuration), the longitudinal and transverse components of the oscillatory motion of liquid propellants and a number of the upper stage structural elements can be comparable in magnitude, and the dependences of the amplitudes of pressure oscillations at the stage tank outlet on the amplitude longitudinal movement of the stage structure - disproportionate to the height of the liquid propellant column in the tanks. This is the tank design feature of this upper stage and is taken into account for modeling the LV oscillatory motion.

Based on the results of this study, it is shown that with the development of the LV POGO instability, the largest values of vibration accelerations n_z of the LV upper stage structure correspond to the structural elements of the fuel tank, and the smallest values correspond to the structural elements of the upper stage oxidizer tank.

It is shown that in a resonant situation (in the case of the frequency of the longitudinal harmonic disturbance acting on the structure of the space stage from the LV structure coincides with the frequency of natural longitudinal oscillations of the space stage) the limiting values of the oscillation amplitudes of the LV space stage structure increase significantly (by more than 10 times) compared with the amplitudes of oscillations of the place of the space stage attachment to the launch vehicle.

It has been established that the maximum stress intensities of the stage structure under study (in case of the LV POGO oscillations are excited) occur at the upper stage elements to LV structure.

It is shown that the asymmetry of the distribution of strain intensity and stress intensity along the longitudinal section of the space stage during POGO vibrations of the prospective launch vehicle, which manifested itself according to the results of the computational analysis, is due to the asymmetry of the mass distribution of some structural elements in the stage structural and layout scheme (in particular, devices of the liquid reactive system, used to control the thrust vector for the LV upper stage movement at space).

Thus, scientific and methodological support has been developed for solving the problem of predicting dynamic loading (POGO vibration accelerations, POGO dynamic components of stress and strain intensity) of structural elements of new developed space stages during the POGO launch vehicle oscillations at time of spacecraft launching into orbits.

KEYWORDS: POGO vibrations, liquid rocket launch vehicle; complex upper stage layout; basic nonlinearities; pump cavitation; dissipation of vibration energy; slosh liquid oscillations

О.З. Галішин[1], М.О. Бабешко[1], В.П. Пошивалов[2], В.Г. Савченко[1], П.О. Стеблянко[1]

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТЕРМОПРУЖНОПЛАСТИЧНОГО ДЕФОРМУВАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ РАКЕТНО-КОСМІЧНОЇ ТЕХНІКИ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ ЇХ ПРАЦЕЗДАТНОСТІ ПРИ ЕКСПЛУАТАЦІЙНИХ ТА ЕКСТРЕМАЛЬНИХ РЕЖИМАХ НАВАНТАЖЕННЯ.

[1]Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України,
вул. Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна; e-mail: plast@inmech.kiev.ua
[2]Інститут технічної механіки НАН України і ДКА України
15, вул. Лешко-Попелял, Дніпро, 49005 Ukraine; e-mail: vposhivalov@gmail.com

Побудована математична модель визначення нестаціонарних температурних полів і термопружнопласичного стану шаруватих оболонкових елементів конструкцій ракетної техніки при осесиметричному термосиловому навантаженні. Температурне поле оболонки визначається шляхом розв'язання задачі теплопровідності методом скінченних різниць з використанням явної схеми за часом. Задача дослідження напружено-деформованого стану елементів машинобудівних конструкцій, що працюють в умовах нерівномірного нагрівання під дією різних об'ємних і поверхневих навантажень, зводиться до поетапного розв'язання методом послідовних наближень нелінійної крайової задачі термопластичності по визначенню компонентів переміщень, деформацій і напружень і наступної оцінки міцності конструкції. Результати розв'язання крайової задачі істотно залежать від використаних визначальних рівнянь, побудованих на основі тієї чи іншої теорії пластичності. При цьому незалежно від використаних рівнянь процеси деформування кваліфікуються за формою траєкторій деформування, яка залежить від векторних властивостей матеріалу. Найбільш вживаними є теорії простих процесів деформування та процесів малої кривизни.

Рівняння стану матеріалу запишемо у вигляді узагальненого закону Гука для анізотропного матеріалу з додатковими членами, які мають різний вигляд і враховують теплову деформацію, відхилення матеріалу від пружного, залежності діаграм деформування від температури і виду напруженого стану, а також методу лінеаризації початково нелінійних співвідношень. Для лінеаризації визначальних рівнянь використовується метод додаткових напружень, у відповідності з яким на кожному етапі навантаження розв'язок задачі термопластичності знаходиться методом послідовних наближень, тобто в кожному наближенні розв'язується лінійна задача теорії пружності з додатковими членами. Ці додаткові члени визначаються за результатами розв'язання задачі в попередньому наближенні.

Пропонується модифікація алгоритму послідовних наближень, що покращує збіжність загальновідомих методів. Відмінність від традиційної процедури полягає у способі визначення координат точки на термомеханічній поверхні для продовження процесу послідовних наближень. Суть модифікації полягає у використанні припущення щодо рівності питомої роботи формозміни, потрібної для деформування елементарного об'єму зразка в експерименті і безпосередньо в елементі тіла. На конкретних прикладах показано, що модернізація алгоритмів послідовних наближень знижує кількість наближень майже вдвічі. Дослідження збіжності проведено при розв'язанні осесиметричних та неосесиметричних задач термопластичності для тонкостінних і масивних тіл. Це підтверджує доцільність застосування запропонованого методу побудови послідовних наближень в задачах теорії оболонок і просторової теорії пластичності при проведенні довготривалих розрахунків або необхідності проведення обробки експериментальних даних в поєднанні з одночасним розв'язанням крайової задачі термопластичності.

Задачі про напружено-деформований стан оболонки розв'язано в геометрично лінійній квазістатичній постановці з використанням співвідношень теорії процесів деформування вздовж траєкторій малої кривизни.

Міцність конструкції перевірялась на основі існуючих критеріїв: максимального головного напруження, Сдобирєва, Мізеса, тощо.

Результати розрахунків за розробленою методикою зіставляються з рішеннями отриманими за допомогою програмного комплексу ANSYS.

Розглядається оболонка обертання, складена із послідовно з'єднаних ланок з різною формою меридіана. У межах однієї ланки оболонка складається з шарів із змінною вздовж меридіана товщиною та теплофізичними властивостями, що залежать від температури. Припустимо, між шарами виконується умова ідеального теплового контакту. Положення довільної точки оболонки визначимо в системі криволінійних ортогональних координат s, φ, ς, де s – довжина дуги координатного меридіана; φ– окружна координата; ς – координата, спрямована по нормалі до координатної поверхні. Координати ς_0 і ς_q відповідають внутрішнім і зовнішнім поверхням оболонки, а координати ς_p (p=1,…, q-1) – поверхням контакту суміжних шарів.

Нехай у початковий момент часу в оболонці існує температурне поле $T=T(s,\varsigma)$, що встановилося, а потім вона піддається нестаціонарним осесиметричним тепловим впливам. У вибраній системі координат рівняння теплопровідності має вигляд

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\left(F^{(s)} + F^{(\varsigma)}\right), \quad F^{(s)} = \frac{\partial^2 T}{\partial s^2} + \left(\frac{1}{\lambda}\frac{\partial \lambda}{\partial s} + \rho\right)\frac{\partial T}{\partial s}, \quad F^{(\varsigma)} = \frac{\partial^2 T}{\partial \varsigma^2} + \left(\frac{1}{\lambda}\frac{\partial \lambda}{\partial \varsigma} + k\right)\frac{\partial T}{\partial \varsigma},$$

де $a=a(T)$, $\lambda=\lambda(T)$ – коефіцієнти температуропровідності та теплопровідності; k– сума головних кривизн координатної поверхні; $\rho=\cos\theta/r$; r – радіус координатної поверхні; $(\pi-\theta)$– кут між нормаллю до координатної поверхні та віссю обертання z. На зовнішній і внутрішній поверхнях конструкції відбувався нагрів за рахунок конвективного теплообміну з навколишнім середовищем,

На торцях задавались умови теплоізоляції. Для визначення розподілу температури в процесі нагріву конструкції пропонується алгоритм оснований на ідеї розщеплення рівняння теплопровідності за геометричними властивостями. Згідно з цим підходом на кожному повному кроці за часом послідовно розв'язуються два наступні одновимірні рівняння

$$\frac{\partial T}{\partial t} = aF^{(s)}, \; t \in [t_p; t_{p+1/2}], \; \frac{\partial T}{\partial t} = aF^{(\varsigma)}, \; t \in [t_{p+1/2}; t_{p+1}]$$

На відміну від чисто різницевого підходу, похідну за часом будемо апроксимувати за допомогою сплайн-функцій. Це дозволяє підвищити порядок апроксимації цієї похідної з першого до третього.

Таким чином, проаналізовано сучасні обчислювальні методи розв'язання нестаціонарних задач термомеханіки. Запропонована нова математична модель, яка описує термомеханічну поведінку термочутливих тонкостінних шаруватих оболонок довільного перетину з підвищеною точністю. Отримано нові розрахункові ітераційні формули для числового розв'язання двовимірного нестаціонарного рівняння теплопровідності. Ці формули отримані на підставі застосування для апроксимації похідних сплайн-функцій та методу покомпонентного розщеплення.

Виконане дослідження базується на матеріалах, опублікованих в [1 - 4].

1. Галишин А.З., Стеблянко П.А., Шевченко Ю.Н. Определение нестационарных температурных полей в тонких слоистых оболочках вращения при осесимметричном нагреве // Збірник наукових праць Дніпродзержинського державного технічного університету: (технічні науки). Тематичний випуск «Математичні проблеми технічної механіки» / Дніпродзержинськ: ДДТУ. – 2012. – Випуск 2 (19). – С. 3 – 12.
2. Galishin A.Z. Thermal Stress-Strain State of Thin Laminated Shells of Revolution under Convective Heat Exchange with the Environment / Galishin A.Z., Steblyanko P.A., Shevchenko Yu.N. // Збірник наукових праць Дніпродзержинського державного технічного університету: (технічні науки): тематичний випуск "Математичні проблеми технічної механіки / Дніпродзержинськ: ДДТУ. – 2013. – Випуск 2 (22). – С.3-8.
3. Шевченко Ю.Н., Галишин А.З., Стеблянко П.А., Баняс М.В., Дегтяренко П.Г., Тонконоженко А.М. Определение нестационарных температурных полей в тонких слоистых оболочках вращения при комбинированном теплообмене с окружающей средой // Зб. наук. праць ДДТУ: (технічні науки) / Дніпродзержинськ: ДДТУ. – 2014. Тематичний випуск 2(25): додаток, розділ „Математичні проблеми технічної механіки" – С. 85 – 90.
4. Бабешко М.О., Галішин О.З., Савченко В.Г. Напружений стан та міцність тонкостінних конструкцій при неізотермічному повторному навантаженні // Прикл. механіка. – 2022. – **58**, 6. – С. 70 – 83.

O.Z. Galishin[1], M.O. Babeshko[1], V.P. Poshyvalov[2], V.G. Savchenko[1], P.O. Steblyanko[1]

MATHEMATICAL MODEL OF THERMOELASTIC PLASTIC DEFORMATION OF ELEMENTS OF SPACECRAFT STRUCTURES AND THEIR PERFORMANCE PREDICTION DURING OPERATION AND EXTREME LOAD MODES

[1]The S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the NAS U
[2]Institute of Technical Mechanics of the NAS of Ukraine and State Space Agency of Ukraine, 15, Leshko-Popel Str., Dnipro

Modern computational methods for solving non-stationary problems of thermomechanics are analyzed. A new mathematical model is proposed, which describes the thermomechanical behavior of thermosensitive thin-walled layered shells of arbitrary cross-section with increased accuracy. New computational iterative formulas for the numerical solution of the two-dimensional non-stationary heat conduction equation were obtained. These formulas are obtained on the basis of application for the approximation of derived spline functions and the method of component splitting.

О.В. Пилипенко, С.І. Долгополов, Н.В. Хоряк, О.Д. Ніколаєв

ВИЗНАЧЕННЯ РОЗКИДУ АМПЛІТУД ПОЗДОВЖНІХ КОЛИВАНЬ РІДИНИХ РАКЕТ-НОСІЇВ ЗА РАХУНОК ВПЛИВУ РОЗКИДУ ВНУТРІШНІХ ФАКТОРІВ

Інститут технічної механіки Національної академії наук України і Державного космічного агентства України, вул. Лешко-Попеля, 15, Дніпро, 49005, Україна, office.itm@nas.gov.ua

З проблемою забезпечення стійкості по відношенню до поздовжніх коливань рідинних ракет-носіїв (РН) стикалися всі розробники РН середнього та важкого класу. Модернізація існуючих РН для їх комерційного використання потребує значно менших витрат часу, а також матеріальних та фінансових ресурсів, ніж створення нових РН. Такий шлях був обраний при створенні рідинних РН “Циклон” та “Дніпро” розробки та виробництва ДП “КБ Південне” та ДП “ПО ПМЗ”. Прототипи цих РН були нестійкі по відношенню до поздовжніх коливань, проте амплітуди поздовжніх коливань мали допустимі значення. Після модернізації цих РН, яка супроводжувалась збільшенням маси і габаритів корисного навантаження, амплітуди поздовжніх коливань можуть перевищити допустимий рівень. Однак до проведення пусків цих РН оцінити значення амплітуд їх поздовжніх коливань можна лише розрахунковим шляхом на основі дослідження динамічної системи корпус РН – рідинна ракетна двигунна установка (РРДУ). При цьому треба зазначити, що на рівень амплітуд поздовжніх коливань РН можуть суттєво впливати розкиди внутрішніх факторів. До внутрішніх факторів було віднесено частоти, форми та декременти власних поздовжніх коливань корпусу РН, тиски наддуву паливних баків, питомі імпульси тяги рідинних ракетних двигунів (РРД) у складі РН. Це параметри і характеристики, які, переважно, визначають стійкість системи корпус РН – РРДУ відносно поздовжніх коливань, а також амплітуди поздовжніх коливань. Розкид цих внутрішніх факторів обумовлений технологічними факторами виготовлення конструкції РН, агрегатів та систем двигунної установки, а також експлуатаційними показниками РН (розкид рівня заправки, температури та тиску компонентів палива, розкид тиску наддуву паливних баків та тяги двигунів протягом часу функціонування ступеня РН). Метою дослідщження є розробка методичного підходу для визначення розкиду амплітуд поздовжніх коливань рідинних ракет-носіїв, обумовленому розкидом внутрішніх факторів.

Дослідження було проведено для рідинної РН, яка є прототипом космічної РН "Дніпро". На активній ділянці траєкторії польоту цієї РН під час роботи РРДУ I ступеня було зафіксовано дві області нестійкості відносно поздовжніх коливань. В обох областях нестійкості експериментальні частоти поздовжніх коливань близькі до власних розрахункових частот коливань I тону поздовжніх коливань конструкції ракети. Для дослідження цих поздовжніх коливань було розроблено нелінійну нестаціонарну математичну модель поздовжніх коливань зазначеної РН. В ній враховувалося два нижчі тони коливань конструкції РН, які знаходяться в тому ж частотному діапазоні, що і два нижчі тони коливань окислювача і перший тон коливань пального. В рівняннях вимушених пружних коливань конструкції РН використовувалися залежності декременту коливань конструкції, які мають статичну (залежить від часу польоту) та динамічну (залежить від амплітуди поздовжніх коливань) складові. Урахування взаємодії коливань рідини в магістралях двигуна і коливань корпусу РН здійснювалося в рівняннях руху компонентів палива на кожній ділянці трубопроводу. Особливе місце у моделюванні динамічних процесів у РРД займає урахування кавітаційних явищ у насосах двигунів. Воно проводилося за гідродинамічною моделлю кавітуючих насосів з використанням напівемпіричних коефіцієнтів. До складу двигунної установки РН, що розглядається, входять чотири РРД, виконаних за схемою з допалюванням генераторного газу. Для коректного моделювання робочого процесу в газогенераторах цих двигунів було проведено урахування запізнювань газоутворення компонентів палива та перебування газу у вогневих порожнинах газогенераторів і газоводів. Було також проведено моделювання робочих процесів у камерах згоряння та турбонасосних агрегатах. У цілому математична модель поздовжніх коливань розглянутої РН містить понад сто звичайних диференціальних рівнянь зі змінними коефіцієнтами.

Розроблено метод визначення розкиду амплітуд поздовжніх коливань, обумовленого дією внутрішніх факторів. Він базується на використанні $ЛП_{\tau}$ - рівномірно розподілених послідовностей, що є значно ефективніше за випадковий пошук.

За результатами розрахунків визначено залежності амплітуд поздовжніх коливань прототипу космічної РН “Дніпро” від часу польоту I ступеня при різних поєднаннях внутрішніх факторів. Як і в експерименті отримано дві області нестійкості. Порівняння результатів розрахунків із результатами 20 пусків РН показує їхнє задовільне узгодження. Побудовано нижню і верхню огинаючі криві для залежностей амплітуд поздовжніх коливань РН від часу польоту. Показано, що максимальні амплітуди поздовжніх коливань першої області нестійкості лежать у діапазоні від 0,2283 g до 0,7188 g (0,4892 g – без урахування розкидів внутрішніх факторів) та другої області нестійкості – від 0 g до 0,5999 g (0,2355 g – без урахування розкидів).

Проаналізовано варіанти поєднань розкидів внутрішніх факторів, при яких було отримано найбільші значення амплітуд поздовжніх коливань. Зокрема, встановлено, що у першій області нестійкості амплітуди досягали максимальних значень, коли частота та декремент I тону поздовжніх коливань корпусу ракети були близькими до нижньої межі діапазону їх можливих значень, а коефіцієнт форми коливань у перерізі приладового відсіку – до верхньої межі. У другій області нестійкості максимальне значення амплітуди досягалось при малих (близьких до нижньої межі) значеннях декременту I тону поздовжніх коливань корпусу ракети, а також великих (близьких до верхньої межі) значеннях коефіцієнта форми коливань у перерізі приладового відсіку.

Ключові слова: рідинна ракета-носій, поздовжні коливання, рідинна ракетна двигунна установка, математичне моделювання, внутрішні фактори, розкид амплітуд поздовжніх коливань.

Ю.М. Гольдштейн

ПЛАНУВАННЯ ОПЕРАЦІЙ БАГАТОЦІЛЬОВИХ МІСІЙ ОРБІТАЛЬНОГО СЕРВІСНОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ

Інститут технічної механіки Національної академії наук України і Державного космічного агентства України, вул. Лешко-Попеля, 15, Дніпро, 49005, Україна; e-mail: jura_gold@meta.ua

У теперішній час, головним чином, планують багатоцільові місії орбітального сервісного обслуговування з використанням сервісних космічних апаратів з двигунами великої і малої тяги. Проблема операційного планування багатоцільових місій орбітального сервісного обслуговування у разі човникової організації місії обслуговування полягає тільки у визначенні підмножини цільових об'єктів з множини потенційно призначених для орбітального сервісного обслуговування космічних об'єктів. У разі послідовної організації місії орбітального сервісного обслуговування разом із визначенням підмножини цільових об'єктів необхідно також визначити послідовність їх обслуговування.

Вирішення цих задач спрямоване на максимізацію сумарної винагороди за виконання місії орбітального сервісного обслуговування з урахуванням обмеження зверху на сумарну кількість палива, що необхідно для виконання місії або, що те саме, на сумарну характеристичну швидкість місії. Це обмеження гарантує не перевищення доступного для виконання місії орбітального сервісного обслуговування бюджету палива. Індивідуальні витрати палива для відвідування цільових об'єктів орбітального сервісного обслуговування визначаються з використанням математичних моделей міжорбітальних перельотів сервісного апарату з двигуном малої тяги.

В доповіді для варіантів човникової та послідовної організації багатоцільових місій орбітального сервісного обслуговування розроблено оптимізаційні моделі для визначення підмножин цільових об'єктів орбітального сервісного обслуговування. Оптимізаційна модель послідовного обслуговування також дозволяє визначити послідовність проведення орбітальних сервісних обслуговувань. Розроблені оптимізаційні моделі є моделями цілочислового лінійного програмування. Для їх розв’язку використано метод відсікання.

Отримані в доповіді результати можуть знайти застосування для операційного планування багатоцільових місій орбітального сервісного обслуговування.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: орбітальне обслуговування, операційне планування, човникове та послідовне обслуговування, цілочислове лінійне програмування.

Yu.M. Goldshtein

OPERATIONS PLANNING OF MULTI-OBJECTIVE ON-ORBIT SERVICING MISSIONS

Institute of Technical Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine and State Space Agency of Ukraine, 15, Leshko-Popel Str., 49005, Dnipro, Ukraine, e-mail: jura_gold@meta.ua

The optimization techniquei of planning operations of multi-objective on-orbit servicing missions.

**V.A. Shuvalov, N.B. Gorev, G.S. Kochubei, Yu.P. Kuchugurnyi,
D.N. Lazuchenkov, S.V. Nosikov**

ON SPACECRAFT APPLICATION FOR THE EARTHQUAKE IDENTIFICATION BY THE DISTURBANCES OF THE IONOSPHERE PLASMA

*Institute of Technical Mechanics (ITM), NASU, 15 Leshko-Popel' St., Dnipro
49005, Ukraine, vashuvalov@ukr.net*

To date, it has been revealed that there is a correlation between seismic phenomena in the Earth's crust and localized perturbations of the ionospheric plasma; the nature of the correlation has not been elucidated. However, this relationship can be used to predict earthquakes.

The goal of this work is to develop procedures for the spatial and temporal localization of ionospheric plasma disturbance sources (including incipient earthquakes on the subsatellite track) using methods and means of onboard probe diagnostics of a rarefied magnetized plasma. The procedures are based on the interpretation of the output signals of electric probes of two types: a cylindrical Langmuir probe and a two-channel pressure probe. Two mutually orthogonal cylindrical probes (or two orientations of a single probe) one of which is perpendicular to the external magnetic field (geomagnetic field in ionosphere) allow one to determine not only the electron temperature and density in a rarefied magnetized plasma flow, but also the magnetic flux density.

It is shown that maxima in the space–time distributions of the charged and neutral particle temperature and density measured by spacecraft onboard probes and maxima in the electron energy balance component and the electric field component parallel to the Earth's magnetic field allow one to localize an earthquake incipient on the subsatellite track. The relaxation times of the electron and neutral particle temperatures in the ionospheric plasma allow one to estimate the time of the earthquake main first shock to within several hours in advance of it.

Based on the interpretation of the output signals of the electric probes onboard the Sich-2 (Ukraine) and the electron temperature and density measured by the electric probes onboard the DEMETER (France) and the CSES (China), it is demonstrated that maxima in the charged and neutral particle temperature and density distributions along the spacecraft orbit in the ionospheric plasma and maxima in the electron energy balance component and the electric field component parallel to the Earth's magnetic field allow one to locate plasma disturbance sources, such as equatorial ionization anomaly and the epicenters of incipient earthquakes. The relaxation times of the maxima in the electron and neutral particle temperatures located along the spacecraft orbit allow one to estimate the first shock time of an incipient earthquake to within several hours in advance of it.

KEY WORDS: earthquake, ionosphere, plasma probe, satellite, CSES, DEMETER, SICH-2

**В.О. Шувалов, М.Б. Горєв, Г.С. Кочубей, Ю.П. Кучугурний,
Д.М. Лазученков, С.В. Носіков**

ЗАСТОСУВАННЯ КОСМІЧНИХ АПАРАТІВ ДЛЯ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ЗЕМЛЕТРУСІВ ЗА ЗБУРЕННЯМИ ІОНОСФЕРНОЇ ПЛАЗМИ

Інститут технічної механіки (ІТМ),НАНУ, вул. Лешко-Попеля, 15, м. Дніпро, 49005, Україна vashuvalov@ukr.net

На сьогоднішній день виявлено, що існує кореляція між сейсмічними явищами в земній корі та локалізованими збуреннями іоносферної плазми; природа цього зв'язку досі не з'ясована. Однак існування такої кореляції вказує на можливий шлях прогнозування землетрусів за даними супутникових вимірювань.

Метою даної роботи є розробка процедур просторово-часової локалізації джерел збурення іоносферної плазми з використанням методів і засобів бортової зондової діагностики розрідженої замагніченої плазми. Процедури базуються на інтерпретації вихідних сигналів електричних зондів двох типів: циліндричного зонда Ленгмюра та двоканального датчика тиску. Два взаємно ортогональні циліндричні зонди (або дві орієнтації одного зонда), один з яких перпендикулярний зовнішньому магнітному полю (геомагнітному полю в іоносфері), дозволяють визначити не тільки електронну температуру і густину в потоці розрідженої намагніченої плазми, а й густину магнітного потоку.

Показано, що максимуми в просторово-часових розподілах температури і густини заряджених і нейтральних частинок, виміряні бортовими зондами космічних апаратів, а також максимуми в компоненті енергетичного балансу електронів і компоненті електричного поля, паралельного магнітному полю Землі, дозволяють локалізувати землетрус, що починається на підсупутниковій трасі. Час релаксації температур електронів і нейтральних частинок в

іоносферній плазмі дозволяють оцінити час основного першого поштовху землетрусу з точністю до кількох годин перед ним.

На основі інтерпретації вихідних сигналів електричних зондів на борту супутника Січ-2 (Україна) та температури та густини електронів, виміряних електричними зондами на борту супутників DEMETER (Франція) та CSES (Китай), показано, що максимуми в розподіл температури і густини заряджених і нейтральних частинок вздовж орбіти космічного апарату в іоносферній плазмі та максимуми компоненти балансу енергії електронів і компоненти електричного поля, паралельні магнітному полю Землі, дозволяють локалізувати джерела плазмових збурень, такі як екваторіальна аномалія іонізації та епіцентри землетрусів. Часи релаксації максимумів температур електронів і нейтральних частинок, розташованих уздовж орбіти космічного апарату, дозволяють оцінити час першого удару землетрусу, що починається, з точністю до кількох годин.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: землетрус, іоносфера, плазмовий зонд, супутник, CSES, DEMETER, СІЧ-2

Г. О. Стрельников, Н. С. Прядко, К. В. Тернова

ВПЛИВ ГЕОМЕТРІЇ ВХІДНОЇ ЧАСТИНИ ДЗВОНОПОДІБНОГО НАСАДКУ УКОРОЧЕНОГО СОПЛА НА ЙОГО ХАРАКТЕРИСТИКИ

Інститут технічної механіки НАНУ і ДКАУ, вул. Лешко-Попеля, 15, Дніпро, 49005, Україна; e-mail: np-2006@ukr.net

В останнє десятиліття значно збільшилася кількість супутників, що запускаються до космосу, і посилилася комерційна складова цих запусків. Вартість доставки кілограму корисного навантаження на орбіту нині обчислюється десятками тисяч доларів, корисне навантаження становить лише кілька відсотків від стартової маси. Тому навіть незначне підвищення ефективності системи запуску є важливим та актуальним завданням. Дослідження показали, що таке підвищення теоретично можливе на основі покращення характеристик сопла двигуна ракети, тому в газодинамічних дослідженнях соплових блоків ракетних двигунів велика увага приділяється характеристикам сопла – його геометрії, імпульсу, втрат та прояву тягових характеристик за різними умовами роботи.

Останнім часом, крім класичних сопел Лаваля, увагу дослідників привертають укорочені сопла з насадками. Такий тип сопел має низку переваг. Перш за все, сопла з удосконаленими насадками дозволяють адаптувати тиск на виході з сопла до тиску навколишнього середовища під час польоту, а також, що навіть суттєвіше, дає можливість подолати обмеження по співвідношенню площ, тобто змінити геометричний ступінь розширення сопла. Все це разом в окремих випадках веде до збільшення маси корисного навантаження на 25% і більше. У зв'язку з цим інтенсивно досліджуються характеристики сопел з подвійним розтрубом, дзвоноподібних сопл (Dual-Bell), Aerospike.

У доповіді розвивається ідея успішного використання укорочених сопел з дзвоноподібним насадком у різних умовах роботи. Дана робота присвячена дослідженню впливу умов входу в дзвоноподібний насадок конічної частини укороченого сопла на його газодинамічні та імпульсні характеристики. Розглядаються укорочені сопла з однаковими конічними надзвуковими частинами, однаковою загальною довжиною сопла, але різними кутами сполучення конічної частини сопла з насадком.

При роботі на рівні моря зміна кута нахилу входу у дзвоноподібний насадок не вносить істотної зміни на величину статичного тиску за кутовою точкою та на коефіцієнт імпульсу сопла. Це пов’язано з виникненням відриву потоку на кутовий точці і наявністю великомасштабного вихору. При безвідривній течії в соплі під час роботи двигуна ракети на висоті характер розподілу тиску на стінці сопла за кутовою точкою відрізняється при зміні кута сполучення конічної частини з насадком, а максимальне значення на зрізі сопла приблизно однакове. Цей факт пояснюється появою висячої ударної хвилі біля стінки насадка при малих кутах входу (30^0).

Проаналізовано імпульсні характеристики потоку в соплі при різних значеннях тиску на вході та навколишньому середовищі. Коефіцієнт імпульсу в земних умовах мало залежить від зміни геометрії насадка і від початкового тиску на вході в сопло, а при роботі на висоті спостерігається слабкий вплив зміни кута входу в насадок на коефіцієнт імпульсу.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: укорочене сопло, дзвоноподібний насадок, збурення потоку, імпульсні характеристики, кутова точка.

G.O. Strelnikov, N.S. Pryadko, K.V. Ternova

INFLUENCE OF ENTRANCE TIP PART GEOMETRY OF BELL SHORTENED NOZZLE ON ITS CHARACTERISTICS

Institute of Technical Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine and State Space Agency of Ukraine, Leshko-Popelia Str., 15, 49006, Dnipro, Ukraine; e-mail: np-2006@ukr.net

In the last decade, the number of satellites launched into space has increased significantly, and the commercial component of these launches has increased. The cost of delivering a kilogram of payload into orbit is currently estimated at tens of thousands of dollars, the payload is only a few percent of the launch mass. Therefore, even a slight increase in the efficiency of the launch system is an important and urgent task. Studies have shown that such an increase is theoretically possible on the basis of improving the characteristics of the rocket engine nozzle, therefore, in gas-dynamic studies of the

nozzle blocks of rocket engines, much attention is paid to the characteristics of the nozzle - its geometry, momentum, losses, and the appearance of traction characteristics under various operating conditions.

Recently, in addition to classic Laval nozzles, shortened nozzles with tips have attracted the attention of researchers. This type of nozzle has a number of advantages. First of all, nozzles with improved tips make it possible to adapt the pressure at the exit of the nozzle to the ambient pressure during flight, and, even that is more significantly, it makes it possible to overcome the limitation of the area ratio, that is, to change the geometric degree of expansion of the nozzle. All this together in some cases leads to an increase in the mass of the payload by 25% or more. In this regard, the characteristics of nozzles with a double bell, bell-shaped nozzles (Dual-Bell), Aerospike are intensively studied.

The report develops the idea of successful use of shortened nozzles with a two-shaped nozzle in various working conditions. This work is devoted to the study of the influence of the entry conditions into the bell-shaped nozzle of the conical part of the shortened nozzle on its gas-dynamic and impulse characteristics. Shortened nozzles with the same conical supersonic parts, the same total length of the nozzle, but different angles of connection of the conical part of the nozzle with the tip are considered.

When operating at sea level, changing the angle of the entrance to the bell-shaped tip does not significantly change the value of the static pressure at the corner point and the nozzle impulse coefficient. This is due to the occurrence of flow separation at the corner point and the presence of a large-scale vortex. With a continuous flow in the nozzle during the operation of the rocket engine at altitude, the nature of the pressure distribution on the nozzle wall at the corner point differs when the angle of connection of the conical part with the tip changes, and the maximum value at the nozzle section is approximately the same. This fact is explained by the appearance of a hanging shock wave near the nozzle wall at small entrance angles (30^0).

The impulse characteristics of the flow in the nozzle at different pressure values at the inlet and in the environment were analyzed. The impulse coefficient in terrestrial conditions depends little on the change in the geometry of the nozzle and on the initial pressure at the nozzle inlet, and when working at altitude, there is a weak effect of the change in the tip entrance angle on the impulse coefficient.

KEY WORDS: shortened nozzle, bell-shaped tip, flow disturbance, impulse characteristics, corner point.

О. Д. Гришкевич, С. І. Гринюк

ДОСЛІДЖЕННЯ МОЖЛИВОСТЕЙ СТВОРЕННЯ ЕЛЕКТРОРЕАКТИВНОГО ДВИГУНА НА ОСНОВІ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПЛАЗМОВИХ РОЗПИЛЮВАЧІВ

Інститут технічної механіки Національної академії наук України і Державного космічного агентства України, вул. Лєшко-Попеля, 15, 49005, м. Дніпро, Україна; e-mail: grad4307@gmail.com

Технологічні плазмові пристрої для створення покриттів є генераторами спрямованого потоку частинок матеріалу покриття. За цією ознакою вони споріднені з електрореактивними двигунами малої тяги (ЕРД). В даній роботі розглянуто можливості створення нових джерел реактивної тяги, призначених для гальмування космічних апаратів на етапі зведення їх з робочої орбіти.

Для ЕРД такого призначення використання металів в якості робочого тіла не є критичним. Привабливими рисами рушійних установок цього типу є також відсутність системи нейтралізації об'ємного заряду потоку іонів, а також системи подачі і зберігання робочого тіла. Ці фактори суттєво впливають на масові характеристики ЕРД.

З метою дослідження робочих характеристик ЕРД розроблявся тяговимірювальний пристрій маятникового типу. Для реєстрації кута відхилення маятника, що зазвичай є пропорційним тяговому зусиллю ЕРД, було розроблено оригінальну лазерну систему.

Досліджувалась можливість використання в якості ЕРД малої тяги технологічного торцевого вакуумно-дугового випарника (ВДВ). Вибір саме ВДВ визначався простотою його конструкції, що було важливо при відпрацюванні тяговимірювального пристрою для визначення реактивної тяги в міліньютоновому діапазоні значень. Експериментально було встановлено, що сила, діюча на катод створеного макету ЕРД, пропорційна струму дугового розряду і дорівнює 0,226 мН/А, що відповідає теоретичним оцінкам [2].

Було встановлено, що причиною досить низьких тягових характеристик ЕРД на основі стаціонарного торцевого ВДВ є низький вміст іонів (10 % – 15 %) і відповідно висока доля електронейтральних частинок в генерованому потоці розпиленого матеріалу. Це унеможливлює ефективне використання способу електромагнітного фокусування розпиленого потоку. Було зареєстровано, що кут розбіжності потоку генерованих частинок становив не менше 60º. Виявлена також низька надійність використаної системи ініціювання стаціонарного дугового розряду. Проте привабливі якості ЕРД такого типу стимулюють пошуки компромісних рішень конструкції ЕРД на основі ВДВ. Є повідомлення [6], що ЕРД на основі імпульсного дугового розряду може мати позитивні перспективи для практичного застосування.

Передбачалось, що вади, притаманні ВДВ, можливо подолати при використанні магнетронної розпилювальної системи (МРС). Привабливою рисою МРС є можливість одночасної генерації в розряді газових і металевих іонів. В експериментах використовувалась модель планарної МРС. В магнітній системі магнетрону використовувались постійні магніти з матеріалу Nd-Fe-B. Магнітна індукція в області максимальної ерозії катоду становила близько 50 мТл. Матеріал катоду титан і мідь. Діаметр катоду − 50 мм. Діаметр ерозійної зони катоду - 39 мм. Магнетрон мав систему водяного охолодження катоду. В експериментах з імпульсно-періодичним розрядом і з перегрітим катодом система охолодження не використовувалась. Для покращення тягових характеристик ЕРД в нашій роботі основна увага приділялась можливості створення в МРС максимально сфокусованого потоку іонів.

З метою поліпшення тягових характеристик в розробленій конструкції МРС було застосовано відомі, але дещо модернізовані нами способи керування енергетичними і геометричними характеристиками потоку іонів. Створювались умови для додаткового вилучення заряджених частинок з магнітної пастки розряду і наступного формування гостроспрямованого осьового потоку плазми. Для цього було розроблено максимально незбалансовану магнітну систему НбМРС з показником дисбалансу менше одиниці [7].

В експериментах використовувався стаціонарний і імпульсно-періодичний режим роботи магнетронного розряду. Було визначено, що в стаціонарному режимі роботи НбМРС емісія газових іонів з розряду досягала величини 30 % від розрядного струму. Тільки за рахунку підвищення незбалансованості магнітної системи кут розбіжності потоку газових іонів було доведено до 20º. Для подальшого зменшення кута розбіжності потоку іонів за перерізом аноду МРС встановлювалась магнітна котушка. Котушка відігравала роль магнітної лінзи для дофокусування потоку іонів. В порожнині котушки монтувався прискорювальний електрод.

Підвищення частки іонів у пучку вирішувалось за рахунок іонів розпиленого матеріалу катоду. З цією метою створювались умови для іонізації розпиленого в магнетронному розряді матеріалу катоду. Іонізація розпиленого матеріалу можлива при суттєвому підвищенні густини розрядного струму. Але при цьому зростає ризик зриву режиму генерації іонів. Для недопущення зриву генерації іонів при переході магнетронного розряду в дугову моду було застосовано імпульсно-періодичний режим живлення розряду [4].

Для забезпечення імпульсно-періодичного режиму було розроблено імпульсне джерело живлення магнетронного розряду. В МРС генерувались розрядні імпульси довжиною 1 мс з частотою до 100 Гц. При цьому густина розрядного струму досягала 5 А/см^2. Генерований пучок містив іони газу і металу. Іонний струм і маса перенесена металевими іонами і нейтралами реєструвались колектором з дискретними кільцевими елементами. Колектор встановлювався на відстані 100 мм від аноду МРС. Радіальний розподіл току і осадку матеріалу катоду на елементах колектору формував уяву про розбіжність потоку іонів і нейтралів. Було визначено, що в імпульсно-періодичному режимі близько 85 % іонного струму, обумовленого металевими іонами, реєструються на осьовому елементі колектору, який мав діаметр рівний діаметру області ерозії катоду МРС. Для визначення вкладу іонів розпиленого металу в енергетичні характеристики потоку іонів було застосовано масово-енергетичний аналізатор з затримуючим сітчастим електродом перед колектором. Із застосуванням методу затримуючого потенціалу і ваговим способом визначалась маса сконденсованого на колекторі матеріалу при нульовому і при затримуючому іони електричному потенціалі на аналізуючій сітці. Таким чином було визначено, що до 50 % току на колектор створюється іонами металу.

В магнетронному розряді високої густини поверхня катоду піддається розпиленню газовими і металевими іонами. Тобто, має місце явище саморозпилення. Це явище може бути використано в режимі ЕРД для роботи без газоподібного робочого тіла. Особливості процесів при саморозпиленні розглядались в [1, 3].

Для підвищення долі іонного струму, що може бути вилучений із магнетронного розряду, на цей час застосовується біполярний режим роботи плазмового пристрою [5]. Особливість такого режиму полягає в застосуванні біполярної форми розрядного імпульсу. При цьому після подачі на розрядний проміжок розпилюючого розрядного імпульсу, на прискорювальний електрод подається негативний, відносно аноду магнетронного розряду, імпульс. Це дозволяє додатково вилучити з розряду деяку частку металевих іонів. Реалізація цієї можливості потребувала модернізації джерела розряду МРС.

Особливістю, що органічно притаманна магнетронному розряду і може суттєво погіршувати характеристики ЕРД на основі МРС є те, що значна доля споживаної розрядом енергії непродуктивно витрачається на нагрів катоду. При використанні МРС в якості ЕРД це може негативно впливати на постійні магніти магнітної системи. В ЕРД магнітну систему можливо виконати на основі високотемпературних постійних магнітів, а надлишковий тепловий потік може бути використаний для генерації пари рідкого робочого тіла на основі води.

Підбиваючи підсумки досліджень можливо констатувати, що для оцінки можливості створення ЕРД на основі НбМРС позитивні очікування переважають негативні, що є мотивом для продовження досліджень в означеному напрямі.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: магнетронна розпилювальна система, електрореактивний двигун, реактивна тяга, сфокусований потік іонів, магнітна незбалансованість, імпульсний режим магнетронного розряду.

1. *Блейхер Г. А.* Магнетронное осаждение покрытий с испарением мишени // Журнал технической физики. – 2015. –85, № 12. – С. 56 – 61.
2. *Месяц Г. А.* Эктон – лавина электронов из металла // Успехи физических наук. – 1995. – Т.165, № 6. – С. 601 – 625.
3. Тумаркин А. В., Ходаченко Г. В. Магнетронный разряд с расплавленным катодом //Физика плазмы и плазменные методы. М.: НИЯУ «МИФИ», 2013. С. 276–282.
4. *Gudmundsson et al*. High power impulse magnetron sputtering discharge //J.Vac. Sci. Technol – 2012. – A 30, N 3. – P. 1 – 35.
5. Hippler *Rainer et al.* Direct current and high power impulse magnetron sputtering// discharges with a positively biased anode // J. Vac. Sci. Technol. – 2021. – A 39, 043007. https://doi.org/10.1116/6.0001054
6. *Keidar Michael et al*. Magnetically enhanced vacuum arc thruster // Plasma Sources Sci. Technol. – 2005. – 14. – P. 661– 669.
7. *Powell Sarah.* Finite element modelling of magnetostatics for magnetron sputter sources. Gencoa Ltd, Physics Road, Liverpool, L24 9HP, United Kingdom. https://quickfield.com/publications/MagSoc.pdf

A. V. Pirozhenko, A. I. Maslova

REGULARITIES OF CONTROLLED AND UNCONTROLLED SATELLITE MOTION IN LOW EARTH ORBIT

Institute of Technical Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine and the State Space Agency of Ukraine , Leshko-Popelya St., 15, 49005, Dnipro, Ukraine; e-mail: alex.pirozhenko@ukr.net

The satellite motion in a low near-earth almost circular orbit is considered. Such orbits are of particular interest for Earth remote sensing (ERS) satellites. The development of ion thruster (IT) technology has significantly expanded the possibilities of using ERS satellites. Firstly, IT provided the ability to economically control the orbit of the satellite, and, thereby, opened up the possibility of maintaining the movement of low-cost commercial satellites near a predetermined trajectory (reference orbit). This significantly improved the quality of observation of the Earth's surface from space. Secondly, IT opened up the possibility of using very low (below ≈ 450 km) and ultra-low (below ≈ 350 km) orbits for commercial ERS satellites. For inexpensive commercial satellites, the significant benefits of using such orbits are mainly associated with the following: reducing the distance to the observed objects by almost two times allows proportionally increase the quality of the survey, or it allows significantly reduce the cost of observation equipment with the same quality of the survey; reducing the cost of launching into orbit; no need for active removal of the satellite and launch vehicle after the end of their work. The benefits and challenges of using ultra-low orbits have been widely discussed in the press, and a number of ultra-low orbit missions have already been carried out to date.

Significant aerodynamic drag in low orbits necessitates constant restoration of the angular momentum of the orbital motion. IT allow at a low cost of control actions to provide counteraction to aerodynamic drag. However, the IT technology also imposes a number of restrictions on the control action: the direction of the IT force is invariable in the satellite fixed coordinate system, and its value, with the IT turned on, is constant. At the same time, IT has limitations on the number of inclusions, therefore, in many cases, regulation of the thrust force of the IT by its frequent switching on and off is unacceptable.

The task of maintaining a given satellite orbit by low-thrust engines under a significant aerodynamic effect is very relevant. The problem cannot be reduced to the traditional problem of trajectory stabilization, when the control action at each moment of time compensates for the deviation of the motion from the given trajectory. This is due to the discreteness of the inclusion of the control action and the fact that there is no requirement to strictly maintain a given trajectory in time. It is only required to maintain the basic parameters of the initial orbit - its height and shape within certain limits. The control itself is carried out by choosing the time points for turning on the engines in orbit and the duration (time interval) of their operation. Taking into account the limitations and requirements of each specific mission, the creation of an orbit maintenance algorithm seems to be possible only by studying the basic regularities of controlled and uncontrolled satellite motion.

The report presents studies of the main regularities of controlled and uncontrolled satellite motion in almost circular orbits under a significant aerodynamic impact. A special form of the perturbed Keplerian motion equations developed for nearly circular orbits is used. The effect of the second zonal harmonic of the geopotential is taken into account.

For a number of well-founded assumptions about the aerodynamic impact on the satellite, the main regularities of its influence are determined, taking into account the variability of the density of the atmosphere along the orbit. It is shown that the proximity of the solar-synchronous orbit to the atmospheric hump leads to a change in the eccentricity and the perigee argument. Estimates of the change in angular momentum as a function of the mean density of the atmosphere along the orbit are constructed.

The main regularities of the change in the satellite motion parameters under a small transversal control action are determined. Estimates of the duration of the engine switching on for compensation of the kinetic moment are constructed It is shown that only turning the engines on and off changes the amplitude and phase of the oscillations of the orbit radius. Formulas describing these changes are constructed.

Based on certain regularities of movement, recommendations are given for the creation of control algorithms. For an ultra-low orbit of minimum eccentricity, calculations were made and the possibility of autonomous control to maintain the height and shape of the orbit was shown.

KEY WORDS: near-Earth almost circular orbit, aerodynamic drag, ion thruster, motion regularities.

В.П. Пошивалов, Ю.Ф. Данієв

ОЦІНКА ЗАЛИШКОВОГО РЕСУРСУ ТЕХНІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

Інститут технічної механіки НАН України і ДКА України
вул. Лешко-Попеля,15, Дніпро, 49005 Україна; e-mail: vposhivalov@gmail.com

В теперішній час існують різні методи оцінки залишкового ресурсу технічних об'єктів. Залишковий ресурс визначається як сумарне напрацювання у часі від проведення контролю його технічного стану до переходу в граничний стан.

У роботі проаналізовано методи оцінки залишкового ресурсу технічних об'єктів, а саме: ймовірнісні, за несучою здатністю, експертні, із застосуванням кінетичної теорії міцності твердих тіл, за швидкістю корозії, циклічним навантаженням, з використанням інтелектуальних систем. (нейросетельние технології) і показано їх переваги та недоліки та можливість застосування в різних випадках.

Так для обладнання, що працює в умовах корозійного середовища або абразивного зношування, оцінка залишкового ресурсу обладнання проводиться за параметрами корозії (зносу). У випадку, коли спрогнозувати залишковий ресурс по одному з деградаційних процесів (суцільної корозії, зношування, повзучості) неможливо, його оцінка повинна проводитися за параметрами пошкодження [1-3]. Даний метод передбачає укрупнене дефектування вузлів обладнання, що піддається діагностуванню методами руйнівного та неруйнівного контролю з подальшою експертною оцінкою їх стану.

У зв'язку з застарілими методологічними принципами та положеннями, закладеними в правилах та методах забезпечення надійності технічних об'єктів під час експлуатації та ремонту, стає актуальною розробка нового підходу до оцінки їх технічного стану з використанням сучасних інтелектуальних систем. Запропоновано використовувати нейромережеві технології, які дають адекватну оцінку залишкового ресурсу та можуть бути використані для оцінки технічного стану технічних об'єктів. Наведено оцінку залишкового ресурсу складної технічної системи, що представляє стартові споруди ракет-носіїв за декількома методиками.

1. Вероятностные модели среднего остаточного ресурса технических систем / Ю. Ф. Даниев, В. П. Пошивалов, Л. В. Резниченко // Системні технології : Регіональний міжвуз. сб. наук. праць. – Дніпро: НМАУ, 2018. – Вип. 2 (115). – С. 53 – 60.

2.Методология нормативных основ обоснования ресурса конструкций стартовых сооружений ракет-носителей / В. С. Гудрамович, В. Н. Сиренко, Д. В. Клименко, Ю. Ф. Даниев, Э. Л. Гарт // Космическая техника. Ракетное вооружение. Сб. науч.-техн.ст. / Главный редактор А. В. Дегтярев. – 2019. – Вып. 1(117). – Днепр: ГП "КБ "Южное" – С. 28 –37.

3 Development of the normative framework methodology for justifying the residual resource of starting buildings constructions of space launch vehicles / V. S. Hudramovich, V. N. Sirenko, D. V. Klimenko, Yu. F. Daniev, E. L. Hart // Strengths of Materials. – 2019. – V. 51, No. 3. – P. 333 – 340.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: залишковий ресурс, імовірносні моделі, накопичення пошкоджень, експертні методи, нейромережеві технології

V.P. Poshyvalov, Yu. F. Daniev

ASSESSMENT OF THE RESIDUAL LIFE OF TECHNICAL OBJECTS

Institute of Technical Mechanics of the NAS of Ukraine and State Space Agency of Ukraine,
15, Leshko-Popel Str., Dnipro, 49005 Ukraine; e-mail: vposhivalov@gmail.com

The paper considers various methods for estimating the residual life of technical objects, highlights the advantages and disadvantages of the above methods. An estimate of the residual life of a complex technical system representing the launch facilities of launch vehicles using several methods is given.

Д.С. Своробін

КОМБІНОВАНА СИСТЕМА ДЛЯ ВИДАЛЕННЯ КОСМІЧНОГО СМІТТЯ З НИЗЬКИХ НАВКОЛОЗЕМНИХ ОРБІТ

Інститут технічної механіки Національної академії наук України і Державного космічного агентства України вул. Лешко-Попеля, 15, м. Дніпро, 49005, Україна; e-mail: svod.itm@gmail.com

Актуальність проблеми космічного сміття в сучасному світі є загально визнаною. За даними Національного управління з аеронавтики і дослідження космічного простору США (NASA) на липень 2023 року на навколоземних орбітах знаходилось близько 27148 каталогізованих об'єктів космічного сміття.

На даний час розробляється значна кількість технічних засобів та методів, що дозволять вирішити проблему відведення об'єктів космічного сміття (ОКС) з навколоземного простору. Такі засоби засновані на пасивному, активному або комбінованому методах відведення. Активні системи вимагають наявності на борту космічного апарату необхідної енергії та робочого тіла (палива). Серед активних систем можуть бути застосовані наступні типи: твердопаливні, рідинні та електрореактивні ракетні двигуни (ЕРД). Пасивні системи відведення ОКС на відміну від активних є безпаливними та використовують сили природи: сили аеродинамічного гальмування, силу тиску сонячного світла, електромагнітні сили. Серед пасивних систем відведення ОКС можуть бути застосовані наступні типи: аеродинамічні системи, сонячні вітрила, тросові системи. Комбінований метод передбачає одночасне використання технічних засобів, розроблених на основі пасивних та активних методів.

Дана доповідь присвячена розробці комбінованої системи безконтактного видалення космічного сміття з сервісним космічним апаратом (СКА), на борту якого встановлено аеродинамічний компенсатор у вигляді двох пластин. Дана система є аналогом системи, в якій для видалення ОКС передбачено використання технології «космічний пастух з іонним променем». Системі «космічний пастух з іонним променем» притаманні недоліки, пов'язані з вибором схеми роботи двигуна – джерела потоку іонів, яка потребує обов'язкової компенсації сили тяги, що призводить до нераціональних витрат палива. Зазначені недоліки усунені в комбінованій системі безконтактного видалення об'єктів космічного сміття з навколоземних орбіт, в якій наряду з ЕРД передбачено застосуванням додаткового пристрою – аеродинамічного компенсатора [1 – 3].

Технологія видалення космічного сміття з застосуванням комбінованої системи, яка розглядається, як і системи «космічний пастух з іонним променем», передбачає направлене зміщення ОКС з орбіти за рахунок безконтактного впливу на нього іонного потоку. Потік іонного променю створюється основним ЕРД, встановленим на борту СКА, який знаходиться в безпосередній близькості від ОКС. Потік іонів з основного ЕРД спрямовано на об'єкт космічного сміття. Іони, які досягли поверхні ОКС, проникають в матеріал його поверхні і повністю передають йому свій імпульс. Для компенсації сили реакції на КА – «космічному пастуху з іонним променем» передбачається встановлення додаткового ЕРД, сила тяги якого направлена протилежно силі тяги основного ЕРД.

Запропонована комбінована система видалення об'єктів космічного сміття, як і система «космічний пастух з іонним променем», передбачає: виведення СКА на орбіту ОКС, виконання за допомогою двигунної установки СКА орбітального маневру для зближення з об'єктом космічного сміття, подальше коригування орбіти СКА до забезпечення мінімальної орбітальної відстані між СКА й ОКС та забезпечення за допомогою системи орієнтації та стабілізації і двигунних установок орбітального зближення СКА до співпадіння орбіт СКА і ОКС, в тому числі – нахилу орбіт, напрямів та величин орбітальної швидкості. Після формування єдиної орбіти та максимального зближення СКА й ОКС включається основний ЕРД та виконується направлене зміщення ОКС з орбіти за рахунок безконтактного впливу на нього іонного потоку.

З метою зменшення витрат робочого тіла додатковим ЕРД в системі передбачено встановлення додаткового пристрою – аеродинамічного компенсатора у вигляді двох пластин. Аеродинамічний компенсатор може доповнювати або замінювати додатковий ЕРД, який використовується для компенсації дії на рух КА з боку основного ЕРД, призначеного для передачі силової дії на ОКС. Завдяки аеродинамічному компенсатору можна при взаємодії СКА з ОКС забезпечувати підтримку між ними необхідної дистанції за рахунок змінювання аеродинамічного опору.

Запропонована комбінована космічна система з аеродинамічним компенсатором безконтактної дії на ОКС може бути застосована для відведення космічного сміття з низьких навколоземних орбіт у щільні шари атмосфери з подальшим спалюванням його.

Вивчення можливості створення систем для відведення об'єктів космічного сміття з використанням комбінованого методу розпочато відносно нещодавно. Комбінований напрям розробки на даний час є маловивченим, але в майбутньому він може бути перспективним. Таким чином, розробка комбінованої космічної системи з аеродинамічним компенсатором безконтактної дії на ОКС є перспективним напрямом, що формує завдання для подальших досліджень.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: об'єкти космічного сміття, проблема засмічення навколоземного простору, засоби та системи відведення космічного сміття з навколоземних орбіт.

1. Своробин Д. С., Фоков А. А., Хорошилов С. В. Анализ целесообразности использования аэродинамического компенсатора при бесконтактном удалении космического мусора // Авиационно-космическая техника и технология. – 2018. № 6. – С. 4 – 11.
2. Фоков О. А., Хорошилов С. В., Своробін Д. С. Відносний рух космічного апарата з аеродинамічним компенсатором у перпендикулярному до площини орбіти напрямку при безконтактному видаленні космічного сміття // Космічна наука і технологія. – 2021. – 27, № 2 (129). – С. 15 – 27. https://doi.org/10.15407/knit2021.02.015
3. Фоков О. А., Хорошилов С. В., Своробін Д. С. Аналіз переваг використання аеродинамічного компенсатора при безконтактному видаленні космічного сміття // Технічна механіка. – 2020. № 4. – С. 55 – 64.

М.Б. Соболевська, Д.В. Горобець

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПЛАСТИЧНОГО ДЕФОРМУВАННЯ КОНСТРУКЦІЙ, ЩО МІСТЯТЬ СТІЛЬНИКИ, ПРИ УДАРІ

Інститут технічної механіки НАНУ і ДКАУ, вул. Лешко-Попеля, 15,
49005, Дніпро, Україна; e-mail: office.itm@nas.gov.ua

Роботу присвячено математичному моделюванню пластичного деформування металевих конструкцій, що містять стільники, при ударних навантаженнях. Розглянуто ряд конструкцій, які можуть бути використані як пристрої поглинання енергії, наприклад, при створенні системи пасивної безпеки залізничного пасажирського рухомого складу, міських трамваїв, поїздів метро та інших транспортних засобів при аварійних зіткненнях з перешкодами. Для вибору параметрів таких пристроїв, які можуть забезпечити потрібний рівень поглинання енергії, необхідно розв'язувати нелінійну динамічну задачу пластичного деформування різних конструкцій зі стільниками при ударі бойком. У даному випадку бойок є суцільним твердим паралелепіпедом масою 80 т, швидкість удару складає 36 км/год. В роботі розглянуто базову конструкцію 1 та інші конструкції, розроблені на її основі та призначені для пасивного захисту локомотивів, головних та проміжних вагонів швидкісних пасажирських поїздів за діючим в Україні європейським стандартом. Конструкція 1 складається з двох послідовно розташованих елементів, перший з яких є коробом у вигляді паралелепіпеда з трьохшаровим пакетом шестигранних стільників всередині, а другий – усіченою пірамідою із стільників з тригранними чарунками. Конструкція 2 відрізняється від конструкції 1, тим, що перший елемент є коробом з одношаровим пакетом шестигранних стільників всередині. Конструкція 3 є коробом у вигляді паралелепіпеда, всередині якого розміщений чотирьохшаровий блок стільників з шестигранними чарунками змінної висоти. Конструкція 4 має вигляд сходинок на основі стільникової усіченої піраміди із стільників з тригранними чарунками.

Аналіз пластичного деформування досліджуваних конструкцій при ударах здійснюється в результаті розв'язання за допомогою методу скінченних елементів задачі теорії пластичності з урахуванням нелінійних співвідношень між деформаціями і переміщеннями (геометричної нелінійності), між напруженнями і деформаціями (фізичної нелінійності), нелінійної залежності межі плинності матеріалу від швидкості деформації, змінної контактної взаємодії між елементами розглянутої механічної системи тіл, що співударяються. Для визначення початку появи пластичних деформацій використано критерій Мізеса. Для опису пружно-пластичних властивостей матеріалу при ударних впливах використано інкрементальну модель пластичності в формулюванні Крига і Кея, засновану на білінійній апроксимації дійсної діаграми розтягу з урахуванням кінематичного зміцнення. Точка перелому такої кусково-лінійної кривої, що складається з двох ділянок, відповідає динамічній межі плинності, яка залежить від швидкості деформації. Моделювання нелінійної характеристики матеріалу засновано на використанні дійсної діаграми розтягу. Для обчислення дійсної динамічної межі плинності використовується залежність Саймондса-Купера. Для аналізу нелінійного деформування розглянутих конструкцій при ударі застосовано програму, що представляє собою багатоцільовий пакет для вирішення за допомогою методу скінчених елементів складних задач механіки деформованого тіла. Скінченно-елементні схеми конструкцій, що містять стільники, побудовано з використанням спеціальних оболонкових елементів з трьома або чотирма вузлами, кожен з яких має по три лінійних і кутових переміщення, швидкості і прискорення відносно осей вузлової системи координат. Бойок моделюється об'ємними скінченими елементами, що мають в кожному вузлі по три лінійних переміщення, швидкості і прискорення. Схема контактної взаємодії між дотичними поверхнями прийнята у формі "поверхня до поверхні".

Рішення даної задачі зводиться до чисельного інтегрування системи диференціальних рівнянь руху при заданих початкових і граничних умовах. При розв'язанні задачі розглядаються лініарізовані форми цих рівнянь відносно малих прирощень, накладених на поточний рівноважний стан. Отримана в результаті скінченно-елементної дискретизації система диференціальних рівнянь руху розв'язується за допомогою методу послідовних навантажень, заснованого на поєднанні чисельного інтегрування з ітераційним коригуванням результатів після кожного кроку за часом.

В результаті розв'язку даної задачі визначаються вузлові переміщення, швидкості, прискорення, а за знайденими переміщеннями – деформації, напруги та вузлові сили в різні моменти часу. На основі отриманих значень поздовжнього переміщення центру мас бойка і відповідних значень контактного зусилля (інтеграла по області контакту від розподілених контактних напружень) між бойком і стільниковою конструкцією у поточні моменти часу будуються діаграма деформування (залежність контактного зусилля від поздовжнього переміщення центру мас бойка) та діаграма енергопоглинання (залежність енергії, що поглинається при деформації конструкції від поздовжнього переміщення центру мас бойка), за якою визначається енергоємність конструкції та порівнюється з запланованою.

Адекватність розроблених математичних моделей та достовірність результатів розрахунків, отриманих за допомогою скінченно-елементного моделювання пластичного деформування базової конструкції 1 підтверджено натурними випробуваннями її експериментального зразка. Розбіжність у визначенні енергоємності конструкції 1 складає 5 %. В результаті проведених теоретичних досліджень вибрано параметри конструкцій 1 – 4, які можуть забезпечити поглинання енергії при нормативних сценаріях зіткнень пасажирських поїздів з перешкодами.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: конструкції зі стільниками, удар, пластичне деформування, скінченно-елементне моделювання, натурні випробування.

M. B. Sobolevska, D.V. Horobets

MATHEMATICAL SIMULATION OF PLASTIC DEFORMATION OF DESIGNS CONTAINING HONEYCOMBS AT IMPACT

*The Institute of Technical Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine and the State Space Agency of Ukraine, 15, Lyashko-Popelya, Dnipro, 4*9005, *Ukraine,*

Finite element models are proposed for the analysis of plastic deformation of designs containing honeycombs at impact. The research is conducted for various designs that can be used as energy absorption devices in passive safety systems of railway passenger trains. The parameters of designs are selected to provide energy absorption in normative collisions scenarios of trains with obstacles. The crash test of the basic design 1 confirmed the reliability of the obtained calculation results.

В.К. Шамаханов, С.В. Хорошилов

МОДЕЛЮВАННЯ ТРОСОВОЇ СИСТЕМИ РОЗГОРТАННЯ СТРИЖНЕВИХ КОНСТРУКЦІЙ, ЩО ТРАНСФОРМУЮТЬСЯ

Institute of Technical Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine and the State Space Agency of Ukraine, 15 Leshko-Popel St., Dnipro 49005, Ukraine; e-mail: 1luckyminerfriends1@gmail.com

У зв'язку з тим, що місце під обтічником ракети-носія обмежене, в космічній техніці знайшли застосування конструкціє, що трансформуються [1]. Такі конструкції виводяться на орбіту у складеному стані, а потім вони розгортаються таким чином, щоб сформувати потрібну конфігурацію. Але, нажаль, відомі випадки нештатного розкриття подібних конструкцій, що пов'язано, насамперед, зі складністю самих конструкцій та складністю проводити натурні експерименти у наземних умовах. Ці особливості спонукають інженерів і дослідників більше використовувати методи математичного та комп'ютерного моделювання для аналізу таких конструкцій.

Космічні конструкції, що трансформуються можуть бути реалізовані у вигляді системи стрижнів, поєднаних шарнірами. В цьому випадку розгортання системи виконується за допомогою системи з тросів та шківів [2].

Відомо, що повномасштабне моделювання розгортання стрижневих конструкцій з використанням систем тросів та шківів виявилося складним, оскільки традиційні методи на основі контактів вимагають щільної сітки для тросів, великої кількості виявлення контактів та інтегрування з малими кроками. Щоб подолати цю проблему та підвищити ефективність обчислень, пропонується спрощений підхід. Цей метод використовується для розрахунку натягу троса і вузлових рушійних сил з урахуванням тертя та інших особливостей розглянутої системи з тросів та шківів.

Для прикладу було розглянуто стрижневу систему з двох секцій опорного кільця антени космічного призначення [2]. Динамічна модель конструкції отримана на основі формулювання абсолютних вузлових координат з урахуванням кінетичної та пружної енергії стрижнів та тросів, а також дисипативних сил у шарнірах. Для врахування обмежень використано метод множників Лагранжа. Модель усієї системи представлено у вигляді системи диференціальних та алгебраїчних рівнянь.

Для досягнення вибраних цілей досліджено різні стратегії намотування приводного тросу. Результати моделювання показують, що чим більше тертя у шарнірах, тим легше забезпечити бажану траєкторію розгортання конструкції. Результати розрахунків також показують, що якщо трос намотувати з постійною швидкістю, він може значно втрачати натяг або навіть провисати через певні проміжки часу. Така поведінка може призвести до втрати контакту троса зі шківом та збоїв у розгортанні. Щоб усунути можливе провисання тросів, їх можна намотувати зі змінною швидкістю або встановлювати гальмівні пружини.

[1] S. Khoroshylov, S. Martyniuk, O. Sushko, at al. Dynamics and attitude control of space-based synthetic aperture radar. Nonlinear Eng, 2023. 12(1): 20220277.

[2] O. Sushko, E. Medzmariashvili, F. Filipenko, at al. Modified design of the deployable mesh reflector antenna for mini satellites. CEAS Space J. 2021; 13(4): 533-542.

O.Ihnatiev, H. Shevelova

NUMERICAL SIMULATION OF TWO-PHASE FLOW IN JET MILL EJECTOR WITH ADDITIONAL ENERGY SUPPLY

Institute of Technical Mechanics of National Academy of Sciences of Ukraine and State Space Agency of Ukraine, Liashko-Popelia Str., 15, Dnipro, 49005, Ukraine e-mail: hanna.shevelova@gmail.com

Introduction. Classic ejectors of jet mills have a number of disadvantages that significantly reduce their use. This is the wear and tear of the design elements of the accelerating tube and, as a result, contamination of the finished product and a decrease in outlet speed due to an increase in the diameter of the accelerating tube [1, 3]. Another disadvantage is the low productivity due to the relatively small concentration of particles in the accelerating tube. It is necessary to repeatedly return the material from the classifier to the additional grinding, which significantly reduces the energy efficiency of the mill.

The main purpose of the jet mill ejector is to accelerate the two-phase flow to the maximum possible speed at the outlet from the accelerating tube. Also important is the nature of the velocity distribution in the outlet section, as well as the concentration of particles in the flow [2, 4, 5]. In traditional ejectors of jet mills, this condition is not realized.

Therefore, to develop a method of organizing the two-phase flow in the gas jet mills tracts to increase the efficiency of the grinding process is relevant.

§1. Formulation of the problem. The aim of the work is a numerical study of the method of improving the organization of the two-phase flow in the jet mill ejector.

The method proposed by us is based on the creation of an additional supply of gas flow to the walls of the accelerating tube of the ejector and the installation of a conical nozzle at the end of the tube (Fig. 1). The diagram shows the bulk material supply hopper 1, the central nozzle 2, through which the main gas flow 3 is supplied, the accelerating tube 4 with a conical nozzle 5, the supply of an additional gas flow 6 through the ring nozzle 7, in which there are slotted holes 8 at an angle of 20°– 30° to the longitudinal axis of the ejector.

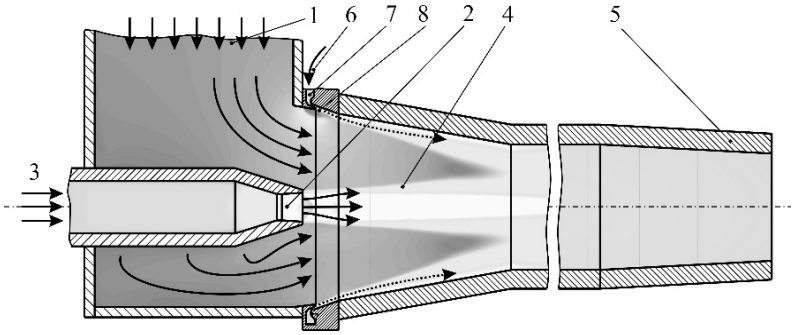


Fig. 1

In the course of research, we have compared our ejector with the jet mill ejector of the Vilnohirsk Mining and Metallurgical Combine (VMMC). All geometric and gas-dynamic parameters of our device corresponded to the parameters of the VMMC ejector.

§2. Results and discussion. A numerical study has showed that the flow in the ejector of the VMMC has a complex spatial character. The vortex character of the flow, formed in the feed hopper, spreads along the accelerating tube, and has extended vortices up to the formation of local zones of reverse flow. The relatively short length of the accelerating tube (450 mm with a diameter of 90 mm) does not allow to ensure a uniform flow rate at the outlet.

The erosive effect on the structural elements of the flow part of the unit is determined by the speed and concentration of particles on the wall. In the final part of the accelerating tube, erosive wear is significant, and the nature of the wear is uneven, both along the length and in the circumferential direction. This conclusion is confirmed by the condition of the liners of the accelerating tube, revealed during the operation of the mill.

In the case of the improved ejector proposed by us (with an additional energy supply and a conical nozzle), the flow patterns and velocity distribution at the outlet of the ejector accelerating tube have showed that flow equalization occurs. In addition, the formed wall layer of "clean" gas is a promising way to protect the accelerating tube from wear by abrasive particles.

Additional energy supply allows you to actively influence the two-phase flow to form optimal parameters of the latter at the outlet from the ejector, depending on the size and physical and chemical properties of the source material.

And the conical nozzle significantly stabilizes the flow and provides a stable wall layer formed by energy supply through the ring additional nozzle.

Conclusion. Numerical studies in a gas jet mill have confirmed the perspective of using the optimal organization of material flow at the entrance to the grinding chamber to increase the efficiency of gas jet grinding. Based on the modernization of the ejector design of the jet mill, a method of increasing its efficiency has been developed.

The scientific significance of the results is to develop of a gas-dynamic method of controlling gas flows in the tracts of a gas-jet mill.

The practical significance of the obtained results is to determine the design parameters of the ejector, which ensure a uniformly accelerated flow at the outlet from the ejector and a stable wall layer to protect the walls of the structure from wear.

KEY WORDS: jet mill ejector, control of two-phase flows, numerical studies, improvement of efficiency of jet grinding.

1. Ameur K., Aidoun Z., Ouzzane M. Modeling and numerical approach for the design and operation of two-phase ejectors // Applied Thermal Engineering. – 2016. – Vol. 109. – P. 809-818.
2. Besagni G., Inzoli F. Computational Fluid-Dynamics Modeling of Supersonic Ejectors: Screening of Turbulence Modeling Approaches // Applied Thermal Engineering. – 2017. – Vol. 117. – P. 122 – 144.
3. Gagan J., Smierciew K., Butrymowicz D., Karwacki J. Comparative study of turbulence models in application to gas ejectors // International Journal of Thermal Sciences. – 2014. – Vol. 78. – P. 9 – 15.
4. Ihnatiev O., Shevelova H., Strelnykov H., Blyuss B. Numerical study of parameters of unit for supplying additional gas flow in jet mill ejector // E3S Web of Conferences. Essays of Mining Science and Practice (Dnipro, November, 9 – 11, 2022). – Dnipro, 2022. – P. 1 – 6.
5. Mazzelli F., Little A. B., Garimella S., Bartosiewicz Y. Computational and Experimental Analysis of Supersonic Air Ejector: Turbulence Modeling and Assessment of 3D Effects // International Journal of Heat and Fluid Flow. – 2015. – Vol. 56. – P. 305 – 316.

О.Д.Ігнатьєв, Г.М.Шевельова

ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДВОФАЗНОЇ ТЕЧІЇ В ЕЖЕКТОРІ СТРУМИННОГО МЛИНА З ДОДАТКОВИМ ПІДВЕДЕННЯМ ЕНЕРГОНОСІЯ

Інститут технічної механіки НАНУ та ДКАУ, вул. Лешко-Попеля, 15,
49005, Дніпро, Україна , e-mail: hanna.shevelova@gmail.com

Класичні ежектори струминних млинів мають ряд недоліків, що істотно скорочують їх застосування. Це – зношування елементів конструкції розгінної трубки і, як наслідок, забруднення готового продукту та зниження швидкості на виході внаслідок збільшення діаметра розгінної трубки [1, 3]. Інший недолік – невисока продуктивність, обумовлена відносно невеликою концентрацією частинок в розгінної трубці. Потрібно багаторазове повернення матеріалу з класифікатора на допомол, що суттєво знижує енергетичну ефективність млина. Основне призначення ежектора струминного млина – прискорення двофазного потоку до максимально можливих значень швидкості на виході з розгінної трубки.

У випадку запропонованого нами вдосконаленого ежектору (з додатковим підводом енергоносія та конічним насадком) картини течії та розподіл швидкості на виході з розгінної трубки ежектору показали, що відбувається вирівнювання потоку. До того ж утворений пристінковий шар «чистого» газу – перспективний спосіб захисту розгінної трубки від зносу абразивними частинками.

Наукове значення результатів полягає у розробці газодинамічного способу керування газовими потоками в трактах газоструминного млина.

Практичне значення отриманих результатів полягає у визначенні конструктивних параметрів ежектора, що забезпечують рівномірно прискорений потік на виході з ежектора та стабільний пристінковий шар для захисту стінок конструкції від зносу.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: ежектор струминного млина, керування двофазними потоками, чисельні дослідження, підвищення ефективності струминного подрібнення.

О. Л. Волошенюк, Д. О. Храмов

АНАЛІЗ СТАНУ І ТЕНДЕНЦІЇ РОЗВИТКУ ЦІЛЬОВИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОРБІТАЛЬНИХ УГРУПОВАНЬ МАЛИХ КОСМІЧНИХ АПАРАТІВ ДЛЯ РІШЕННЯ ЗАВДАНЬ ЗЕМЛЕРОБСТВА

Інститут технічної механіки Національної академії наук України і
Державного космічного агентства України, вул. Лешко-Попеля, 15,
49005, Дніпро, Україна; e-mail: oksana.volosheniuk@gmail.com, dakhramov@gmail.com

Оперативне отримання інформації є одним із основних завдань сучасних систем дистанційного зондування Землі (ДЗЗ) з метою забезпечення регулярного зв'язку, моніторингу техногенних аварій, стихійних лих, отримання даних видової розвідки, вирішення сільськогосподарських завдань і т. п. Широке коло споживачів із різних сфер соціально-економічної галузі (будівельні, виробничі, транспортні, сільськогосподарські, туристичні організації та ін.) потребують недорогих та простих способів отримання даних ДЗЗ. Створення недорогих космічних апаратів (КА) ДЗЗ, їх мініатюризація дозволить суттєво знизити вартість отримуваної космічної інформації і тим самим дозволить залучити більш споживачів, зокрема на комерційній основі. В той же час, аналіз сучасного стану ДЗЗ показує, що більшість практичних підходів, спрямованих на підвищення роздільної здатності і забезпечення високої періодичності спостереження (зміна схем спостереження, висоти орбіти, характеристик знімальної апаратури, її габаритів) зручно реалізовувати за допомогою низькоорбітальних угруповань малих КА. Тому, створення таких угруповань КА спостереження поверхні Землі є актуальним завданням, пов'язаним з новітніми технологічними та інформаційними розробками.

Серед задач ДЗЗ, отримання даних в інтересах сільського господарства за допомогою угруповань малих КА є найбільш доступним для аналізу і цікавим з точки зору широкого використання серед споживачів даних цієї галузі. Можна припустити, що КА можуть бути використані для моніторингу посівів, прогнозування врожайності та оцінки стану ґрунту. Крім того, за допомогою КА можна також здійснювати моніторинг стійкості культур до посухи та своєчасне виявлення проблем, пов'язаних із шкідниками та захворюваннями рослин. В свою чергу раннє попередження дозволяє фермерам, екологам та сільськогосподарським агентствам визначати причину та вживати заходів щодо карантину хвороб, ініціювати заходи щодо боротьби зі шкідниками та рятувати врожай або дерева.

Дану доповідь присвячено аналізу стану і тенденціям розвитку цільових характеристик угруповань малих космічних апаратів для рішення завдань землеробства. Значну увагу приділено побудові угруповань однотипних і різнотипних малих КА зарубіжними компаніями і операторами, такими як Planet Labs, Black Sky, Satellogic S.A., Spacety Constellation Tianying Ltd., Axelspace Holdings, EarthDaily Analytics Corp., а також планам розгортання таких угруповань в США, Китаї, Японії, Канаді, Індії, країнах Європи та інших. Розглянуто цільові характеристики різних, комерційних низькоорбітальних угруповань КА оптико-електронного спостереження Землі, та угруповань КА, що несуть радіолокаційні прилади із синтезованою апертурою, виведених на орбіту в період 2016 – 2020 р., поточний стан та план на найближчі п'ять років. Проведено порівняльній аналіз технічних реалізацій та способів досягнення основних цільових характеристик КА, таких як продуктивність, смуга захвату, періодичність спостереження, оперативність зйомок угрупованнями КА. Також інтерес представляють сучасні технології по створенню гіперспектральних та теплових зображень поверхні Землі. Наприклад, інтерес представляє канадська компанія **Wyvern** – стартап створення гіперспектральних зображень. Своїми ключовими цільовими ринками компанія бачить моніторинг довкілля, сільське господарство, енергетику. Гіперспектральні датчики надають дані в багатьох спектральних діапазонах, що дозволяє аналітикам виявляти явища в кольорах, які зазвичай не видно людському оку. Комерційне застосування покращення цих датчиків включає допомогу фермам в економії витрат та підвищенні ефективності роботи за рахунок скорочення кількості добрив, пестицидів і води, що використовуються. Компанія з аналізу геопросторових даних **Hydrosat**, яка планує створити теплову інфрачервону карту Землі, оголосила про запуск свого першого угруповання КА на початку 2024 р. Сучасні технології компанії дозволяють оптимізувати зрошення, використання добрив, прогнозувати лісові пожежі та посуху, управляти водними ресурсами.

Показано ефективність використання низькоорбітальних угруповань малих КА у вирішенні багатьох сільськогосподарських завдань. Показано, що створення низькоорбітальних угруповань є новою тенденцією в світовій космонавтиці, що потребує застосування системних методів проєктування і керування ними. Отримані результати дають можливість виробити рекомендації щодо проєктування низькоорбітальних угруповань вітчизняних КА ДЗЗ.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: дистанційне зондування Землі, низькоорбітальні угруповання космічних апаратів, оптико-електронна система спостереження, просторова роздільна здатність, прилади із синтезованою апертурою, ширина смуги захвату.

О.В. Міщенко

ОЦІНКА ТЕПЛОВИХ ВПЛИВІВ НА ЗМІНУ ЗНАЧЕНЬ ПАРАМЕТРІВ ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНОЇ КОСМІЧНОЇ ТРОСОВОЇ СИСТЕМИ

Інститут технічної механіки НАНУ і ДКАУ, вул. Лешко-Попеля, 15, Дніпро, 49005, Україна; e-mail: misch_alex@ukr.net

Важливою задачою для розв'язання проблеми космічного сміття є розробка пристроїв для відводу з орбіти космічних апаратів на основі безвитратних технологій. Можливим рішенням цієї проблеми є розробка пасивної електродинамічної космічної тросової системи (ЕДКТС), яка для свого функціонування не потребує додаткового палива та енергії. Серед передбачуваних застосувань ЕДКТС є спуск з орбіти космічного сміття, перерозгін космічних апаратів, обслуговування на орбіті та можливість виконання місій на дуже низьких орбітах.

У ряді сучасних проєктів пасивних ЕДКТС пропонується покрити трос термоелектронним матеріалом з низькою роботою виходу електронів. Внаслідок цього при досить низькій роботі виходу електронів з поверхневого шару троса термоемісія електронів з катодної частини ЕДКТС може перевищити іонний струм, що значно підвищує ефективність системи. Побудовані моделі розрахунку електричних струмів та потенціалів ЕДКТС грунтуються на моделях орбітально обмеженого струму для анодної частини тросу. На катодному сегменті троса розрахунок термоемісії грунтується на теорії Річардсона-Дешмана для повної емісії (Richardson-Dushman emission – RD).

Важливим питанням для ефективного фукціонування пасивних ЕДКТС з термоелектронним покриттям є визначення температурних режимів роботи системи. В докладі доопрацьовано модель визначення зміни температури тросу ЕДКТС при орбітальному русі. Проведено дослідження впливу теплових режимів функціонування на зміну значень параметрів ЕДКТС. Для визначення зміни температури елементів ЕДКТС використано рівняння теплового балансу, яке враховує тепловий потік прямого сонячного випромінювання, потік відбитого Землею сонячного випромінювання, тепловий потік власного (інфрачервоного) випромінювання Землі, втрати в результаті атмосферного опору, омічні втрати в електродинамічному тросі, втрати за рахунок електронних ударів, тепловий потік, що випромінюється поверхнею троса, тепловий потік за рахунок теплопровідності троса.

При розрахунку квазістаціонарної температури системи було враховано наступні припущення. Омічний нагрів та кількості теплоти, яка одержується тросом за рахунок ударів о трос електронів та іонів знаходився з урахуванням стрибкоподібної зміни концентрації заряджених часток при переході з денної на тіньову частину орбіти. Данні денної і тіньової концентрації, отримуються на основі моделі іоносфери IRI. Аеродинамічний нагрів знаходився з припушення сталості густини атмосфери на данній висоті. Середня щільність атмосфери розраховувалась на основі CIRA з ECSS-E-ST-10-04C.

Показано, що екстремальні температури елементів системи ЕДКТС на тіньовій і освітленій ділянці орбіти істотно залежать від відношення коефіцієнтів поглинання сонячного випромінювання і випромінювання світла матеріалом троса, що треба враховувати при виборі матеріалів частин системи. Це відношення визначається як конкретним матеріалом, так і наявністю в ньому домішок, ступенем шорсткісті чи дзеркальності поверхні. Для запобігіння перегріву системи для елементів ЕДКТС доцільно вибрати такий матеріал, для якого значення відношення близке до одиниці.

Показано, для троса зі сплавів алюмінію максимальна температура становить близько 40 градусів по Цельсію, різниця температур ΔT становить близько 150 К, електричний опір при орбітальному русі змінюється в 2,5 рази. Сумарна величина збільшення або зменшення довжини троса системи становить близько 0,3 % від номінальної довжини ЕДКТС, що не має значного впливу на її динаміку, але цю зміну треба враховувати при визначенні критичних параметрів ЕДКТС для її ефективного функціонування.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: електродинамічна космічна тросова система, пасивна система відведення, теплові впливи, космічне сміття.

O. V. Mischenko

EVALUATION OF THERMAL EFFECTS ON THE CHANGE OF PARAMETER VALUES OF THE ELECTRODYNAMIC SPACE TETHER SYSTEM

Institute of Technical Mechanics of the NAS and SSA of Ukraine, 15 Leshko-Popelya St., 49005, Dnipro, Ukraine

The research of the influence of thermal regimes on the change in parameters of passive electrodynamic space tether systems was carried out.

О. С. Палій, С. В. Сюткіна-Дороніна

КОНЦЕПТУАЛЬНЕ ПРОЄКТУВАННЯ КОСМІЧНОЇ ІНДУСТРІАЛЬНОЇ ПЛАТФОРМИ

Інститут технічної механіки НАНУ і ДКАУ , вул. Лешко-Попеля 15, Дніпро, 49005, Україна, e-mail: jerr_5@ukr.net; svetasut2012@gmail.com

Початковим етапом індустріалізації космосу є створення на орбіті Землі космічних індустріальних платформ. Реалізація унікальних технологічних процесів в умовах космічного простору дозволяє отримувати матеріали з якісно новими характеристиками. В даний час існують роботи, які пов'язані з реалізацією низки технологічних процесів в умовах космічного простору, що досліджуються відповідними вченими та розробниками.

Центром космічної вакуумної епітаксії Університета Х'юстона (США) запропоновано ідею створення напівпровідникових матеріалів в умовах космічного простору, яку успішно реалізовано в проєкті Wake Shield Facility (WSF) [1]. Головною метою проєкта WSF було створення сприятливих умов, а саме надглибокого вакууму порядку $1{,}33 \cdot 10^{-9}$ Па на орбіті висотою 300 км. Шведська космічна корпорація під керівництвом Lockowandt Chr. розробила і успішно випробувала в умовах мікрогравітації установку рідинно-фазової епітаксії для виробництва карбіду кремнію в умовах мікрогравітації [2]. Європейське космічне агентство під керівництвом Reibaldi G. проводило дослідження щодо вирощування кристалів методами зонної плавки та методом Бріджмена. Печі для виплавки розміщено на модулі лабораторії матеріалознавства Міжнародної космічної станції [3]. Центром дослідження мікрогравітації та матеріалів (Алабамський університет, Натсвіль, США) проводилися дослідження щодо вирощування кристалів із парової фази. Відпрацювання даної технології в у мовах космічного простору проводилося під час місії «SpaceLab-3» (США). Умови навколоземного простору сприяли розвитку космічної металургії, а саме способам отримання унікальних сплавів та композиційних матеріалів з покращеними характеристиками, які в наземних умовах неможливо досягти. Ще одним з перспективних напрямків космічної металургії є лиття сфер. Так у роботах [4] зазначається, що за рахунок перевищення сил поверхневого натягу сили гравітаційного тяжіння стає можливим отримання сфер близьких до ідеальних діаметром до 20 мм. Також в [4] зазначається, що крім лиття кульок ідеальної форми відкриваються широкі можливості для лиття об'єктів осесиметричної форми, наприклад, для виготовлення оптичних лінз. Інститутом перспективних матеріалів Фраунгофера з 1998 року проводяться дослідження технології створення пінометалів в умовах вакууму та невагомості [5]. Інститутом космічних і астронавтичних наук JAXA за підтримки Управління пілотованих польотів JAXA проводили дослідження методу електростатичної левітації, який базується на використанні кулонівської сили між зарядженим зразком і навколишніми електродами, результатом досліджень стало створення установки для плавлення тугоплавких металів безтигельним способом за допомогою електростатичної левітації [6], яку було виведено на орбіту та змонтовано на Міжнародній космічній станції. Використання безтигельної перекристалізації дасть змогу отримати надчисті матеріали з підвищеними електричними, міцнісними, магнітними та оптичними характеристиками. Центром космічних наук і технологій НАСА [7] сумісно з компанією Made In Space [8] в результаті багаторічних досліджень створено в умовах космічного простору оптичне волокно ZBLAN нового покоління, використання якого дозволить зменшити втрати при передачі сигналу від 10 до 100 раз у порівнянні з аналогічними матеріалами, які виготовляються в наземних умовах. Умови космічного простору дають можливість створювати також унікальну біотехнологічну продукцію (вакцини, біопрепарати тощо). В космічній біотехнології найшов активне застосування процес електрофорезу для очищення біоматеріалів від шкідливих домішок. В рамках Програми комерційного електрофорезу США в космосі створено електрофоретичну установку.

З метою визначення вихідних даних для розрахунку проєктних параметрів промислового модуля запропоновано низку кластерів альтернативних виробництв на космічній індустріальній платформі: напівпровідникові матеріали; космічна металургія; оптичні матеріали; високочисті біологічні речовини; сировина з космічного сміття.

В доповіді приведено аналіз конфігурацій існуючих орбітальних станцій, як прообразу космічної індустріальної платформи, і визначено діапазони основних параметрів їх модулів. Подано результати статистичного аналізу приведених мас підсистем космічної індустріальної платформи. Сформовано комплекс параметрів технологічних процесів в умовах вакууму та невагомості, що можуть бути реалізовані на космічній індустріальній платформі. Розроблено структуру комплексної математичної моделі функціонування космічної індустріальної платформи. Для успішного проведення робіт на етапі концептуального проєктування сформульовано загальну постановку задачі оптимізації маси космічної індустріальної платформи. Одержані в результаті оптимізації мінімальні маса і габарити космічної платформи використовуються надалі для уточнення оптимальних параметрів платформи і, відтак, впливають на формування умов для реалізації технологічного процесу. У загальному вигляді показано алгоритм послідовності операцій для рішення задачі оптимального проєктування космічної індустріальної платформи.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: космічна індустріальна платформа, концептуальне проєктування, технологічні процеси, вакуум та невагомість, речовини та матеріали.

O.S. Palii, S. V. Siutkina-Doronina

CONCEPTUAL DESIGN OF THE SPACE INDUSTRIAL PLATFORM

Institute of Technical Mechanics of NASU and SSAU, 15, Leshko-Popel Str., Dnipro, 49005, Ukraine, e-mail: jerr_5@ukr.net; svetasut2012@gmail.com

The purpose of the research is to formulate a complex problem of optimizing the design parameters of a space industrial platform at the conceptual design stage.

1. *Ignatiev A. et al.* Thin Film Microelectronics Materials Production in the Vacuum of Space. Space Technology and Applications International Forum (STAIF-97), Albuquerque, NM, CONF 970115, American Institute of Physics, 1997. P. 685–689 https://doi.org/10.1063/1.47289 (last accessed 20.05.2022).
2. *Lockowandt Chr., Yakimova R., Syvaejaervi M., Jznzen E.* High temperature furnace for liquid phase epitaxy of silicon carbide in microgravity. Acta Astronautica. 1999. Vol. 44, No. 1, P. 23–29. https://doi.org/10.1016/S0094-5765(98)00190-8
3. *Reibaldi G.* European facilities for microgravity and life science research and applications. Proceedings of the 2n d European Symposium on the Utilisation of the International Space Station, ESTEC, Noordwijk, The Netherlands. 16-18 November 1998. URL: https://adsabs.harvard.edu/full/1999ESASP.433...55R (last accessed 21.05.2022).
4. Патент США № US 5693269, МПК B29C39/10. Sphere production process at zero gravity. *Brotz G. R.* 550004. Заявл. 26.10.1995 ; опубл. 02.12.1997.
5. *Banhart J.* Manufacture, characterisation and application of cellular metals and metal foams. Progress in Materials Science. 2001. Vol. 46. P. 559–632. https://doi.org/10.1016/S0079-6425(00)00002-5
6. *Tamaru H., Koyama Ch., Saruwatari H., Nakamura Y., Ishikawa T., Takada T.* Status of the Electrostatic Levitation Furnace (ELF) in the ISS-KIBO. Microgravity Science and Technology. 2018. Vol. 30. P. 643–651. https://doi.org/10.1007/s12217-018-9631-8
7. *Tucker D. S., Ethridge E. C., Smith G. A., Workman G.* Effects of Gravity on ZBLAN Glass Crystallization. Annals New York Academy of Sciences. 2004. https://doi.org/10.1196/annals.1324.012
8. Patent USA № US10927032, IPC C03B37/02; B01D29/56; B01D29/60; C03B37/012; C03B37/025; C03B37/027; C03B37/029; C03B37/03; C03B37/07; C03C13/04; C03C25/105; C03C25/106; C03C25/6226; G02B6/02. System and method for manufacturing optical fiber. *Clawson J., White R., Pickslay N., Snyder M., Powers G. Y., Paul-gin N.* US16/045730; fil. 25.07.2018 ; publ. 23.02.2021.

Секція 8д: Механіка ракетно-космічних систем та технічна механіка

ЗМІСТ

1. В.С. Гудрамович, Е. Л. Гарт, Б. І. Терьохін **ЧИСЛОВЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ РАДІАЛЬНО-НЕОДНОРІДНИХ ВКЛЮЧЕНЬ НАВКОЛО ОТВОРІВ НА НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ПЛАСТИНЧАТО-ОБОЛОНКОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ РАКЕТНО-КОСМІЧНОЇ ТЕХНІКИ**	261
2. А.П. Дзюба, В.М. Сіренко **МЕТОДИКА УРАХУВАННЯ ПОХИБОК ВХІДНИХ ДАНИХ ТА РЕЗУЛЬТАТІВ НЕРУЙНІВНИХ ВИПРОБУВАНЬ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ КРИТИЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ НА ВЕЛИКОГАБАРИТНІ ОБОЛОНКОВІ КОНСТРУКЦІЇ**	263
3. П.О. Стеблянко, Ю.А. Черняков, О.Д. Петров **ОСОБЛИВОСТІ ПОВЕДІНКИ ТЕРМО-ПЛАСТИЧНИХ МАТЕРІАЛІВ ТА СПЛАВІВ З МАЙДАНЧИКОМ ПЛИННОСТІ**	264
4. А. П. Дзюба, П. А. Дзюба **ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ ПОЗДОВЖНЬО СТИСНУТИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК ПОСЛАБЛЕНИХ РІЗНОЮ КІЛЬКІСТЮ ВИПАДКОВИХ РОЗРІЗІВ-ТРІЩИН**	265
5. А. П. Дзюба, Р. А. Іскандеров, Ю.М. Селіванов **ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ ЕЛЕМЕНТІВ ТОНКОСТІННИХ КОНСТРУКЦІЙ З ОПТИМАЛЬНИМИ ПАРАМЕТРАМИ**	267
6. О.Д.Петров **ЦИКЛІЧНИЙ ВИГИН ПЛАСТИНИ З УРАХУВАННЯМ ВЕЛИКИХ ПЛАСТИЧНИХ ДЕФОРМАЦІЙ**	269
7. А.Г.Дем'яненко, В.О.Гурідова, Д.В.Клюшник **С.П.ТИМОШЕНКО ТА СУЧАСНА ІНЖЕНЕРНА ОСВІТА В УКРАЇНІ – СТАН, РЕАЛІЇ, ТЕНДЕНЦІЇ ТА ПЕРСПЕКТИВИ**	271
8. А.Ю. Дреус, А.Ю. Круглий, П.А. Дзюба **ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ МАШИННОГО НАВЧАННЯ У ДОСЛІДЖЕННЯХ СТІЙКОСТІ ОБОЛОНКОВИХ КОНСТРУКЦІЙ**	273
9. В.І.Кузьменко, С.О.Плашенко **ДЕФОРМІВНІ СИСТЕМИ ЗІ ЗВОРОТНІМИ ЗВ'ЯЗКАМИ**	275
10. A. F. Sanin, V.I. Lipovskyi, O.E. Bondarenko, V.I. Shynkaruk, **THE USE OF TOPOLOGICAL OPTIMIZATION METHODS ON THE EXAMPLES OF PROBLEMS OF STRENGTH OF ROCKET AND SPACE STRUCTURES**	276
11. О. С. Аксьонов, О. Є. Золотько **ОСОБЛИВОСТІ РОЗРАХУНКУ НА МІЦНІСТЬ КАМЕРИ ДЕТОНАЦІЙНОГО ДВИГУНА**	278
12. В.С. Бейцун, С.В. Тарасов **МЕТОДИ ВІЗУАЛЬНОГО СТЕЖЕННЯ ПРИ НАТУРНОМУ МОДЕЛЮВАННІ ДИНАМІКИ БОРТОВИХ МАНІПУЛЯТОРІВ ТА ШТАНГ КОСМІЧНИХ АПАРАТІВ**	280

13. Воєділо Р.Р., Лобода В.В. **ДОСЛІДЖЕННЯ БІМАТЕРІАЛЬНОЇ ПЛОЩИНИ З СИСТЕМОЮ ТРІЩИН МІЖ ДВОМА МАТЕРІАЛАМИ**	282
14. М.О. Катренко **ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТРИВКОСТІ РОБОЧОГО КОЛЕСА РАДІАЛЬНОЇ МАЛОВИТРАТНОЇ ТУРБІНИ**	283
16. І.В.Добров **АЛГОРИТМ РАЦІОНАЛЬНОГО ЗАСТОСУВАННЯ ВАЖЕЛЯ ЖУКОВСЬКОГО ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУПРОВІДНОЇ ЛАНКИ МЕХАНІЗМУ**	285
15. О.В. Кудін, А.О. Ярош **НЕЙРОМЕРЕЖІВІ ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МЕТОДИ У ЗАДАЧАХ ЗГИНУ ФУНКЦІОНАЛЬНО-ГРАДІЄНТНИХ БАЛОК**	287
17. С.В. Алексєєнко **ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФОРМ КРИЖАНИХ НАРОСТІВ НА АЕРОДИНАМІЧНИХ ПОВЕРХНЯХ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ**	289
18. Д.О. Редчиць, О.Б. Польовий, С.В. Тарасов, С.В. Моісеєнко **ВЗАЄМОДІЯ РОТОРІВ ВЕРТИКАЛЬНО-ОСЬОВИХ ВІТРОЕНЕРГЕТИЧНИХ УСТАНОВОК З ПОТОКАМИ ПОВІТРЯ**	291
19. А.Г. Зеленський **АНАЛІТИЧНИЙ РОЗВ'ЯЗОК ГРАНИЧНОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ ПЛИТИ У ВИСОКОМУ НАБЛИЖЕННІ З УРАХУВАННЯМ КРАЙОВИХ ЕФЕКТІВ**	293
20. В.І.Лавріненко, В.Ф.Молчанов, В.Ю.Солод, Д.П.Часов **ПОСТАНОВКА НЕСТАЦІОНАРНОЇ ЗАДАЧІ ФІЛЬТРУВАННЯ РІДИНИ У ПОРИСТОМУ СЕРЕДОВИЩІ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ ЇЇ РІШЕННЯ**	295
21. С.М.Гребенюк, С.І.Гоменюк, О.Г.Спиця, Н.І.-В.Манько **ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ КОМПОЗИЦІЙНОГО МАТЕРІАЛУ З ПОРОЖНИСТИМИ ВОЛОКНАМИ**	297
22. В.О. Гурідова, А.Г. Дем'яненко **ПРУЖНІ МЕХАНІЧНІ СИСТЕМИ З ДВОХВИЛЬОВИМ ХАРАКТЕРОМ РУХУ ТА ЇХ ДОСЛІДЖЕННЯ НЕКЛАСИЧНИМ МЕТОДОМ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ**	298
23. С.В. Тарасов, Д.О. Редчиць, А.С.Тарасов **МОДЕЛЬ ДИНАМІКИ Н-РОТОРА ДАР'Є ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ СТАРТОВИХ І РОБОЧИХ РЕЖИМІВ РОБОТИ**	300
24. Т.С. Кагадій, А.Г. Шпорта **ДОСЛІДЖЕННЯ УСКЛАДНЕНОЇ КОНТАКТНОЇ ВЗАЄМОДІЇ ЗА ДОПОМОГОЮ МЕТОДА ЗБУРЕНЬ**	302
25. В.З. Грищак **ЗАГАЛЬНА СТІЙКІСТЬ ТА БІФУРКАЦІЙНИЙ СТАН ПІДКРІПЛЕНОЇ СКЛАДЕНОЇ ОБОЛОНКОВОЇ КОНСТРУКЦІЇ ЗМІННОЇ ГАУССОВОЇ КРИВИЗНИ ВІДСІКІВ ПРИ КОМБІНОВАНОМУ НАВАНТАЖЕННІ**	304

26. А. Ю. Дреус, А.В. Сохацький, О.В. Кравець **ВИКОРИСТАННЯ ЕКРАННОГО ЕФЕКТУ ДЛЯ СТВОРЕННЯ ВИСОКОШВИДКІСНИХ АЕРОДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ: ОГЛЯД ТА ПЕРСПЕКТИВИ**	305
27. О. Онопрієнко, В. Говоруха **АНАЛІЗ РУЙНУВАННЯ ТА ЕФЕКТИ ЕКРАНУВАННЯ В П'ЄЗОМАГНІТНИХ МАТЕРІАЛАХ**	307
28. А.В. Сохацький **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ АЕРОДИНАМІКИ НАЗЕМНИХ ТРАНСПОРТНИХ АПАРАТІВ: ПРОБЛЕМИ, ШЛЯХИ ВИРІШЕННЯ**	309

В. С. Гудрамович[1], Е. Л. Гарт[2], Б. І. Терьохін[2]

ЧИСЛОВЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ РАДІАЛЬНО-НЕОДНОРІДНИХ ВКЛЮЧЕНЬ НАВКОЛО ОТВОРІВ НА НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ПЛАСТИНЧАТО-ОБОЛОНКОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ РАКЕТНО-КОСМІЧНОЇ ТЕХНІКИ

[1] Інститут технічної механіки Національної академії наук України і Державного космічного агентства України, вул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Дніпро, Україна;
[2] Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, пр. Гагаріна, 72, 49010, Дніпро, Україна;
e-mail: hart@ua.fm; bogdan.teryokhin@gmail.com

Конструкції ракетно-космічної техніки часто містять пластинчато-оболонкові елементи з вирізами або отворами різної конфігурації. Застосування включень із функціонально-градієнтного матеріалу (ФГМ) в таких конструкціях дозволяє впливати на коефіцієнт концентрації напружень (ККН) в околі отворів [1, 3]. Наявність такого роду неоднорідності матеріалу призводить до підвищення складності математичної моделі задачі. Тому при досліджені напружено-деформованого стану (НДС) конструкцій із ФГМ та різними неоднорідностями (отворами, включеннями тощо) доцільно використовувати числові методи механіки, які, на відміну від аналітичних, є досить універсальними і ефективними для розв'язування широкого класу задач [2].

У цій роботі здійснено числовий аналіз поведінки пластинчато-оболонкових елементів конструкцій, що мають кругові отвори та радіально-неоднорідні ФГМ-включення, за допомогою методу скінченних елементів (МСЕ). Основною метою дослідження є вивчення впливу механічних і геометричних параметрів включень на НДС тонких прямокутних однорідних ізотропних пластин та тонкостінних циліндричних оболонок з центрально розташованим круговим отвором та кільцевим ФГМ-включенням. Вважалося, що на границі включення з матрицею задано умови жорсткого зчеплення, включення знаходиться у площині пластини/оболонки. На бокові грані пластин та торці оболонок діє рівномірне одновісне навантаження розтягування, що не призводить до появи пластичних деформацій.

У числових розрахунках вибрано модельний матеріал, коефіцієнт Пуассона якого $\nu_0 = 0,25$, а модуль пружності змінюється радіально. Закон змінення модуля пружності ФГМ-включення має три характерні зони: 1) зона зростання ширини h_1; 2) зона незмінного (фіксованого) значення ширини h_2; 3) зона зменшення модуля пружності ширини h_3.

Проведені дослідження показали, що розмір кожної зони $h_i\ (i = \overline{1,3})$ ФГМ-включення впливає на ККН в пластині та оболонці, тому представляє інтерес знаходження раціональних параметрів кожної із цих зон для максимально можливого зменшення величини ККН. Так, в разі випадку, коли модуль пружності другої зони ФГМ-включення дорівнює $E_2^{max} = 2E_0$ (E_0 – модуль пружності пластини/оболонки), встановлено, що для отримання мінімально можливого ККН, розмір першої зони має бути $h_1 = 0,5R$ (R – радіус отвору). В разі $E_2^{max} = 2,5E_0$ розмір першої зони ФГМ-включення повинен дорівнювати $h_1 = 0,75R$; коли $E_2^{max} = 3E_0$, мінімальне значення ККН отримано при $h_1 = R$. Таким чином, можна зробити висновок, що для зменшення величини ККН навколо отвору існує пряма залежність між механічними і геометричними параметрами зон ФГМ-включення: чим більшим є модуль пружності другої зони ФГМ-включення (при фіксованому значенні h_2), тим більшим повинен бути розмір першої зони h_1. Цей результат отримано як для пластин, так і для досліджуваних оболонок.

У результаті проведеного числового дослідження та комп'ютерного моделювання поведінки тонких пластин і циліндричних оболонок з круговим отвором і кільцевим включенням проаналізовано вплив закону змінення модуля пружності ФГМ-включення на ККН в пластині та оболонці. Встановлено раціональні параметри радіально-неоднорідного ФГМ-включення, при якому ККН зменшується більш ніж на 50%, при цьому пропорційно зменшуються відповідні деформації.

За наявності ФГМ-включень з певними механічними властивостями і геометричними параметрами виникає можливість впливати на перерозподіл напружень з метою зменшення величини ККН в пластинчато-оболонкових елементах конструкцій поблизу локальних концентраторів напружень.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: пластина, циліндрична оболонка, функціонально-градієнтний матеріал, кільцеве включення, коефіцієнт концентрації напружень, метод скінченних елементів.

1. Гарт Е.Л., Гудрамович В.С., Терьохін Б.І. Вплив включення із функціонально-градієнтного матеріалу на концентрацію напружень в тонких пластинах та циліндричних оболонках з круговим отвором // Технічна механіка. – 2022. – № 4. – С. 67 – 78.
2. Timoshenko S.P., Gere J.M. Mechanics of Materials. – New York: Van Nostrand Reinhold Company, 1972. – 670 p.
3. Yang Q.Q., Gao C.F., Chen W.T. Stress concentration in a finite functionally graded material plate // Sci. China Phys. Mech. Astron. – 2012. – **55.** – P. 1263 – 1271.

V. S. Hudramovich[1], E. L. Hart[2], B. I. Terokhin[2]

NUMERICAL SIMULATION OF THE INFLUENCE OF RADIALLY INHOMOGENEOUS INCLUSIONS AROUND HOLES ON THE STRESS-STRAIN STATE OF PLATE-SHELL ELEMENTS OF ROCKET-SPACE TECHNOLOGY STRUCTURES

[1] Institute of Technical Mechanics, National Academy of Sciences of Ukraine,
State Space Agency of Ukraine, Leshko-Popel St., 15, 49005, Dnipro, Ukraine,
[2] Oles Honchar Dnipro National University, Gagarin Ave., 72, 49010, Dnipro, Ukraine
e-mail: hart@ua.fm; bogdan.teryokhin@gmail.com

As a result of numerical research and computer modeling of the behavior of thin plates and cylindrical shells with a circular hole and an annular inclusion, the influence of the law of change of the modulus of elasticity of the FGM-inclusion on the stress concentration factor in the plate and shell was analyzed. The rational parameters of the radially inhomogeneous FGM-inclusion were established, in which the stress concentration factor decreases by more than 50%, while the corresponding deformations decrease proportionally.

А. П. Дзюба[1], В.М. Сіренко[2]

МЕТОДИКА УРАХУВАННЯ ПОХИБОК ВХІДНИХ ДАНИХ ТА РЕЗУЛЬТАТІВ НЕРУЙНІВНИХ ВИПРОБУВАНЬ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ КРИТИЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ НА ВЕЛИКОГАБАРИТНІ ОБОЛОНКОВІ КОНСТРУКЦІЇ

[1]Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, пр. Гагаріна, 72, 49010, Дніпро Україна, e-mail: dzb@ua.fm;
[2]ДП «Конструкторське бюро «Південне» ім. М.К. Янгеля», Дніпро, Україна,e-mail: v.n.sirenko@i.ua

Розрахунки великогабаритних неоднорідних оболонкових елементів конструкцій сучасного машинобудування, зокрема, ракетно-космічної техніки, баків, сухих відсіків ракет-носіїв та ін. здійснюються з використанням сучасних сертифікованих, досконалих та достатньо точних обчислювальних засобів. У той же час результати розрахункових параметрів міцністної надійності таких силових конструкцій, зокрема, руйнуючих навантажень, мають відхилення від їх фізично реальних значень, що вимагає їх додаткової вірефікації, як правило, за допомогою досить витратних експериментальних випробувань, що в результаті істотно підвищує вартість створення таких виробів та знижує їх конкурентоспроможність на ринку ракетно-космічних послуг.

В поданій роботі викладена методика більш достовірного прогнозування несучої здатності і визначення граничних (руйнівних) параметрів напружено-деформованого стану без проведення (або за суттєвого зменшення обсягу) їх натурних руйнівних випробувань.

Проведено теоретико-числовий аналіз причин відхилень результатів числових розрахунків міцності від даних експериментальних випробувань. Показано, що серед основних причин неточностей розрахунку є відхилення вхідних даних від своїх номінальних значень та проблема вибору критеріїв руйнування. Приймається, що вхідні дані таких розрахунків: геометричні розміри, фізико-механічні характеристики, крайові умови (закріплення), параметри зовнішніх навантажень та ін. з причин різної природи є наближеними величинами, що призводить до накопичення похибки розрахунку в процесі реалізації відповідних обчислювальних алгоритмів.

Вирішення задачі обґрунтування достовірності числового прогнозування величини критичного (руйнівного) навантаження на великогабаритні оболонкові конструкції ракетно-космічної техніки без проведення високовартісних руйнуючих натурних випробувань пропонується здійснювати шляхом системного комп'ютерного моделювання зв'язку результатів обчислень з параметрами вхідних даних з використанням елементів теорії чутливості, побудови апроксимаційних поліномів функцій відгуку та мінімізації квадратичних функцій відхилень, а також вибору критерію міцності з використанням результатів порівняльного аналізу з даними паралельного неруйнівного випробування реального об'єкту та отриманих числових розрахунків.

Застосування підходу дозволяє внести відповідні корективи в проектні та розрахункові схеми і, таким чином, підвищити достовірність результатів розрахунку.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: неоднорідні оболонкові конструкції, достовірність розрахунку міцності.

A.P. Dziuba[1], V.M. Sirenko[2]

METHODOLOGY FOR ACCOUNTING OF ERRORS IN INPUT DATA AND RESULTS OF NON-DESTRUCTIVE TESTS FOR PREDICTION OF CRITICAL LOADS ON LARGE-SIZE SHELL STRUCTURES

[1]Oles Honchar Dnipro National University, Gagarina ave., 72, 49010, Dnipro, Ukraine, e-mail dzb@ua.fm
[2]Design office "Yuzhnoe", Dnipro, Ukraine, e-mail: v.n.sirenko@i.ua

A method of more reliable forecasting of the load-bearing capacity and determination of the limit (destructive) parameters of the stress-strain state of power structures without carrying out (or with a significant reduction in volume) their full-scale destructive tests is proposed.

П.О.Стеблянко[1], Ю.А.Черняков[2], О.Д.Петров[2]

ОСОБЛИВОСТІ ПОВЕДІНКИ ПРУЖНО-ПЛАСТИЧНИХ МАТЕРІАЛІВ З МАЙДАНЧИКОМ ПЛИННОСТІ

[1]Інститут механіки імені С.П.Тимошенка НАН України;
[2]Дніпровський національний університет імені О. Гончара

В експериментах [1, 2] виявлено, що пластична деформація на майданчику плинності розвивається за рахунок поширення локалізованих смуг ковзання по довжині зразка. У кожен момент часу має місце течія уздовж однієї з смуг, поки уздовж них не буде досягнута пластична деформація Людерса, що відповідає переходу до ділянки зміцнення. Далі утворюється нова смуга на деякій відстані від попередньої і пластична течія триває. У підсумку приходимо до інтегральної діаграми матеріалу (для зразка) з піком зубом або площинкою течії в залежності від умов навантаження, але при істотно неоднорідний деформації вздовж нього. Результати згаданих експериментів наводять на думку про перегляд класичного трактування ідеальної пластичності, в якій не звертається увага на нестійкість матеріалу, пов'язану з переривчастою деформацією.

У запропонованій доповіді сформульована нелінійна феноменологічна модель для опису властивостей матеріалів або сплавів в матеріальній точці, в основу якої покладено теорію пластичності з комбінованим зміцненням. Тензор повної деформації представлено як сума пружної, деформації повзучості, яка призводить до знеміцнення і пов’язана з процесом розмноження дислокацій та пружно- пластичної деформації, яка призводить до зміцнення.

На підставі цієї моделі досліджено випадок одноосьового розтягування (стискання) стрижня з врахуванням ділянки нестійкої поведінки. Було прийнято, що деформація стрижня розвивається за рахунок розповсюдження фронту течії, на якому має місце стрибок деформації до значення деформації Людерса. Сформульовані умови на розривах і побудовано диференціальне рівняння, яке описує деформацію стрижня подібно тому, як це зроблено в роботі [3].

Описано ряд експериментальних даних для різних матеріалів і умов навантаження, включаючи циклічне навантаження. Особливістю останнього, як встановлено в експериментальній роботі [4] та описано в запропонованій роботі, є наявність ефекту Баушингера до досягнення майданчика плинності при навантаженні в зворотному напрямку. Встановлено конкретні залежності для механічних параметрів. Встановлено, що класичні діаграми матеріалів представляють собою криву, що огинає сімейство діаграм матеріалу, яке побудовано для певних законів зміни швидкості фронту розриву деформацій. Виявлена залежність виду діаграми напруження-деформація від швидкості деформування. Коли швидкість деформування дорівнює швидкості повзучості, яка в запропонованій теорії є сталою матеріалу, отримуємо площинку плинності, а якщо вона менше проявляється пік зуб. Пластичні деформації мають задовольняти співвідношенням теорії, яка застосовується. Проведено узагальнення відомих фізичних співвідношень. Наведено конкретні приклади запису таких співвідношень.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: феноменологічна модель, майданчик плинності.

1. Kyriakides S., Miller J.E. On the Propagation of Lüders Bands in Steel Strips // Journal of Applied Mechanics. 2000. № 4 (67). С. 645–654.
2. Shaw J.A., Kyriakides S. Initiation and propagation of localized deformation in elasto-plastic strips under uniaxial tension // International Journal of Plasticity. 1997. № 10 (13). С. 837–871.
3. Steblyanko P., Chernyakov Yu., Petrov A., Loboda V. Phenomenological Model of Pseudo-Elastic-Plastic Material Under Nonstationary Combining Loading / Structural Integrity, Volume 8, Theoretical, Applied and Experimental Mechanics, Springer Verlag, 2019. – P. 205–208.
4. Elliot R.A., Orowan E., Udoguchi T., Argon A.S., 2004. Absence of yield points in iron on strain reversal after aging, and the Bauschinger overshoot. Mechanics of Materials 36 (2004) 1143–1153.

А. П. Дзюба, П. А. Дзюба

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ ПОЗДОВЖНЬО СТИСНУТИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК ПОСЛАБЛЕНИХ РІЗНОЮ КІЛЬКІСТЮ ВИПАДКОВИХ РОЗРІЗІВ-ТРІЩИН

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара,
пр.. Гагаріна, 72, 49010, Дніпро Україна, e-mail: dzb@ua.fm

Забезпечення стійкості тонкостінних оболонок з отворами, та іншими неоднорідностями поверхні є однією з важливих і актуальних задач механіки, що виникають при створенні тонкостінних конструкцій сучасного машинобудування.

Складність проблеми прогнозування несучої здатності тонкостінних оболонкових елементів зростає, коли величина та місце розташування неоднорідностей чи наскрізних пошкоджень різного характеру мають випадковий характер, а їх кількість з плином строку експлуатації накопичується. Очевидно також, що розробка ефективних теоретичних та числових методів дослідження таких задач є досить проблематичною.

В поданій роботі подані результати експериментальних досліджень впливу різної кількості випадково розташованих наскрізних розрізів бічної поверхні на докритичну поведінку і процеси втрати стійкості поздовжньо стиснутих циліндричних оболонок.

Моделі оболонок з внутрішнім радіусом R = 0,0375 м та робочою довжиною L_p = 0,075 м виготовлялися із спеціального паперу. Ефективність застосування такого матеріалу продемонстровано в [1, 2] Металеві циліндричні торці, приклеєні до криволінійних країв, служили для рівномірної передачі на оболонку осьової стискаючої сили та забезпечували жорстке затиснення торців, що не перешкоджало їх осьовому переміщенню при поздовжньому навантаженні.

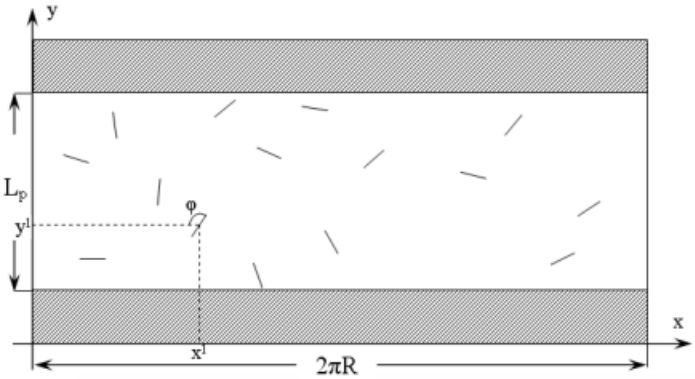


Рис. 1

Розташування розрізів на бічній поверхні оболонки визначалося за допомогою спеціально розробленого алгоритму, що дозволяло одержувати випадкові значення координат геометричного центру розрізу і кута його нахилу до утворюючої оболонки для кожної окремої моделі при різній заданій кількості розрізів. За цими даними виготовлялися друковані трафарети бічної поверхні, що давало можливість достатньо точно наносити розрізи на кожну із заготовок (рис. 1).

Усього було випробувано 160 моделей оболонок. Довжина розрізів на всіх оболонках була однаковою і становила 0,01 м. Кількість розрізів змінювалася у широкому діапазоні: від n = 0 – суцільна оболонка і далі n = 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 15; 20; 30; 40; 50; 60; 80; 100; 120 шт. Для кожної кількості розрізів було випробувано по 8 моделей з різним їх випадковим розташуванням.

За результатами випробувань проведено статистичний аналіз отриманих даних з урахуванням того, що положення розрізів на оболонках визначалось випадковим чином для кожної випробуваної моделі із заданою кількістю пошкоджень.

Побудована залежність приведеної критичної сили втрати стійкості $\bar{P}_{кр}(n)$ від кількості n розрізів-тріщин. Характерні картини форм втрати стійкості подано на рис.2: а) для n ≤ 30; б) 30 < n ≤ 60; в) n > 60. Отримано нові дані про характер докритичного деформування та закритичних форм рівноваги для широкого діапазону зміни кількості n (від n = 0 до n = 120 шт) розрізів-пошкоджень.

Рис. 2

Цікавим, зокрема, є факт, що оболонка з випадково розташованими розрізами, загальна довжина яких дорівнює довжині її кругового поперечного перерізу, витримує осьову стискаючу силу, яка складає більше 50% від критичного навантаження для суцільної оболонки.
Результати проведених експериментальних досліджень можуть бути корисними для розробки методів прогнозування несучої здатності реальних оболонкових конструкцій в умовах випадкового накопичення пошкоджень їх поверхні.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: Циліндрична оболонка, експеримент, випадкові пошкодження, стійкість.

1. Дзюба А.П., Дзюба П.А. Експериментальні дослідження стійкості циліндричних оболонок, пошкоджених випадково розташованими круговими отворами // Прикладна механіка, 2023. – Вип. 59.– №2. – С. 100–109.
2. Dzyuba A. P., Prokopalo E.F., Dzyuba P.A. Experimental Investigation on the Torsional Stability of Cylindrical Shells Weakened by Circular Holes // Journal Strength of Materials, November 2017 – 49(6). – Iss. 6. – P. 829–837.

A.P. Dziuba, P.A. Dziuba

EXPERIMENTAL RESEARCHES OF THE STABILITY OF LONGITUDINALLY COMPRESSED CYLINDRICAL SHELLS WEAKENED BY DIFFERENT NUMBERS OF RANDOM CUT-CRACKS

Oles Honchar Dnipro National University, Ukraine, Gagarina ave., 72, 49010, Dnipro, Ukraine, e-mail dzb@ua.fm

The results of experimental researches of the influence of different numbers of randomly located cut-cracks of the lateral surface on the subcritical behavior and processes of loss of stability of longitudinally compressed cylindrical shells are presented. New data were obtained on the nature of precritical deformation and postcritical forms of equilibrium for a wide range of changes in the number n (from n = 0 to n = 120 pieces) of cuts-dama

А. П. Дзюба[1], Р. А. Іскандеров[2], Ю.М. Селіванов[1]

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ ЕЛЕМЕНТІВ ТОНКОСТІННИХ КОНСТРУКЦІЙ З ОПТИМАЛЬНИМИ ПАРАМЕТРАМИ

[1]Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, пр.. Гагаріна, 72, 49010, Дніпро Україна,, e-mail: dzb@ua.fm;
[2]Азербайджанський університет архітектури і будівництва, вул. Айни Султанової, 5, AZ 1073, Баку. Азербайджан., e-mail: r.iskanderov@gmail.com

Подані результати та технологія проведення експериментальних досліджень властивостей силових елементів тонкостінних конструкцій з оптимальними параметрами: кругових шпангоутів, локального збільшення товщини стінки та ребер, які використовуються для підкріплення циліндричних оболонок у місцях зосередженого силового навантаження (рис. 1). З використанням поляризаційно-оптичних методів та голографічної інтерферометрії досліджено відмінності їх напружено-деформованого стану та особливості втрати стійкості і руйнування, а також наведено результати порівняльного аналізу поведінки таких силових елементів оптимальної конфігурації та постійного поперечного перерізу рівної їм ваги. Показано, що для силових елементів оптимальної змінної жорсткості характерні більш високі показники міцності і жорсткості у порівнянні з такими ж елементами постійного перерізу, виготовленими з однакової кількості матеріалу. Отримано нові дані про особливості процесів втрати стійкості оболонок, підсилених шпангоутом раціональної конфігурації (рис. 2), при поперечному навантаженні, а також особливостей руйнування підсилюючих їх силових шпангоутів оптимальної конфігурації, які полягають у вирівнюванні розподілу напружень, зниженні їх максимальних значень, а також у відмінності характеру руйнування (рис.1, b, c) [1].

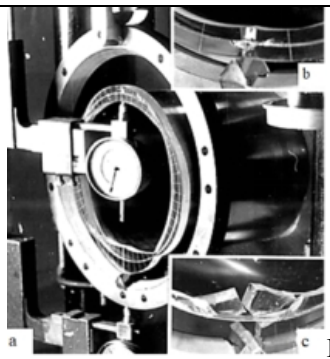
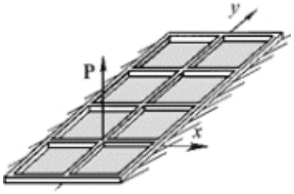


Рис. 1

Рис. 2



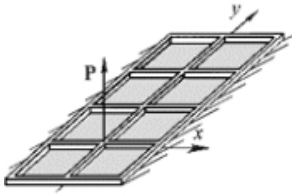


Рис. 3

На прикладі оребреної плоскої панелі побудована методологія теоретико-експериментального підходу, що ґрунтується на застосуванні методу послідовного аналізу інтерферограм і на цій основі раціонального перерозподілу матеріалу реальних корпусних конструкцій складної конфігурації [2]. Суть підходу полягає в отриманні початкових голографічних інтерферограм поверхні конструкції для оцінки

кількості і густини смуг по головним напрямкам та неоднорідності їх розподілу. Далі проводиться апроксимація отриманих результатів сплайнами з урахуванням форми поверхні, її освітленості, кута спостереження та ін..

З використанням розробленої методики та урахуванням отриманих даних здійснюється перерозподіл матеріалу конструкції шляхом покрокового зменшення або нарощування матеріалу відповідно для недовантажених та перенавантажених зон.

На рис. 3 подані результати оптимізації та відповідні інтерферограми на третьому кроці послідовного теоретико-експериментального перерозподілу матеріалу прямолінійних ребер, підсилюючих прямокутну пластину під дією поперечного навантаження. Такий перерозподіл матеріалу здійснювався шляхом лінійного (з технологічних міркувань) за довжиною ребер зменшення або нарощування висоти їх перетину за результатами еквівалентних напружень за даними інтерферограм.

Результати проведених досліджень подані у вигляді графіків та картин розподілу напружень, втрати стійкості, руйнувань та даних порівняльного аналізу.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: силові елементи оболонок, експериментальні дослідження, оптимальне проектування, фотопружність, голографічна інтерферометрія.

1. Dziuba A.P., Iskanderov R.A., Selivanov Yu.M. Models and technologies of experimental studies of properties of inhomogeneous power structural elements with optimal parameters // Int. J. on Technical Physical Problems of Engineering. (IJTPE), 2023. – Iss. 55. – 15. – No. 2. – P. 175–181.

2. Selivanov Yu.M., Dzyuba A.P. Research of strength characteristics and optimization of parameters of case structures using holographic interferometry // Journal of Physics: Conference Series, 2021. – 1741. – P. 1–7.

A.P. Dziuba[1], R.A. Iskanderov[2], Yu.M. Selivanov[1]

EXPERIMENTAL RESEACHES OF THE PROPERTIES OF ELEMENTS OF THIN-WALLED STRUCTURES WITH OPTIMUM PARAMETERS

[1]*Oles Honchar Dnipro National University, Ukraine,* dzb@ua.fm, selivanov-dnu@i.ua
[2]*Azerbaijan University of Architecture and Construction,* Azerbaijan, r.iskanderov@gmail.com

The results and technology of conducting experimental studies of the properties of power elements of thin-walled structures with optimal parameters using polarization-optical methods and holographic interferometry are presented. Differences in their stress-strain state and features of loss of stability and destruction were studied.

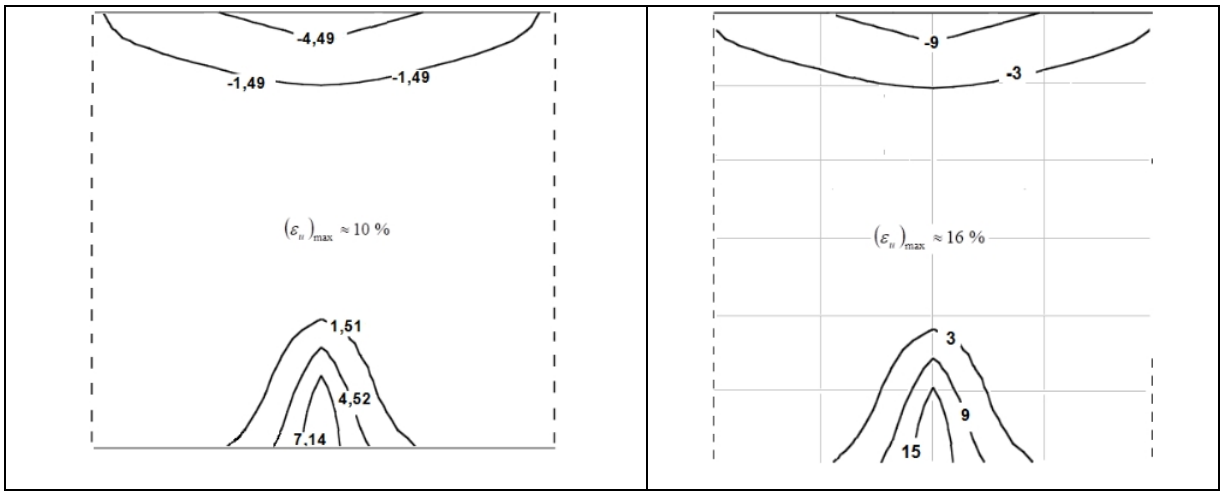
О.Д.Петров

ЦИКЛІЧНИЙ ВИГИН ПЛАСТИНИ З УРАХУВАННЯМ ВЕЛИКИХ ПЛАСТИЧНИХ ДЕФОРМАЦІЙ

Дніпровський національний університет імені О. Гончара, пр. Гагаріна, 72, 49010, Дніпро, Україна

Розглянемо задачу про циклічний вигин пластини кінцевих розмірів при наявності великих пластичних деформацій. Пластина розміщена симетрично між двома опорами, за допомогою яких циклічно згинається. Геометрія пластини задається так: $x \in [-H; H], y \in [-L; L], z \in [-h; h]$ $x \in [-H; H], y \in [-L; L], z \in [-h; h]$. Положення нижньої опори $x = 0, y \in [-L; L], z = 0$ $x = 0, y \in [-L; L], z = 0$. Верхня опора - $x = 0, y \in [-L; L], z = 2h$ $x = 0, y \in [-L; L], z = 2h$. На обох краях пластини $x = H, x = -H$ $(y \in [-L; L], z = 0)$ $x = H, x = -H$ $(y \in [-L; L], z = 0)$ задаємо вертикальну швидкість переміщень, яка розподідена у вузлах на торцях. В місцях опори вертикальні переміщення точок пластини і відповідно швидкість переміщення дорівнюють нулю. Вся інша її поверхня вільна від напружень.

Для застосування ітераційної схеми підвищеної точності методу покомпонентного розщеплення в заданій вище області тривимірної пластини при $t \geq 0 t \geq 0$ введемо сітку за часом з врахуванням дробових кроків і просторову сітку [1]



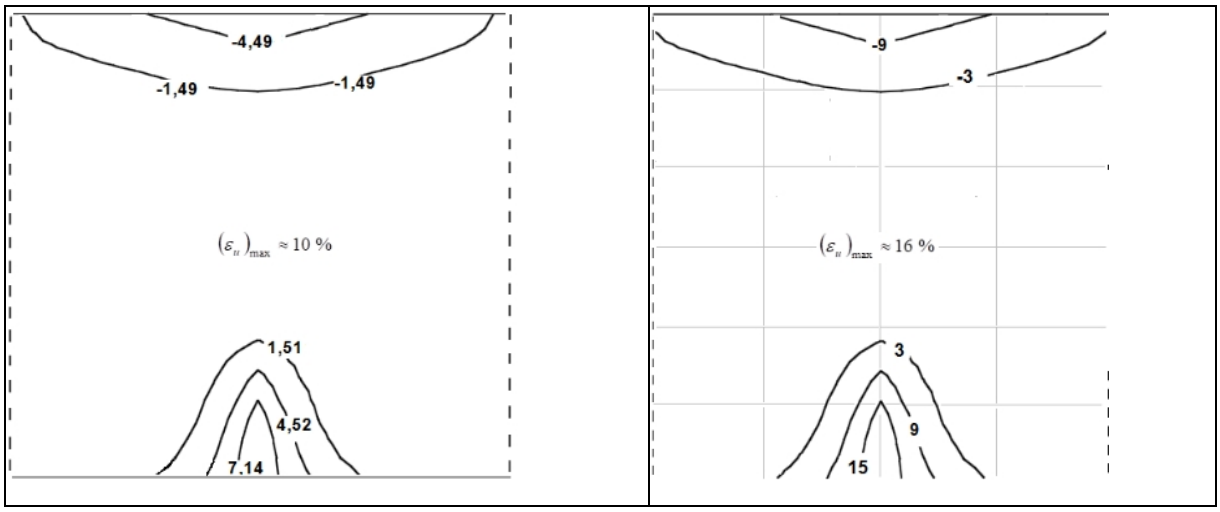
а) б)

Рисунок 1. Вигин пластини кінцевих розмірів при наявності великих пластичних деформацій

Поле інтенсивності деформацій розраховане за допомогою формул тривимірного варіанту методу покомпонентного розщеплення [2]. Кроки інтегрування та розміри були такі: Деякі результати розрахунків приведено на рисунках 2.

Поля інтенсивності деформації при в околі точки опори наведено на рисунку 2. Зазначимо, що максимальне значення інтенсивності деформації має місце вздовж точок опори пластини. На рисунках 3. з) і 3 к) показана сітка, за допомогою якої проводиться уточнення результатів в геометрично нелінійній області N шляхом. Кроки інтегрування в зоні кінцевих деформацій були зменшені у відношенні 1:14 по осі **z** в 1:22 по осі ***x*** та ***y***. В результаті з'явилась можливість вперше в рамках запропонованого методу враховувати можливість зміни форми і розмірів тіла при наявності великих деформацій.

Для порівняння поле інтенсивності деформацій отримано і за допомогою системи інженерного аналізу ABAQUS і показано відповідно на рисунках 3 б) і 3 в). Має місце якісне співпадіння результатів розрахунків. Зазначимо, що для досягнення кількісного співпадіння результатів в околі опор пластини в програмі ABAQUS треба задавати граничні умови не в одній точці вздовж опори а ще й в декількох сусідніх. При отриманні результатів, наведених на рисунках 4.3, було використано 2400 комірок. При отриманні основних нелінійних результаті було використано 120 комірок.



а) б)

Рисунок 2. Вигин пластини в протилежний бік

Першою особливістю постановки задачі по уточненню нелінійній області є формулювання граничних умов в околі опори. Для геометрично лінійної задачі лише в місці опори вертикальні переміщення точок пластини і відповідно швидкість переміщення дорівнюють нулю. В геометрично нелінійній задачі при уточненні геометрично нелінійного рішення нульові вертикальні переміщення точок пластини і відповідно швидкість переміщення задавались в області $x \in [-mh_1; mh_1], m = 1; 2; \ldots, y \in [-L; L], z = 0$ $x \in [-mh_1; mh_1], m = 1; 2; \ldots, y \in [-L; L], z = 0$.

Друга особливість уточнення полягає в зменшенні кроків інтегрування по координатам. При цьому для виконання умови стійкості треба пропорційно зменшувати і крок інтегрування за часом. В результаті значно збільшується кількість таких кроків і взагалі час розрахунку.

Третя особливість полягає в вирішенні додаткової задачі інтерполяції шуканих величин у вузлах нової сітки (більш дрібних) по відповідним значення у вузлах основної сітки. Ця задача вирішена за допомогою застосування двовимірної сплайн-функції.

Виходячи з наведених міркувань для уточнення геометрично нелінійного рішення треба збалансувати дві протилежні тенденції. З одного боку в N-задачі для пластини треба розглянути лише 120 комірок просторової сітки замість 2400 (лише 5%). Кількість додаткових обчислювальних операцій на початковій сітці теж суттєво зменшується. З іншої сторони для достовірного порівняння результатів треба при зменшенні кроків інтегрування по координатам збільшувати кількість кроків інтегрування за часом. Ця проблема розв'язувалась за допомогою послідовності числових експериментів.

1. Steblyanko P., Chernyakov Yu., Petrov A., Loboda V. Phenomenological Model of Pseudo-Elastic-Plastic Material Under Nonstationary Combining Loading / Structural Integrity, Volume 8, Theoretical, Applied and Experimental Mechanics, Springer Verlag, 2019. – P. 205–208.
2. Steblyanko P.A. (1998). Methods of decomposition in space problems of the theory of plasticity. – Kyiv: Naukova dumka (in Russ.)

O.Petrov

ЦИКЛІЧНИЙ ВИГИН ПЛАСТИНИ З УРАХУВАННЯМ ВЕЛИКИХ ПЛАСТИЧНИХ ДЕФОРМАЦІЙ

Dnipro National University named after Oles Honchar, Dnipro 49010, Ukraine

The problem of cyclic bending of a plate of finite dimensions in the presence of large plastic deformations is considered. The plate is placed symmetrically between two supports, with the help of which it is cyclically bent. On both edges of the plate, we set the vertical speed of movement, which is distributed in nodes on the ends and periodically changes its sign. At the points of support, the vertical displacements of the points of the plate and, accordingly, the displacement speed are zero. The deformation intensity field is calculated using the formulas of the three-dimensional variant of the component splitting method.

А.Г. Дем'яненко, В.О. Гурідова, Д.В. Клюшник

С.П.ТИМОШЕНКО ТА СУЧАСНА ІНЖЕНЕРНА ОСВІТА В УКРАЇНІ – СТАН, РЕАЛІЇ, ТЕНДЕНЦІЇ ТА ПЕРСПЕКТИВИ

До 145-річчя від дня народження С.П.Тимошенка

Дніпровський державний аграрно-економічний університет,
вул..Сергія .Єфремова, 25, 49009, Дніпро, Україна, e-mail: anatdem@ukr.net

У грудні 2023 року світова наукова спільнота відзначатиме 145 років від дня народження одного з найвидатніших вітчизняних фахівців у галузі інженерної механіки С.П. Тимошенко (1878-1972), з ім'ям якого пов'язані становлення і розвиток інженерної механіки, інженерної освіти, виховання багатьох поколінь наукових та інженерних кадрів не тільки в Україні, а й у всьому світі. С.П. Тимошенко народився 23 грудня 1878 року у селі Шпотівка Конотопського району Чернігівської губернії у сім'ї землеміра Прокопа Тимошенка. Дитинство Степана Тимошенко минуло у сусідньому селі Базилівка - маєтку Скоропадських з чудовою природою, гаями, садами та ставками. Спочатку реальне училище у Ромнах, потім студент Інституту інженерів шляхів сполучення С.-Петербургу, служба в армії сапером, лаборант механічної лабораторії Інституту інженерів шляхів сполучення, лаборант, викладач кафедри опору матеріалів Петербурзької політехніки, Київська політехніка, знову Петербург в електротехнічному і політехнічному інститутах, завідувач кафедри будівельної механіки політехніки. У грудні 1917 року на період канікул поїхав у Київ, але не повернувся до Петербургу а залишився професором у Київській політехніці. Прийняв участь у роботі комісії В.І.Вернадського по створенню Української академії наук та відділення механіки академії. Як один із засновників найвищої наукової установи – Академії наук України і визнаний учений-механік Тимошенко С.П. разом з іншими членами комісії був призначений академіком та директором інституту технічної механіки академії наук, який зараз і є інститутом механіки ім. С.П.Тимошенка НАНУ. У 1920 році Тимошенко покидає Україну, Польща - політехніка Варшавська, Югославія - політехніка у Загребі, де він працює два роки, а потім США – консультант компанії Акімова по врівноважуванню та усуненню вібрацій, інженер дослідного інституту компанії електричних машин Вестінгауза, кафедра механіки інженерної школи Мічіганського університету в Анн-Арборі, з вересня 1936 р. професор Каліфорнійського університету в Стенфорді. На початку шестидесятих років минулого сторіччя академіком Лаврентьєвим М.О. була висловлена думка, що відомі науковці С.П. Корольов та М.В. Келдиш заслуговують на присудження їм Нобелівської премії. Присудження цієї премії, за міркуваннями академіка Е.І.Григолюка, заслуговував і С.П. Тимошенко за підготовку у різних країнах світу величезної армії інженерних кадрів у галузі прикладної, будівельної механіки, заснування та розвиток інженерної освіти, як в Росії, Україні, Польщі, США так і в інших країнах світу. У чому ж причини такої високої оцінки Тимошенка С.П., які сторони його багаторічної та багатогранної діяльності найбільш вагомі та цікаві? Насамперед відзначають два аспекти його особистості. По - перше, він був ученим – новатором, що займався розв'язанням багатьох актуальних для того часу бурхливого розвитку техніки проблем міцності стосовно різних інженерних об'єктів. По друге, видатні заслуги Тимошенка С.П. як педагога-методиста у плані підготовки та виховання наукових і інженерних кадрів. Поряд з ним можна поставити ще одного відомого фахівця універсала, велетня точних наук (якщо можна так сказати) Леонарда Ейлера (1707-1783) , але про нього окрема мова. Покинувши Україну С.П. Тимошенко прискіпливо слідкує за інженерною та навіть шкільною освітою, яку він створював і добре знав зсередини, та порівнює її з системами освіти інших країн: « Грунтовна підготовка з математики і основних технічних предметів давала нам величезну перевагу перед американцями….». Під час неодноразових відвідувань Батьківщини він спілкується з викладачами, керівниками навчальних закладів, знайомиться зі станом справ в освіті. Особлива увага та акцент на фізико-математичний цикл дисциплін. У 60 роки минулого сторіччя під час «відлиги» Тимошенко С.П. відвідує багато технічних вишів і приходить до висновку: "Наше старшее поколение так хорошо заложило фундамент образования, что как ни пытаются его сейчас испортить, пока ничего у них не получается". Погляди, думки, міркування, оцінки щодо інженерної освіти, зроблені у свій час С.П. Тимошенко не тільки залишаються коректними, а стають сьогодні навіть більш важливими, актуальними для сучасної України. Виникає логічне питання, на чому робив наголос у свій час видатний фундатор, засновник інженерної освіти у світі С.П.Тимошенко та як з часів С.П. Тимошенко (1878-1972) змінилася інженерна освіта в Україні, які вона має здобутки ? Що відбувається зараз з інженерною освітою в Україні? Що про це говорять авторитети інженерної галузі світового рівня? Звичайно, виникають і питання, що треба принципово зробити, щоб покращувалась, а не погіршувалась основа розвитку технічного прогресу – якісна інженерна освіта в Україні? У травні 2023 року виповнилося 18 років з того моменту, коли під час Бергенської конференції Україна приєдналась до Болонського процесу. Які ж за цей час відбулися зміни в системі вищої інженерної освіти в Україні, чи покращилася її якість? Чи володіють наші студенти масово іноземними мовами та є дійсно мобільні? Чи зберігається фундаментальність і закладаються надійні підвалини інженерної освіти в Україні ? Ці та багато інших питань залишаються відкритими й

сьогодні. Після приєднання до Болонського процесу вища освіта в Україні перейшла на кредитно-модульну систему (КМС) організації навчального процесу, біля 50% передбачених навчальними програмами питань винесено на самостійне опрацювання студентами. Значно скорочені аудиторні години, відведені на вивчення дисциплін, які закладають основи, формують базис майбутніх інженерів. Практично залишено блок соціально-гуманітарних дисциплін, частину дисциплін професійного блоку п'ятого року навчання перекинуто на попередні роки. Зроблено меланж вітчизняної системи освіти минулих часів, яка була визнана в ті часи кращою у світі за свою широку фундаментальність, і європейської, причому вихоплені окремі частини, не завжди логічно узгоджені та придатні для наших реалій. У 2014 році вийшов наказ МОН України № 1050 від 17.09.2014 р., «Визнати таким, що втратив чинність наказ МОН України від 30.12.2005 №774 «Про впровадження кредитно-модульної організації навчального процесу». Тобто Україна практично вийшла з Болонського процесу. Але нічого не було повернуто в початковий стан 2005 р. Меланж систем залишився, та ще й ліквідували в навантаженні викладачів поточні модульні контрольні заходи знань студентів при значній кількості матеріалу дисциплін винесених та залишених на самостійне опрацювання. Скорочено число розрахункових та курсових робіт, які і складали основу самостійної роботи студентів. Це звичайно нанесло велику шкоду рівню знань та і якості інженерної освіти. Обмежена кількість аудиторних годин, виділених навчальними планами на опанування базових дисциплін дає змогу під час аудиторних занять подати тільки коротко основні розділи, іноді навіть із-за браку часу у вигляді тез, необхідні для засвоєння та подальшого застосування предмета. Багато важливого матеріалу вимушені виносити на самостійну роботу, що не завжди ефективно та результативно, бо не вдається студентам опанувати у зв'язку із низькою шкільною базою знань з природничих дисциплін. Як зазначалося вище, С.П.Тимошенко відстоював важливість прищеплення навичок майбутнім інженерам у розв'язанні практичних завдань. Учений постійно наголошував, що внаслідок обмеженої кількості програмних годин цьому важливому виду навчання студентів, навіть в його часи, приділяється недостатня увага. Тимошенко багато часу віддавав лабораторним дослідженням, пов'язаним з випробуванням різних конструкційних матеріалів, особисто проводив лабораторні заняття зі студентами й докторантами. За сучасних умов, коли в інженерній справі використовуються найрізноманітніші нові матеріали, а саме армовані, металокерамічні, полімерні, композиційні і т. ін. у всіляких умовах і середовищах, значення експериментальних досліджень і лабораторних занять зі студентами істотно зростає. Лабораторні заняття з опору матеріалів, механіки матеріалів і конструкцій, будівельної механіки та механіки деформованого твердого тіла треба доручати не асистентам, а досвідченим викладачам зі спеціальною підготовкою в галузі експериментальних досліджень проблем міцності – відзначав велетень будівельної механіки Тимошенко С.П. Великий вплив на становлення та розвиток інженерної особистості Тимошенка С.П. зробив Олексій Миколайович Крилов (1863-1945), видатний математик, механік, кораблебудівник, академік, якому належить підґрунтя парадигми сучасної освіти не на все життя, а протягом усього життя. О.М.Крилов наголошував, що "жодна школа не може випустити закінченого фахівця. Фахівця творить його власна діяльність. Треба лише, щоб він умів учитися, вчитися все життя. Для цього школа повинна прищепити йому культуру, любов до справи, до науки. Він повинен винести з неї основи знань, критично їх засвоїти; повинен знаходити знання, яких йому бракує; знати, де їх можна знайти та як ними скористатися ". Саме таким шляхом і творив у собі фахівця, світоча механіки, вченого і педагога молодий С.П.Тимошенко. Саме таким шляхом повинні мандрувати і наші здобувачі освіти, майбутні інженери, у тому числі і аграрної галузі, та будівники незалежної України. На жаль цього не можна сказати про сучасну вищу інженерно-технологічну освіту в Україні, у тому числі і вищу інженерну аграрну, яка с позицій "миттєвого прагматизму" все більше набирає тенденцію підготовки "користувачів", "споживачів" та «спостерігачів» закордонних машин і технологій, а не будівників власних машин, технологій та продовольчої і економічної незалежності України. Для забезпечення якісної інженерної освіти в Україні вважаємо за необхідне : підвищити рівень шкільної підготовки, особливо з математики та природничих дисциплін; не знижувати фундаментальності вищої освіти; у сучасній ситуації приділяти більше уваги ефективній самостійній роботі студентів; втілювати у навчальний процес дієвий контроль, у томі числі і самостійної роботи; використовувати ринкові важелі управління навчальним процесом; приділяти більше уваги заохоченню (мотивації) студентів до навчання та стимулюванню викладачів до ефективної, результативної роботи; покращувати, створювати необхідну, сучасну матеріально-технічну базу та, що дуже важливо, фінансувати систему освіти на належному рівні. Трансформації системи освіти в Україні, інтеграція її у освітній простір розвинутих країн потребує приведення її у відповідність до вимог XX1 сторіччя, основною з яких, на нашу думку, є розвиток у нашої молоді високої свідомості, самостійного творчого мислення, бажання, потреби вчитися протягом життя та надання мотивації до навчання. І що дуже важливо, приєднавшись до Болонської декларації, інтегруючись у поки що не сформовану освітню систему розвинутих країн ЄС, проводячи перетворення інженерної освіти в Україні, необхідно зберегти, не втратити кращих здобутків, тенденцій та традицій нашої інженерної системи освіти, і в першу чергу її фундаментальності, що закладав та на чому наголошував засновник та велетень інженерної освіти та інженерної справи, наш земляк С.П.Тимошенко.

А.Ю. Дреус, А.Ю. Круглий, П.А. Дзюба

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ МАШИННОГО НАВЧАННЯ У ДОСЛІДЖЕННЯХ СТІЙКОСТІ ОБОЛОНКОВИХ КОНСТРУКЦІЙ

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара,
пр. Гагаріна, 72, Дніпро, Україна, e-mail: dreus@mmf.dnu.edu.ua

Дослідження поведінки тонких оболонкових конструкцій з отворами та тріщинами в умовах різноманітних зовнішніх навантажень є важливою практичною задачею, оскільки такі об’єкти широко поширені як конструктивні елементи сучасної аерокосмічної техніки, інженерних споруд, трубопровідного транспорту тощо. Теоретичним дослідженням таких задач присвячено досить велика кількість публікацій, проте багато задач стійкості оболонок з отворами досі лишаються нерозв’язаними, що пов’язано зі значними математичним труднощами. Отже, найбільш достовірним і ефективним методом вивчення несучою здатності оболонок з різними видами пошкоджень лишається експеримент.

Разом з тим напружено-деформівний стан оболонок обумовлює велика кількість факторів: кількість, форма та розміри пошкоджень, розташування, вид навантаження тощо. Це потребує значного обсягу експериментальних досліджень, ускладнює обробку та узагальнення даних і визначення узагальнюючих закономірностей. Одним із нових методів дослідження, який може значно підвищити ефективність традиційних підходів до розв'язання складних інженерних завдань є методи машинного навчання (ML) Застосування ML дозволяє обробляти великі обсяги даних для розробки точних моделей поведінки матеріалів.

В представленій роботі ML застосовано для дослідження стійкості тонкостінних оболонкових конструкцій з отворами і тріщинами. В якості бази навчання були взяті експериментальні дані з досліджень впливу згаданих вище факторів на докритичну поведінку і величину критичного навантаження ортотропних циліндричних оболонок, що були виконані в Дніпровському національному університеті імені Олеся Гончара [1]. Метою роботи було оцінка можливості застосування методів машинного навчання для прогнозування міцністних параметрів оболонкових конструкцій. Було виконано дві серії досліджень. Для першої серії дослідження були взяті дані по осьовому навантаженню суцільних оболонок та оболонок з отворами. Загалом для цієї серії дослідження у наявності є дані по 140 екземплярам оболонок. Дані, випадковим чином були поділені на 2 частини. Перша частина використовувалась для навчання моделі і містила дані по 105 оболонкам. Друга частина містить дані по 35 оболонках і використовувалась для перевірки точності моделі. Навчання відбувалось на методі дерево рішень (DECISION TREE REGRESSOR), з пакету Sklearn, мови програмування Python. Для порівняння різних методів ML, було проведено навчання на тих самих даних але на методі “Випадковий ліс” (RANDOM FOREST). В результаті обчислювальних експериментів показано високу узгодженість результатів за обома розглянутими методами.

Результати навчання показали точність з визначення міцністних характеристик до 99%. Отже, результати досліджень показують високу ефективність методів машинного навчання в задачах стійкості циліндричних оболонок з пошкодженнями.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: машинне навчання, тонкостінні оболонки, стійкість, пошкодження, обробка експериментальних даних

1. *Дзюба А.П., Прокопало Є.Ф., Дзюба П.А.* Несуча здатність циліндричних оболонок з отворами. – Д.: Ліра, 2014. – 224 с.

A. Dreus, A. Kruhlyi, P. Dziuba

USE OF MACHINE LEARNING METHODS TO STUDY THE STABILITY OF CYLINDRICAL SHELLS

Oles Honchar Dnipro National University,Haharina ave., 72, Dnipro, Ukraine

The study of the behavior of thin shell structures with holes and cracks under various external loads is an important practical task, since such objects are widely used as structural elements of modern aerospace technology, engineering structures, pipeline transport, etc. A large number of publications have been devoted to theoretical studies of such problems, but many problems of stability of shells with holes still remain unsolved, which is associated with significant mathematical difficulties. Thus, the most reliable and effective method for studying the bearing capacity of shells with various types of damage is experimentation.

At the same time, the stress-strain state of the shells is determined by a large number of factors: the number, shape, and size of damage, location, type of loading, etc. It requires a significant number of experimental researchs. The processing and

generalization of data are more complicated for identification of generalizing depends. One of the new research methods that can significantly improve the effectiveness of traditional approaches to solving complex engineering problems is machine learning (ML). ML allows processing of big data to develop accurate models of material behavior.

ML is applied to study the stability of thin-walled shell structures with holes and cracks herein. The experimental data of pre-critical behavior of the orthotropic cylindrical shells under different loads were taken as the training base [1]. These experiments were performed at the Oles Honchar Dnipro National University. The aim of the work was to assess the possibility of using machine learning methods to predict the strength parameters of shell structures. Two series of studies were performed. Data on the axial load of solid shells and shells with holes were taken for the first set of studies. A total of 140 shell specimens were available for this series of tests. The data were randomly divided into 2 parts. The first part was used to train the model and contained data on 105 shells. The second part contains data on 35 shells and was used to check the accuracy of the model. The training was performed using the DECISION TREE REGRESSOR method from the Sklearn package, a Python programming language. To compare different ML methods, we trained on the same data using the RANDOM FOREST method. Computational experiments have shown a high consistency of results for both considered methods.

The results of learning showed accuracy in determining strength characteristics up to 99%. Thus, the research results show the high efficiency of machine learning methods in the problems of stability of cylindrical shells with damage.

KEYWORDS: machine learning, thin-walled shells, stability, damage, experimental data processing

В.І.Кузьменко, С.О.Плашенко

ДЕФОРМІВНІ СИСТЕМИ ЗІ ЗВОРОТНІМИ ЗВ'ЯЗКАМИ

Дніпровський національний університет ім.. Олеся Гончара, просп. Гагаріна, 72, 49010, Дніпро, Україна; e-mail: vasilkuzmenko50@gmail.com

Розглядається клас деформівних систем під дією навантаження, яке заздалегідь невідоме і залежить від викликаного деформування, тобто процеси деформування чинять зворотній вплив на процеси зовнішнього навантаження[1 – 4]. Вкажемо на приклади таких систем:

- резервуари на пружній основі під дією реактивної сили рідини, що витікає через отвір з великою швидкістю;
- елементи електротехнічних систем, зокрема, соленоїди зі струмом, у зовнішніх магнітних полях;
- штампи на пружній основі під дією слідкуючих сил;
- мембранні системи під дію тиску рідини або газу;
- високі споруди під дією вантажу, що рухається уздовж поверхні;
- товстостінні труби та порожнисті кулі під дією високого внутрішнього тиску, який залежить від зміни об'єму порожнини, тобто від деформування.

Запропоновано уніфікований підхід до постановки такого класу зв'язаних задач у вигляді операторного рівняння у функціональних просторах. Отримані аналітичні та числові розв'язки низки задач. Показано, що задачі такого класу є нелінійні навіть за лінійних визначальних співвідношень.

Виконано аналіз поведінки контактних напружень та поворотів важких штампів зі зміщеним центром мас при дії на пружний півпростір. Встановлено величину критичної висоти при підйомі вантажів уздовж бічної поверхні масивних споруд. Показано, що при дії зростаючого слідкуючого навантаження можлива зміна напрямку горизонтального переміщення штампу, зчепленого з півпростором. Встановлено умови, за яких соленої зі струмом на поверхні півпростору буде знаходитися у рівновазі під дією зовнішнього магнітного поля.

З використання варіаційного формулювання розглянута задача про прогин мембран під дією тиску рідини та снігу у процесі його танення. Встановлено зв'язок між силами, що розтягують мембрану, та масою води, за якого починається необмежене зростання прогину. Розглянуто зміну області контакту мембрани з перешкодою у процесі збільшення об'єму води.

В рамках моделі матеріалу Муні досліджено вплив швидкості течії рідини уздовж товстостінних труб на нелінійне деформування і встановлено критичні значення характерних параметрів. Визначено умови, за яких можливе необмежене роздування нелінійно-пружних порожнистих куль під дією тиску, що залежить від змінного об'єму порожнини.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: зворотні зв'язки, зв'язані задачі, операторне рівняння, товстостінні труби та кулі, резервуари, мембрани, тиск штампів, високі споруди, соленоїд зі струмом, магнітне поле.

1.Плашенко С.О, Кузьменко В.І Зв'язана задача про прогин мембрани піід дією налитої рідини// Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій. – 2016. – **25.** – С.171–180.
2. Кузьменко В.І., Плашенко С.О. Зв'язані контактні задачі про дію важких штампів зі змінним центром мас//Вісник Запорізького університету. Фізико-математичні науки. – 2019. – **2.** – С. 75 – 80.
3. Кузьменко В.І., Плашенко С.О. Зв'язана задача про течію рідини у нелінійно-деформівній трубі// Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій. – 2019. – **29**. – С. 128 – 206.
4. Kuzmenko V.I., Plashenko S.O. Coupled problems of contact interaction//J. Math. Sci. – 2019. – **243(1).** – P. 85 – 100.

A.F. Sanin, V.I. Lipovskyi, O.E. Bondarenko, V.I. Shynkaruk

THE USE OF TOPOLOGICAL OPTIMIZATION METHODS ON THE EXAMPLES OF PROBLEMS OF STRENGTH OF ROCKET AND SPACE STRUCTURES

Oles Honchar Dnipro National University, Dnipro, 11 Naukova street, 49010, Ukraine; e-mail: lealvi@ukr.net

Key words: flange, spherical-conical tank, bracket, optimization methods, topological optimization.

The design of rocket and space structures most often presents a contradictory task, namely, on the one hand, the design must meet the criteria of strength, rigidity and stability, on the other hand, have a minimum weight. The requirements for constructions may be limited to maximum stress, strain, own frequency. Topological optimization methods allow to realize requirements of maximum specific strength and stiffness at each point of construction. The quality of the solution to this problem depends on the development and availability of manufacturing technologies, the materials used, the chosen mathematical model. Modern additive technology for manufacturing elements of LA parts allows to realize products with higher parameters of specific strength and stiffness. CAE systems currently implement the following methods of topology optimization: Basic Density Based Method - SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization), level-based method, Lattice Optimization and Shape optimization. They allow optimized according to different criteria and response parameters. The paper presents the results of design development using topological optimization. For some objects, experimental testing of the performance of constructions manufactured with the aid of the additive technology SLM (Selective Laser Melting) has been carried out. The results for the following constructions are presented: engine mounting flange (DM), spherical tank, aircraft wing mounting bracket and fuel case of orbital stage PN «VEGA» - AVUM (Attitude Vernier Upper Module). Calculations were made in CAE system Ansys.

The flange is intended for connecting the engine to the propulsion system (PS) and for transmitting the force generated by the traction generated the engine operation [2]. The material is Inconel 718. Structurally, the flange was a single part consisting of two power rings (frame) with holes in each of the power rings, ensuring the mounting of the flange on the mixing head of the engine chamber and the power element of the engine. The power rings of the flange were interconnected by longitudinal rods along the triangle principle, forming the overall equivalent of the framework structure. The geometry of the flange design is determined by the SIMP method. The weight of the prototype design was reduced by half. Verification calculations were carried out and a full cycle of qualification vibration tests was successfully conducted, which simulated transport, flight harmonic and random loads. The design of the flange meets the requirements of strength standards and difference of amplitude-frequency characteristics before and after tests are within the range of measurement errors of the equipment.

Spherical-conical tank, 5.5 liter volume, loaded with internal pressure. Inconel 718 material of tank. The design is a container consisting of a spherical segment and a conical part. The angle of the joining of the spherical and conical parts is determined by the limitations of the additive printing. The expansion forces arising in the joining zone were offset by the creation of a transition zone between the sphere and the cone. The geometry of the transition zone was determined by the method of topological optimization. SIMP method was used. The transition zone was smoothed by a spline. Verification calculations were carried out, design destructive pressure was determined and experimental test of tank strength was performed. The destructive pressure of the full tank test exceeded the calculation result by 15%. The design of the tank is used in the development of the steering engine.

The ATR 42-300 aircraft suspension bracket is a typical structure that connects the wing to fuselage longeron [3]. Such a bracket is characteristic for fixing the wing to the fuselage in the upper part according to the high-plane schema. The bracket is fixed to the wing spar by a bolted flange type joint, using 4 bolts. The model of the bracket took into account load during take off and emergency landing. Topological optimization is carried out using the SIMP method and Lattice Optimization. Verification calculations of optimized structures were performed and evaluation a energy of shock absorption by the bracket at the moment of emergency landing was carried out. Due to optimization, the weight of the original design was reduced by almost half. Comparing the two types of material distributed by topological optimization algorithms shows that the structure of the lattice is almost 30% lighter. It is recommended to use lattice structures to reduce the weight of the parts and improve the safety of the crew in case of an emergency [4].

The object of the analysis is the «case» of the fuel compartment of the orbital stage of LV «Vega», which holds the tanks in a single structure. The AVUM module is designed in Yuzhnoye state design office. The structure is a flat bottom with vertical stiffening plates on which tanks with fuel components are mounted. Am6M material of the design. Analysis of the structure and loading conditions allowed to create a new design solution. Proposed to use a spherical shell base instead of a flat bottom transverse vertical plates. Also, replace cylindrical tanks a spherical. Creation of the new design was carried out in two stages. In the first stage parametric geometry task was carried out and the choice of the optimal design was made using the module

Design Exploration Ansys [1]. The parameterization is made according to the following dimensions: the thickness of the spherical bottom, the radius of curvature of the sphere, the radius of the holes for the installation of tanks and the angle between the normal to the diameter of the hole under the tank and the axis of the «case». The numerical experiment in which the geometry of the design in a given range of parameters was changed, 3D model was reconstructed and static calculation was performed. According to the results of the calculation, the surface of the response of geometry parameters to the weight of the part was displayed. From the field of Pareto solutions, three best designs were chosen. For the best variant of structural, used the Shape Optimization module for the limitations of traditional manufacturing technology. In the second step, the topological optimization of the design is carried out for the additive technology of manufacturing SLM [5]. SIMP methods are used. Multistage creation of the «case» design allowed to reduce the weight of the original design by four times.
The presented calculation and experimental results show the effectiveness of the use of topological optimization methods for analysis of existing and development of new solutions for rocket and space designs.

1. Ліповський В., Линник А., Шинкарук В. Оптимізація «кейсу» паливного відсіку орбітального ступеня РН «Вега». *Системне проектування та аналіз характеристик аерокосмічної техніки:*. 2017. Т. 22, № 1. С. 78–90. URL: https://rocketsdesign.dp.ua/index.php/journal/issue/view/9/5 ((дата звернення: 01.09.2023).
2. Особливості топологічної оптимізації силових елементів ррд, виготовлених адитивними технологіями / О. Бондаренко та ін. *Вісник Дніпровського університету імені Олеся Гончара. Серія: Ракетно-космічна техніка..* 2021. Т. 29, № 4. С. 106–111. URL: https://doi.org/10.15421/452111 (дата звернення: 01.09.2023).
3. Allan Abramowitz, Timothy G. Smith, Dr. Tong Vu, and John R. Zvanya. Vertical Drop Test of an ATR 42-300 Airplane. FAA report DOT/FAA/AR-05/56. 2006. P. 224. URL: https://www.tc.faa.gov/its/worldpac/techrpt/ar0556.pdf (date of access: 01.09.2023).
4. Lipovskyi V. I., Shynkaruk V. I. Efficient design of aircraft bracket using topology optimization and additive technologies. *Journal of Rocket-Space Technology*. 2021. Vol. 28, no. 4. P. 3–13. URL: https://doi.org/10.15421/452001 (date of access: 01.09.2023).
5. Shynkaruk V. I., Lipovskyi V. I. Efficient design of the fuel case of the LV "Vega" orbital stage using topology optimization. *Journal of Rocket-Space Technology*. 2021. Vol. 29, no. 4. P. 3–11. URL: https://doi.org/10.15421/452101 (date of access: 01.09.2023).

О. С. Аксьонов[1,2], О. Є. Золотько[1]

ОСОБЛИВОСТІ РОЗРАХУНКУ НА МІЦНІСТЬ КАМЕРИ ДЕТОНАЦІЙНОГО ДВИГУНА

[1]Дніпровський національний університет ім. О. Гончара ,пр. Гагаріна, 72, 49010, Дніпро, Україна
[2]ДП «Конструкторське бюро «Південне» імені М.К. Янгеля», вул. Криворізька, 3, 49008, Дніпро, Україна, e-mail: aksyonov.olexander@gmail.com

Традиційні рідинні ракетні двигуни (РРД) майже досягли піку своєї ефективності. Для створення ракетних двигунів наступного покоління слід переходити до нових робочих процесів та застосовувати більш ефективні робочі цикли. У детонаційному двигуні (ДД) горіння паливної суміші відбувається з надзвуковою швидкістю. ДД мають ряд переваг порівняно з РРД, зокрема, відсутність потреби у турбонасосному агрегаті, простота регулювання, високі питомі характеристики та інші [4].

Виникнення високочастотних коливань тиску та перехід до детонаційного режиму горіння на етапі запуску двигуна – одна з поширених причин руйнування камери РРД. Робочий тиск у камері сучасного РРД з допалюванням генераторного газу становить більше 20 - 30 МПа. Аналіз відомих результатів показує, що детонація миттєво збільшує тиск у десятки та сотні разів [1]. Тому конструкція, яка не розрахована на роботу при великому тиску, не витримує такого навантаження. До цього додається ще й температурний вплив з боку продуктів згоряння. Однак, контрольований процес детонації не призводить до руйнування конструкції. Розглянемо деякі результати розрахунків на міцність детонаційної камери, отримані з використанням програми Ansys Mechanical [3].

Чисельне дослідження проведено для циліндричної камери імпульсного детонаційного двигуна (ІДД). Діаметр камери $D_к$ = 50 мм, довжина - $L_к$ = 50 мм, початковий тиск у камері P_1 = 2 МПа. Товщина стінки камери - 5 мм. Розглянуто рішення двох задач: статичне навантаження піковим значенням тиску у точці фон Неймана – 71,5 МПа та динамічна робота камери при зміні тиску (відповідно до класичної моделі детонації) від 71,5 МПа до 2,0 МПа. Також враховувалась зміна температурного режиму камери під час роботи двигуна. Обрано два температурних рівня: стартова температура – 300 К, та 873 К – умовна гранична температура самозаймання киснево-водневої суміші. Камера закріплена з боку тягової стінки. Матеріал камери – високоміцнісна жаростійка сталь 12Х18Н10Т [2].

У холодному стані стаціонарний розрахунок показує, що максимальна деформація камери відбувається з боку вихідного перерізу. Величина розширення камери становить 1,72 мм. У той же час максимальна деформація камери з урахуванням динаміки процесу детонації становить всього 0,05 мм. Значення відносної пластичної деформації ε в обох випадках знаходяться у межах допустимих значень. Для сталі 12Х18Н10Т граничне відносне подовження становить 0,26 мм/мм. Максимальне значення еквівалентного напруження у динамічній моделі становить 274 МПа, а у статичній моделі – 401 МПа. Результати розрахунку показують, що навіть у холодному стані конструкція не витримує пікового значення тиску при безперервному навантажені. У той же час під дією короткотривалих (імпульсних) максимальних навантажень конструкція камери зберігає необхідну міцність та стійкість.

З підвищенням температури знижуються межі міцності матеріалу конструкції. Тому розрахунок на міцність зазвичай проводять при найбільшому тепловому та силовому навантажені. У гарячому стані при безперервній дії високого тиску на конструкцію розширення камери збільшилось у десять разів – до 17,3 мм. Короткотривале навантаження призвело до деформації конструкції до 0,1 мм, з яких 0,055 мм – термічне розширення матеріалу при нагріванні до 873 К. Найбільші зміні піддається зовнішня поверхня конструкції. Максимальне значення еквівалентного напруження у динамічній моделі становить 219,7 МПа, а у статичній моделі – 356,8 МПа.

Камера ІДД сприймає значні короткотривалі навантаження навіть при високій температурі конструкції без виникнення суттєвих пластичних деформацій. Постійне високе навантаження призводить до появи критичних пластичних деформацій з подальшим руйнуванням конструкції. Аналіз отриманих результатів дозволяє зробити висновок про те, що контрольований детонаційний процес не призводить до руйнування конструкції камери ІДД.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: детонація, імпульсний детонаційний двигун, розрахунок на міцність.

1. Аксьонов, О.С. Структурні особливості детонаційного потоку / О. С. Аксьонов, О. Є. Золотько // Авіаціна техніка та технологія. – 2023. – № 3. – С. 42–49. – DOI: 10.32620/aktt.2023.3.05.
2. Туманов, А. Т. Авиационные материалы: Справочник в 9 т. / А. Т. Туманова. –М.: ОНТИ, 1975. – 368 с.
3. ANSYS Mechanical Users Guide 2019. *Release 2019 R1.*
4. Morozumi, T. Study on a Rotary-Valved Four-Cylinder Pulse Detonation Rocket: Thrust Measurement by Ground Test / T. Morozumi [et al.] // AIAA 52nd Aerospace Sciences Meeting. – 2014. – P. 1–17. DOI: 10.2514/6.2014-1317.

O. S. Aksonov[1,2], O. E. Zolotko[1]

FEATURES OF CALCULATING THE STRENGTH OF A DETONATION ENGINE CHAMBER

[1]Oles Honchar Dnipro National University, Gagarin Ave., 72, 49010, Dnipro, Ukraine
[2]Yuzhnoye State Design Office, Krivorizhska str., 3, 49008, Dnipro, Ukraine

Occurrence of detonation in the chamber at the start-up stage is one of the common causes of liquid rocket engine chamber's destruction. When developing new engines, everything is done to prevent its appearance. However, the controlled detonation process will not lead to the destruction of the structure. The pulse detonation engine chamber calmly perceives significant short-term loads even at a high temperature of the structure. The values of the relative plastic deformation are within the permissible values for the structural material. A constant high load leads to plastic deformations with subsequent destruction of the structure.

В.С. Бейцун[1,2], С.В. Тарасов[2]

МЕТОДИ ВІЗУАЛЬНОГО СТЕЖЕННЯ ПРИ НАТУРНОМУ МОДЕЛЮВАННІ ДИНАМІКИ БОРТОВИХ МАНІПУЛЯТОРІВ ТА ШТАНГ КОСМІЧНИХ АПАРАТІВ

[1]*Дніпровський національний університет ім. Олеся Гончара, пр. Гагаріна, 72, 49010, Дніпро, Україна; e-mail: beitsun98@gmail.com*
[2]*Інститут транспортних систем і технологій НАН України, вул. Писаржевського, 5, 49000, Дніпро, Україна; e-mail: tsv.transmag@gmail.com*

КЛЮЧОВІ СЛОВА: експериментальне моделювання, динаміка маніпуляторів, методи візуального стеження, фотограмметрія.

Одним з головних етапів створення механізмів чи конструкцій є експериментальні випробування. Перевірка та тестування правильного виконання закладених функціоналу, керування та несучої здатності пристроїв – саме такі задачі ставляться інженерам, дослідникам та науковцям перед введенням в експлуатацію. Наразі розвиваються безконтактні методи досліджень, які можуть прискорювати, здешевлювати та давати більшу точність отриманих даних. Одним з таких методів є фотограмметрія, яка використовує серію зображень, зафіксованих камерами, лазерними трекерами, теодолітами, тощо [8]; для визначення координат точок, границь об'єктів чи їх зміни з часом [6]. У широкому сенсі метод фотограмметрії можна класифікувати на основі типу цілей (досліджуваних маркерів), які використовуються для відстеження точок, кореляції цифрових зображень або підходів без цілей. Техніка відстеження точок використовує фотограмметричні камери для визначення координат окремих маркерів, встановлених на тестових конструкціях. Для цього методу серія оптичних мішеней (зазвичай висококонтрастних круглих точок або світловідбиваючих мішеней) встановлюється на досліджуваний об'єкт. Центри оптичних цілей визначаються за допомогою алгоритму пошуку еліпса, а координати точок у тривимірному просторі визначаються за допомогою техніки тріангуляції. Тривимірне відстеження точок визначає переміщення цілей шляхом відстеження оптичних цілей на різних часових етапах і порівняння їх координат з еталонною або початковою стадією.

Фотограмметричний метод знайшов своє застосування у механічних експериментах, направлених на дослідження: полів переміщень та деформацій бетонних конструкцій [3], коливань металевих балок та вантових тросів [2], поведінки тріщин та їх росту [15], динаміки турбін, що обертаються [16], вібрацій та деформації лопатей [9], поведінки композитних, крихких матеріалів при згині, крученні чи розтягу [10] та інші.

В ракетно-космічній галузі фотограмметрія застосовується завдяки можливості досягнення високої точності вимірювань, що є вкрай важливим при дослідженні/тестуванні таких конструкцій: антен, сонячних панелей, виносних маніпуляторів та інших об'єктів, що трансформуються [12]. Багато досліджень присвячено налаштуванню рефлекторів, відбиваючих поверхонь антен [7, 11], вивченню полів деформацій за дії температур чи гравітаційних сил [14]. Окрім цього, широкий клас задач імітаційного та натурного моделювання становлять дослідження динаміки бортових маніпуляторів, штанг космічних апаратів або їх прототипів. Вивчається рух як окремих вузлів, наприклад, шарнірних з'єднань [13], так і цілих систем: тросових чи захвату [5]. Налаштування маніпуляторів для виконання заданих рухів потребує калібрування органів стеження (камери встановлюють безпосередньо на останній елемент конструкції або на нерухомі штативи таким чином, аби вони повністю захватували робоче поле маніпулятора). Для цього використовують спеціальні калібрувальні схеми [1], а сам інтегрований алгоритм фотограмметрії для розпізнавання маркерів, координати яких відслідковуються, може бути відкоригований за допомогою адаптивного розширеного методу Калмана [4]. Саме від правильного калібрування камер залежить точність вимірювань. Отримані координати маркерів порівнюються з початковими або еталонними. Вони можуть бути використані при дослідженні коливань або у розрахунках за допомогою метода скінченних елементів. Таким чином, можна отримати поля напружень, деформацій та переміщень конструкцій або їх вузлів.

Авторами були отримані результати фотограмметричних експериментів для моделі дволанкового маніпулятора, який було встановлено на макет зневаження. Досліджувалася геометрія системи в різних положеннях розкриття маніпулятора. Похибка вимірювань склала 0,1 - 0,15 мм на розмірі 700,5 мм. За допомогою фотограмметрії був усунений люфт у шарнірному вузлі маніпулятора та налагоджена система зневаження.

1. Balanji H. M., Turgut A. E., Tunc L. T. A novel vision-based calibration framework for industrial robotic manipulators // Robotics and Computer-Integrated Manufacturing. - 2022. - 73. P. 1-15. doi:10.1016/j.rcim.2021.102248.
2. Chen C.-C., Wu W.-H., Tseng H.-Z., Chen C.-H., Lai G. Application of digital photogrammetry techniques in identifying the mode shape ratios of stay cables with multiple camcorders // Measurement. - 2015. - 75. P. 134–146. doi:10.1016/j.measurement.2015.07.
3. Dias-da-Costa D., Valença J., Júlio E. N. B. S. Laboratorial test monitoring applying photogrammetric post-processing procedures to surface displacements // Measurement. - 2011. - 44(3). P. 527–538. doi:10.1016/j.measurement.2010.11.014.
4. Dong G., Zhu Z. H. Autonomous robotic capture of non-cooperative target by adaptive extended Kalman filter based visual servo // Acta Astronautica. - 2016. - 122. P. 209–218. doi:10.1016/j.actaastro.2016.02.003.
5. Dong G., Zhu Z.H. Position-based visual servo control of autonomous robotic manipulators // Acta Astronautica. - 2015. - 115. - P. 291–302. doi:10.1016/j.actaastro.2015.05.036.
6. Goda I., L'Hostis G., Guerlain P. In-situ non-contact 3D optical deformation measurement of large capacity composite tank based on close-range photogrammetry // Optics and Lasers in Engineering. - 2019. - 119. P. 37–55. doi:10.1016/j.optlaseng.2019.02.0.
7. Gu Y., Du J., Yang D., Zhang Y., Zhang S. Form-finding design of electrostatically controlled deployable membrane antenna based on an extended force density method // Acta Astronautica. - 2018. - 152. P. 757–767. doi:10.1016/j.actaastro.2018.09.033.
8. GUAN X., XU Y., XING C. A Method for Rapid Measurement of the Deformation and Spatial Attitude of Large Radar Antennas Inside Radomes // IEEE Access. - 2016. - 4. P. 1-10. doi: 10.1109/ACCESS.2021.3076000.
9. Gwashavanhu B., Oberholster A. J., Heyns P. S. Rotating blade vibration analysis using photogrammetry and tracking laser Doppler vibrometry // Mechanical Systems and Signal Processing. - 2016. - 76-77, P. 174–186. doi:10.1016/j.ymssp.2016.02.019.
10. Lee H., Rhee H. 3-D measurement of structural vibration using digital close-range photogrammetry // Sensors and Actuators A: Physical. - 2013. - 196. P. 63–69. doi:10.1016/j.sna.2013.03.010.
11. Li Y., Zhang J., Han J., Cai Z., Wang Y., Li Y. Research on Flatness Rapid Measurement Technology of Large Deployable Antenna // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. - 2020. - 816. P. 1-6. doi:10.1088/1757-899x/816/1/012022.
12. Liu T., Burner A. W., Jones T. W., Barrows D. A. Photogrammetric techniques for aerospace applications // Progress in Aerospace Sciences. - 2012. - 54. P. 1–58. doi:10.1016/j.paerosci.2012.03.002.
13. Liu Y., Zhang D., Hu J., Chen W., Gao C., Qiu Z. Design and structural analysis of an inflatable coated fabric manipulation arm // Thin-Walled Structures. - 2019. - 139. P. 310–320. doi:10.1016/j.tws.2019.03.020.
14. Ma X., Song Q., Jia Q., Fang H., Chen G. Design and experiment for a high precision reflector // IEEE International Conference on Cybernetics and Intelligent Systems (CIS) and IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics (RAM) - 2017. P. 42–47. doi:10.1109/ICCIS.2017.8274746.
15. Nishiyama S., Minakata N., Kikuchi T., Yano, T. Improved digital photogrammetry technique for crack monitoring // Advanced Engineering Informatics. - 2015. - 29(4). P. 851–858. doi:10.1016/j.aei.2015.05.005.
16. Ozbek M., Rixen D. J., Erne O., Sanow G. Feasibility of monitoring large wind turbines using photogrammetry // Energy. - 2010. - 35(12). P. 4802–4811. doi:10.1016/j.energy.2010.09.008.

V.S. Beitsun[1,2], S.V. Tarasov[2]

VISUAL TRACKING METHODS IN THE EXPERIMENTAL SIMULATION DYNAMICS OF ONBOARD MANIPULATORS AND SPACECRAFT BOOMS

[1] Oles Honchar Dnipro National University, Gagarina Ave., 72, 49010, Dnipro, Ukraine
[2] Institute of Transport Systems and Technologies of the National Academy of Sciences of Ukraine, Dnipro, Ukraine

An analysis of visual tracking methods in experimental modeling of onboard manipulators dynamics was carried out. Cases of using photogrammetry in various industries are considered. Test experiments for a two-mass system were carried out.

Р.Р. Воєділо, В.В. Лобода

ДОСЛІДЖЕННЯ БІМАТЕРІАЛЬНОЇ ПЛОЩИНИ З СИСТЕМОЮ ТРІЩИН МІЖ ДВОМА МАТЕРІАЛАМИ.

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, пр. Гагаріна, 72, 49010, Дніпро, Україна e-mail: roman.voyedilo@gmail.com, loboda@mail.dnu.dp.ua

Розглянуто плоску задачу для системи колінеарних тріщини між двома півпросторами. Тріщини можуть мати довільну довжину та відстань між собою і вони вільні від напружень. Комбіноване навантаження розтягу-зсуву задані на нескінченності. За допомогою представлень напружень та стрибків переміщень через кусково-аналітичні функції проблема зводиться до задачі лінійного спряження,

$$F_1^+(x_1)+\gamma_1 F_1^-(x_1)=0, \quad x_1 \in L'.$$

з наступною умовою на нескінченності

$$F_1(z)\Big|_{z\to\infty}=\frac{\sigma-i\tau}{(1+\gamma_1)g},$$

яка розв'язуються аналітично (σ,τ - нормальне та дотичне напруження, задані на нескінченності; γ_1 і g - константи, що визначаються характеристиками матеріалів). Довільні константи знаходяться з умов на нескінченності та умов однозначності переміщень при обході контурів тріщин. Напруження поза тріщинами, а також розкриття тріщин знаходяться у відносно простих аналітичних формах. За рахунок аналізу асимптотичних полів біля вершиш тріщин, отримано аналітичні формули для швидкості звільнення енергії (ШЗЕ) для усіх вершин тріщин.

Числовий аналіз проведений для випадку трьох тріщин для біматеріала скомпонованого із двох ізотропних матеріалів з наступними механічними характеристиками:

$E_1=10^{10}$ *Pa*, $\nu_1=0{,}3$, $E_2=10^{11}$ *Pa*, $\nu_2=0{,}3$ під дією навантаження $\sigma=10\ MPa$, $\tau=0$. Вибирались наступні координати вершин тріщини: $a_1=-400\ mm$, $b_1=-380\ mm$, $a_2=-10\ mm$, $b_2=10\ mm$ і $a_3=380\ mm$, $b_3=400\ mm$. У цьому випадку максимальні розкриття лівої, середньої та правої тріщин рівні відповідно 0,019474*мм*, 0,019478*мм* та 0,019474*мм*, а швидкості звільнення енергії біля лівої і правої вершин центральної тріщини однакові і дорівнюють 152,26 $H\cdot м$.

Слід відзначити, що для однієї тріщини точне значення максимального розкриття дорівнює 0,019474*мм*, а швидкість звільнення енергії обчислюється за наступною формулою

$$G=\Omega a\pi(1+4\varepsilon^2)(\sigma^2+\tau^2), \quad \Omega=\frac{1}{16\cosh^2(\pi\varepsilon_1)}\left(\frac{\kappa_1+1}{\mu_1}+\frac{\kappa_2+1}{\mu_2}\right)$$

і дорівнює 152,06 $H\cdot м$.

Хороша узгодженість результатів для однієї тріщини і для значно віддалених трьох тріщин підтверджують достовірність знайденого розв'язку. Деяка відмінність в отриманих результатах для величин відкриття тріщин показує, що для випадку трьох тріщин їх незначний взаємний вплив все ж проявляється, особливо для центральної тріщини.

R.R. Voedilo, V.V. Loboda

ANALYSIS OF A BI-MATERIAL PLANE WITH A SYSTEM CRACKS BETWEEN TWO MATERIALS

Dnipro National University named after Oles Honchar, Gagarina Ave., 72, 49010, Dnipro, Ukraine

A plane problem for three collinear cracks between two half-spaces is considered. The cracks can have any length and distance between them, and they are stress-free. The combined tension-shear load is prescribed at infinity. With the help of representations of stresses and displacement jumps through piecewise analytical functions, the problem is reduced to a linear conjugation problem, which is solved analytically. Stresses outside cracks, as well as crack opening, are found in relatively simple analytical forms. Due to the analysis of the asymptotic fields near the crack tips, analytical formulas for the energy release rate (ERR)for all crack tips were obtained. Variations in crack opening and stresses along the material interface are demonstrated. The behavior of ERR and the maximum opening of cracks when changing their position, in particular when their tips are brought closer together, is analyzed.

М.О. Катренко

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТРИВКОСТІ РОБОЧОГО КОЛЕСА РАДІАЛЬНОЇ МАЛОВИТРАТНОЇ ТУРБІНИ

Дніпровський національний університет ім. Олеся Гончара, просп. Гагаріна,72, 49010, Дніпро, Україна; e-mail: bruw@i.ua

Використання маловитратних лопаткових машин набуло подальшого розвитку і використання у енергетичних установках, двигунах літальних апаратів. Особливе місце вони займають у повітряно-реактивних двигунах для безпілотних літальних апаратів. Мета отримання двигунну установку з якомога більшою тягою, та малою питомою масою та вагою двигуна є обумовленою і актуальною, з точки зору збільшення корисного навантаження, та дальності використання апарату. Окрім цього, необхідність регулювання тяги потребує зміни частоти обертання та температури у камері згоряння в надрозрахункову область, що суттєво впливає на надійність і тривкість рухомих елементів двигуна.

Метою дослідження є експериментальне отримання характеристик тривкості радіальних робочих коліс маловитратних турбін в залежності від частоти обертання ротору, та температури газів перед турбіною, та порівняння їх з розрахунковими.

Матеріали і методи. Ротори радіальних лопатевих машин що досліджувались, використані з турбокомпресорів ТКР-6 вітчизняного виробництва ЗАТ «Завод турбокомпрессорів» [1, 2]. Матеріал робочого колеса турбіни ХН78Т [5, 3] . Камера згоряння що використовувалась, трубчастого типу, з лопатевим завихрювачем, та жаровою трубою. Хімічним джерелом енергії була суміш природних газів пропана та бутана.

Ротори лопатевих радіальних машин які були досліджені показані на рис. 1.

Рис.1. Ротори лопатевих машин, що досліджувались

Експериментальні дослідження були проведені і спрямовані для різних значень колової швидкості, з метою досягнути максимальне значення у U = 450 м/с, а також визначити межове, коли робоче колесо витримує дію відцентрових сил.

Математична модель для розрахунку параметрів тривкості робочого колеса радіальної маловитратної турбіни виконувався за методикою, поданою в роботі [4]. При визначенні сумарних діючих колових, дотичних та сумарних напружень були введені поправки на розподіл температури по радіусу робочого колеса.

Визначені експериментальним та розрахунковим шляхом максимальні значення межових колових швидкостей. Отримано достатній збіг значень запасу тривкості робочого колеса турбіни розрахункового та експериментально визначеного.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: енергетична установка, двигуни літальних апаратів, радіальна турбіна, робоче колесо, диск, лопатки, тривкість, частота обертання, залежність, температура, запас тривкості.

1. Бондаренко Г. А. Основи проектування турбокомпресорів: навчальний посібник / Г. А. Бондаренко, В. М. Бата. — Суми : Сумський державний університет, 2022. - 203 с. ISBN 978-966-657-923-5
2. ДЕРЖАВНИЙ СТАНДАРТ УКРАЇНИ. КОМПРЕСОРИ.Терміни та визначення. ДСТУ 3809 —98. - Київ: ДЕРЖСТАНДАРТ УКРАЇНИ. 1999. – 17 с.
3. Конструкция и проектирование авиационных газотурбинных двигателей: Учебник для студентов вузов по специальности «Авиационные двигатели и энергетические установки»/С. А. Вьюнов, Ю. И. Гусев, А. В. Карпов и др.; Под общ. ред. Д. В. Хронина. — М.: Машиностроение, 1989. —368 с.: ил. ISBN 5-217-00361-8
4. Скубачевский Г. С. Авиационные ГТД, конструкция и расчет деталей. Машиностроение, 1981. 552 с.
5. Стали и сплавы. Марочник: Справ, изд. / В.Г. Сорокин и др; Науч. ред. В.Г. Сорокин, М.А. Гервасьев — М.. «Интермет Инжиниринг». 2001. — 608 с.: ил. ISBN 5-89594-056-0

M.O. Katrenko

EXPERIMENTAL STUDIES OF THE DURATION OF THE IMPELLER OF A RADIAL LOW-FLOW TURBINE

Oles Honchar Dnipro National University, Dnipro, Gagarin avenue 72, 49010,Ukraine

The purpose of the study is to experimentally obtain the characteristics of the durability of the radial impellers of low-cost turbines depending on the frequency of rotation of the rotor and the temperature of the gases in front of the turbine, and compare them with the calculated values. The mathematical model for calculating the durability parameters of the impeller of a radial low-cost turbine was performed according to the methodology presented in the paper [4]. The maximum values of the limit wheel speeds were determined experimentally and by calculation. Sufficient coincidence of the calculated and experimentally determined values of the durability margin of the turbine impeller was obtained.

І.В. Добров

АЛГОРИТМ РАЦІОНАЛЬНОГО ЗАСТОСУВАННЯ ВАЖЕЛЯ ЖУКОВСЬКОГО ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУПРОВІДНОЇ ЛАНКИ МЕХАНІЗМУ

Мелітопольський державний педагогічний університет ім. Б. Хмельницького, вул. Наукового містечка, 59, м.Запоріжжя, Запорізька область, Україна, 69000, e-mail: igordobrov@yahoo.com

У роботі [3] Н.Е. Жуковський показав, що рівнодіюча зовнішніх сил, що діє на рухомий кінематичний ланцюг, який утворює кінематичну схему плоского механізму,еквівалентна рівнодіючій (врівноважуючої) силі, що діє на жорсткий важіль, сторони якого уявляють відрізки прямо пропорційні швидкостям точок ланок механізму до яких прикладені сили, а на окремі ланки механізму ще діють моменти сил в умовах рівномірного обертання (або статичної рівноваги) щодо точки (полюса p_v) жорсткого важеля, швидкість якої дорівнює нулю. На підставі цього положення було розроблено метод визначення моменту обертання провідної ланки механізму, який є загальноприйнятим як "важіль Жуковського" [1,4,5], сутність якого полягає у наступному. До поверненого на кут $\alpha = \pm\pi$ (у напрямку обертання годинникової стрілки $\alpha = +\pi$, проти напрямку обертання годинникової стрілки $\alpha = -\pi$) плану швидкостей (важіль Жуковського), у відповідних точках плану швидкостей прикладаються сили, що діють на плані механізму: сили інерції та сили тяжіння G_j ($j = 1,2,..n$ - число рухливих ланок механізму, де 1-початкова провідна ланка і *n*-остання ведена ланка; зовнішні сили P_i ($i = 1,2,..m < n$), а також наведені до плану швидкостей моменти сил: момент сили інерції $M'_{jn} = M_{jn}\dfrac{bc}{BC \cdot k_v}$ та момент зовнішньої сили $M'_i = M_i\dfrac{ed}{ED \cdot k_v}$, де M_{jn} та M_i - відповідно момент інерції j *j*-ї ланки та момент зовнішньої сили *i*-ї ланки на плані механізму, де кожна з цих ланок що має довжину $l_j = l_{BC} = BC \cdot k_l$ і $l_i = l_{ED} = ED \cdot k_l$ представлені на плані механізму у масштабі k_l відрізками позначеними великими літерами *BC* та *ED*; *bc* і *ed* – відрізки на плані швидкості у масштабі k_v позначені малими літерами та виповідають відрізкам *BC* і *ED* на плані механізму. При цьому напрям наведених моментів M'_{jn} та M'_i визначається для кожного з прийнятих розрахункових схем важеля Жуковського, до яких потрібно віднести так само розрахункові схеми де на кут $\alpha = \pm\pi$ повертаються сил P_{jn}, G_j, P_i, що діють у відповідних точках плану механізму, та відповідні наведені моменти сил M'_{jn} та M'_i, без зміни положення (повороту) важеля Жуковського (плану швидкостей). Таким чином, для будь якої розрахункової схеми важеля Жуковського умову балансу миттєвої потужності можна представити у вигляді рівняння, що відображає умову статичної рівноваги важеля Жуковського поверненого щодо нерухомого полюса p_v, або повернутих сил щодо важеля Жуковського,який не обертається [1,4,5].

$$\sum_{j=1}^{n} P_{jn}h_{jn} + \sum_{j=1}^{n} G_j h_{G_j} + \sum_{i=1}^{m} P_i h_{P_i} + \sum_{j=1}^{n} M'_{jn} + \sum_{i=1}^{m} M'_i + M'_1 = 0, \quad (1)$$

де $M'_1 = P_{1\tau}h_{1\tau v}$ - момент врівноважуючої сили $P_{1\tau}$; h_{jn}, h_{G_j}, h_{P_i} та $h_{1\tau v} = p_v a$ -відповідні плечі сил P_{jn}, G_j, P_i та $P_{1\tau}$ відносно полюсу p_v. З (1) слідує:

$$P_{1\tau} = \frac{\sum_{j=1}^{n} P_{jn}h_{jn} + \sum_{j=1}^{n} G_j h_{G_j} + \sum_{i=1}^{m} P_i h_{P_i} + \sum_{j=1}^{n} M'_{jn} + \sum_{i=1}^{m} M'_i}{p_v a}. \quad (2)$$

Враховуючи, що сила $P_{1\tau}$ перпендикулярна відрізку $p_v a$ і прикладена в точці *a* важеля Жуковського, то ця ж сила має бути перенесена до плану механізму перпендикулярно ланці *1* (відрізку *OA*) і прикладена в точці *A* з урахуванням напрямку $P_{1\tau}$ на плані механізму щодо напрямку $P_{1\tau}$ на важелі Жуковського, врівноважуючий момент провідної ланці*1* (кривошипу довжиною $l_1 = l_{OA} = OA \cdot k_l$) складає

$$M_{1\tau} = \pm P_{1\tau} l_{OA}. \quad (3)$$

Знак (+) у рівнянні (3) вказує, що напрямок дії $M_{1\tau}$ спрямовано у бік обертання кутової швидкості ω_1, а знак (-) вказує, що напрямок $M_{1\tau}$ спрямовано у протилежний бік обертання кутової швидкості ω_1.

Для механізму у складі машини момент приводу, що прикладається до провідної ланки механізму для подолання сили технологічного опору та спрямований у бік обертання провідної ланки (ω_1)для цієї

ланки є моментом сил руху ($M_{1,пр} > 0$ [5,6]. При здійсненні холостого ходу, коли відсутній технологічний опір на відомої ланки механізму, на провідну ланку діє момент сил опору ($M_{1,пр} < 0$) [5,6], спрямований у бік протилежний напрямку ω_1 і забезпечує рівномірне обертання провідної ланки в процесі руху відомих ланок механізму за інерцією. Враховуючи прямо пропорційну залежність між моментами провідній ланці механізму та наведеному моменту сил на важелі Жуковського, можна запропонувати наступний алгоритм застосування важеля Жуковського для визначення врівноважуючого моменту провідній ланці механізму.

Важіль Жуковського повертається на кут $\alpha = \pi$ у бік протилежного напрямку кутової швидкості обертання провідній ланки (ω_1) і в цьому положенні до важеля Жуковського в його відповідних точках прикладаються сили, перенесені з аналогічних точок на плані механізму без зміни їх напрямків,а також наведені моменти сил $M'_{1,пр}$ та M'_1 без зміни їх напрямку відносно напрямку дії аналогічних моментів $M_{1,пр}$ та M_1 на плані механізму. В цьому випадку з (1) слідує [4]:

$$M'_1 = \sum_{j=1}^{n} P_{j,1,пр} h_{j,1,пр} + \sum_{j=1}^{n} G_j h_{G_j} + \sum_{k=1}^{m} P_k h_{P_k} + \sum_{j=1}^{n} M'_{j,1,пр} + \sum_{k=1}^{m} M'_k \tag{4}$$

і, відповідно до визначення моменту приводу машини на провідній ланці механізму [5,6]отримаємо:

$$M_{1,пр} = M'_{1,пр} \frac{l_{OA}}{p_1 a} = \begin{cases} M_{1,пр} \text{ спрямований у бік } \omega_1 \text{ при } M'_{1,пр} > 0; \\ M_{1,пр} \text{ спрямований у протилежний бік } \omega_1 \text{ при } M'_{1,пр} < 0. \end{cases} \tag{5}$$

Приклад. На рис. 1, *а* представлений у масштабі $k_s = 0{,}001 \frac{м}{мм}$ план кривошипно-повзунного механізму, що складається з трьох (*n*=3*)* рухливих ланок на які діють сили: $G_1 < P_{1,пр} < P_{2,пр} < P_3$ та моменти

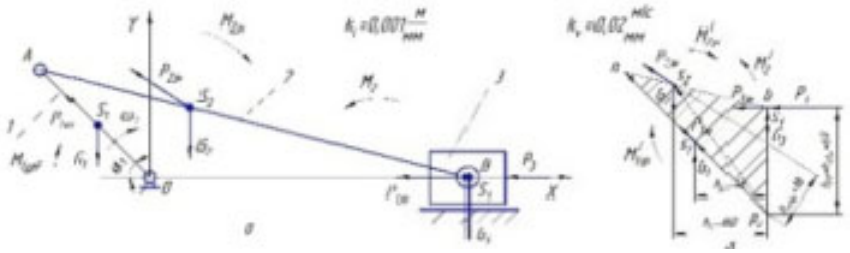


Рис.1.

сил: $M_{1,пр} = M_{2,пр} = 0$, $M_{3,пр} \approx M_3$. На рис. 1, *б* у масштабі $k_v = 0{,}2 \frac{м/с}{мм}$. представлений план швидкості (важіль Жуковського), який повернуто на кут $\alpha = \pi$ в протилежний бік напрямку кутової швидкість (ω_1) обертання провідної ланки *1* на плані механізму. До повернутого важеля Жуковського у точках S_1 , S_2 , b (S_3) прикладаймо сили $P_{1,пр}$ і G_1 , $P_{2,пр}$ і G_2, P_3, $P_{3,пр}$ і G_3, без зміни напрямків цих сил що до їх напрямку у точках S_1 , S_2 , B (S_3) плану механізму та наведені моменти сил $M'_{3,пр} = M_{3,пр} \frac{ab}{BA \cdot k_s} \approx M_3 \frac{ab}{AB \cdot k_s}$, що діють в напрямку $M_{3,пр}$ і M_3 на пані механізму, та отримуємо рівняння (4), (5) для цього випадку у вигляді:

$$M'_{1,пр} = -P_{1,пр} k_{1,пр} - G_1 \cdot k_{G_1} - G_2 \cdot k_{G_2} + (P_3 + P_{3,пр}) k_{3,пр} - M'_{3,пр} + M'_3 > 0$$ і $$M_{1,пр} = M'_{1,пр} \frac{OA \cdot k_s}{p_1 a}.$$

Резюме. Запропонований алгоритм спрощує визначення врівноважуючого моменту сил провідної ланки механізму та у явному вигляді відображає умову збереження балансу потужності в процесі роботи машини при взаємодії приводу машини та провідної ланки її механізму.

Ключові слова: план механізму, план швидкостей, важіль Жуковського, провідна ланка, врівноважуючий момент.

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1975. – 640 с.
2. Добров И. В. К вопросу классификации машин обработки материалов давлением // Технологические системы – 2010. 4. – С. 28–39.
3. Жуковский Н.Е. Полное собрание сочинений. - М.: Гл. Ред. авиац. лит. Т.1. Общая механика / под. ред. А.П. Котельникова - 1937. – 637 с.
4. Кожевников С.Н. Теория механизмов и машин. 2-е изд., перераб. и доп. Киев: Машгиз, 1964. – 674 с.
5. Колчин Н.И., Мовнин М. С. Теория механизмов и машин. – Ленинград: «Судпромгиз», 1962. – 616 с.
6. Dobrov I.V. Mechanics of uniform motion of a rigid body // Lecture Notes in Mechanical Engineering. 2019. P. 733–744.

О.В. Кудін, А.О. Ярош

НЕЙРОМЕРЕЖІВІ ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МЕТОДИ У ЗАДАЧАХ ЗГИНУ ФУНКЦІОНАЛЬНО-ГРАДІЄНТНИХ БАЛОК

Запорізький національний університет, вул. Жуковського, 66,
69600, Запоріжжя, Україна; e-mail: avk256@gmail.com

Розвиток наукових досліджень і технологій, зростання технологічних вимог призводять до розробки нових матеріалів (інтерметаліди, композиційні, функціонально-градієнтні), з винятковими фізичними властивостями. Це зумовлює необхідність розробки нових ефективних підходів до математичного моделювання елементів конструкцій із таких матеріалів, здатних описати їх реакцію на фізичні навантаження. Переважно, такі моделі зводяться до нелінійних диференціальних рівнянь високих порядків, розв'язання яких пов'язано зі значними математичними труднощами та вимагає великих комп'ютерних ресурсів. Отже, актуальною задачею є розвиток обчислювальних методів розв'язку нелінійних задач.

Обчислювальні методи, що побудовані на основі методів Гальоркіна, Релея-Рітца, коллокацій є традиційними при розв'язанні задач прикладної теорії пружності [5]. Метод скінченних елементів є основою для сучасних систем автоматизованого проєктування, що дозволяють розв'язувати мультифізичні задачі.

Останніми роками застосування нейронних мереж у задачах розпізнавання та прогнозування суттєво підвищило якість відповідних систем. У наукових обчисленнях сформувався напрям "scientific machine learning" [10], особливістю якого є застосування методів машинного навчання до моделювання вимогливих до ресурсів наукових задач. Основою для таких методів є теореми про збіжність апроксимації нейронними мережами, які сформульовано та доведено у роботах [3, 11]. Основна ідея цих підходів полягає у заміні невідомої функції та її похідних нейронною мережею [4, 7, 8], далі виконуються операції, специфічні для кожного методу. Результатом є нейронна мережа з параметрами, що відповідають диференційному рівнянню та крайовим умовам. Такі варіанти класичних методів отримують назву глибинних [2, 6, 9, 11, 12]. Результатом є не функція апроксимації, а нейронна мережа з параметрами, що відповідають диференціальному рівнянню та крайовим умовам. Дослідження свідчать про перспективи застосування цього підходу до рівнянь високої розмірності, для яких класичні методи призводять до експоненціального зростання кількості операцій [6, 11, 12]. Глибинний варіант методу Гальоркіна [11] в цілому відповідає класичному підходу та має такі основні етапи.

1. Невідома функція заміняється нейронною мережею, аналітично обчислюються необхідні похідні.
2. Формується цільова функція, яка є комбінацією квадратичних відхилень значень рівняння та граничних умов.
3. Генерується випадкова множина пробних точок з області визначення шуканої функції та граничних умов.
4. Обчислюється значення нев'язок цільової функції у випадкових точках.
5. Застосовується крок градієнтного спуску до значень параметрів нейронної мережі.

В дані роботі розроблено варіанти глибинних методів Гальоркіна, Рітца, коллокацій. Запропоновані підходи застосовано для розв'язання задачі згину балки з функціонально-градієнтного матеріалу [1, 13]. Рівняння рівноваги базуються на зсувній теорії деформації пластин високого порядку з нелінійністю типу фон Кармана [13]. Виконано порівняння отриманих результатів з попередніми дослідженнями. Показана практична збіжність розроблених глибинних методів.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: Згин, балка, функціонально-градієнтний матеріал, нейромережевий обчислювальний метод.

1. Bazmara M., Silani M., Mianroodi M., Sheibanian M. Physics-informed neural networks for nonlinear bending of 3D functionally graded beam // Structures. – 2023. – Vol. **49**. – P. 152–162. – Doi: https://doi.org/10.1016/j.istruc.2023.01.115
2. Cai Z., Chen J., Liu M., Liu X. Deep least-squares methods: An unsupervised learning-based numerical method for solving elliptic PDEs // J. Comput. Phys. – 2020. – **420** (109707). – Doi: http://dx.doi.org/10.1016/j.jcp.2020.109707.
3. Cybenko, G. Approximation by superpositions of a sigmoidal function // Mathematics of control, signals and systems. – 1989. – **2** (4). – P. 303–314
4. Dissanayake M.W.M.G., Phan-Thien N. Neural-network-based approximations for solving partial differential equations // Communications in Numerical Methods in Engineering. – 1994. – Vol. **10** (№ 3). P. 195-201.
5. Fletcher C.A.J. Computational Galerkin methods. – Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1984. – 319 pp.
6. Hongwei Guo, Timon Rabczuk, and Xiaoying Zhuang. A Deep Collocation Method for the Bending Analysis of Kirchhoff Plate // arXiv:2102.02617v1. – 2021. – Doi: https://doi.org/10.48550/arXiv.2102.02617
7. Hornik K. Approximation capabilities of multilayer feedforward networks // Neural networks. – 1991. – **4**(2). – P. 251–257.
8. Lagaris I.E., Likas A., Fotiadis D.I. Artifial Neural Networks for Solving Ordinary and Partial Differential Equations // arXiv:physics/9705023v1. – 1997. – Doi: https://doi.org/10.1109/72.712178

9. Raissi M., Perdikaris P., Karniadakis G.E. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations // Journal of Computational Physics. – 2019. – **378**. – P. 686–707.
10. Rackauckas C. et al. Universal differential equations for scientific machine learning // arXiv. – (2020). – Url: https://arxiv.org/abs/2001.04385
11. Sirignano J., Spiliopoulos K. DGM: A deep learning algorithm for solving partial differential equations // Journal of Computational Physics. – 2018. – Vol. **375**. – P. 1339-136.
12. Weinan E, Bing Yu. The Deep Ritz Method: A Deep Learning-Based Numerical Algorithm for Solving Variational Problems // Commun. Math. Stat. – 2018. – **6**. – P. 1–12. – Doi: https://doi.org/10.1007/s40304-018-0127-z
13. Xuan-Hung Dang. Nonlinear bending analysis of fgm beams under various boundary conditions by Ritz method // International Journal of GEOMATE. – 2023. – Vol. **25** (109). – P. 1–8. – Doi: https://doi.org/10.21660/2023.109.3947

O.V. Kudin, I.M. A.O. Yarosh

NEURAL NETWORK COMPUTING METHODS IN BENDING PROBLEMS OF FUNCTIONAL-GRADIENT BEAMS

Zaporizhzhia National University, Zhukovsky street, 66, 69600, Zaporizhzhia, Ukraine;e-mail: avk256@gmail.com

The development of scientific research and technologies, the growth of technological requirements lead to the development of new materials (intermetallics, composite, functional gradient) with exceptional physical properties.
In recent years, the use of neural networks in recognition and forecasting tasks has significantly increased the quality of the corresponding systems. In scientific computing, the direction "scientific machine learning" was formed, the feature of which is the application of machine learning methods to the modeling of resource-demanding scientific tasks.
In this work, variants of deep methods of Galerkin, Ritz, collocations have been developed. The proposed approaches are used to solve the problem of bending a beam made of functional gradient material. The equilibrium equations are based on the high-order shear theory of plate deformation with von Karman-type nonlinearity. The obtained results were compared with previous studies. The practical convergence of the developed deep methods is shown

С.В. Алексєєнко

ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФОРМ КРИЖАНИХ НАРОСТІВ НА АЕРОДИНАМІЧНИХ ПОВЕРХНЯХ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ

Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», пр. Дмитра Яворницького, 19, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: alexeyenko_sv@ukr.net

В певних льотних умовах переохолоджені краплі води, що містяться в хмарах, можуть замерзати, потрапляючи на аеродинамічні поверхні літальних апаратів. Крижані нарости, які в результаті цього утворюються, можуть мати істотний вплив на аеродинаміку літака, змінюючи форму самої поверхні та її шорсткість. Але питання визначення ступеню цього негативного впливу зледеніння на літальний апарат, який має певні компоновку, конфігурацію і розміри в заданих метеорологічних і льотних умовах, є досить складним і все ще залишається далеким від завершення.

У роботі описана математична модель процесу зледеніння, яка була розроблена на основі експериментальних спостережень [1,3] та базується на рівняннях нерозривності, збереження кількості руху та енергії. При розрахунку зовнішнього потоку вологого повітря, що містить переохолоджені краплі води, використана модель взаємопроникних середовищ. Для опису несучого середовища застосовані осереднені за Рейнольдсом рівняння Навье-Стокса. При моделюванні турбулентності застосовано однопараметричну диференціальну модель Spalart-Allmaras [9] з корекцією для шорсткої стінки [4] та метод від'єднаних вихорів DES [5].

Дискретизація осереднених за Рейнольдсом рівнянь Навье-Стокса виконано з допомогою неявного скінчено-об'ємного методу. Для обчислення конвективних доданків використано схему Roe [8]. В'язкі доданки апроксимуються за триточковим шаблоном з другим порядком точності. Блочно-матрична система рівнянь алгебри вирішується ітераційним алгоритмом Гаусса-Зейделя.

Моделювання наростання криги, що триває в середньому 5-10 хвилин, виконується ітераціями з прирощеннями за часом в умовах, що визначаються параметрами атмосфери. Математична модель, що описує рух переохолоджених крапель, дозволяє обчислити потік вологи, що випадає на обтічну поверхню. Потім на кожному кроці за часом на основі термодинамічної моделі наростання криги для кожного контрольного об'єму визначається форма існування вологи, розраховується товщина шару накопиченої криги і шорсткість поверхні.

Для опису термодинамічних процесів фазових перетворень води, що випала у вигляді переохолоджених крапель на обтічну поверхню, використовується метод контрольних об'ємів [2,6,7,10]. Зовнішні теплові та масові потоки, що входять до рівняння балансу маси та енергії для контрольного об'єму, визначаються безпосередньо з розв'язання системи рівнянь, що описують повітряно-крапельний потік.

Тестування розробленої методики виконано за допомогою відомих експериментальних даних щодо зледеніння профілю NACA 0012 [11].

Розроблене програмно-методичне забезпечення може бути використане поряд з натурними та наземними експериментами для моделювання процесу утворення крижаних наростів, у тому числі «бар'єрної» криги, в заданих метеорологічних умовах та оцінки впливу таких наростів на експлуатаційні характеристики літальних апаратів. Отримані результати можуть знайти застосування при забезпеченні безпеки польотів, розслідуванні авіаційних подій та проектуванні систем протизледеніння.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: зледеніння аеродинамічних поверхонь, наростання криги, чисельне моделювання, вплив зледеніння на літальний апарат слова

1. Alekseenko S. V., Mendig C., Schulz M., Sinapius M., Prykhodko O. A. An experimental study of freezing of supercooled water droplet on solid surface // Technical Physics Letters – May 2016, – Volume 42, Issue 5. – P. 524-527.
2. Alekseenko S.V. Prikhod'ko A.A., Mathematical Modeling of Ice Body Formation on the Wing Airfoil Surface // Fluid Dynamics, 2014, Vol. 49, No. 6. - P. 715–732.
3. Alekseyenko S., Sinapius M., Schulz M., Prykhodko O. Interaction of Supercooled Large Droplets with Aerodynamic Profile // SAE Technical Paper 2015-01-2118, 2015. -12 P.
4. Aupoix B., Spalart, P. R. Extensions of the Spalart-Allmaras Turbulence Model to Account for Wall Roughness // International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 24, 2003. - P. 454-462.
5. Constantinescu G. S., Chapelet M. C., and Squires K. D.Turbulence modeling applied to flow over a sphere. AIAA J. 2003. Vol. 41, No. 9. - P.1733–1743.
6. Fortin G., Ilinca A., Brandi V. A new roughness computation method and geometric accretion model for airfoil icing // J. Aircraft. 2004. Vol. 41, No. 1. - P. 119–127.

7. Guffond D., Hedde T., Henry R. Overview of Icing Research at ONERA, Advisory Group for Aerospace Research and Development // Fluid Dynamics Panel (AGARD/FDP) Joint International Conference on Aircraft Flight Safety - Actual Problems of Aircraft Development, Zhukovsky, Russia – 1993. – 7 p.
8. Roe P. L. Characteristic-based schemes for the Euler equations // Annual review of fluid mechanics. 1986. V. 18. P. 337–365.
9. Spalart P.R., Allmaras S.R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flow // AIAA Paper. N 92–0439. 1992. - 22 p.
10. Wright W.B. Users Manual for the Improved NASA Lewis Ice Accretion Code LEWICE 1.6, National Aeronautical and Space Administration (NASA), Contractor Report, –1995. May. – 95 p.
11. Wright W.B., Rutkowski A. Validation Results for LEWICE 2.0, Final Contractor Report, NASA // CR-1999-208690. – January 1999. – 674 p.

Д.О. Редчиць[1], О.Б. Польовий[1], С.В. Тарасов[1], С.В. Моісеєнко[2]

ВЗАЄМОДІЯ РОТОРІВ ВЕРТИКАЛЬНО-ОСЬОВИХ ВІТРОЕНЕРГЕТИЧНИХ УСТАНОВОК З ПОТОКАМИ ПОВІТРЯ

[1]Інститут транспортних систем і технологій НАНУ, вул. Писаржевського, 5, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: redchits_da@ua.fm
[2]Херсонський національний технічний університет, Береславське шосе, 24, 73008, Херсон, Україна

Підвищення потужності вітроенергетичних установок (ВЕУ) та збільшення коефіцієнта використання енергії вітру робить завдання вибору раціональної аеродинамічної форми ротора дуже актуальною. Провідну роль роботі ВЕУ грають нестаціонарні аеродинамічні процеси, тому основним напрямом досліджень має бути розробка нових універсальних методів розрахунку нестаціонарних процесів при обтіканні потоком роторів вітроагрегатів.

Відомі методики визначення аеродинамічних та енергетичних характеристик ротора ВЕУ засновані на експериментальних даних, імпульсній та вихровій теоріях, чисельному вирішенні рівняння потенціалу. Вони використовують певні припущення при постановці завдання (квазістаціонарність потоку, відсутність обліку в'язко-нев'язкої взаємодії тощо). Головними труднощами розрахунку нестаціонарних процесів при обтіканні роторів ВО ВЕУ є ефекти динамічного зриву потоку. Досі жодна з відомих спрощених моделей не давала можливості адекватно розрахувати аеродинамічні характеристики роторів у разі динамічного зриву потоку.

Рівняння Нав'є-Стокса є найбільш повною математичною моделлю механіки рідини та газу. Тому їх застосування спільно з моделлю турбулентності, рівнянням динаміки ротора дозволяє досліджувати особливості нестаціонарного обтікання, структуру поля швидкостей, динамічний зрив потоку, процеси формування та розпаду вихорів навколо самого ротора та слідом за вітроагрегатом.

У роботі розглядається взаємодія ортогональних роторів Дар’є та Савоніуса вертикально-осьових вітроенергетичних установок з турбулентними потоками повітря. Процеси аеродинаміки та динаміки роторів Дар’є та Савоніуса описуються нестаціонарними рівняннями Нав’є-Стокса нестисливої рідини і рівнянням обертання ротора відносно нерухомої осі. При моделюванні турбулентності використовується однопараметрична диференціальна модель турбулентності Spalart-Allmaras.

Наведено результати чисельного моделювання нестаціонарного обтікання ротора Дар'є (рис. 1). Проаналізовано контури завихреності, розподіл коефіцієнта тиску по поверхні лопаті, значення коефіцієнтів лобового опору, підйомної сили, моменту обертання, нормальної та тангенційної сил. Наведено реконструкцію структури течії при обтіканні дволопатевого ротора Дар'є на основі натурного (рис. 1 а) і обчислювального (рис. 1б) експериментів. Отримані результати задовільно узгоджуються з експериментальними даними. Встановлено, що збільшення коефіцієнта швидкохідності призводить до придушення процесу формування динамічного зриву потоку з лопатей ротора Дар'є. Показано, що основний момент, що крутить, створюється на навітряній ділянці траєкторії лопаті. Виконано аналіз поля течії навколо дво- та трилопатевого ротора Дар'є. Виділено основні стадії формування вихрової структури. Проаналізовано особливості аеродинаміки обтікання при обертанні ротору. Розглянуто вплив чисел Рейнольдса, коефіцієнтів швидкохідності та заповнення на енергетичні характеристики ротора Дар'є. Зростання числа Рейнольдса призводить до збільшення значень коефіцієнта потужності. При зменшенні коефіцієнта заповнення ротора Дар'є значення коефіцієнта потужності стають менш чутливими до зміни коефіцієнта швидкохідності.

Проведено три типи обчислювальних експериментів з вивчення аеродинамічних та енергетичних характеристик дво- та трилопатевого ротора Савоніуса. Для більшості кутових положень нерухомого дволопатевого ротора Савоніуса середній за часом коефіцієнт статичного моменту, що крутить, позитивний. У разі трилопатевого ротора Савоніуса коефіцієнт крутного моменту завжди позитивний при будь-якому кутовому положенні ротора. Збільшення числа Рейнольдса призводить до невеликого поліпшення аеродинамічних властивостей ротора. Виділено основні стадії формування вихрової структури при обертанні ротора Савоніуса (рис. 2). У дослідженому діапазоні визначальних параметрів у дволопатевого ротора Савоніуса значення енергетичних характеристик вище, ніж у трилопатевого. Вирішено зв’язану задачу динаміки та аеродинаміки трилопатевого ротора Савоніуса. Проаналізовано картину течії навколо ротора, наведено залежності коефіцієнтів лобового опору, підйомної сили та моменту обертання, а також кутову швидкість обертання від часу.

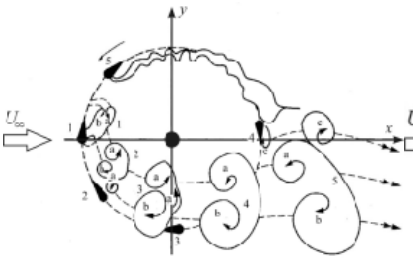


Рис. 1.а

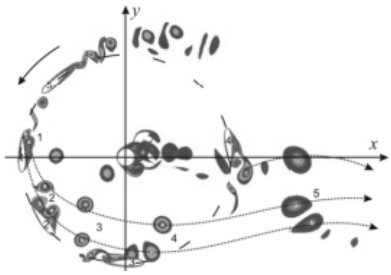


Рис. 1.б

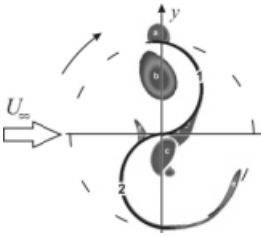


Рис. 2.а

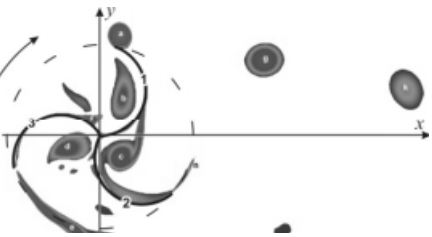


Рис. 2.б

КЛЮЧОВІ СЛОВА: чисельні методи, вітроенергетична установка, ротор Дар'є, ротор Савоніуса, рівняння Нав'є-Стокса, модель турбулентності.

D.O. Redchyts[1], O.B. Polevoy[1], S.V. Tarasov[1], S.V. Moiseienko[2]

INTERACTION OF VERTICAL-AXIS WIND TURBINES ROTORS WITH AIR FLOWS

[1] Institute of Transport Systems and Technology of the National Academy of Sciences of Ukraine, Pysarzhevskogo Str., 5, 49005, Dnipro, Ukraine; e-mail: redchyts_da@ua.fm
[2] Kherson National Technical University, Bereslavskoe highway, 24, 73008, Kherson

The paper considers the interaction of orthogonal Darrieus and Savonius rotors of vertical-axis wind turbines with turbulent air flows. The processes of aerodynamics and dynamics of Darrieus and Savonius rotors are described by the unsteady Navier-Stokes equations of incompressible fluid and the equation of rotor rotation relative to a fixed axis. The structure and patterns of the development of unsteady turbulent incompressible flows in interaction with two- and three-bladed Darrieus and Savonius rotors are analyzed.

А.Г. Зеленський

АНАЛІТИЧНИЙ РОЗВ'ЯЗОК ГРАНИЧНОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ ПЛИТИ У ВИСОКОМУ НАБЛИЖЕННІ З УРАХУВАННЯМ КРАЙОВИХ ЕФЕКТІВ

Придніпровська державна академія будівництва та архітектури,
вул. Архітектора Олега Петрова, 24-А, 49005, Дніпро, e-mail: a.zelensky@ukr.net

Для розрахунків пластин і оболонок існують різні теорії, у тому числі варіанти математичної теорії (МТ). які основуються на зображенні компонент напружено-деформованого стану (НДС) у вигляді нескінченних математичних рядів по поперечній координаті. Широкий огляд теорій і методів наведено в [1, 2, 4 – 6]. Ефективність і точність варіантів МТ залежить від класу використовуваних базових функцій, методології отримання основних рівнянь при зведенні тривимірної задачі до двовимірної, точності задоволення граничних умов на лицевих площинах (поверхнях) та бічній поверхні.

У цій роботі використовується розроблений раніше варіант МТ нетонких трансверсально-ізотропних плит [3]. Варіант теорії основується на розвиненні усіх компонент НДС і граничних умов на бічній поверхні, як функцій від трьох змінних, у нескінченні математичні ряди за поліномами Лежандра по поперечній координаті, використанні тривимірних рівнянь теорії пружності, зведенні тривимірної задачі до двовимірної варіаційним принципом Рейснера і застосуванні методики взаємозв'язаних рівнянь, яка полягає в одночасному врахуванні всіх відповідних доданків у частинних сумах математичних рядів для компонент НДС. Методологія отримання основних залежностей і рівнянь забезпечує точне задоволення граничних умов на лицевих площинах плити довільної сталої товщини. Вказаний варіант МТ показав свою ефективність при визначенні внутрішнього НДС і показників змінюваності пограншарів потенціального і вихрового крайових ефектів.

Розглядається півнескінченна нетонка плита, на яку діє поперечне кососиметричне (згинальне) відносно серединної площини навантаження, що зникає на нескінченності від краю. По напрямку краю, навантаження змінюється за косинусоїдою. На бічній поверхні граничні умови можуть бути задані в напруженнях, переміщеннях, або ж бути мішаними.

Частинні суми рядів для компонент переміщень приймаються у вигляді:

$$U(x,y,z)=\sum_{k=1,3}^{5}P_k(2z/h)u_k(x,y);\quad V(x,y,z)=\sum_{k=1,3}^{5}P_k(2z/h)v_k(x,y);$$

$$W(x,y,z)=\sum_{k=1,3}^{5}P_{k-1}(2z/h)w_k(x,y),$$

де $P_k(2z/h)$ – поліноми Лежандра по товщині плити h, z – поперечна координата, $u_k(x,y),\ldots,w_k(x,y)$ – шукані функції тангенціальних координат (складові переміщень).

Компоненти напружень у цьому наближенні отримані в наступному вигляді:

$$\sigma_{xz}(x,y,z)=\sum_{n=0,2}^{6}P_n t_{xn};\ \sigma_{yz}(x,y,z)=\sum_{n=0,2}^{6}P_n t_{yn};\quad \sigma_z(x,y,z)=\sum_{n=1,3}^{7}P_n s_{zn};$$

$$\sigma_x(x,y,z)=\sum_{n=1,3}^{7}P_n s_{xn};\quad \sigma_y(x,y,z)=\sum_{n=1,3}^{7}P_n s_{yn};\ \sigma_{yx}^{(N)}(x,y,z)=\sum_{n=1,3}^{5}P_n t_{yxn}.$$

,

де $t_{xn},\ldots,t_{yxn}$ – функції складових переміщень і механіко-геометричних параметрів [3].

Система диференціальних рівнянь рівноваги (9-ть рівнянь відносно 9-ти складових переміщень) має 18-й порядок. Алгебраїчними і диференціальними перетвореннями вона зведена до двох систем: одна – неоднорідна 12-го порядку відносно трьох складових поперечного переміщення – описує внутрішній НДС із потенціальним крайовим ефектом, а інша – однорідна 6-го порядку відносно 3-х вихрових функцій – описує вихровий крайовий ефект. Операторними перетвореннями перша система зведена до 3-х незалежних неоднорідних диференціальних рівнянь 12-го порядку, кожне з яких містить одну нову шукану функцію; ліві частини цих рівнянь однакові, а праві відрізняються. Кожне неоднорідне рівняння зведено до неоднорідних рівнянь 2-го порядку. Друга система зведена до одного однорідного диференціального рівняння 6-го порядку, а потім до 3-х однорідних рівнянь 2-го порядку. Загальні розв'язки системи рівнянь рівноваги виражені через загальні розв'язки однорідних і неоднорідних диференціальних рівнянь 2-го порядку, що містять оператори Лапласа і Гельмгольца. Це суттєво спрощує аналітичне розв'язання рівнянь рівноваги. Далі з відповідних залежностей визначаються

загальні розв'язки для компонент НДС, як функцій трьох змінних. В отриманих загальних розв'язках виділені доданки, які описують внутрішній НДС і пограничні шари крайових ефектів. Розглянуті декілька типів граничних умов на бічній поверхні. Сформульовані крайові умови. Наведені умови і рівняння, з яких визначаються всі сталі інтегрування. Проведено аналітичний аналіз отриманих розв'язків з урахуванням впливу крайових ефектів.
КЛЮЧОВІ СЛОВА: нетонка транстропна півнескінченна плита, аналітичний розв'язок граничної задачі, диференціальні рівняння високого порядку, крайові ефекти.

1. Гузь А. Н., Шнеренко К. Н. Линейные задачи для оболочек с учётом деформаций поперечного сдвига. Механика композитов в 12 томах. Концентрация напряжений. Т. 7. Под общей редакцией А. Н. Гузя. Киев: "А.С.К.", 1998. С. 288–328.
2. Гуляев В. И., Баженов В. А., Лизунов П. П. Неклассическая теория оболочек и ее приложение к решению инженерных задач. Львов: Изд-во Львовского ун-та, 1978. 192 с.
3. Зеленський А. Г., Серебрянська П. А. До розрахунку пластин на згин з урахуванням наближень вищих порядків. Вісник Дніпропетр. ун-ту. Дн-вськ, 2008. Т. 16, №5. Серія механіка. В. 11, Т. 1. С. 127–136.
4. Немиш Ю. Н., Хома И. Ю. Напряженно-деформированное состояние нетонких оболочек и пластин. Обобщенная теория (Обзор). Прикл. механика. 1993. Т. 29, № 11. С. 3–32.
5. Прусаков А. П. О построении уравнений изгиба двенадцатого порядка для трансверсально-изотропной пластины. Прикл. механика. 1993. Т. 29, № 12. С. 51–58.
6. Хома И.Ю. Обобщенная теория анизотропных оболочек. К: Наук. думка, 1986. 170 с.

A.G. Zelensky

ANALYTICAL SOLUTION OF THE BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR THE PLATE IN A HIGH APPROXIMATION WITH CONSIDERATION OF EDGE EFFECTS

Dnipro State Academy of Construction and Architecture, St. Architect Oleg Petrov, 24-A, 49005, Dnipro, Ukraine

An analytical solution to the high approximation of the bending boundary value problem for a non-thin transversally isotropic semi-infinite plate is obtained. A version of the mathematical theory developed by the author is used. The solution of the inhomogeneous system of equilibrium equations of the 18th order is reduced to the solution of homogeneous and inhomogeneous differential equations of the 2nd order. Several types of boundary conditions on the lateral surface are considered. An analysis of the solutions taking into account edge effects was performed.

В.І. Лавріненко[1], В.Ф. Молчанов[2], В.Ю. Солод[2], Д.П. Часов[2]

ПОСТАНОВКА НЕСТАЦІОНАРНОЇ ЗАДАЧІ ФІЛЬТРУВАННЯ РІДИНИ У ПОРИСТОМУ СЕРЕДОВИЩІ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ ЇЇ РІШЕННЯ

[1]*Інститут надтвердих матеріалів ім. В.М. Бакуля НАН України, Київ, Україна;* lavrinenko@ism.kiev.ua
[2] *Дніпровський державний технічний університет, Кам'янське, Україна;* v_molchanov@ukr.net , v_solod@ukr.net , 0969995009@ukr.net [2]

При обробці деталей машин на операціях різання, з метою підвищення якості обробки поверхонь, застосовують мастильно-охолоджувальні рідини. Застосування мастильно-охолоджувальних рідин на операціях обробки металів різанням також забезпечує зменшення сил тертя в зоні контактування інструменту з поверхнею деталі, зниження температури зони контактування, відведення часток металообробки із зони контакту. Однак в процесі експлуатації мастильно-охолоджувальні рідини безперервно наповнюються твердими частками металообробки.

Установлено, що абразивні та металічні частки шліфувального шламу, потрапляючи в зону контактування абразивних зерен шліфувального круга з поверхнею деталі, впливають на якість поверхні деталі, яка проявляється утворенням припалювань оброблених поверхонь [1,2]. Для виключення припалювання поверхонь при шліфуванні, зменшення шорсткості поверхні та забезпечення мастильно-охолоджувальних рідин у відповідному робочому стані забруднені рідини необхідно очищати від твердих часток металообробки. Із збільшенням кількості і різноманітності мастильно-охолоджувальних рідин, які використовують на на операціях різання, відповідно зростають і вимоги до технології і апаратного оснащення систем очистки. Для покращення мастильно-охолоджувальних властивостей технологічних рідин їх очищають від механічних домішок, використовуючи сучасні методи та апарати для очищення. Найбільш широке застосування отримують способи очистки гравітацією, в полі відцентрових сил та з використанням електромагнітних полів, фільтруванням [3].

Використання фільтрування для очистки мастильно-охолоджувальних рідин найефективніше, тому що при фільтрування мастильно-охолоджувальних рідин через фільтрувальну перегородку забезпечується повне видалення часток металообробки з рідини [4,5]. Однак структура сипучого фільтрувального матеріалу обумовлює ряд особливостей, які виникають при русі рідин в сипучому пористому матеріалі фільтрувальної перегородки.

В роботі досліджені закономірності процесу фільтрування мастильно-охолоджувальних рідин через сипучі пористі матеріали фільтрувальної перегородки.

Метою дослідження є вивчення і встановлення закономірності процесу фільтрування мастильно-охолоджувальних рідин через сипучі фільтрувальні матеріали. При фільтруванні мастильно-охолоджувальних рідин через шар сипучих фільтрувальних матеріалів середовище фільтрувальної перегородки збільшується із зміною його пористості. Зміна пористості відбувається за рахунок зменшення об'єму пор сипучого фільтрувального матеріалу, оскільки тверді частки разом з рідиною проникають в пори сипучого фільтрувального матеріалу і зберігаються в ньому.

Проведені дослідження дозволили виявити закономірності процесу фільтрування рідини через сипучий матеріал фільтрувальної перегородки і встановили залежності зміни пористості сипучого матеріалу фільтрувальної перегородки.

На підставі залежності зміни пористості сипучого матеріалу фільтрувальної перегородки виведено диференціальне рівняння фільтрування рідини в перемінному пористому середовищі,

$$\frac{\partial^2 P}{\partial z^2}+\Pi\frac{\rho\cdot g}{\alpha\cdot k_\phi}\cdot\frac{\partial P}{\partial t}+\frac{\kappa_з\cdot g\cdot W_м\cdot e^{-W_м\cdot t}}{k_\phi\cdot\rho\cdot W_\phi}=0,$$

де Π – пористість сипучого матеріалу, %;

ρ – щільність сипучого матеріалу, кг/м^3;

α – модуль пружності сипучого фільтрувального матеріалу, Н/м^2;

k_ϕ - коефіцієнт фільтрування, м/с;

$\kappa_з$ - концентрація шліфувального шламу, кг/м^3;

$W_м$ - об'єм мастильно-охолоджуючої рідини фільтрувальної перегородки, м^3;

W_ϕ - об'єм фільтрувальної перегородки, м^3.

Диференціальне рівняння дозволяє задаючись початковими і граничними умовами сформулювати постановку нестаціонарної задачі фільтрування рідини через перемінне сипуче пористе середовища фільтрувальної перегородки в межах часових $0 \le t \le T$ і просторових $0 \le z \le L$ значень,

$P(z, 0) = P_1$; $P(0, t) = P_1$; $P(L, t) = P_2$,

та отримати її рішення методом граничних кінцевих різниць.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: мастильно-охолоджувальні рідини; тверді частки; фільтрування; сипучі матеріали; деформоване пористе середовище.

1. Лавриненко В.И., Молчанов В.Ф., Солод В.Ю., Проц Л.А. Влияние твердых частиц шлама на показатели шероховатости обработанной поверхности при шлифовании и оценка вероятности возникновения царапин на ней. // Надтверді матеріали. – Київ. – 2019. – Т 41, №6(224). – С. 91-102.
2. Молчанов В.Ф. Теоретические исследования вероятности заклинивания твердых частиц при шлифовании. // Вісник Житомирського державного технологічного університету / Серія: Технічні науки. – 2017. – № 2 (80). – Т.2. - С. 114–119.
3. Молчанов В.Ф. Постановка и решение нестационарной задачи фильтрации жидкостей в пористой среде // Вестник Харьковского национального автомобильно-дорожного университета и Северо-Восточного научного центра Транспортной академии Украины. Сборник научных трудов. Выпуск 33. – Харьков, 2006. – С.112-115.
4. Молчанов В.Ф. Постановка нестационарной задачи фильтрации жидкостей в пористой среде // Математичне моделювання. Науковий журнал №1. ДДТУ. – Дніпродзержинськ, 2014. – С 28-30.
5. Молчанов В.Ф. Постановка и решение нестационарной граничной задачи фильтрации жидкостей в пористой среде // Збірник наукових праць Дніпровського державного технічного університету (технічні науки) Випуск №1 (32). – Кам'янське: ДДТУ. – 2018. – С. 53-58.

V.I. Lavrinenko[1], V.F. Molchanov[2], V.Y. Solod[2], D.P. Chasov[2]

FORMULATION OF A NON-STATIONARY PROBLEM OF LIQUID FILTRATION IN POROUS ENVIRONMENT AND STUDY OF ITS SOLUTION

[1] Institute of Superhard Materials of name V.M.Bakul of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine
[2] Dniprovsky State Technical University, Kamianske, Ukraine

When machining machine parts during cutting operations, cutting lubricating and cooling fluids are used to improve the quality of surface treatment. The use of lubricating and cooling fluids in metal cutting operations also reduces friction forces in the contact zone between the tool and the surface of the workpiece, reduces the temperature of the contact zone, and removes metalworking particles from the contact zone. However, during operation, lubricating and cooling fluids coolants are continuously filled with solid metalworking particles.

С.М. Гребенюк, С.І. Гоменюк, О.Г. Спиця, Н.І.-В. Манько

ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ КОМПОЗИЦІЙНОГО МАТЕРІАЛУ З ПОРОЖНИСТИМИ ВОЛОКНАМИ

Запорізький націанальний університет, вул. Жуковського, 66,
69600, Запоріжжя, Україна; e-mail: manko.nataly2017@gmail.com

У роботі викладено чисельний підхід до визначення напружено-деформованого стану композиційних матеріалів, армованих односпрямованими порожнистими волокнами. Для опису механічних характеристик неоднорідного матеріалу, яким є волокнистий композиційний матеріал, використовуються методи гомогенізації механічних характеристик. За відомими формулами визначено ефективні пружні сталі композиційного матеріалу із порожнистими волокнами, які можуть бути як ізотропними, так і транстропними. Неоднорідний волокнистий композиційний матеріал моделюється однорідним гомогенізованим транстропним матеріалом. Для визначення напружено-деформованого стану композиційних конструкцій використано метод скінченних елементів, а саме його модифікацію – моментну схему скінченного елемента. Суть цієї схеми полягає у подвійній апроксимації компонент переміщень та складових тензору деформацій, які розкладаються у ряд Тейлора. Згідно з моментною схемою із розкладання деформацій виключаються певні доданки, які не входять у розкладання переміщень. Це дозволяє врахувати переміщення скінченного елемента як абсолютно жорсткого цілого та уникнути такого негативного явища традиційної схеми скінченного елемента як ефект «хибного» зсуву. Основні співвідношення матриці жорсткості дозволяють враховувати просторовий характер армування волокнами. За допомогою представленого чисельного підходу проведено розрахунок порожнистого циліндра під дією внутрішнього тиску з волокнистого композиційного матеріалу. Досліджено збіжність чисельних розрахунків при різних сітках скінченних елементів. Проведено порівняння чисельних розрахунків із аналітичним розв’язком для різних значень об’ємного вмісту волокна та об’ємного вмісту порожнини у волокні.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: напружено-деформований стан, моментна схема, гомогенізація, волокнистий композиційний матеріал, армування волокнами.

В.О. Гурідова, А.Г. Дем'яненко

ПРУЖНІ МЕХАНІЧНІ СИСТЕМИ З ДВОХВИЛЬОВИМ ХАРАКТЕРОМ РУХУ ТА ЇХ ДОСЛІДЖЕННЯ НЕКЛАСИЧНИМ МЕТОДОМ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ

Дніпровський державний аграрно-економічний університет, вул..Сергія .Єфремова, 25, 49009, Дніпро, Україна, e-mail: anatdem@ukr.net

Світлій пам'яті доктора фізико-математичних наук, професора Горошко О.О..

Проблема динамічної дії рухомого інерційного навантаження на пружні об'єкти та споруди має понад 175 річну історію. Поштовхом до інтенсивних теоретичних та експериментальних досліджень стали катастрофи – руйнування мостів з довгими прогонами, зокрема Честерського мосту в Англії у 1847 р. Перед інженерами в першу чергу постало питання, чим відрізняються результати дії рухомого навантаження на пружні елементи та споруди від статичного. Інтерес до цієї проблеми з часом перемістився з чисто прикладної в область фізико-математичну – побудови механічних, відповідних математичних моделей та їх дослідження, оскільки розмаїття постановок задач і методів їх розв'язування нерідко породжували суперечливі результати. Прикладами таких систем є мости, трубопроводи, стержні, пластинки, оболонки за дії рухомих масових потоків. Сучасне збільшення мас і швидкостей руху ставить нові задачі, викликаючи появу нових підходів у механічному та математичному моделюванні, нових і удосконалення старих методів їх дослідження, які дозволяють більш повно виявити усі кількісні та якісні особливості кінематичних та динамічних характеристик руху таких систем. Суттєво змінилося і традиційне уявлення про механічні системи з рухомим інерційним навантаженням. До цього класу задач в рамках певних аналогій можна віднести об'єкти змінної за часом довжини та об'єкти, які рухаються у поздовжньому напрямку, такі як нитки, дроти, профільні стержні у прокатному виробництві, смугові та ланцюгові пили, паски пасових передач, канати шахтних підіймальних машин. В залежності від способу схематизації інерційних властивостей пружної конструкції і рухомого навантаження існують чотири принципово різних постановки задачі про вплив рухомого навантаження на пружні конструкції та споруди. Найбільш складним є варіант, де враховуються як сили інерції самої конструкції так і сили інерції рухомого навантаження. Дослідження якісних та кількісних характеристик руху таких об'єктів зводиться до аналізу математичної моделі

$$L\left(x,t,\frac{\partial}{\partial t},\frac{\partial}{\partial x}\right)w = L_1\left(\frac{\partial}{\partial x},\frac{\partial}{\partial t}\right)\cdot q(x,t) \tag{1}$$

з відповідними крайовими та початковими умовами, де при сталій швидкості руху

$$q(x,t) = -\frac{q_0+q_1}{g}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - 2\frac{q_1 v}{g}\frac{\partial^2 w}{\partial t\partial x} - \frac{q_1 v^2}{g}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \tag{2}$$

Основними особливостями математичних моделей цих задач, по - перше, є наявність у диференціальних рівняннях у тому чи іншому вигляді інерційного оператора (2), який визначає силову дію на пружний об'єкт рухомого масового навантаження. Характерним є той факт, що силова дія залежить, як від інтенсивности $q_1(x)$ і швидкості руху v потока навантаження, так і від деформації пружного об'єкта w(x,y,t), причому, чітко видно залежність силової дії від прискорення деформації $w_{tt}(x,y,t)$, швидкості кутової деформації $w_{tx}(x,y,t)$ та зміни кривини пружної лінії об'єкта $w_{xx}(x,y,t)$ тобто в такого роду системах силова дія є слідкуюча за поведінкою системи змінюючи свою величину и напрямок в процесі деформації. Таким чином, силова дія на пружний об'єкт, викликана рухомою масою, не є заздалегідь визначеною а визначається поточним станом системи. Це є другою особливістю задач динаміки пружних систем у полі сил інерції рухомих навантажень. Третьою суттєвою особливістю цих задач є наявність в математичній моделі у тій чи іншій формі непарної за часом змішаної похідної, яка обумовлена прискоренням Коріоліса рухомого масового навантаження і утворює деякі труднощі при побудові розв'язків, а саме, не дозволяє розділити просторову x і часову t змінні за класичною схемою Фур'є в дійсній області шуканих функцій. До інерційного оператора (2) у тому чи іншому вигляді зводиться і аеродинамічна дія на пружні системи рухомого потоку рідини чи газу, причому, як відомо, швидкості рідини у трубопроводах літальних апаратів досягають 50-80 м/с, газів 200 – 250 м/с. Задачі цього класу складають самостійний напрямок у будівельній механіці та МТДТ. У зв'язку з неможливістю прямого застосування класичного методу Фур'є до дослідження математичних моделей цих задач у загальному випадку зроблені спроби його модифікації та узагальнення. Саме в розвиток цього напрямку започатковано метод двохвильового подання коливань пружних об'єктів за дії рухомого інерційного навантаження, фізична інтерпретація якого вперше була наведена О. О. Горошко та який дозволяє у деяких випадках отримати точні розв'язки задач у вигляді суми двох рядів. Один з рядів являє собою класичну частину розв'язку, а другий ту частину, яка обумовлена інерційністю рухомого навантаження або зміною довжини об'єкта і не виявляється при традиційному застосуванні прямих методів

математичної фізики. Форми першої групи названі власними формами, а форми другої групи – супровідними формами коливань пружної системи, які обумовлені і нетривіальні лише за наявності рухомого інерційного навантаження або інших чинників системи. Згодом розвиток цього методу набув деяких математичних узагальнень у працях школи Скоробагатько В.Я., Каленюка П.І., які знаходять і, без сумніву, знайдуть своє подальше застосування. В доповіді коротко наведено історію виникнення і розвитку некласичного методу відокремлення змінних (метод двохвильового подання коливань) запропонованого О.О.Горошко, зроблено акцент на деяких аналогіях математичних моделей задач статики і динаміки пружних об'єктів з рухомим інерційним навантаженням та пружних об'єктів змінної довжини, що в свою чергу обумовлює аналогії в їх поведінці. В якості одного з прикладів розглянуто коливання та стійкість одновимірного пружного об'єкта на пружній основі за дії рухомого інерційного навантаження сталої інтенсивності. Математична модель задачі побудована на основі моделі Тимощенка та досліджена методом двохвильового подання руху. що дозволяє побудувати її точний розв'язок. Проаналізовано вплив геометрико-жорсткісних параметрів системи «несучий об'єкт – рухоме інерційне навантаження» на її коливання та стійкість. Виявлено нові якісні особливості руху. Урахування сил інерції Коріоліса в інерційному операторі для моделі Тимошенко дозволяє більш повно дослідити якісну сторону поведінки системи. Чисельний експеримент показав, що зі збільшенням швидкості руху навантаження власні частоти коливань зменшуються, однак є проміжки, на яких зі збільшенням швидкості руху частота коливань збільшується. Ці проміжки обмежені значеннями першої v_1^{cr} та v_2^{cr} другої критичних швидкостей. Коли швидкість руху навантаження досягає значень v_1^{cr} відбувається статична втрата стійкості, а коли швидкість руху навантаження досягає значень v_2^{cr}, відбувається динамічна втрата стійкості. Що стосується аналогій математичних моделей, то неважко показати, що у самому простому випадку задачу про поперечні коливання балки за дії рухомого інерційного навантаженням у критичному режимі в наближеній постановці можемо звести до відомої задачі Ейлера про стійкість стиснутого стержня. Аналогічно, неважко довести аналогію математичних моделей динаміки пружного об'єкту за дії рухомого інерційного навантаженням та пружного об'єкту змінної довжини.

С.В. Тарасов, Д.О. Редчиць, А.С. Тарасов

МОДЕЛЬ ДИНАМІКИ Н-РОТОРА ДАР'Є ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ СТАРТОВИХ І РОБОЧИХ РЕЖИМІВ РОБОТИ

Інститут транспортних систем і технологій НАНУ, вул. Пісаржевського, 5, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: tsv.transmag@gmail.com

Необхідність нових досліджень та конструктивних доробок спрямованих на підвищення енергетичної ефективності Н-роторів Дар'є обумовлені складністю аеродинамічних процесів, що відбуваються при їх обтіканні вітровим потоком у різних робочих режимах. Алгоритми відстеження максимальної потужності, що активно розвиваються в даний час, дозволяють суттєво підвищити енергоефективність Н-роторів [1]. Ці алгоритми ґрунтуються на непрямому відстеженні змін швидкості вітру та відповідної адаптації частоти обертання ротора для підтримки максимальних значень вихідної потужності. У цій галузі представлено багато досліджень [1], що вимагає ретельного аналізу при виборі відповідної методики. Такий аналіз неможливий без використання моделей динаміки ротора, що поєднують у собі достатню повноту та точність при їх замиканні рівняннями генеруючої системи [2].

Розроблено модель динаміки Н-ротору Дар'є вертикально-осьової вітроенергетичної установки. Ротор Дар'є розглядається як абсолютно тверде тіло, що обертається під дією змінних аеродинамічних сил при різних швидкостях вітру. Досліджено три режими роботи ротору: розгону, гальмування та генерації електроенергії. Розрахункова схема моделі дозволяє без зміни її структури дослідити динаміку роторів з довільним числом лопатей, що мають симетричний, несиметричний та розімкнений профіль різного ступеня замкнутості (J-профіль) [3].

Запропоновано алгоритм розрахунку аеродинамічних сил, які діють на лопаті ротора за їх кругового обтікання при старті, робочих режимах та гальмуванні для довільних значень коефіцієнта швидкохідності. Встановлено, що при круговому обтіканні лопатей Н-ротора Дар'є можливі лише вісім варіантів взаємного спрямування векторних компонентів розподілених сил лобового опору та розподілених підйомних сил при позитивних та негативних кутах атаки. Алгоритм спрощує та формалізує програмний алгоритм розрахунку розподілених аеродинамічних сил при врахуванні їхньої знакозмінності при круговому обтіканні лопатей.

Модель динаміки дозволяє враховувати залежність величин і знаків коефіцієнтів аеродинамічного опору та підйомної сили від зміни числа Рейнольдса, викликаної змінністю швидкості обтікання лопатей при їх русі круговою траєкторією. Це підвищує точність розрахунку аеродинамічних силових факторів та динаміки перехідних процесів ротора в цілому.

Досліджено динаміку перехідних режимів Н-роторів Дар'є з симетричними та J-профілями різного ступеня замкнутості від моменту старту при зміні коефіцієнта швидкохідності від нуля до робочих значень. Проведено тестові розрахунки трьох типів Н-роторів Дар'є з трьома лопатями (рис. 1) потужністю 400 Вт, 20 кВт та 420 кВт із симетричними профілями NACA 0018 та J-профілями на їх основі різного ступеня замкнутості. При розрахунку динаміки J-роторів використовувалися експериментально отримані за участю авторів криві залежності коефіцієнтів підйомної сили та аеродинамічного опору від кута атаки для J-профілів зі ступенем замкнутості 0,25, 0,5 та 0,75. При проведенні експериментів в аеродинамічній трубі використовувалися моделі лопатей, що виготовлені методом 3D друку за розробленою методикою. На рисунку 2 наведено виготовлену методом 3D друку J-лопать зі ступенем замкнутості 0,5 з торцевими пластинами для запобігання перетікання повітря, що розташована на аеродинамічних вагах в аеродинамічній трубі.

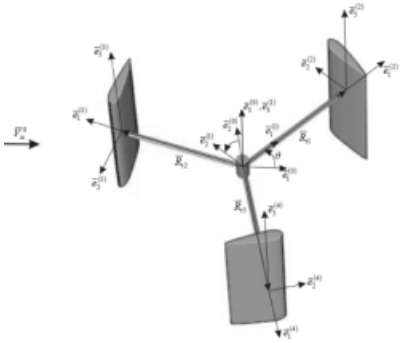


Рис. 1

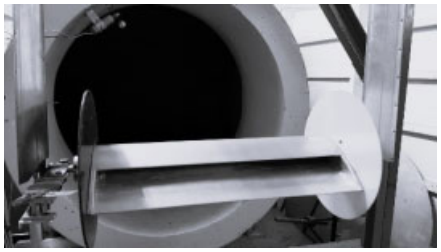


Рис. 2

Для режимів авторотації та керованих режимів отримані криві для оцінки значень нормальних та тангенціальних сил діючих на лопаті, моментів на валу ротора, зусиль в опорно-поворотному вузлі необхідні для розрахунку лопатей, траверс, опорно-поворотного вузла та мачти на міцність. Порівняльний аналіз результатів розрахунку динаміки досліджуваних роторів показав, що облік впливу зміни числа Рейнольдса при роботі роторів у широкому діапазоні кутових швидкостей істотно впливає на адекватність результатів моделювання динаміки реальним процесам, що має місце у різних режимах роботи.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: модель динаміки, алгоритм розрахунку аеродинамічних сил, симетричні, несиметричні та J-профілі

1. Pande J., Nasikkar P., Kotecha K., Varadarajan V. A Review of Maximum Power Point Tracking Algorithms for Wind Energy Conversion Systems // J. Mar. Sci. Eng. – 2021. - **9**. - 1187.
2. Beltran B., Ahmed-Ali T., Benbouzid M.E.H. High-Order Sliding-Mode Control of Variable-Speed Wind Turbines // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 2009. – 56, N 9. - P.3314-3321.
3. Rezaeiha A., Kalkman I., Blocken B.Effect of pitch angle on power performance and aerodynamics of a vertical axis wind turbine // Applied Energy. - 2017. – 197. – P.132–150.

S.V. Tarasov, D.O. Redchyts, A.S. Tarasov

MODELS OF THE DYNAMICS OF DARRIEUS H-ROTOR TO STUDY STARTING AND OPERATIONAL MODES

Institute of Transport Systems and Technology of the National Academy of Sciences, Dnipro, Ukraine

Models of the dynamics of the rotor as a solid body rotating under the variable aerodynamic forces have been developed in order to study the dynamics of wind installations with a Darrieus H-rotor in overclocking modes, operation under generating mode at different wind speeds and braking mode. Proposed is an algorithm to calculate the aerodynamic forces at circular blade flow.

Т.С. Кагадій, А.Г. Шпорта

ДОСЛІДЖЕННЯ УСКЛАДНЕНОЇ КОНТАКТНОЇ ВЗАЄМОДІЇ ЗА ДОПОМОГОЮ МЕТОДА ЗБУРЕНЬ

Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», пр. Дмитра Яворницького, 19, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: rector@nmu.org.ua

Проблема контакту має особливе значення при конструюванні машин та в будівництві, оскільки вона визначає процеси зносу, міцності, руйнування та довговічності деталей та споруд. Виникає необхідність у проведенні коректної попередньої оцінки напружено-деформованого стану поставленої задачі. При цьому потреба враховувати наявність тертя в процесі аналізу контакту стає дедалі гострішою, оскільки наявність і ступінь адгезії має вагоме значення в багатьох галузях науки і техніки, як то аерокосмічна, біомедична, електронна та ін. [2]. Необхідність розв'язання цих питань обумовила важливість розробки методів розрахунку контактних взаємодій, а також дослідження конкретних задач.

Ефективним математичним апаратом, що дозволяє побудувати розумне рівняння апроксимації і оцінити застосування різних гіпотез для контактних задач, є асимптотичний аналіз. Його застосування дозволяє врахувати наявність циліндричної анізотропії матеріалу, а також ускладненої геометрії у кожному з випадків.

Метою даної роботи є дослідження напружено-деформованого стану півнескінченної або скінченної пружної анізотропної пластини у вигляді зрізаного криволінійного сектора під дією жорсткого штампа, за наявності ділянок ковзання та зчеплення.

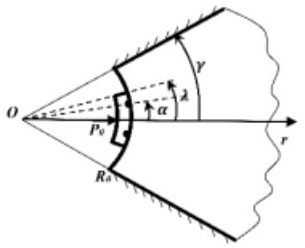


Рис.1

Нехай пружна пластина $R_0 \le r < \infty,\ -\gamma \le \theta \le \gamma$ закріплена за кромками $\theta = \pm\gamma$. На межу $r = R_0$ на ділянці $-\lambda \le \theta \le \lambda$ діє жорсткий штамп з основою, що співпадає з межею $r = R_0$, навантаженою нормальним зусиллям P_0 (штамп переміщується поступально, паралельно осі r). Припускається, що в області контакту штампа з пластиною існують дві ділянки ковзання, що примикають до кінцевих точок області контакту, та ділянка зчеплення, розташована між ними. У зонах ковзання зсувні зусилля направлені у протилежні боки.

Граничні точки ділянки зчеплення $(\theta = \pm\alpha)$, що заздалегідь невідомі та повинні бути визначені у ході розв'язання задачі, розташовані симетрично відносно осі r (рис.1). Напруження в цих точках повинні бути обмежені та неперервні. Пластина товщиною δ працює в умовах узагальненого плоского напруженого стану. Матеріал її є ортотропним, головні напрямки анізотропії співпадають з полярними координатами r, θ. Потрібно визначити закони розподілу напружень під штампом і розмір ділянки зчеплення.

Математична модель поставленої задачі описана за допомогою рівнянь рівноваги та співвідношень Коші. Для розв'язання застосовано метод збурень [1], при цьому введено малий параметр ε у вигляді співвідношення фізичних характеристик матеріалу. Запропоновані перетворення координат і шуканих функцій, що залежать від малого параметру. Використання вказаних перетворень дозволило розкласти вихідні крайові задачі на дві складові, що різняться за своїми властивостями. Розв'язок було знайдено у вигляді суперпозиції результатів двох типів [3]. Кожен з напружено-деформованих станів містить основну функцію та допоміжну. Невідомі функції розшукувались із застосуванням розкладень у ряди за параметром ε, при цьому виникала потреба у побудові асимптотичних послідовностей. У кожному наближенні основні функції знайдено з рівнянь Лапласа, допоміжні - за допомогою інтегрування. Проведено аналіз граничних умов. Показано, що вони практично завжди можуть бути сформульовані для основних функцій.

Встановлено залежність розміру ділянки зчеплення від характеристик жорсткості штампу (для різних матеріалів), розмірів штампу і кута розкриття сектора. Отримано розподіл напружень під штампом в залежності від розмірів області контакту пружної анізотропної пластини зі штампом.

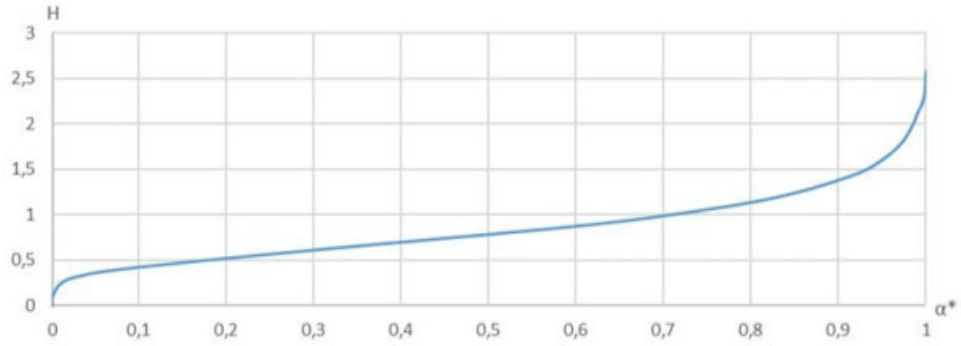


Рис.2

На рис.2. залежність розміру ділянки зчеплення α_* від параметру $H = \rho(G/B_1)^{-1/2}$ для $(G/B_1)^{1/2} = 0.348$ (H обчислювалось при наступних значеннях коефіцієнта тертя ρ: 0; 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9).

Тут можна відстежити вплив зростання залежного від коефіцієнту тертя параметра $H = \rho(G/B_1)^{-1/2}$ на збільшення ділянки зчеплення між штампом і пластиною.

Досліджено вплив параметру λ/γ (відношення розміру області контакту до розміру вільної границі пластини) на розподіл напружень під штампом.

Крім того, в роботі пропонується узагальнення методу збурень [1] до розв'язання двовимірних контактних задач електропружності, що відкриває нові можливості для дослідження багатьох практично важливих задач, які не мали не тільки аналітичних, але й чисельних розв'язків. Розглядаються електропружні матеріали з прямолінійною анізотропією.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: метод збурень, асимптотичний метод, контактна взаємодія, адгезія, тертя, зчеплення, задача Галіна.

1. *Кагадій Т.С. Шпорта А.Г., Білова О.В., Щербина І.В.* Математичне моделювання в задачах геометрично нелінійної теорії пружності // Прикладні питання математичного моделювання. – 2021. – Т. 4, №1. – С. 103–110. https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.1.11
2. *Ciavarella M.,Joe J.,Papangelo A., Barber J. R.* The role of adhesion in contact mechanics //J. R. Soc. Interface. –2019. – Article ID:20180738. http://doi.org/10.1098/rsif.2018.0738
3. *Shporta A. H., Kagadii T. S., Govorukha V. B., Onopriienko O. D., Zhao* S. ANALYSIS OF NUMERIC RESULTS FOR ANALOGUE OF GALIN'S PROBLEM IN CURVILINEAR COORDINATES// Natsional'nyi Hirnychyi Universytet. Naukovyi Visnyk. – 2023. –V.1. –P. 142-148. https://doi.org/10.33271/nvngu/2023-1/142

В.З. Грищак

ЗАГАЛЬНА СТІЙКІСТЬ ТА БІФУРКАЦІЙНИЙ СТАН ПІДКРІПЛЕНОЇ СКЛАДЕНОЇ ОБОЛОНКОВОЇ КОНСТРУКЦІЇ ЗМІННОЇ ГАУССОВОЇ КРИВИЗНИ ВІДСІКІВ ПРИ КОМБІНОВАНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», 19, Дмитро Яворницький пр-кт, Дніпро, 49005, Україна, e-mail: hryshchakk.v.z@nmu.one

Складені оболонкові конструкції є силовими елементами будівельних споруд, літательных апаратів і інших систем нової техніки. Тому дослідженню їх здатності сприйняття зовнішнього навантаження, не дивлячись на значну кількість публікацій у цій області, залишається актуальним. Необхідність підвищення експлуатаційних характеристик оболонкових систем, наприклад авіаційної і ракетно-космічної техніки, і зниження їх матеріаломісткості приводять до пошуку досконаліших форм і раціонального підкріплення ребрами жорсткості, зокрема поперечним силовим набором. Як показує аналіз, таку властивість має зокрема складена оболонкова конструкція типу "бочка-оживало". У деяких випадках зовнішнього навантаження ефективними з точки зору рівностійкості системи вцілому є оболонкові відсіки з відмінною Гаусовою кривизною серединної поверхні.

Дана доповідь присвячена дослідженню рівної стійкості складених підкріплених поперечним силовим набором оболонкових конструкцій змінної Гаусової кривизни серединної поверхні відсіків і прольотів по відношенню до локальних і загальних форм біфуркації, які приводять до збільшення стійкості складеної системи при комбінованому навантаженні і зниженню її матеріаломісткості. Аналіз базується на застосуванні методів початкових параметрів у матричній формі, із застосуванням гібридного асимптотичного підходу на базі методу фазних інтегралів та процедури ортогоналізації за Гальоркіним, ефективних з точки зору дискретності розташування відсіків і підкріплюючих конструкцію силових елементів, і скінченних різниць по відношенню до основних диференціальних рівнянь деформування кожного відсіку при наявності дискретно розташованих проміжних шпангоутів з урахування основних жорсткісних характеристик. Досліджується вплив на локальну і загальну стійкість, а також на взаємодію форм біфуркації складеної оболонкової конструкції, параметрів Гаусової кривизни серединної поверхні при комбінованому навантаженні трьома зовнішніми зусиллями, кожна з яких здатна привести досліджувану систему до втрати стійкості. Особлива увага приділяється урахуванню жорсткості шпангоутів з площини початкової кривизни та характеру поведінки граничних поверхонь, які відокремлюють область загальної стійкості від області втрати стійкості конструкції в залежності від зміни жорсткісних характеристик системи, геометричної форми серединної поверхні відсіків та характеру зовнішнього навантаження, включаючи характер зміни розподілу зовнішнього тиску за осьовою координатою та наявність розтягуючих зусиль. Застосовано аналітико-чисельний підхід до розв'язання задачі біфуркації станів з точки зору локальної і загальної стійкості дискретно підкріплених проміжними шпангоутами тришарової оболонкової конструкції типу «конус-циліндр».

Аналіз результатів розрахунків показав, що даний підхід до розв'язання проблеми біфуркації і рівної стійкості відсіків складеної конструкції по відношенню до локальної і загальної форм випинання дозволяє обирати раціональні геометричні параметри і параметри жорсткості складових оболонок і силових елементів з точки зору поліпшення вагових характеристик конструкції. Запропонований алгоритм візуалізації закритичних форм біфуркації підкріплених оболонкових систем змінної Гаусової кривизни серединної поверхні відсіків дозволяє зробити висновок про її раціональні характеристики з виявленням потенційно небезпечних зон руйнування.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: складена оболонкова система, дискретне розташування проміжних шпангоутів, знак Гаусової кривизни серединної поверхні відсіків, комбіноване навантаження, локальна і загальна форма біфуркації, гранична поверхня, візуалізація процесу деформування.

V.Z. Gristchak

OVERAL BUCKLING AND BIFURCATION STATE FOR THE RAINFORCED CONPOUND SHELL STRUCTURE WITH DIFFERENT GAUSSIAN CURVATURE COMPARTMENTS UNDER COMBINED LOADING

National Technical University "Dnipro Polytechnic", 19, Dmytra Yavornytsky ave, Dnipro.

Within the framework of the formulated direction of research the main attention is devoted to the study of equal stability of composite shell structures reinforced with a transverse force set of variable Gaussian curvature of the middle surface of compartments and spans in relation to local and general forms of bifurcation, which lead to an increase in the stability of the composite system under combined loading and reducing its material intensity.The proposed algorithm for visualization of closed forms of bifurcation of reinforced shell systems of variable Gaussian curvature of the median surface of the compartments allows us to draw a conclusion about its rational characteristics with the identification of potentially dangerous zones of destruction.

KEY WORDS: composite shell system, discrete arrangement of intermediate frames, sign of Gaussian curvature of the middle surface of compartments, combined load, local and general form of bifurcation, boundary surface, visualization of the deformation process.

А.Ю. Дреус[1], А.В. Сохацький[2], О.В. Кравець[1]

ВИКОРИСТАННЯ ЕКРАННОГО ЕФЕКТУ ДЛЯ СТВОРЕННЯ ВИСОКОШВИДКІСНИХ АЕРОДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ: ОГЛЯД ТА ПЕРСПЕКТИВИ

[1]Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, пр. Гагаріна, 72, Дніпро, 49010, Україна; e-mail: dreus@mmf.dnu.edu.ua
[2]Університет митної справи і фінансів, вул. Володимира Вернадського, 2/4, 49000, Дніпро, Україна

Екранний ефект, який проявляється в істотному збільшення несучих властивостей і аеродинамічної якості несучої поверхні під час польоту поблизу поверхні, є фізичним підґрунтям для створення високошвидкісних низьколітаючих апаратів – екранопланів, або Wing-in-Ground crafts (WIG crafts) в західній термінології. Згідно з залежністю швидкості та енергоозброєності Габріеля-Кармана екранопланний режим руху літального апарату дозволяє суттєво збільшити його швидкість та вагове навантаження на одиницю потужності енергетичної установки. Перші розробки таких великих апаратів, що використовують динамічний принцип підтримки над поверхнею, були виконані ще в 60-ті роки XX сторіччя (наприклад проєкти «Орленок» (СРСР), Уорнер “Compresser” аероплан (США), Aerosladge No 8 (Фінляндія), XTW-1 (Китай)). Проте, внаслідок технічних і економічних чинників, ці проєкти не отримали розвитку і на сьогодні військове та комерційне використання такого типу засобів є обмеженим.

В представленій роботі представлено світовий і вітчизняний досвід з розробки екранопланних систем. Проаналізовано енергетичні і економічні показники цього виду транспортних засобів. Відзначається, що беззаперечним трендом розвитку сучасних транспортних технологій є використання безпілотних літальних апаратів. Війна, яку розв’язала рф проти України, виявила певний комплекс проблем та задач в галузі розвитку безпілотних технологій, як на полі сучасного бою, так і в промисловому комплексі, зокрема нестачу вітчизняних сучасних високошвидкісних автономних аеродинамічних систем і комплексів, що здатні вирішувати багатоцільові задачі. Зокрема слід відзначити потребу в розробці національних технологій в галузі розробок високошвидкісних водних, підводних та надводних систем. Теоретично обґрунтовується можливість розробки високошвидкісного транспортного безпілотного транспортного засобу, що використовує динамічний принцип підтримки над поверхнею. Виконано оцінку ефективності екронопланних систем згідно залежності Габріеля-Кармана і показано, що такі системи можуть потенційно зайняти нішу швидкостей 200-500 км/год, яка не використовується на практиці.

Ключову роль при реалізації динамічного принципу підтримки належить процесам аеродинаміки несучої поверхні поблизу екрану (відносно рівної поверхні землі або води). Характер впливу екрану на аеродинамічні характеристики об’єкта є достатньо складним, залежить від багатьох факторів і, на сьогодні, вивчений лише для окремих випадків. Основною проблемою при створенні технологій безпілотних WIG систем є відсутність обґрунтованої теорії польоту таких апаратів, на основі якої можна забезпечити безпечну автономну роботу на всіх крейсерських етапах. Саме на дослідженнях різних аеродинамічних схем та компоновок, впливу профілю поверхні на аеродинамічну якість, питань стабілізації польоту спрямовано більшість сучасних досліджень з аеродинаміки екранопланів. Представлено методологію експериментальних досліджень екранного ефекту і результати таких досліджень в Дніпровському національному університеті імені Олеся Гончара.

Роботу виконано за фінансової підтримки Національного фонду досліджень України в рамках проекту 2022.01/0170 «Обґрунтування аеродинамічних і проєктних параметрів високошвидкісного надводного безпілотного літального апарату».

КЛЮЧОВІ СЛОВА: аеродинаміка безпілотних апаратів, екранний ефект, енергетична еффективність БПЛА, історія аеродинамічних систем

A. Dreus[1], A.V. Sokhatskyi[2], O.V. Kravets[1]

USE OF THE WING-IN-GROUND EFFECT TO CREATE HIGHSPEED AERODYNAMIC SYSTEMS: REVIEW AND PROSPECTS

[1]*Oles Honchar Dnipro National University, Haharina ave., 72, 49010, Dnipro, Ukraine; e-mail: dreus@mmf.dnu.edu.ua*
[2]*University of Customs and Finance,Volodymyr Vernadskyi st, 2/4, 49000, Dnipro, Ukraine*

The wing-in-ground effect is the physical basis for creation of high-speed low-flying vehicles: Wing-in-Ground crafts (WIG crafts), due to a significant increase in the load-bearing properties and aerodynamic quality of the wing during the flight near the surface. The first developments of such large devices using the dynamic principle of support above the surface were carried way back to the 60's of the XX century (for example, "Orlenok" project (USSR), Warner's "Compresser" airplane (USA), Aerosladge No 8 (Finland), XTW-1 vehicle (China) ect). But, due to technical and economic factors, these projects were not developed, and today, the military and commercial use of this type of vessels is limited.

The paper presents the world experience in the development of WIG systems. The economic efficiency of this type of vehicles are analyzed. The war waged by russia against Ukraine revealed a certain set of problems and tasks in the field of development of unmanned technologies, both on the modern battlefield and in the industrial complex, in particular, the lack of domestic modern high-speed autonomous aerodynamic systems and complexes capable of solving multi-purpose tasks. Especially, it should be noted the lagging of national technologies in the field of development of high-speed surface subsurface vessels. Increasing the speed of such systems is a key issue for ensuring tactical advantages, notably when solving special tasks. The possibility of developing a high-speed transport unmanned vehicle using the dynamic principle of support over the surface is theoretically substantiated. The efficiency of WIG systems was evaluated according to the Gabriel-Karman dependence and it was shown that such systems can potentially occupy a niche of speeds of 200-500 km/h, which is not used in practice.

The key role in the implementation of the dynamic principle of support belongs to processes of aerodynamics of the bearing surface near the screen (relative to the flat surface of the earth or water). The nature of the effect of the screen on the aerodynamic characteristics of the object is quite complex. It depends on many factors and, to date, has been studied only for individual cases. The main problem in the creation of technologies of unmanned WIG systems is the lack of a well-founded flight theory of such devices, on the basis of which it is possible to ensure safe autonomous operation at all cruising stages. The majority of modern studies on the aerodynamic of WIG crafts are aimed at the study of various aerodynamic schemes. The methodology of experimental studies of the wing-in-ground effect and the results of such studies at the Oles Honchar Dnipro National University are presented herein.

The work was carried out with the financial support of the National Research Foundation of Ukraine within the framework of the project 2022.01/0170 "Substantiation of aerodynamic and design parameters of a high-speed wing-in-ground craft".
KEY WORDS: aerodynamic of unmanned aerial vehicles, wing-in-ground effect, energy efficiency of UAVs, history of WIG systems

О. Онопрієнко, В. Говоруха

АНАЛІЗ РУЙНУВАННЯ ТА ЕФЕКТИ ЕКРАНУВАННЯ В П'ЄЗОМАГНІТНИХ МАТЕРІАЛАХ

Дніпровський державний аграрно-економічний університет, вул. Сергія Єфремова, 25, 49600, Дніпро, onopriienko.oleg@gmail.com, govorukhavb@yahoo.com

Протягом останніх десятиріч розрахункові моделі суцільних середовищ невпинно розширюються в сенсі врахування якомога більшої кількості фізичних властивостей тіл та полів, що діють у них. Одними з ключових у цьому сенсі є методи розрахунку та проектування смарт- (інтелектуальних) матеріалів, здатних змінювати свої властивості, самостійно налаштовуючись на оптимальні режими роботи. П'єзоелектричні матеріали, основною властивістю яких є зв'язок між електричними та механічними полями, все ширше використовують в інтелектуальних електромеханічних системах як сенсори, перетворювачі та актуатори. Вагоме місце серед новітніх матеріалів посідають також магнітоелектричні композити, тобто, виготовлені за керамо- чи нанотехнологіями тверді суміші п'єзомагнітної та п'єзоелектричної компонент, у яких магнітоелектричний ефект виникає внаслідок взаємодії цих двох фаз. Найпоширенішим прикладом такого композиту є $BaTiO_3$-$CoFe_2O_4$, який відзначається легкістю, міцністю, надійністю та стійкістю до впливу навколишнього середовища, а тому широко використовується для виготовлення інтелектуальних конструкційних елементів нового покоління. Однак, недосконалість чи порушення технології виробництва або експлуатації таких композитів можуть зумовити утворення на мезо- та макрорівнях дефектів у формі тонких включень або тріщин, зокрема міжфазних, що, в більшості випадків, призводить до руйнування всього композиту. Тому прогнозування міцності та надійності конструктивних елементів приладів, виготовлених з п'єзоелектричних/п'єзомагнітних матеріалів, потребує дослідження й аналізу процесів їх руйнування.

Антиплоску задачу для непроникної та проникної тріщини, розташованої між двома різнорідними магнітоелектропружними матеріалами під дією механічних навантажень та електричних і магнітних полів, а також антиплоску деформацію багатошарового п'єзомагнітного/п'єзоелектричного композиту з періодичними міжфазними тріщинами під дією магнітних або електричних полів було розглянуто в роботі [1]. Поведінку двох колінеарних міжфазних тріщин у магнітоелектропружних матеріалах під дією антиплоского зсуву та розв'язки для обмежено проникної тріщини або двох колінеарних обмежено проникних тріщин у п'єзоелектричних/п'єзомагнітних матеріалах було досліджено в роботі [2]. В роботі [3] розглянуто плоску задачу для пьезоелектромагнітного простору з тріщиною з частковою електричною та магнітною проникностями. Проблема зведена до векторної задачі лінійного спряження, яка розв'язана точно. Знайдено аналітичні вирази для напружень, електричних і магнітних зміщень, їх коефіцієнтів інтенсивності, а також для швидкості вивільнення енергії. Варто зазначити, що математичні моделі п'єзоелектричних/п'єзомагнітних композитів мають певні аналогії з відповідними моделями п'єзоелектричних матеріалів. Однак існують також й специфічні відмінності, які пов'язані зі складовими електромагнітопружних рівнянь, різними електричними і магнітними граничними умовами на берегах тріщин та появою нових ефектів електромагнітопружної взаємодії.

На відміну від лінійної механіки руйнування пружних тіл, задачі теорії тріщин у п'єзоелектричних та магнітоелектропружних матеріалах є, загалом, нелінійними, оскільки діелектрична та магнітна проникності газу (зазвичай, повітря), що заповнює просвіт щілини, не дорівнює нулю. Відтак, завжди існують додаткові, переважно нелінійні, зв'язки між розкриттям тріщини та розривами електричного і магнітного потенціалів на ній. Залежності між останніми часто будують, використовуючи модель напівпроникної тріщини, для якої стрибок електричного чи магнітного потенціалів пропорційний до добутку розкриття на нормальну складову електричного зміщення чи магнітної індукції. Лінеаризуючи ці рівняння, для спрощення вводять також моделі непроникної тріщини, для якої електричне зміщення та магнітна індукція на поверхнях тріщини є заданими (зазвичай, нульовими, тобто, магнітний і електричний контакт поверхонь відсутній), а також проникної тріщини, для якої електричний та магнітний потенціали разом із нормальними складовими електричного зміщення та магнітної індукції є неперервними при переході через поверхню тріщини, тобто, реалізується ідеальний електричний і магнітний контакт. Крім того, поверхні тріщини іноді можуть бути вкриті електродами або тріщина може бути заповнена провідною рідиною. В обох випадках застосовуються моделі електропровідної тріщини.

Останнім часом значну увагу при вивченні руйнування, що зароджується в п'єзомагнітних матеріалах поблизу вершини тріщини, приділено дослідженню ефекту екранування вершини тріщини, тобто явищу, коли розподіл магнітного поля навколо вершини тріщини пом'якшує зростання тріщини та зменшує загальний коефіцієнт інтенсивності напруження, перешкоджаючи поширенню тріщини [4]. Чисельна реалізація, яка включає наявність ефекту екранування вершини тріщини в п'єзомагнітних матеріалах, враховує зв'язок між магнітним і механічним полями, зокрема п'єзомагнітні властивості матеріалу, геометрію тріщини та характер навантаження. З огляду на розвиток нанотехнологій у виготовленні магнітоелектричних композитів дослідження магнітоелектропружніх матеріалів з урахуванням ефекту

екранування вершин тріщини є досить актуальним, проте і значно складнішим завданням, яке потребує додаткового дослідження.

У даній роботі розглянуто антиплоску задачу для міжфазної тріщини з різними варіантами змішаних електричних і магнітних умов на її берегах. Зовнішнє навантаження задане рівномірно розподіленими на нескінченності полями механічних зусиль, електричної та магнітної індукції.

Як відомо [3], основні співвідношення для п'єзоелектромагнітних тіл включають:
конститутивні співвідношення

$\sigma_{ij} = c_{ijks}\varepsilon_{ks} - e_{sij}E_s - h_{sij}H_s$, $D_i = e_{iks}\varepsilon_{ks} + \alpha_{is}E_s + d_{is}H_s$, $B_i = h_{iks}\varepsilon_{ks} + d_{is}E_s + \gamma_{is}H_s$;

рівняння рівноваги

$\sigma_{ij,j} = 0$, $D_{i,i} = 0$, $B_{i,i} = 0$;

та вирази для деформації, напруженості електричного та магнітного полів

$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$, $E_i = -\varphi_{,i}$, $H_i = -\psi_{,i}$.

В антиплоскому випадку маємо:

$u_1 = u_2 = 0$, $u_3 = u_3(x_1, x_2)$, $\varphi = \varphi(x_1, x_2)$, $\psi = \psi(x_1, x_2)$.

Враховуючи, що функції u_3, φ та ψ є гармонічними, отримано такі представлення механічних, електричних та магнітних факторів

$\mathbf{u} = \mathbf{\Phi}(z) + \overline{\mathbf{\Phi}}(\bar{z})$, $\mathbf{t} = \mathbf{B}\mathbf{\Phi}'(z) + \overline{\mathbf{B}}\overline{\mathbf{\Phi}}'(\bar{z})$,

де $\mathbf{u} = [u_3, \varphi, \psi]^T$, $\mathbf{t} = [\sigma_{32}, D_2, B_2]^T$, $\mathbf{\Phi}(z) = [\Phi_1(z), \Phi_2(z), \Phi_3(z)]^T$ - кусково-аналітична вектор-функція комплексної змінної $z = x_1 + ix_2$.

З використанням представлень компонентів поля на лінії розмежування п'єзоелектромагнітних матеріалів через одну кусково-аналітичну функцію, поставлену проблему зведено до крайової задачі, для якої виписано точний аналітичний розв'язок. На основі цього розв'язку знайдено аналітичні вирази для компонент тензора напружень, векторів індукції електричного та магнітного полів, стрибків переміщень та потенціалів електричного і магнітного полів на різних ділянках межі поділу матеріалів. Ці величини також представлено графічно уздовж відповідних частин інтерфейсу. Проведено порівняння результатів, одержаних для різних моделей тріщини. Для різних видів навантаження визначено основні параметри руйнування. Проаналізовано ефект екранування вершини міжфазної тріщини в п'єзоелектромагнітному матеріалі. Показано, що в залежності від величини зовнішнього навантаження спостерігається різний вплив електричного та магнітного полів на основні характеристики поля в околі вершини міжфазної тріщини.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: Інтелектуальні матеріали, П'єзомагнетики, Розрахункові моделі, Ефект екранування вершини тріщини

1. Wan Y., Yue Y., Zhong Z. Multilayered piezomagnetic/piezoelectric composite with periodic interface cracks under magnetic or electric field // Eng. Fract. Mech. – 2012. – **84**. – P. 132–145.
2. Zhou Z.G., Zhang P.W., Wu L.Z. Solutions to a limited-permeable crack or two limited-permeable collinear cracks in piezoelectric/piezomagnetic materials // Arch. Appl. Mech. – 2007. – **77**. – P. 861–882.
3. Говоруха В. Б., Ходанен Т. В., Лобода В. В. Про електричні і магнітні граничні умови на берегах тріщини в пьезоелектромагнітному матеріалі // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія: фізико-математичні науки. – 2013. – Вип. 3. – С. 117–120.
4. Li Y.-D., Lee K.-Y. Crack tip shielding and anti-shielding effects of the imperfect interface in a layered piezoelectric sensor // Int. J. Solids Structures. – 2009. – **46**. – P. 1736-1742.

O. Onopriienko, V. Govorukha

FRACTURE ANALYSIS AND SHIELDING EFFECTS IN PIEZOMAGNETIC MATERIALS

Dnipro State Agrarian and Economic University, Serhii Efremov Str.. 25, 49600, Dnipro, Ukraine e-mail: onopriienko.oleg@gmail.com, govorukhavb@yahoo.com

This paper discusses several problem scenarios, including anti-plane problems for impermeable and permeable cracks in magneto-electroelastic materials, as well as the deformation of a multilayer piezoelectric/piezoelectric composite with periodic interfacial cracks under magnetic or electric fields. In particular, considerable attention is drawn to the study of fractures in piezomagnetic materials near the crack tip and the crack tip shielding effect, which softens crack growth and reduces overall stress intensity, ultimately preventing propagation cracks. Numerical implementation accounting for piezomagnetic properties, crack geometry, and loading conditions proves valuable in this study, especially in the context of developing nanotechnologies for magnetoelectric composites.

А.В. Сохацький

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ АЕРОДИНАМІКИ НАЗЕМНИХ ТРАНСПОРТНИХ АПАРАТІВ: ПРОБЛЕМИ, ШЛЯХИ ВИРІШЕННЯ

Інститут транспортних систем та технологій НАН України,
вул.. Писаржевського, 5, 49000, Дніпро, Україна; e-mail: Sokhatsky_anatoly@ukr.net

Abstract. Classical approaches to modeling turbulent flows are methods based on the use of Reynolds Averaged Navier-Stokes equations (RANS). They are closed with the help of one or another semi-empirical turbulence model. In this paper, we consider hybrid approaches based on the joint use of Reynolds Averaged Navier - Stokes and Large Eddy Simulation approaches in different flow domains. They are the most common for practical use, based on the capabilities of computing technology. To close the initial equations, the Spalart-Allmaras turbulence model in the realization of decoupled vortices is used. A set of programs for numerical modeling of the aerodynamics of transport vehicles has been developed. The results of numerical calculations are presented.
Key words: Reynolds-averaged Navier-Stokes equations, turbulence modeling, Spalart-Allmaras turbulence model, numerical simulation.

Реальні течії навколо транспортних засобів є турбулентними. Складна стохастична природа ускладнює процес їх вивчення. Як фізичне так і математичне моделювання таких течій є надзвичайно складним, як фізичної так і з математичної точки зору. Розрахунок характеристик турбулентних потоків і на сьогодні залишається скоріше всього мистецтвом обчислювача. Це пояснюється надзвичайною фізичною складністю турбулентності і також її стохастичною природою. Турбулентна течія носить тривимірний нестаціонарний характер. Вона має широкий спектр просторово-часових масштабів. Дослідження показують, що разом з "універсальною" дрібномасштабною турбулентністю, істотний вплив на параметри турбулентних потоків проводять відносно стійкі великомасштабні (з розмірами порядку макро-масштабу течії), принципово тривимірні нестаціонарні турбулентні структури. Характеристики цих структур залежать від конкретної геометрії даної течії і межових умов і, отже, не можуть бути описані у рамках напівемпіричних моделей, що не враховують цих важливих обставин.

Методи моделювання турбулентних течій, з певною мірою умовності можна розділити на три групи: підходи, що базуються на використанні осереднених за Рейнольдсом рівнянь Навьє-Стокса (Reynolds Averaged Navier - Stokes - RANS); два класичних підходи - пряме числове моделювання турбулентності (Direct Numerical Simulation - DNS) і метод моделювання великих вихорів (Large Eddy Simulation - LES); гібридні підходи, що спираються на спільне використання RANS і LES підходів для різних областей течії.

Класичні вихоророзрізняючі підходи є найбільш досконалими. Це пряме числове моделювання турбулентності (Direct Numerical Simulation - DNS) і метод моделювання великих вихорів (Large Eddy Simulation - LES). Метод DNS базується на безпосередньому прямому числовому розв’язуванні тривимірних нестаціонарних рівнянь Нав’є-Стоксу з розрізненням усіх просторово-часових масштабів турбулентності.

На сьогодні найбільш поширеними підходами є методи , що базуються на використанні осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав’є-Стокса (Reynolds Averaged Navier - Stokes - RANS). Вони замикаються за допомогою тієї або іншої напівемпіричної моделі турбулентності. Він ґрунтується на фізичних принципах аеродинаміки і повністю вільний від емпіричних припущень. У рамках методу LES ті ж рівняння розв’язуються безпосередньо після їх попередньої просторової фільтрації. Це дозволяє виключити з розгляду частину просторово-часових масштабів. Проведена операція дозволяє значно понизити вимоги до просторово-часового розрізнення. Таким чином понижуються вимог до необхідних обчислювальних ресурсів. Для урахування впливу відфільтрованих ("підсіткових") масштабів турбулентності притягуються ті або інші напівемпіричні моделі.

В науковій літературі для підкреслення кардинальних відмінностей методу LES від підходів, що використовуються для замикання RANS, їх називають "підсітковими".

До третьої групи відносять гібридні підходи, що спираються на спільне використання RANS і LES підходів в різних областях течії. Вони є найбільш розповсюдженими для практичного використання, виходячи з можливостей обчислювальної техніки.

В результаті цілеспрямованих зусиль обчислювальної аеродинаміки вдалося накопичити велику і, що особливо важливо, об'єктивну інформацію про можливості різних напівемпіричних моделей турбулентності при розрахунку тих або інших типів турбулентних течій. Аналіз цієї інформації свідчить про те, що стосовно задач зовнішньої аеродинаміки, пов'язаних з розрахунком безвідривних течій і течій з обмеженими відривними зонами, найбільш високий "рейтинг" мають дві моделі турбулентності: модель

Спаларта - Аллмараса (SA модель) , та модель Ментера ($k-\omega$ Shear Stress Transport або SST модель). Перша з них містить тільки одно диференціальне рівняння перенесення (для модифікованої турбулентної в'язкості $\tilde{\nu}$ а друга - два такі рівняння, для кінетичної енергії турбулентності k і питомій швидкості її дисипації ω . На жаль, віддати однозначну перевагу однієї з цих моделей не представляється можливим, внаслідок чого вибір тією або іншою з них при розрахунку тієї або іншої течії є значною мірою "ділом смаку" дослідника. З певною упевненістю можна констатувати лише те, що SA модель, як правило, дещо "затягує" відрив примежевого шару, що індукується несприятливим поздовжнім градієнтом тиску.

Як показують дослідження, обидві моделі занижують темп релаксації примежевогого шару, що формується вниз за потоком від точки приєднання, до свого "рівноважного" стану і значно завищують розміри так званого "кутового відриву", тобто, відриву від поверхні двогранного кута за наявності несприятливого градієнта тиску (наприклад, кута між крилом і фюзеляжем літака). Заниження темпу релаксації примежевого шару характерно в тому або іншому ступені усім відомим напівемпіричним моделям турбулентності. Слід також відмітити, що навіть для деяких приєднаних течій ні та, ні інша модель не дозволяють отримати результати, що задовольняють дослідника.

Близькі і досить точні результати дають обидві моделі при розрахунку обтікання профілю NACA0012 навіть при досить великих кутах атаки і при моделюванні багатьох інших аналогічних течій. Проте при розрахунку відривних течій ситуація помітно змінюється. Слід також відмітити, що навіть для деяких приєднаних течій ні та, ні інша модель не дозволяють отримати результати, що задовольняють сучасним вимогам до точності розрахунку аеродинамічних характеристик.

Таким чином слід відзначити, що напевне впродовж найближчих десятків років основним робочим інструментом для вирішення прикладних завдань аеродинаміки залишатимуться напівемпіричні методи, що базуються на використанні RANS у поєднанні з різними напівемпіричними моделями турбулентності, і метод DES, який також значною мірою спирається на ці моделі.

Виходячи з можливостей обчислювальної техніки, гібридний підхід було обрано для створення програмного комплексу з проведення обчислювальних експериментів для дослідження аеродинаміки транспортних апаратів. Для математичного моделювання аеродинамічних процесів автором розроблено методику, алгоритми та комплекс програм на мові програмування Fortran-95. Систему осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є-Стокса записано в криволінійній системі координат. Для замикання системи рівнянь використано модель турбулентності Спаларта- Аллмараса в реалізації відокремлених вихорів.

Розроблений комплекс програм протестовано на стандартних задачах обчислювальної аеродинаміки: обтікання поперечно розміщеного колового циліндра, крилевого профілю та кулі. Представлено розрахунок обтікання турбулентним потоком ряду конфігурацій швидкісних транспортних засобів.

ЧАСТИНА С

Секція 9: Експериментально-розрахункові методи дослідження міцності матеріалів і конструкцій

ЗМІСТ

1. О.Ю. Чирков, В.В. Харченко **СУЧАСНІ МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ РОЗРАХУНКОВОГО ОБГРУНТУВАННЯ МІЦНОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ ОБЛАДНАННЯ АЕС**	314
2. О.В. Кононученко, А.В. Бялонович, О.Є. Гопкало **ВТОМНА ДОВГОВІЧНІСТЬ ТОНКОЛИСТОВОГО АЛЮМІНІЄВОГО СПЛАВУ ЗА УМОВ ЦИКЛІЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ**	316
3. К.П. Буйських, Л.В. Кравчук **МЕТОДОЛОГІЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ РАКЕТНО- КОСМІЧНОЇ ТЕХНІКИ В УМОВАХ БЛИЗЬКИХ ДО ЕКСПЛУАТАЦІЙНИХ**	318
4. А.В. Бялонович, Г.Г. Писаренко, С.Г. Писаренко, О.В. Войналович **АНАЛІЗ ЕВОЛЮЦІЇ СПЕКЛ-СТРУКТУР ПОВЕРХНІ МАТЕРІАЛУ ЗА ЦИКЛІЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ**	320
5. О.М. Герасимчук, О.В. Кононученко **ТЕОРЕТИЧНА ОЦІНКА ВТОМНОЇ ДОВГОВІЧНОСТІ МЕТАЛЕВИХ МАТЕРІАЛІВ**	322
6. М.П. Адамчук, М.В. Бородій, З.С. Ясковець **РАТЧЕТИНГ ТРУБ ЗА СТУПІНЧАТОГО ЦИКЛІЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ**	324
7. С.В. Кобельський **РОЗВИТОК ЗМІШАНОГО МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ МЕХАНІКИ У ТРИВИМІРНІЙ ПОСТАНОВЦІ**	326
8. Г.В. Цибаньов **КІНЕТИКА ВТОМНОГО ПОШКОДЖЕННЯ СТАЛЕЙ НА СТАДІЯХ ІНКУБАЦІЇ І РОСТУ КОРОТКИХ ТРІЩИН**	328
9. В.О. Дегтярев **МЕТОДИ ЗНИЖЕННЯ ЗАЛИШКОВИХ НАПРУЖЕНЬ В МЕТАЛОКОНСТРУКЦІЯХ ВІБРООБРОБКОЮ**	330
10. О.Л. Деркач, О.В. Савченко **ГІБРИДНЕ ДЕМПФІРУВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ КОЛИВАНЬ БАГАТОШАРОВИХ ЕЛЕКТРОВ'ЯЗКОПРУЖНИХ ПЛАСТИН**	332
11. К.О. Трапезон, О.Г. Трапезон **РОЗРАХУНКОВА МОДЕЛЬ КРУГОВОЇ ПЛАСТИНКИ ДЛЯ ВТОМНИХ ВИПРОБУВАНЬ**	334
12. М.Г. Шульженко, А.С. Ольховський, О.Л. Деркач **ОСОБЛИВОСТІ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМІВНОГО СТАНУ СИСТЕМИ ДИСК-ЛОПАТКИ З РОЗЛАДОМ ЧАСТОТ КОЛИВАНЬ**	336

13. А.Л. Стельмах **ВИЗНАЧЕННЯ ГРАНИЦЬ СТІЙКОСТІ ДО ДОЗВУКОВОГО РЕШІТКОВОГО ФЛАТЕРУ ЛОПАТКОВИХ ВІНЦІВ ОСЬОВИХ КОМПРЕСОРІВ ГТД ПРИ РІЗНИХ ФОРМАХ ЇХ КОЛИВАНЬ**	338
14. П.О. Булах, А.В. Рутковський, В.П. Швець, В.Є. Данилюк, Є.О. Кондряков, А.А. Котляренко **ЗАСТОСУВАННЯ ТЕХНОЛОГІЇ ВАКУУМНОГО ІОННО-ПЛАЗМОВОГО ТЕРМОЦИКЛІЧНОГО АЗОТУВАННЯ ДЛЯ ПІДВИЩЕННЯ МІЦНОСТІ ТА ЗНОСОСТІЙКОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ**	340
15. О.В. Дроздов, Ю.М. Волков **РОЗРОБКА КОМПАКТНОЇ АКУСТО-ЕМІСІЙНОЇ СИСТЕМИ ДЛЯ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ ДЕФОРМУВАННЯ І РУЙНУВАННЯ КОНСТРУКЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ**	342
16. Є.О. Кондряков **ЗАСТОСУВАННЯ РОЗШИРЕНОГО МЕТОДУ СКІНЧЕНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ ОЦІНКИ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ У ВЕРШИНІ ТРІЩИНИ**	344
17. А.В. Кравчук, Є.О. Кондряков, В.В. Харченко **ОСОБЛИВОСТІ ДЕФОРМУВАННЯ ТА РУЙНУВАННЯ ЗРАЗКІВ РІЗНИХ ТИПІВ ЗІ СТАЛІ 15Х2НМФА ПРИ ВИПРОБУВАННЯХ НА УДАРНИЙ ЗГИН**	346
18. П.П. Лепіхін, В.А. Ромащенко, С.О. Тарасовська, О.С. Бейнер **ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ФІЗИКО-МЕХАНІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ НАПОВНЮВАЧА НА МІЦНІСТЬ КОМПОЗИТНИХ ЦИЛІНДРІВ ПРИ ВНУТРІШНЬОМУ ВИБУХУ**	348
19. А.В. Середа, Р.В. Кравчук, М.П. Рудницький, В.В. Харченко **ОСОБЛИВОСТІ ВИЗНАЧЕННЯ ТВЕРДОСТІ ЗА БРІНЕЛЛЕМ МЕТОДОМ ІНСТРУМЕНТОВАНОГО ІНДЕНТУВАННЯ**	350
20. В.Г. Сидяченко, А.А. Котляренко **ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ КОРОТКИХ ТРІЩИН І ДВОВІСНОГО НАВАНТАЖЕННЯ НА В'ЯЗКІСТЬ РУЙНУВАННЯ КОРПУСНОЇ РЕАКТОРНОЇ СТАЛІ**	352
21. В.В. Хворостяний, В.Є. Бодунов, І.Р. Качинська **КОМПЛЕКСНИЙ ПІДХІД З ВИВЧЕННЯ ВПЛИВУ МАСШТАБНОГО ЕФЕКТУ НА МЕХАНІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ КРИХКИХ МАТЕРІАЛІВ**	354
22. В. В. Хворостяний **ПРОГНОЗНА ОЦІНКА РІВНЯ ПОШКОДЖУВАНОСТІ ІНСТРУМЕНТАЛЬНОЇ КЕРАМІКИ В УМОВАХ ЛОКАЛЬНОГО КОНТАКТНОГО НАВАНТАЖЕННЯ**	356
23. В.П. Швець, П.О. Булах, О.М. Масло **ОЦІНКА РІВНЯ РОЗСІЯНИХ ПОШКОДЖЕНЬ У ТЕПЛОСТІЙКИХ СТАЛЯХ ПІД ВПЛИВОМ ЕКСПЛУАТАЦІЙНИХ НАВАНТАЖЕНЬ**	358
24. В.П. Швець, М.Р. Музика, В.П. Ламашевський **ВИЗНАЧЕННЯ РІВНЯ АНІЗОТРОПІЇ ЛИСТОВИХ СТАЛЕЙ ЗА ПАРАМЕТРАМИ ІНДЕНТУВАННЯ**	360

25. А.В. Широков, О.М. Березовський **МЕТОДИКА ОЦІНКИ УДАРНОЇ СТІЙКОСТІ ПЕРЕШКОД ІЗ РІЗНИХ МАТЕРІАЛІВ**	362
26. А.В. Широков **ВИЗНАЧЕННЯ ДИНАМІЧНОЇ ГРАНИЦІ ПЛИННОСТІ МЕТАЛЕВИХ МАТЕРІАЛІВ**	364
27. Є.В. Воробйов, Т.В. Анпілогова **ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ СТАТИЧНОГО І КВАЗІСТАТИЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ НА РОЗВИТОК НИЗЬКОТЕМПЕРАТУРНОЇ СТРИБКОПОДІБНОЇ ДЕФОРМАЦІЇ**	366
28. Б.С. Карпінос **ПЕРСПЕКТИВИ ЕКСПРЕС-ПРОГНОЗУВАННЯ ДОВГОВІЧНОСТІ МАТЕРІАЛІВ НА ОСНОВІ ОДНОПАРАМЕТРИЧНИХ ФЕНОМЕНОЛОГІЧНИХ РІВНЯНЬ ГРАНИЧНОГО СТАНУ**	368
29. М.В. Бородій, О.С. Охрімчук, А. Стельмах **ОЦІНКА ДЕФОРМАЦІЙНОГО ЗМІЦНЕННЯ ТА ДОВГОВІЧНОСТІ МЕТАЛЕВИХ МАТЕРІАЛІВ ЗА НЕПРОПОРЦІЙНОГО НАВАНТАЖЕННЯ**	370
30. О.П. Гопкало, О.Є. Гопкало, М.П. Земцов, В.Є. Бодунов **ОЦІНКА НЕРУЙНІВНИМ МЕТОДОМ КОНТРОЛЮ СТРУКТУРНОГО СТАНУ МЕТАЛУ ГУСЕНИЧНИХ ТРАКІВ ПІСЛЯ МЕХАНІЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ**	372
31. М.А. Долгов, С.О. Тарасовська, І.В. Смирнов **ВПЛИВ ХАРАКТЕРИСТИК ПРУЖНОСТІ ПОКРИТТІВ НА ПОКАЗНИК СИНГУЛЯРНОСТІ НАПРУЖЕНЬ ШАРУВАТИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ**	374
32. Л.А. Лопата, В.І. Калініченко **ВПЛИВ ДИФУЗІЙНИХ ПРОЦЕСІВ НА АДГІЙНУ МІЦНІСТЬ ГАЗОТЕРМІЧНИХ ПОКРИТТІВ**	376
33. В.В. Матвєєв, О.Л. Деркач, О.Є. Богініч **НАУКОВІ ЗАСАДИ МЕТОДІВ ВІБРОДІАГНОСТИКИ ЛОКАЛЬНИХ ПОШКОДЖЕНЬ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ ІЗ ПОЛІМЕРНИХ КОМПОЗИТІВ**	378
34. Г.В. Чижик, А.В. Широков, О.М. Березовський **ВПЛИВ ВИСОКОШВИДКІСНОГО НАВАНТАЖЕННЯ НА КІНЕТИКУ ЛОКАЛЬНОЇ ДЕФОРМАЦІЇ КОНСТРУКЦІЙНИХ СТАЛЕЙ**	380
35. В.В. Кондратюк, А.А. Сіромаха **МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ ЗАКЛЕПОЧНИХ З'ЄДНАНЬ ПРИ ВІБРАЦІЙНОМУ ВИПАДКОВОМУ НАВАНТАЖЕНІ**	382
36. І.В. Ориняк, Ю.П. Бай, Г.Є. Юдін **УЗАГАЛЬНЕНИЙ МЕТОД ГАЛЬОРКІНА НА ОСНОВІ ВИБІРКОВИХ ЧАСТОТНО-ЗАЛЕЖНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ В ЗАДАЧАХ ДИНАМІКИ ТОНКИХ ПЛАСТИН**	383
37. І.В. Ориняк, Р.В. Мазурик **МОДЕЛЮВАННЯ ПЛОСКИХ КАНАТІВ З ВРАХУВАННЯМ ЇХ ЖОРСТКОСТІ НА ВИГИН МЕТОДОМ РОЗРИВНИХ БАЗОВИХ ТА ЗГЛАДЖУВАЛЬНИХ РІШЕНЬ**	385

О.Ю. Чирков, В.В. Харченко

СУЧАСНІ МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ РОЗРАХУНКОВОГО ОБГРУНТУВАННЯ МІЦНОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ ОБЛАДНАННЯ АЕС

Інститут проблем міцності імені Г.С. Писаренка НАНУ,вул. Садово-Ботанічна, 2, 01014, Київ, Україна, chirkale82@gmail.com, ipp.kharchenko@gmail.com

В Інституті проблем міцності імені Г.С.Писаренка НАН України (ІПМіц НАН України) одержано теоретичні та прикладні результати щодо розвитку і застосування уточнених моделей і методів розв'язання актуальних задач механіки, пов'язаних з обґрунтуванням міцності та прогнозуванням ресурсу критичних елементів обладнання першого контуру реакторної установки з водо-водяним енергетичним реактором ВВЕР-1000 [1].

Науково-прикладні розробки ІПМіц НАН України враховують сучасні тенденції світової практики з розрахункового обґрунтування міцності елементів обладнання АЕС, а також містять нові концептуальні підходи до розв'язання нелінійних крайових задач механіки деформованих конструкцій.

Запропоновано та теоретично обґрунтовано уточнені математичні моделі, що дають змогу описувати неізотермічні процеси непружного деформування з урахуванням історії навантаження, радіаційних ефектів розпухання і повзучості опроміненого металу й накопичених пошкоджень в'язкого руйнування.

На основі розвинених енергетичних підходів, що ґрунтуються на загальних принципах нелінійної механіки суцільних середовищ та узагальнюють постулат зміцнення Друкера для опроміненого пористого матеріалу, вперше установлено умови коректності крайових задач радіаційної повзучості, в яких враховується зростання об'ємної концентрації мікропор в'язкого руйнування у металі за удосконаленими моделями Райса-Трейсі-Хуанга та за розв'язком Качанова для сферичної порожнини [2].

Розвинено загальну теорію змішаних проекційно-сіткових схем методу скінченних елементів підвищеної точності, доведено стійкість та збіжність змішаної апроксимації, обгрунтовано збіжність модифікованих ітераційних процесів пружних розв'язків і змінних параметрів пружності для розв'язання узагальнених крайових задач термомеханіки, що описують кінетику зв'язаних процесів нелінійного деформування, радіаційного розпухання, радіаційного повзучості та радіаційного пошкодження за моделями в'язкого руйнування.

На основі розроблених уточнених моделей і методів розрахунку одержано та проаналізовано результати моделювання кінетики напружено-деформованого стану корпусу ядерного реактора ВВЕР-1000 за режимів термошоку, вузла приварки колектора теплоносія до корпусу парогенератора ПГВ-1000М, вигородки активної зони та внутрішньокорпусної шахти реактора ВВЕР-1000 за експлуатаційних умов навантаження. Наведені результати демонструють можливості та переваги розроблених методів розрахунку для обґрунтування міцності та прогнозування залишкового ресурсу критичних елементів обладнання першого контуру реакторної установки АЕС з ВВЕР-1000.

Запропонований підхід до аналізу опору руйнуванню корпусу реактора враховує процеси активного навантаження і локального розвантаження металу перед фронтом тріщини, що дозволяє обґрунтувати додаткові резерви його міцності та ресурсу. Показано, за результатами пружно-пластичного розрахунку вузла приварки з урахуванням поверхневої протяжної канавки з напівеліптичною тріщиною одержані значення коефіцієнта інтенсивності напружень значно перевищують дані лінійно-пружного розрахунку. Отже, традиційний лінійно-пружний розрахунок для оцінки опору руйнуванню вхідного патрубка призводить до завищеної оцінки його міцності. Вичерпання номінального зазору між вигородкою та шахтою не спостерігається в межах проєктного строку служби. Залишковий зазор між гранями вигородки і решітками тепловиділяючих збірок не вичерпаний після 50 років експлуатації реактора, і тому відсутнє їхнє заклинювання після завершення паливної кампанії.

Результати фундаментальних і прикладних досліджень ІПМіц НАН України покладено в основу методології уточненого розрахунку напружено-деформованого стану та опору руйнуванню елементів обладнання першого контуру реакторної установки ВВЕР-1000. Розроблені методи впроваджено у спеціалізований програмний комплекс, створений в ІПМіц НАН України та дозволений до застосування в атомній галузі України. Методичні рекомендації та методи розрахунку обладнання АЕС втілено в розроблений стандарт організації України – стандарт ІПМіц НАН України. Для оцінки міцності та ресурсу корпусів реакторів ВВЕР розроблено галузевий нормативний документ, використаний для обґрунтування подовження строків служби 7-ми енергоблоків АЕС України. Отримані результати сприяють вирішенню актуальних задач сучасної атомної енергетики щодо подовження строків безпечної експлуатації енергоблоків АЕС України.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: реактор ВВЕР-1000, напружено-деформований стан, радіаційне розпухання, радіаційна повзучість, метод скінченних елементів.

1. Харченко В.В., Чирков А.Ю., Кобельский С.В., Кравченко В.И. Методы расчетного анализа в задачах прочности элементов оборудования реакторных установок ВВЭР. – Киев: Ин-т проблем прочности имени Г.С. Писаренко НАН Украины, 2018. – 293 с.
2. Чирков О.Ю. Радіаційна повзучість у задачах механіки непружного деформування матеріалів та елементів конструкцій. – Київ: Інститут проблем міцності імені Г.С.Писаренка НАН України, 2020. – 160 с.

O. Yu. Chirkov, V.V. Kharchenko

STATE-OF-THE-ART MODELS AND METHODS OF COMPUTATIONAL STRENGTH OF ELEMENTS OF NUCLEAR POWER PLANT EQUIPMENT

G.S. Pisarenko Institute of Problems of Strength of NAS of Ukraine, 2, Sadovo-Botanichna Str., 01014, Kyiv, Ukraine, *chirkale82@gmail.com*, *ipp.kharchenko@gmail.com*

The paper presents the results on development and application of refined models and methods for solving topical problems of mechanics related to substantiation of strength and service life prediction of critical elements of WWER-1000 reactor equipment. The scientific developments include new conceptual approaches, including models of radiation damage to metal and computational methods based on an enhanced-accuracy mixed scheme of the finite element method.

О.В. Кононученко, А.В. Бялонович, О.Є. Гопкало

ВТОМНА ДОВГОВІЧНІСТЬ ТОНКОЛИСТОВОГО АЛЮМІНІЄВОГО СПЛАВУ ЗА УМОВ ЦИКЛІЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Інститут проблем міцності імені Г. С. Писаренка НАНУ, вул. Садово-Ботанічна, 2, 01014, Київ, Україна; e-mail: koleg70@gmail.com

Вступ. Проблема прогнозування втомної довговічності деталей машин завжди є актуальною, отже, вочевидь, необхідно мати достовірні моделі опису кінетики пошкодження матеріалу до його руйнування.

В роботі наведено експериментальні результати втомних досліджень зразків із алюмінієвого сплаву з наскрізним отвором за умов циклічного навантаження та асиметрії циклу. Отримані результати необхідні для перевірки достовірності моделей [1,2] опису кінетики росту втомної тріщини від тупого концентратора напружень від моменту її зародження до моменту досягнення тріщиною певного критичного розміру.

Процедура та результати випробувань. Для експериментальних досліджень використовувались плоскі зразки, виготовлені з тонколистового алюмінієвого сплаву товщиною 1,5 мм., у робочій зоні котрих просвердлювали отвір діаметром 6 мм., рис. 1,*а*. Перед випробуванням проводилась підготовка їх поверхні у зоні подальшого спостереження.

Металографічні дослідження мікрошліфів матеріалу зразків проводили на оптичному інвертованому мікроскопі «AXIOVERT 40 MAT». Мікротруктура сплаву представляє собою α-твердий розчин легуючих елементів в алюмінії і характеризується значною щільністю надлишкових включень різної диспесності від дрібнодисперсних одиночних до конгломератів, що досягають ~ 20 мкм, рис. 1,*б*.

а *б*

Рис. 1.

Випробування на втому проводилися на магнітно-резонансній машині RUMUL Testronic 50kN в режимі розтяг-розтяг ($R = 0{,}1$) із частотою 115 Гц за нормальних умов, де R – відношення мінімального напруження циклу $\sigma_{мін}$ до максимального $\sigma_{макс}$.

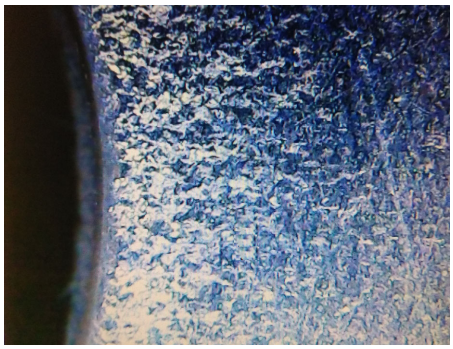
Номінальні напруження $\sigma_{ном}^{макс}$ в робочому перерізі зразків розраховувались як

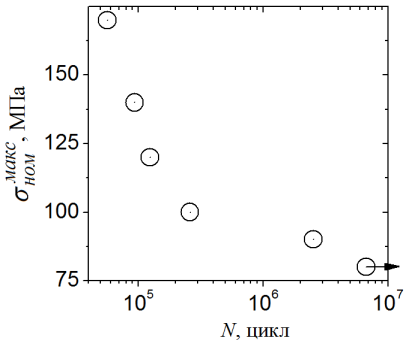
$$\sigma_{ном}^{макс} = P/(a \cdot t - \delta), \tag{1}$$

де P – сила навантаження за показаннями датчика навантаження випробувальної машини; a, t – розміри прямокутного поперечного перерізу зразка; δ – площа перерізу концентратора.

Під час експерименту періодично проводилося збереження зображень робочої зони зразка, рис. 2,*а*. Надалі зображення аналізуються на предмет визначення наявності, розмірів та особливостей розвитку тріщини втоми.

На рис. 2,*б* наведено результати випробувань на багатоциклову втому за умов асиметричного навантаження, $R = 0{,}1$. Позначкою зазначений зразок, що не зруйнувався на зазначеній базі випробувань.





а *б*

Рис. 2.

Висновок. Проведені експериментальні дослідження втомної довговічності зразків із алюмінієвого сплаву за умов циклічного навантаження та асиметрії циклу $R = 0{,}1$. Встановлено залежність кількості циклів до руйнування від максимальних номінальних напружень $\sigma_{ном}^{макс}$ в циклі навантаження.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: багатоциклова втома; втомна довговічність; концентратор напружень.

1. Herasymchuk O. M. Microstructurally-dependent model for predicting the kinetics of physically small and long fatigue crack growth // Int. J. Fatigue–2015.– **81.**–P.148–161.
2. Herasymchuk O.M., Kononuchenko O.V. Theoretical estimation of fatigue life before crack initiation in metal materials // Strength of Materials – 2023. – **55**. – P. 457 – 468.

O.V. Kononuchenko, A.V. Byalonovich, O.E. Hopkalo

FATIGUE LIFE OF THIN SHEET ALUMINUM ALLOY UNDER CYCLIC LOADING

G.S. Pisarenko Institute for Problem of Strength of the National Academy of Sciences
Sadovo-botanichna Str., 2, 01014, Kyiv, Ukraine; e-mail: koleg70@gmail.com

Abstract. The paper presents the experimental results of fatigue studies on aluminum alloy samples with a through hole under conditions of cyclic loading. The results obtained will be used to verify the reliability of models describing the kinetics of fatigue crack growth from a blunt stress concentrator from the moment of its initiation to the moment of reaching the crack reaches a certain critical size.

К.П. Буйських, Л.В. Кравчук

МЕТОДОЛОГІЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ РАКЕТНО- КОСМІЧНОЇ ТЕХНІКИ В УМОВАХ БЛИЗЬКИХ ДО ЕКСПЛУАТАЦІЙНИХ

Інститут проблем міцності імені Г.С.Писаренка НАН України,
вул. Садово-Ботанічна, 2, Київ, Україна, e-mail: bkp@ipp.kiev.ua

Процес розробки ракетно-космічної техніки безперервний і пов'язаний з тим, що в ході відпрацювання якогось об'єкту починається проектування наступної його версії з метою покращення тактико-технічних характеристик. З огляду на це ефективність розвитку сучасної ракетно-космічної техніки в значній мірі залежить від розробки і створення нових класів матеріалів, здатних забезпечити високу надійність і роботоздатність конструкції в жорстких умовах експлуатації. Тому принциповим являється отримання коректної інформації щодо фізико-механічних характеристик таких матеріалів та обґрунтованих критеріїв оцінки несучої здатності елементів конструкцій, які кількісно визначають можливість встановлення термінів безпечної експлуатації об'єкта. Наявність такої інформації про поведінку матеріалів має вирішальне значення на всіх стадіях проектування, виробництва конструкцій ракетно-космічної техніки, прогнозування їх функціональної здатності та надійності. Для оперативного вирішення цих питань необхідна розробка відповідної методології, яка дасть змогу отримати дані про міцність та несучу здатність конструкційних елементів, оцінити вплив технологічних та конструкційних чинників, досліджувати кінетику пошкоджуваності в умовах, що моделюються в процесі досліджень.

Саме для забезпечення можливостей реалізувати повний замкнутий цикл досліджень, в Інституті розроблено методики та експериментальні засоби які передбачають оцінку, як фізико-механічних характеристик матеріалів на зразках, так і отримання комплексу властивостей та характеристик несучої здатності моделей або натурних елементів ракетно-космічної техніки для відпрацювання технології формування об'єктів, що працюють в умовах аеродинамічного нагрівання до екстремально-високих температур.

Для визначення фізико-механічних характеристик класу вуглець-вуглецевих композиційних матеріалів використовувався створений на базі випробувальної установки 1958У10-1 комплекс, обладнаний оригінальними сучасного рівня системами механічного навантаження, нагрівання зразків, створення необхідного газового середовища в випробувальній камері та інформаційно-вимірювальною системою з засобами управління експериментом. Використання можливостей вказаних систем дозволяє проводити випробування на розтяг, стиск, кручення, згин, зсув, короткочасну повзучість, малоциклову втому композиційних матеріалів за температур від нормальних до 3000 °С.

Ґрунтуючись на базових положеннях класичної теорії подібності та розмірностей, які трансформовані та адаптовані стосовно завдань дослідження міцності матеріалів та пошкодження елементів конструкцій при термоциклічному навантаженні в корозійно-активних середовищах, розроблена методологія моделювання умов аеродинамічного нагрівання елементів конструкцій ракетно-космічних апаратів, що дозволило забезпечити еквівалентність процесів пошкодження матеріалу та граничний стан досліджуваного конструктивного елемента у модельних та натурних умовах.

Методики моделювання термонапруженого стану матеріалу і об'єктів реалізовані на газодинамічних стендах, які призначені для створення і формування потоку газів – продуктів згоряння повітряно-паливної суміші, програмного регулювання його параметрів і контролю стану об'єктів дослідження в процесі випробувань. Оснащення стендів різними варіантами систем дає можливість здійснювати режими теплового навантаження в діапазоні температур 20...1500 °С з різними швидкостями зміни температури та швидкостями газового потоку, моделюючи стан натурних елементів конструкцій практично при будь-яких режимах їхньої експлуатації.

Розроблені методики та створена багатоцільова стендова база дозволили розв'язувати актуальні задачі стосовно теплозахисних конструкцій космічних апаратів і ракетних двигунів, що передбачало вибір оптимальних класів матеріалів та способів конструювання теплозахисних пакетів. Для одноразових елементів конструкцій ракетної техніки досліджено несучу здатність теплозахисних аблюючих покриттів, які надійніші та ефективніші у ваговому відношенні, ніж теплозахист отриманий іншими способами. Для коректного відтворення необхідного режиму нагрівання проводилися розрахунково-експериментальні дослідження, результати яких слугували вихідною інформацією при розв'язанні задачі одностороннього нагрівання газовим потоком стінки теплозахисного покриття з відповідними теплофізичними характеристиками.

Для космічних апаратів багаторазового застосування на газодинамічних стендах за розробленими методиками були проведені експериментально-чисельні дослідження для оцінки за різними критеріями роботоздатності кромок повітрозабірника прямоточного повітряно-реактивного двигуна планера багаторазової транспортної космічної станції та багатошарової теплозахисної конструкції із зовнішньою

металевою тришаровою панеллю. Стосовно кромок повітрозабірника експериментально-чисельними методами було визначено найбільш прийнятні для визначено режиму експлуатації геометричні розміри, форма та матеріал моделей. Стосовно багаторазових теплозахисних панелей розроблені методики та експериментальні засоби дозволили здійснювати моделювання процесів аеродинамічного нагрівання елементів конструкцій аерокосмічних апаратів багаторазового використання з метою одержання комплексу властивостей та відпрацювання технології створення даних елементів конструкцій.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: елементи ракетно космічної техніки, композиційні вуглець-вуглецеві матеріали, тепловий захист, методологія моделювання умов експлуатації.

K.P. Buiskykh, L.V. Kravchuk

METHODOLOGY OF RESEARCHING ELEMENTS OF ROCKET AND SPACECRAFT STRUCTURES UNDER CONDITIONS CLOSE TO OPERATIONAL

G.S. Pisarenko Institute of Problems of Strength, National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine, Sadovo-Botanichna Str., 2, e-mail: bkp@ipp.kiev.ua

The methodology of researching elements of rocket and spacecraft engineering structures under laboratory conditions simulating operational ones is presented. The possibility of determining the physical and mechanical characteristics of carbon-carbon composite materials at temperatures from normal to 3000 °C and researching thermal protection elements under the conditions of aerodynamic heating by a high-temperature gas flow on gas dynamic stands is shown.

А.В. Бялонович[1], Г.Г. Писаренко[1], С.Г. Писаренко[1], О.В. Войналович[2]

АНАЛІЗ ЕВОЛЮЦІЇ СПЕКЛ-СТРУКТУР ПОВЕРХНІ МАТЕРІАЛУ ЗА ЦИКЛІЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ

[1] *Інститут проблем міцності ім. Г.С. Писаренка НАН України, Київ, Україна*

[2] *Національний університет біоресурсів і природокористування України, Київ, Україна*

Штучні нейронні мережі нині використовують у дослідженнях міцності матеріалів [1, 2], та їх втомного пошкодження [3].

Візуально відрізнити зображення спекл-структур непошкодженого матеріалу та матеріалу, в якому вже зародилася мікротріщина, практично неможливо. Тому для отримання необхідної інформації про ступінь пошкодженості матеріалу за його зображеннями спекл-структур, отриманими під час навантажування, використовують метод цифрового аналізу зображень [4].

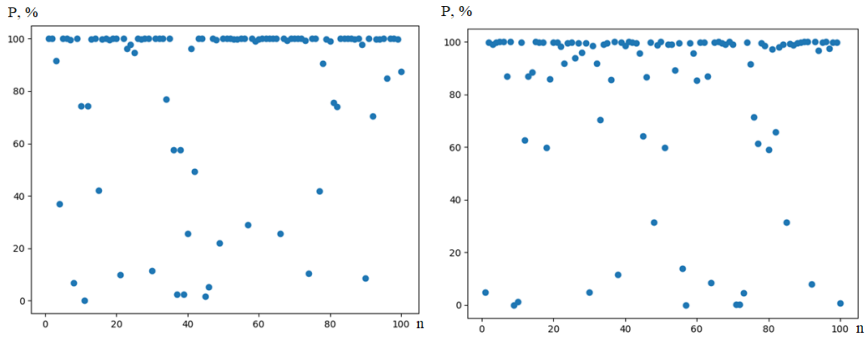
Постановка задачі. У даній роботі використовували корсетні зразки, в яких під час навантажування зона пошкодження локалізована. Зразки випробовували на втому на машині RUMUL TESTRONIC 50kN з резонансним режимом навантажування у Центрі колективного користування на базі Інституту проблем міцності імені Г.С. Писаренка НАН України. Зразки навантажували за гармонічним законом симетричного розтягу-стиску із частотою 135 Гц за амплітуди напружень σa вищої, ніж границя витривалості матеріалу. Для кількісного оцінення щільності мікродеформацій поверхні зразка використовували безконтактний метод [5], що базується на методі спекл-інтерферометрії.

Поверхню матеріалу з деформаційним рельєфом опромінювали джерелом когерентного світла з довжиною хвилі, яка співмірна з очікуваним розміром мікропластичних деформацій поверхні металевого зразка, що виникають за умов навантажування.

Для аналізу накопичення пошкоджень розглядали два класи зображень. Це зображення спекл-структур, що відповідають накопиченню пошкодженя до 10% довговічності та понад 90% довговічності.

Запропонована конфігурація нейронної мережі пройшла тренування протягом 100 епох. Отримано набір коефіцієнтів, який разом зі структурою нейронної мережі дозволяє прогнозувати, до якого класу належать зображення, які не брали участь у тренуванні і тестуванні нейронної мережі. Було проаналізовано 100 зображень спекл-структур, характерних для кількості циклів навантаження зразків до 10% довговічності, зокрема й ненавантаженого матеріалу. Це дозволило з певною ймовірністю визначати, до якого класу належить певне зображення спекл-структури.

На рис. 1, *а* вздовж осі абсцис вказано порядковий номер зображення, вздовж осі ординат - ймовірність належності зображення до класу, що відображає пошкодженість до 10% довговічності зразків. З рис. 3, *а* видно, що більшу частину зображень(82%) нейронна мережа практично з 100%-ою вірогідністю ідентифікувала правильно. Лише 18 зображень було ідентифіковано неправильно, для них нейронна мережа вказала як більш ймовірний клас «після 90% довговічності». Аналогічну процедуру було застосовано до 100 зображень, отриманих після 90% напрацювання. Результати приведено на рис. 3, *б*. Встановлено, що 85% зображень ідентифіковано коректно.



а *б*

Рис. 1 Результат ідентифікації класу для зображень спекл-структур із напрацюванням до: а - 10% довговічності, б – 90% довговічності.

Висновок. Запропоновано методику аналізу зображень спекл-структур поверхні матеріалу з деформаційним рельєфом, яка ґрунтується на використанні штучних нейронних мереж. На основі аналізу характеристик нейронної мережі рекомендовано оптимальну структуру нейронної мережі для класифікації зображень спекл-структур матеріалу, що підлягає циклічному навантажуванню. За допомогою конфігурації мережі після її тренування можна визначати, до якого класу належить зображення спекл-структури матеріалу в процесі накопичування втомного пошкодження, що відповідає

початковій стадії накопичування пошкодження, або стану матеріалу перед зародженням втомної тріщини.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: втома, пошкодженість, щільність мікродеформацій, спекл-структура, спекл-інтерферометрія, класифікація зображень, нейронна мережа.

1. *Abderrahim Djerrad, Feng Fan, Xudong Zhi and Qi-jian Wu.* Artificial neural networks (ANN) based compressive strength prediction of AFRP strengthened steel tube // International Journal of Steel Structures, Vol. **20**, pp. 156-174, 2020.
2. *Shreeshail Heggond.* Artificial neural networks application in the field of structural design and construdtion projects // International Journal of Recent Trends in Engineering & Research, Vol. **03**, Iss. 12, pp. 77-78, December 2017.
3. *J. F. Durodola, Shashidhar Ramachandra, Shpend Gerguri and N. A. Fellows.* Artificial neural network for random fatigue loading analysis including the effect of mean stress // International Journal of Fatigue, Vol. **111**, pp. 321-332, June 2018.
4. *Vadym Zhukovskiy, Olexsandr Gokhman, Marianna Kondrya.* Study of Surface Microstrains by Electron Speckle-Interferometry Methods // Ukrainian Journal of Mechanical Engineering and Materials Science, Vol. **3**, No. 1, pp. 37-42, 2017.

A. V. Byalonovich[1], G. G. Pisarenko[1], S. G. Pisarenko[1] & O. V. Voinalovych[2]

ANALYSIS OF THE EVOLUTION OF SPECKL-STRUCTURES ON THE SURFACE OF THE MATERIAL UNDER CYCLIC LOADING USING NEURAL NETWORKS

[1] G.S. Pisarenko Institute for Problems of Strength of the NAS of Ukraine
[2] National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine

To estimate the degree of damage to a material subjected to cyclic loading, a technique has been proposed for analyzing speckle images of the material surface at the stage of diffuse accumulation of fatigue damage using neural networks. The microdeformation density of the specimen surface was quantitatively estimated by non-contact speckle interferometry. As a result network can determine to which class the speckle-structure images belong during the accumulation of fatigue damage.

О.М. Герасимчук, О.В. Кононученко

ТЕОРЕТИЧНА ОЦІНКА ВТОМНОЇ ДОВГОВІЧНОСТІ МЕТАЛЕВИХ МАТЕРІАЛІВ

Інститут проблем міцності імені Г. С. Писаренка НАНУ, вул. Садово-Ботанічна, 2, 01014, Київ, Україна; e-mail: koleg70@gmail.com

Вступ. Деталі машин, які застосовуються у різних галузях промисловості, як правило, працюють в умовах змінних навантажень, що призводить до їх руйнування від втоми. Тому проблема прогнозування їхньої втомної довговічності завжди є актуальною.

Опис розрахункової моделі. На сьогодні загально прийнято розділяти процес втомного руйнування на стадію зародження втомної тріщини (стадія 1) і стадію її росту до руйнування (стадія 2), оскільки характер і механізми втомного пошкодження на цих стадіях суттєво відрізняються.

$$N_{in} = \left(\frac{40EM}{\xi(1+\nu)\sqrt{\pi(1-\nu)}(\Delta\sigma - \Delta\sigma_R)} \right)^{m_{in}-1} \tag{1}$$

Рівняння для оцінки тривалості стадії 1 N_{in} пропонується в наступному вигляді:
де $\Delta\sigma$ – прикладений розмах напружень циклу; E – модуль пружності; M – фактор Тейлора; ν – коефіцієнт Пуассона; $\Delta\sigma_R$ – границя витривалості гладких зразків у термінах розмаху напружень циклу за асиметрії R, ξ – критична гострота інтрузії, відношення її глибини до радіусу вістря, m_{in} – показник степеня у рівнянні швидкості росту втомної тріщини – характеристики матеріалу, розрахункові параметри [1].

Кількість циклів під час росту тріщини N_{FCG} отримаємо в результаті чисельного інтегрування рівняння швидкості її росту від довжини тріщини $l = 0$ до $l = l_t$, де l_t –лінійний розмір тріщини, який приймається за критерій руйнування від утоми:

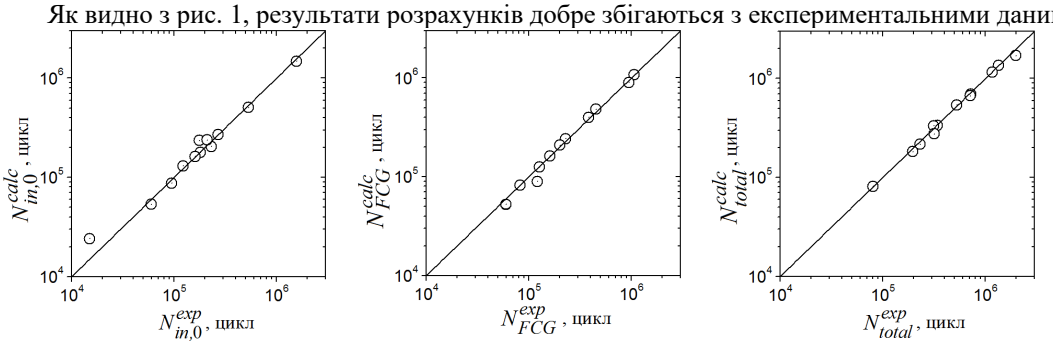
$$N_{FCG} = \frac{(\Delta K_{th,in})^{m_{in}}}{b} \int_0^{l_t} \left[(\Delta K_e)^{m_{in}} - (\Delta K_{th,in})^{m_{in}} \right]^{-1} dl \tag{2}$$

де b – мінімальна швидкість росту тріщини, яка дорівнює одній міжатомній відстані у напрямку вектора Бюрґерса $\vec{b}$ за цикл; ΔK_e – ефективний розмах коефіцієнту інтенсивності напружень (КІН), ефективна рушійна сила втомної тріщини, $\Delta K_{th,in}$ – внутрішній пороговий розмах КІН – розрахункові параметри [1].

Достовірність моделі. Для підтвердження достовірності запропонованої розрахункової моделі, було виконано розрахунки для зразків із глухим отвором діаметром 0,6 мм зі сталі 45 за різних рівнів прикладеного розмаху напружень циклу і різної асиметрії R [2].

На рис. 1,*а* наведено порівняння розрахованої за рівнянням (1) кількості циклів до ініціювання тріщини $N_{in,0}^{calc}$ з експериментальною $N_{in,0}^{\exp}$ (тривалість стадії 1). Результати розрахунків N_{FCG}^{calc} представлено і порівняно з експериментальними даними на рис. 1,*б*, а на рис. 1,*в* – порівняння розрахованої повної втомної довговічності зразків $N_{total}^{calc} = N_{in,0}^{calc} + N_{FCG}^{calc}$ з експериментальною $N_{total}^{\exp}$.

Як видно з рис. 1, результати розрахунків добре збігаються з експериментальними даними.



а *б* *в*

Рис. 1.

Висновки. Запропоновано розрахункову модель для теоретичної оцінки втомної довговічності зразків із металевих матеріалів за постійного прикладеного розмаху напружень циклу. Повна втомна довговічність розділяється на дві стадії: стадію зародження тріщини, тобто кількість циклів навантаження до моменту її ініціювання (стадія 1) і стадію росту тріщини (стадія 2). Перевагою запропонованої моделі є відсутність потреби проведення довготривалих і трудомістких випробувань на втому. Для розрахунку за моделлю достатньо лише дані про характеристики статичної міцності, які отримують із випробувань на короткочасний розтяг стандартних зразків з даного матеріалу, та характеристики мікроструктури, які визначають із аналізу мікроструктури вихідного матеріалу.

Модель може бути використано для оцінки ресурсу металевих деталей машин, що працюють в умовах циклічного навантаження і в яких допускається наявність тріщини певного розміру.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: багатоциклова втома; втомна довговічність; коротка втомна тріщина; концентратор напружень.

1. *Herasymchuk O.M., Kononuchenko O.V.* Theoretical estimation of fatigue life before crack initiation in metal materials // Strength of Materials – 2023. – **55**. – P. 457 – 468.
2. *Herasymchuk O. M., Kononuchenko O. V.* Peculiarities of short fatigue cracks growth from a blind hole in specimens made of steel 45. Part 1. Experimental results // Strength of Materials – 2021. – **53**. – P. 213 – 221.

O. M. Herasymchuk, O. V. Kononuchenko

THEORETICAL ESTIMATION OF FATIGUE LIFE BEFORE CRACK INITIATION

G.S. Pisarenko Institute for Problem of Strength of the National Academy of Sciences
Sadovo-botanichna Str., 2, 01014, Kyiv, Ukraine; e-mail: koleg70@gmail.com

Abstract. A computational model is proposed for theoretical evaluation of fatigue life of samples made of metallic materials at a constant applied cycle stress range. The initial data for the calculation, in addition to the loading parameters, are the characteristics of the static strength and microstructure of the initial material.

М.П.Адамчук, М.В.Бородій, З.С.Ясковець

РАТЧЕТИНГ ТРУБ ЗА СТУПІНЧАТОГО ЦИКЛІЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Інститут проблем міцності ім. Г.С.Писаренка НАНУ, вул. Садово-Ботанічна, 2, 01014, Київ, Україна; e-mail: m.p.adamchuk@gmail.com

Виконано експериментальне дослідження деформування прямолінійних секцій трубопроводу Ду 200 із сталі 20 за циклічного навантаження внутрішнім тиском. Випробування проведені на пневмогідравлічному стенді за умов плоского напруженого стану, нормальних температур, асиметрії циклу навантаження з реєстрацією колових та осьових пружно-пластичних деформацій [1, 2]. Дослідження проведені для двох трубних елементів з контролем за напруженнями за різними програмами. Програма випробувань першого елементу представляла собою трьохступінчате (по 100 циклів) навантаження за постійного значення середнього напруження та ступінчатої зміни амплітудного напруження (рис.1а). Трьохстадійне випробування другого трубного елементу виконувалось за постійного значення амплітуди напружень зі ступінчатою зміною середнього напруження (рис.1б) після досягнення 100 циклів навантаження на кожному етапі. Рівень навантаження відповідав області малоциклової втоми з вираженим пружно-пластичним деформуванням матеріалу. Метою експериментів було отримання діаграм ратчетингу (циклічної повзучості) труби за дії двовісного пропорційного навантаження від внутрішнього тиску (пульсуючий цикл) в залежності від ступінчатої зміни середнього/амплітудного напруження циклу.

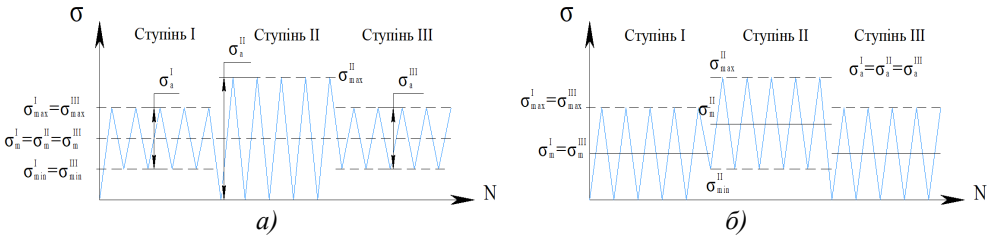


Рис.1.

На рисунку 2 для трубних елементів №1 і №2 наведено графіки зміни деформацій ратчетингу (циклічної повзучості) в коловому (суцільні лінії) та осьовому (штрихові лінії) напрямках. Показано, що для труб, подібно до лабораторних зразків, збільшення рівнів навантаження (порівняно з застосованим на попередньому етапі) суттєво впливає на ефект ратчетингу в коловому напрямку. Зі збільшенням амплітудного/середнього напруження відбувається різке збільшення деформацій ратчетингу та поступова стабілізація швидкості накопичення деформацій після 15-20 циклів навантаження. На відміну від лабораторних зразків [3] в трубному елементі накопичення деформацій ратчетингу на перших 20 циклах відбувається нерівномірно. Це можна пояснити різнотовщинністю та більшою структурною неоднорідністю трубного елемента у порівнянні зі зразками. Внаслідок цього, в залежності від числа циклів, різні зони конструктивного елементу по різному реагують на прикладене зусилля і через взаємовплив можуть викликати перерозподіл деформацій в трубі. Криві ратчетингу на першому і другому етапах навантаження мають подібний характер. З поверненням на третьому етапі до початкового нижчого значення середнього або амплітудного напруження циклу накопичення деформацій ратчетингу припиняється. Такий ефект вважається типовим і спостерігався раніше на зразках [4].

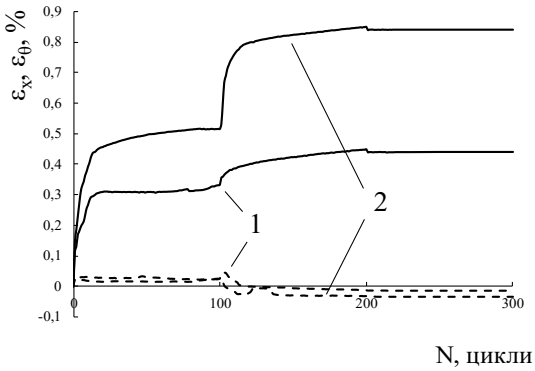


Рис. 2.

Осьові деформації за двовісного навантаження внутрішнім тиском є незначними і на порядок менші за колові. Через двовісне циклічне пружно-пластичне навантаження має місце постійна зміна осьових напружень. Зі збільшенням амплітудного/середнього напруження циклу та відповідно пластичних деформацій ратчетингу в коловому напрямку, осьові деформації трубного елемента постійно змінюють свій характер – від зменшення деформацій розтягу на перших циклах до досягнення усталеного рівня деформацій стискання на пізніх циклах. Значні направлені деформацій ратчетингу в коловому напрямку формують нову структуру матеріалу, яка для осьового напрямку зумовила збільшення кількості перешкод пружному деформуванню. Для осьового напрямку це проявилось у зміні пружних модулів навантаження та зміцненні матеріалу.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: експериментальне дослідження, ратчетинг, двовісне циклічне навантаження, елемент трубопроводу.

1. Adamchuк M.P., Borodii M.V., Stryzhalo V.O. Yaskovets' Z.S., Skakun S.A. Cyclic creep of pipes under block-type loading by internal pressure // Materials Science - 2022. - **58**, N2. - P. 237-244.
2. Borodii M.V., Adamchuk M.P, Stryzhalo V.O., Yaskovets' Z.S. Experimental study on cyclic creep of pipes // Strength of Materials – 2022. - **54**, N3. - P. 378-386.
3. Borodii M.V., Stryzhalo V.O., Kucher M.K., Danyl'chuk E.L., Adamchuk M.P. An experimental study of ratcheting effect under multiaxial proportional loading // Strength of Materials – 2014. - **46**, N1. – P. 97-104.
4. Kang G., Gao Q., Cai L., Sun Y. Experimental study on uniaxial and nonproportionally multiaxial ratcheting of SS304 stainless steel at room and high temperatures // Nuclear Engineering and Design – 2002. – **216.** - P. 13–26.

M.P. Adamchuk, M.V.Borodii, Z.S.Yaskovets

RATCHETTING OF PIPES UNDER STEPWISE CYCLIC LOADING

G.S.Pisarenko Institute for Problems of Strength National Academy of Sciences of Ukraine, 2, Sadovo-Botanic Str, 01014, Kyiv, Ukraine? e-mail: m.p.adamchuk@gmail.com

An experimental study of the deformation of a straight elements of the pipeline DN 200 from steel 20 under cyclic loading by internal pressure was been performed. Based on the results of the research, ratcheting diagrams of the pipes in the circular and axial directions were been obta

С.В. Кобельський

РОЗВИТОК ЗМІШАНОГО МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ МЕХАНІКИ У ТРИВИМІРНІЙ ПОСТАНОВЦІ

Інститут проблем міцності імені Г.С. Писаренка НАНУ, вул. Садово-Ботанічна, 2, 01014, Київ, Україна, harry-ksv@ukr.net

В Інституті проблем міцності імені Г.С.Писаренка НАН України (ІПМіц НАН України) запропоновано та теоретично обґрунтовано змішану схему метода скінченних елементів (ЗСМСЕ) для розв'язання крайових задач механіки деформованих конструкцій, які перебувають під впливом підвищених температур, нейтронного опромінення в умовах експлуатаційного та аварійного навантажень [1].

Основна перевага ЗСМСЕ порівняно з класичним підходом МСЕ у формі методу переміщень полягає у застосуванні концепції змішаних формулювань крайових задач механіки у вигляді інтегральних тотожностей. За таким формулюванням напруження і деформації входять у розв'язувальні рівняння поряд із переміщеннями як рівноправні невідомі. Це дає змогу апроксимувати напруження, деформації та переміщення різним набором базисних функцій, які забезпечують безперервність апроксимації не тільки для переміщень, але й для деформацій та напружень, тоді як класичні схеми МСЕ призводять до їх розривної апроксимації. Ще одна важлива перевага полягає у тому, що змішані схеми МСЕ дозволяють будувати розв'язки задачі з урахуванням точного задоволення статичним граничним умовам у вузлах сітки на поверхні тіла, що покращує точність визначення напружень. Для розв'язання нелінійної системи дискретних рівнянь ЗСМСЕ реалізовано модифіковані ітераційні процеси пружних розв'язків і змінних параметрів пружності та досліджено їхню збіжність з урахуванням деформаційної історії навантаження.

Наведено результати розвитку та застосування ЗСМСЕ щодо розв'язання крайових задач механіки пружно-пластичного деформування у тривимірній постановці. Запропоновано нові тривимірні скінченні елементи (СЕ) на основі тетраедру та шестигранної 8-ми вузлової призми з полі-лінійним законом розподілу переміщень за їх вузловими значеннями у вершинах СЕ. Для апроксимації деформацій і напружень застосовано кусково-інтерполяційні функції, визначені щодо вершин, центральної точки, точок у центрах граней та внутрішніх точок СЕ.

Стійкість, збіжність та точність наближених розв'язків на основі запропонованих скінченних елементів досліджено за результатами розв'язків спектра модельних задач з відомими аналітичними та чисельними розв'язками у пружній та пружно-пластичній постановках.

Для розв'язання задач теорії тріщин розроблені спеціальні розрахункові підходи для побудови сітки тривимірних скінчених елементів в околі фронту тріщини [2]. Сітка складається з трьох зон – ядра, перехідної зони та зони розрідження. Ядро розбивається сіткою, регулярною в площині, перпендикулярній фронту тріщини. Розмір ядра незначний порівняно з розміром перехідної зони (≈10%). Величина кроку сітки в площині, перпендикулярній фронту, в околі точок фронту становить 0,05 – 0,1 мм. Сітка в перехідній зоні забезпечує плавний перехід від густої сітки в ядрі до рідкої в зоні розрідження. Розмір перехідної зони такий, щоб вплив нерегулярної сітки в зоні розрідження був найменшим на регулярну сітку в зоні ядра. В ядрі використовуються СЕ – тетраедри, в зоні розрідження та перехідній зоні – 8-ми вузлові призми. За таким підходом суттєво зменшується розмірність дискретної задачі та об'єм інформації, яка опрацьовується під час розв'язання задачі.

Отримані результати теоретичних та прикладних досліджень використано під час розробки спеціалізованого програмного забезпечення, яке застосовувалось для розв'язання актуальних прикладних задач механіки з обґрунтування міцності для прогнозування ресурсу елементів обладнання 1-го контуру реакторної установки з водо-водяним енергетичним реактором ВВЕР-1000.

Розрахунки кінетики напружено-деформованого стану та опору руйнуванню досліджуваних конструкцій виконувались за аварійних те експлуатаційних режимів навантаження з урахуванням залишкових технологічних напружень, деформаційної історії термосилового навантаження та дефектності металу у вигляді постульованих напівеліптичних поверхневих та піднаплавних осьових та окружних плоских тріщин. Розгляд вихідної розрахункової моделі конструкції супроводжувався побудовою її розрахункового фрагмента з вбудованою в модель постульованою тріщиною.

Пружно-пластичний розрахунковий аналіз опору руйнуванню вузла приварки парогенератора ПГВ-1000 вперше виконаний з урахуванням наявного поверхневого ерозійно-корозійного дефекту, стилізованого у вигляді протяжної поверхневої канавки незмінного перерізу. Показано, що сумісний розгляд постульованої тріщини та означеного дефекту за певних умов призводить до знижених оцінок

опору руйнуванню вхідного патрубка (до 20%) порівняно з традиційним моделюванням дефекту у вигляді плоскої напівеліптичної тріщини.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: реактор ВВЕР-1000, напружено-деформований стан, змішана схема методу скінченних елементів.

1. Харченко В.В., Чирков А.Ю., Кобельский С.В., Кравченко В.И. Методы расчетного анализа в задачах прочности элементов оборудования реакторных установок ВВЭР. – Киев: Ин-т проблем прочности имени Г.С. Писаренко НАН Украины, 2018. – 293 с.
2. *Kobelsky S.V.* Numerical Calculations of Stress-Intensity Factors for a WWER–1000 Reactor Pressure Vessels under a Pressurized Thermal Shock // Materials and Technology. – 2013. – N6. – P. 825 – 830.

S.V. Kobelsky

DEVELOPMENT OF THE MIXED METHOD OF FINITE ELEMENTS FOR SOLVING BOUNDARY PROBLEMS OF MECHANICS IN A THREE-DIMENSIONAL FORMULATION

G.S. Pisarenko Institute of Problems of Strength of NAS of Ukraine, 2, Sadovo-Botanichna Str., 01014, Kyiv, Ukraine

Based on the mixed scheme of finite element method, the new three-dimensional finite elements are proposed for solving three-dimensional problems of elasticity and incremental plasticity. The developed device was used to analyze the characteristic emergency cooling mode of the VVER-1000 reactor vessel with a detailed consideration of the welded joints zones, the inlet pipe zone, the collector welding unit to the PGV-1000 steam generator.

Г.В. Цибаньов

КІНЕТИКА ВТОМНОГО ПОШКОДЖЕННЯ СТАЛЕЙ НА СТАДІЯХ ІНКУБАЦІЇ І РОСТУ КОРОТКИХ ТРІЩИН

Інститут проблем міцності імені Г. С. Писаренка НАНУ, вул. Садово-Ботанічна, 2, 01014, Київ, Україна; e-mail: tsybanov@ukr.net

Вступ. Еволюція процесу багатоциклової втоми матеріалів на стадіях інкубації і росту коротких тріщин може займати значну долю загальної довговічності. Тому зусилля науковців спрямовані на розрахункове визначення довговічності до зародження втомної тріщини в елементах конструкцій до моменту, коли вона стає критичною. Сучасні підходи до оцінки втомного пошкодження матеріалів свідчать про необхідність подальших досліджень з урахування особливостей мікроструктури матеріалів, що визначає актуальність виконаної розробки. У доповіді представлена нова схема визначення втомного пошкодження сталей на ранніх стадіях втоми.

Постановка задачі та її розв'язок. Задачею для виконання досліджень поставлено розробку методу визначення рівня втомного пошкодження матеріалів на стадіях інкубації і росту коротких тріщин втоми у гладких зразках. Враховуючи результати досліджень [1], у роботі прийнято нетрадиційне представлення процесу пошкодження матеріалів при циклічному навантаженні: стандартно визначена границя витривалості σ_r не визначає її вихідну величину, так як визначається після циклічного навантаження до бази досліджень (абсциси перелому кривої втоми). За цей час навантаження мікроструктура матеріалу зазнає пошкоджень, які призводять до зародження нерозповсюджуваної тріщини. Дослідження Френча [2] показують, що на кожному рівні напружень кривої Веллера можна експериментально визначити кількість циклів навантаження $n = N_{Fr}$, які не знижують σ_r (лінія Френча, далі – ЛФ), а після ЛФ вона починає знижуватися. Міллером показано [3], що циклічне напрацювання до ЛФ пов'язане з подоланням мікроструктурних перешкод від початку навантаження до досягнення найбільш міцного мікроструктурного бар'єру, який гальмує розвиток тріщини на границі витривалості. Таке трактування дозволяє сформулювати новий підхід до визначення втомного пошкодження на стадіях інкубації і росту коротких втомних тріщин.

У дослідженнях виконано моніторинг втомного пошкодження за поточною границі витривалості σ_{rc}, циклічне напрацювання n до ЛФ відповідає довговічностям N_{Fr} до зародження тріщини втоми. Крива втоми і ЛФ представлені модифікацією залежності Стромейєра з введенням пошкоджуваного напруження [1], показник цієї залежності k використано у степеневих рівняннях для опису кінетики втомного пошкодження гладких зразків за постійних амплітуд напружень σ_a.

Стадія інкубації тріщини втоми розглядається як зниження вихідної границі витривалості σ_{r0} (з літературних джерел $\sigma_{r0} > \sigma_r$) від початку навантаження до ЛФ і її подальше падіння з ростом тріщини після ЛФ від σ_r до кінцевого значення σ_{rf}. Останнє визначається з використанням критичного і порогового значень коефіцієнтів інтенсивності напружень матеріалу. Це відповідає відомій модифікованій діаграмі Кітагави – Такагачі у трактовці Міллера [3]. Тобто, інкубація тріщини пов'язана з її проростанням через субструктуру до міцного мікроструктурного бар'єру. Далі ріст коротких тріщин відбувається у режимах мікроструктурно- та фізично- коротких тріщин, які у даному повідомленні розглядаються опосередковано через зміну границю витривалості. На стадії від початку циклічного навантаження до ЛФ поточна границя витривалості σ_{rc1} змінюється за залежністю (1) від σ_{r0} до σ_r і далі – σ_{rc2} змінюється за залежністю (2) від σ_r до σ_{rf}:

$$\sigma_{rc1} = \sigma_{r0}\left(1 + \frac{b_1 n}{N}\right)^k; \tag{1}$$

$$\sigma_{rc2} = \sigma_r\left(c + \frac{b_2 n}{N}\right)^k. \tag{2}$$

Параметри b_1, b_2, c визначаються за граничними умовами при $n = 0$, $n = N_{Fr}$ і $n = N$, де N - кількість циклів навантаження до повного руйнування гладкого зразка. Результати продемонстровано на сталях ферито-перлітного класу.

Висновок. Запропоновано новий метод визначення поточного втомного пошкодження сталей, яке оцінюється зниженням вихідної границі витривалості у процесі втоми і пов'язане з відповідним пошкодженням матеріалу на рівні суб- і мікроструктури. Це дозволяє встановити взаємозв'язок границі

витривалості з пороговим коефіцієнтом інтенсивності напружень довгих тріщин без введення поправок у вигляді фіктивних тріщин на ранніх стадіях втоми – зародження і росту коротких тріщин.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: втомне пошкодження, змінна границя витривалості, інкубація тріщини, розвиток короткої тріщини, лінія Френча.

1. *Цибаньов Г.В,* Розрахункове визначення лінії Френча сталей з використанням експериментальних даних для побудови кривої втоми. Повідомлення 1. Огляд літературних джерел та розвиток розрахункового методу побудови ЛФ // Пробл. міцності. – 2023. – **3** – С. 19 – 28.
2. *French H.* Fatigue and hardening of steel // *Trans. Amer. Soc. Steel Treat.* – 1933. – **21.** – P. 899 – 946.
3. *Miller K.J.* The two thresholds of the fatigue behaviour // Fatigue Fract. Engng. Mater. Stract. – 1993. – **16,** – N 9. – P. 931 – 939.

G.V.Tsyban'ov

KINETICS OF THE FATIGUE FAULT OF STEELS AT THE STAGES OF INCUBATION AND THE GROWTH OF SHORT CRACKS

G.S. Pisarenko Institute for Problem of Strength of the National Academy of Sciences , Kyiv, Ukraine

Abstract. The message presents a calculation model for describing the fatigue damage of steels starting from the beginning of loading of a smooth sample until its failure. The latter is taken as the moment of initiation of a fatigue crack, after which the reduction of the endurance limit is due to its growth. Dependencies are proposed to describe the change in the endurance limit during the stages of incubation and short crack growth as a measure of fatigue damage

В. О. Дегтярев

МЕТОДИ ЗНИЖЕННЯ ЗАЛИШКОВИХ НАПРУЖЕНЬ В МЕТАЛОКОНСТРУКЦІЯХ ВІБРООБРОБКОЮ

Інститут проблем міцності імені Г. С. Писаренка НАНУ, вул. Садово-Ботанічна, 2, 01014, Київ, Україна; e-mail: viadeg09@gmail.com

Вступ. З метою зниження залишкових напружень (ЗН) розтягу в зварних і литих металоконструкціях, що забезпечує підвищення опору втомі, тріщиностійкості, а також стабільність розмірів виробу, використовується віброобробка (ВО), яка полягає в збудженні коливань виробу за допомогою механічного вібратора. Однак ограничене використання її на практиці. обумовлено тим, що величина змінного напруження в конструкціях, як правило, підбирається дослідним шляхом, що може привести до виникнення втомних пошкоджень на стадії обробки. Тому були запропоновані методи вибору режимів віброобробки зварних елементів металоконструкцій, які ефективно знижують вихідні ЗН і забезпечують відсутність втомного пошкодження.

Методи вибору режимів віброобробки. В даний час розроблено та експериментально опробовано дві методики. Вони засновані на використанні комплексної діаграми граничних напружень циклу (ДГНЦ), визначеної в координатах максимальне напруження циклу σ_{max}- середнє напруження циклу σ_m. Для отримання діаграми визначаються дві лінії. Перша відповідає границям витривалості σ_R зварного з'єднання або конструкції і обмежена границею витривалості при симетричному циклі навантаженні σ_{-1} і границею міцності σ_B.. Друга проведена по границям циклічної повзучості матеріалу конструкції $\sigma_{цпR}$, тобто це напруження, які визначаються при різних значеннях коефіцієнта асиметрії циклу R_σ, під дією яких на встановленій базі випробувань у результаті циклічної повзучості досягається задане значення пластичної деформації $\varepsilon_{пл}$. Вона обмежена границею повзучості при статичному навантаженні σ_n (можна границею плинності σ_T) та границею витривалості, яка отримала назву мінімальна границя циклічної повзучості $\sigma_{цп}$,, визначеною за відповідною $\varepsilon_{пл}$. Тривалість навантаження для визначення $\varepsilon_{пл}$ відповідає тривалості ВО, тривалість якої у свою чергу визначається по кривим циклічної повзучості матеріалу, щоб було реалізовано більша її частина.

Перед початком проведення ВО визначається епюра залишкових напружень, і максимальна величина вихідного ЗН розтягу $\sigma^{в}_{зал}$ відкладається на діаграмі. Напруженння від зовнішнього навантаження $\sigma_{вн}$, яке необхідно додати до виробу, визначається за умови $\sigma_{цпR} < \sigma_{вн} + \sigma^{в}_{зал} < \sigma_R$. Права частина нерівності забезпечує відсутність втомних пошкоджень, а ліва – зниження ЗН. У випадку, коли вихідне ЗН менше за середнє напруження $\sigma_{цпт}$ відповідного $\sigma_{цп}$, для його зниження треба прикласти асиметричне циклічне навантаження.

Перевірка працездатності першої методики проводилась як в лабораторних умовах на зварних стикових з'єднаннях сталі 09Г2С так і в виробничих на натурних конструкціях. Залишкові напруження у зразках розміром поперечного перетину 0,08х0,024 м створювалися нанесенням по його середині поздовжній наплавки та визначались методами канавки і ультразвуку. Було випробувано дві серії зразків. Для першої амплітуда циклічного напруження σ_a визначалася таким чином, щоби сума вихідного ЗН та напруження від зовнішнього навантаження не перевищувала $\sigma_{цпR}$, а для другої відповідала вищенаведеної умові. Випробування показали, що у першої серії зниження ЗН сталося незначним, а у другої відбулося майже на 50%. У виробничих умовах віброобробці піддавались зоні приварки кінцевих п'ятників з'єднувальних балок восьмивісних залізничних цистерн. П'ятникі складної конфігурації розміром 0,6Х0,6Х0,06 м виготовлялися литтям зі сталі 20ГФЛ и вварювалися у листову сталь 09Г2С. ЗН визначалися з використанням ефекту Баркгаузена. Віброобробка проводилась за допомогою вібратора ИВ-107 впродовж 20 хв. О зниженні ЗН судили по зміні струму, що потребляє вібратор. Амплітуди напруження розраховувалися, виходячи з наведеної умови, значення $\sigma_{цпR}$ визначалися при $\varepsilon_{пл}$.=0,2 %. Дослідження показали, що ЗН знизилися на 20 %.

Однак недоліком цього методу є те, що режими навантаження не задають величину зниження ЗН. З урахуванням прямого зв'язку між накопиченням пластичної деформації у матеріалі та зниженням у ньому ЗН була розроблена друга методика, яка дозволяє розраховувати безпечні режими навантаження для зменшення ЗН на заздалегіть задане значення $\Delta\sigma_{зал.}$ за результатами випробувань зразків без ЗН. Для цього статично навантажується додатковий зразок і знаходиться $\varepsilon_{ПЛ}$, при напруженні, рівному величині конкретного зниження ЗН. Після прикладання $\sigma_{вн}$, за умови, якщо $\sigma_{вн} + \sigma^{в}_{зал} > \sigma_{цпR}$, у матеріалі виникає пластична деформація. За умовою, що направлення зовнішнього навантаження співпадає з направленням ЗН, значення $\Delta\sigma_{зал.}$ можна визначити як $\Delta\sigma_{зал} = \varepsilon_{ПЛ} \cdot E$, де E – модуль пружності матеріалу. В результаті вихідне ЗН знизиться до $\sigma^{к}_{зал} = \sigma^{в}_{зал} - \Delta\sigma_{зал}$. Для зниження ЗН на різну величину на ДГНЦ треба визначити кілька ліній границь циклічної повзучості при різних значеннях $\varepsilon_{ПЛ}$.

Цей метод було випробувано на балках коробчастого перетину розміром 0,19×0,17×2,0 м зі сталі 20, що моделюють конструкцію піддизельної рами тепловоза, в умовах асиметричного циклу навантаження на пульсаторі ЦДМ-200пу та пластинах зі сталі Ст3 розміром поперечного перетину 0,165×0,0059 м і довжиною робочої частини l = 0,65 м при симетричному циклі навантаження з установкою вібратора.

Перед проведенням випробувань були визначені схеми та режими навантаження, епюри ЗН. При визначенні ДГНЦ були розраховані лінії граничних напружень та границь циклічної повзучості за умови досягнення $\varepsilon_{пл}$, що відповідає заздалегідь заданому значенню $\sigma^{к}_{зал}$. У балках параметри зовнішнього навантаження розраховувалися за умови досягнення значення $\sigma_{цпR}$ при віднульовому циклі. Після 10^5 циклів навантаження в режимі вимушених коливань із частотою 10 Гц виміряні у двох балках вихідні ЗН з 200 МПа знизилися до заздалегідь заданого значення $\sigma^{к}_{зал}$=150 МПа, що підтверджує справедливість запропонованої методики. У пластинах після ВО впродовж 5 хв., що відповідає 7500 циклам навантаження, при експериментально встановленій резонансній частоті коливань 25 Гц, було також встановлено зниження вихідного ЗН з 195 МПа на 26%, тобто до $\sigma^{к}_{зал}$. Проведені дослідження також підтверджують обгрунтованість запропонованого методу.

Вочевидь подібний підхід буде наближеним, тому що в реальних конструкціях епюра розподілу ЗН має складний характер. Однак при труднощах у проведенні експерименту, в якості експрес оцінки впливу режимів ВО на кількісне зниження ЗН, запропоновані методи цілком придатні.

V. O. Degtyarev

METHODS OF REDUCING RESIDUAL STRESSES IN METAL STRUCTURES BY VIBRATION PROCESSING

G.S. Pisarenko Institute for Problems of Strength of the NAS of Ukraine, Sadovo-Botanichna Str. 2, 01014, Kyiv, Ukraine

On the basis of a complex diagram of the limit stresses of the cycle, methods for choosing non-damaging modes of vibration treatment of metal structure elements are proposed in order to reduce residual stresses in them without the danger of fatigue damage at the stage of technological processing. The methods have been tested on the example of testing structural elements of steel 09G2S, as well as structural elements of steel 20 and 20 HFL of the connecting beam of an eight-axle railway tank car.

О.Л. Деркач [1], О.В. Савченко [2]

ГІБРИДНЕ ДЕМПФІРУВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ КОЛИВАНЬ БАГАТОШАРОВИХ ЕЛЕКТРОВ'ЯЗКОПРУЖНИХ ПЛАСТИН

[1] *Інститут проблем міцності ім. Г.С.Писаренка НАНУ,*
вул. Садово-Ботанічна, 2, 01014, Київ, Україна; e-mail: derkach@ipp.kiev.ua
[2] *Національний університет «Чернігівська політехніка»,*
вул. Шевченка, 95, 14030, Чернігів, Україна; e-mail: olenasavch15@gmail.com

Проблема зниження вібронапруженості тонкостінних конструктивних елементів сучасної техніки, зокрема авіа-, судно- та турбобудування, залишається досить актуальною. Для її вирішення довгий час, як правило, використовуються пасивні методи демпфірування коливань, які полягають у використанні матеріалів з високим рівнем гістерезисних втрат енергії [1–2]. Застосування багатошарових пластинчастих конструктивних елементів, які складаються із жорстких несучих шарів, що чергуються з в'язкопружними, є ефективним рішенням з точки зору пасивного демпфірування коливань.

В останні декілька десятиліть для розв'язання проблеми зниження вібронапруженості шаруватих тонкостінних конструктивних елементів все більше застосовується метод активного демпфірування коливань за допомогою п'єзоелектричних перетворювачів у вигляді шарів, які виконують функцію як сенсора, так і актуатора [3–5]. Ефективність активного демпфірування коливань залежить як від граничних умов пластини і коефіцієнтів зворотного зв'язку, так і взаємного розміщення активних (п'єзоелектричних) та пасивних шарів, їх конструктивних та пружних характеристик.

Актуальність використання методів активного демпфірування обумовлено їх високою ефективністю зниження амплітуди вимушених гармонічних коливань тонкостінних елементів конструкції [3]. Поєднання пасивних і активних методів демпфірування дозволяє забезпечити високий рівень розсіювання енергії в тонкостінних елементах конструкцій у широкому діапазоні частот коливань. Даний напрям досліджень в науково-технічній літературі сформувався як так зване гібридне демпфірування коливань [4–5]. До його переваг слід віднести можливість забезпечення високої демпфірувальної здатності конструктивних елементів за умови їх низькочастотних коливань засобами активного демпфірування, а при високочастотних коливаннях – за допомогою пасивного демпфірування. Водночас, для коректної розробки моделей гібридного демпфірування коливань необхідним [5] є врахування в'язкопружних властивостей композитних елементів, які характеризуються частотно-залежним розсіюванням енергії в матеріалах шарів.

Метою представленої роботи є розробка розрахункових моделей дисипативних багатошарових пластин з урахуванням частотно-залежного розсіювання енергії в матеріалі та розрахункове визначення впливу пружних та конструктивних параметрів структури пластини на ефективність гібридного демпфірування її нестаціонарних коливань.

Розрахункову модель багатошарової пластини побудовано на основі дискретно-структурного підходу, згідно з яким вона по висоті розділяється на скінченну кількість розрахункових шарів з параболічною апроксимацією переміщень та електричних потенціалів по товщині. Зазначимо, що у цій моделі враховується стискання по товщині шарів. Систему розрахункових рівнянь представлено у частотному просторі інтегральних перетворень Фур'є [6].

Для аналізу активного демпфірування коливань шарнірно-закріпленої пластини представлено рівняння коливань відносно частотних зображень Фур'є векторів переміщень та електричних потенціалів, який було розділено на вектори вузлових електричних потенціалів актуатора і сенсора [6]. Активне демпфірування коливань пластини досягається введенням негативного зворотного диференційного зв'язку між електричними потенціалами сенсора і актуатора.

На прикладі п'ятишарової прямокутної пластини досліджено вплив деформацій зсуву у в'язкопружному шарі при зміні відношення модулів зсуву матеріалів та відносної товщини шарів сендвіч-структури пластини із симетричною і несиметричною конфігурацією пакету шарів по товщині. Для оцінки ефективності активного демпфірування коливань було використано відношення максимального значення декремента коливань у заданому частотному діапазоні за умов активного демпфірування до такого ж значення за умов пасивного. Показано, що зниження ефективності активного демпфірування коливань пластини пов'язане із деформацією зсуву у її в'язкопружному шарі. Встановлено, що кососиметричність сендвіч-структури пластини може бути також використана для підвищення ефективності активного демпфірування її коливань.

Отримані залежності декремента коливань пластини від частоти для різних значень диференційної складової регулятора показали, що її величина не впливає на пікові значення частотно-залежного декремента, тоді як амплітуди нестаціонарних коливань значно зменшуються при збільшенні величини

диференційної складової. Однак при цьому діапазон частот, на якому забезпечується відносно високий рівень активного демпфірування коливань звужується.

Таким чином, представлено модель дисипативної пластини на основі дискретного-структурного підходу та отримано результати розрахункових досліджень, які можуть бути використані для пошуку оптимального співвідношення пружних та конструктивних параметрів активної сандвіч-пластини для забезпечення максимального гібридного демпфірування її нестаціонарних коливань.

1. Дубенец В.Г., Хильчевский В.В. Колебания демпфированных композитных конструкций. – Київ: Вища школа, 1995. – 226 с.
2. Савченко Е.В. Пассивное демпфирование колебаний композитных конструкций. – Нежин: ООО «Видавництво "Аспект-Поліграф"», 2006. – 232 с.
3. Karnaukhov V.G., Kozlov V.I., Karnaukhova T.V. Influence of Anisotropy and Transverse-Shear Strains on the Performance of Piezoelectric Sensors and Actuators // Int. Appl. Mech. – 2018. – **54**, N 3. – P. 331–338.
4. Kapuria S., Yasin M. Y. Active Vibration Suppression of Multilayered Plates Integrated with Piezoelectric Fiber Reinforced Composites Using an Efficient Finite Element Model // J. of Sound and Vibration. – 2010. – **329**. – P. 3247 – 3265.
5. Araújo A.L., Mota Soares C.M., Mota Soares C.A. A Viscoelastic Sandwich Finite Element Model for the Analysis of Passive, Active and Hybrid Structures // Appl. Compos. Mater. – 2010. – **17**. – P. 529 – 542.
6. Derkach O.L., Zinkovskyi A.P., Savchenko O.V. Active Damping of Nonstationary Vibrations of a Three-Layered Electro-Viscoelastic Composite Plate // Strength Mater. – 2020. – **62**, N 6, – P. 876 – 888.

O.L.Derkach [1], O.V.Savchenko [2]

HYBRID DAMPING OF NON-STATIONARY VIBRATIONS OF MULTILAYER ELECTRO-VISCOELSTIC PLATES

[1] *G.S. Pisarenko Institute for Problems of Strength of the NAS of Ukraine, Sadovo-Botanichna Str. 2, 01014, Kyiv, Ukraine; e-mail: derkach@ipp.kiev.ua*

[2] *Chernihiv Polytechnic National University, Shevchenko Str. 95, 14030, Chernihiv, Ukraine; e-mail: olenasavch15@gmail.com*

A refined numerical model of the plate involves the layerwise theory, where it is divided by height into a finite number of computational layers with the cubic approximation of displacements and electric potential by their thickness. To include frequency-dependent damping in electo-viscoelastic material the system of computational equations is presented in the frequency domain of the Fourier integral transformations. Hybrid damping of a five-layer plate is investigated.

К.О. Трапезон [1], О.Г. Трапезон [2]

РОЗРАХУНКОВА МОДЕЛЬ КРУГОВОЇ ПЛАСТИНКИ ДЛЯ ВТОМНИХ ВИПРОБУВАНЬ

[1] *Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського, просп. Берестейський, 37, 03056, Київ, Україна; e-mail: k.trapezon@kpi.ua*

[2] *Інститут проблем міцності імені Г.С. Писаренка НАНУ, вул. Садово-Ботанічна, 2, 01014, Київ, Україна; e-mail: trapezon@ukr.net*

Кругові пластинки є складовою частиною днища поршнів двигунів внутрішнього згоряння. Питання, які стосуються прикладного значення, актуальності розрахунку коливань пластинок висвітлено в багатьох наукових статтях та дослідженнях [1,2]. В цих та інших численних роботах зазначається, що існує проблєма розрахунку згинних коливань суцільних кругових пластинок змінної товщини з різними варіантами її закріплення та різними законами зміни їх товщини. Актуальною виступає і проблєма розроблення розрахункової моделі кругової пластинки, з якої можна отримати замкнений розв'язок задачі на власні значення, і за яким можна знайти власні частоти, побудувати форми коливань, вивчити характер щодо розподілу напружень (радіальних та тангенціальних). Насправді проблема, не у відсутності інтересу до можливостей знаходження розв'язків, а напевно, через наявні труднощі аналітичного характеру, тобто відсутності розв'язку задачі для кругової пластинки зі змінною товщиною за умови, що в центрі товщина не дорівнює нулю [3]. На основі методу симетрій отримано аналітичний розв'язок задачі про осесиметричні згинні коливання для жорстко закріпленої кругової пластинки з певним законом зміни товщини, задля подальшого визначення власних частот і побудови власних форм та визначення нормальних напружень, які виникають при циклічному деформуванні цих пластинок.

В роботі розглянуто два типи пластинок товщиною $h = H_0(1+\mu\rho)^2$: при μ =0 та при $\eta = 2$, де $\eta = h(\rho = 1)/h(\rho = 0)$ - відношення товщини на краю пластинки до товщини в центрі пластинки. Для аналізу напружено-деформованого стану кругової пластинки, яка є жорстко закріплена по краю, у випадку осесиметричних коливань, в роботі отримано розподіли по радіусу радіальних σ_r та тангенціальних σ_θ нормальних напружень. Для пластинки постійної товщини, якщо прийняти, що $\sigma_r(0) = \sigma_\theta(0) = 1$ епюри радіальних та тангенціальних напружень для основної форми коливань показано на рисунку 1.

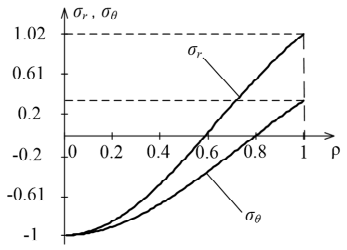


Рис. 1

Для пластинки змінної товщини $h = H_0(1+\mu\rho)^2$, яка також є жорстко закріплена по краю, за умови відношення товщин $\eta = 2$ на рисунку 2 наведено епюри радіальних та тангенціальних напружень для основної форми коливань. Отримано, що для пластинки постійної товщини має місце нерівність $\sigma_r(1)/\sigma_r(0) > 1$. В даному випадку це відношення $\sigma_r(1)/\sigma_r(0)$ складає 1,02.

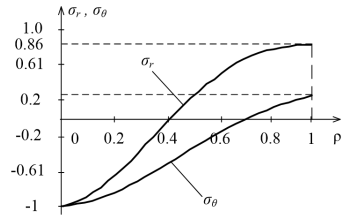


Рис. 2

Якщо ж пластинка осесиметрично потовщується від центра до краю, то це відношення зменшується. Для даного варіанту конструкції пластинки воно складає 0,86, що видно з рисунку 2. Оскільки,

загальновідомо, що при осесиметричних коливаннях основний вплив на міцність пластинчатих елементів здійснює саме радіальне напруження, то управління величиною $\sigma_r(1)/\sigma_r(0)$ через зміну параметра η має важливе практичне значення. Так, зменшення цієї величини вочевидь дозволить успішно проводити втомні випробування, при співвідношенні головних напружень в центрі, що дорівнює одиниці. Таким чином, можна вважати, що кругова пластинка подібної конфігурації може бути прототипом зразка для втомних випробувань матеріалів в умовах плоско-напруженого стану при згаданому співвідношенні головних напружень в місці втомного руйнування, тобто в центрі пластинки. Порівнюючи розподіли напружень на рисунках 1 та 2 можна відмітити, що для пластинки змінної товщини характерна більш плавна зміна σ_r в області, яка граничить з закріпленням. Ця обставина свідчить про більш сприятливий розподіл напружень, оскільки з точки зору міцності небезпечна зона, до якої відносять місце закріплення, вже не є різко зосередженою по краю, як у випадку пластинки постійної товщини.

1. *Kulkarni, P.*, *Dhoble, A.* A review of research and recent trends in analysis of composite plates // Sadnana. – 2018. - **43**, Article Number: 96. doi: https://doi.org/ 10.1007/s12046-018-0867-1
2. *Cucinotta, F., Nigrelli, V., Sfravara F.* Numerical prediction of ventilated planing flat plates for the design of Air Cavity Ships // Int J Interact Des Manuf. – 2018. – **12**. - P. 537–548. doi: https://doi.org/ 10.1007/s12008-017-0396-x
3. *Yang, Y., Zhang, Y., Chen, W.* On asymmetric bending of functionally graded solid circular plates // Appled Mathematics and Mechanics. – 2018. – **39**. – P. 767–782. doi: https://doi.org/ 10.1007/s10483-018-2337-7

K. Trapezon[1], A. Trapezon[2]

DESIGN MODEL OF A CIRCULAR PLATE FOR FATIGUE TESTING

[1] National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine
[2] G.S. Pisarenko Institute for Problems of Strength of the National Academy of Sciences of Ukraine,2 Ukraine

The paper deals with the problem of calculating axisymmetric vibrations of a circular plate of variable thickness, provided that its thickness in the center is not zero. For this case, there is no known analytical solution to the problem of natural oscillations of such a plate. Based on the method of symmetries, an analytical solution to this problem is obtained to further determine the natural frequencies, waveforms, and cyclic stresses. This plate can be used as a sample for fatigue testing of materials under plane-stress conditions. The fatigue failure of such a sample is guaranteed in the center of the plate, where the maximum cyclic stresses are applied.

М.Г. Шульженко, А.С. Ольховський, О.Л. Деркач

ОСОБЛИВОСТІ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМІВНОГО СТАНУ СИСТЕМИ ДИСК-ЛОПАТКИ З РОЗЛАДОМ ЧАСТОТ КОЛИВАНЬ

Інститут проблем міцності імені Г.С. Писаренка НАНУ, вул. Садово-Ботанічна, 2, 01014, Київ, Україна; e-mail: derkach@ipp.kiev.ua

Один із найбільш напружених компонентів великих турбоагрегатів - це робочі лопатки. При тому, що лопатки, які знаходяться в циліндрах високого та середнього тиску, працюють в умовах високих температур і тиску парового потоку, лопатки на останніх ступенях циліндрів з низьким тиском функціонують при відносно низьких температурах і тиску паропотоку, який має підвищений рівень вологості. Це призводить до краплеподібної ерозії поверхні лопаток після тривалого експлуатаційного періоду, особливо на вхідних і вихідних кромках лопаток. Ця проблема найбільш актуальна для лопаток останніх ступенів турбін на атомних електростанціях потужністю 1000 МВт [1, 2].

Після близько 180 тис. годин експлуатації кромки лопаток таких турбоагрегатів набувають зубчасту форму в результаті пошкоджень. Для подальшого використання таких лопаток виконується відновлювальний ремонт пошкоджених лопаток, або виконують їх заміну.

На практиці часто зустрічаються випадки, коли ерозійні пошкодження поверхні відзначаються майже на всіх лопатках останнього ступеня або на декількох розташованих поруч лопатках.

Відновлювальний ремонт, який виконується однаково для всіх лопаток, не порушує циклічну симетрію системи. Однак ремонт декількох або однієї лопатки призводить до порушення циклічної симетрії системи. Розрахункова оцінка зміни перерізів лопаток при їх однаковій відновлювальний обробці на максимальні еквівалентні напруження лопаток в системі диск-лопатки при умовних навантаженнях від паропотоку розглядалися в [3]. Були визначені допустимі значення ширини хорди лопаток в області обробки під час відновлювального ремонту за умови циклічної симетрії системи.

Під час проведення відновлювального ремонту лопаток велике значення має оцінка зміни їх напруженості, що важливо для забезпечення надійності турбоагрегату.

Однак у такому випадку відремонтовані лопатки мають різні власні частоти коливань, що порушує поворотну симетрію системи диск-лопатки. Це може призводити до розщеплення парних власних форм коливань, спотворення їх синусоїдальності і концентрації максимальних амплітуд коливань лопаток вінця при впливі гармонійних збурювальних сил. Тому актуальність роботи зумовлена необхідністю оцінки впливу конструктивних та експлуатаційних факторів на вібраційну надійність дисків з лопатками та тривалість безвідмовної експлуатації лопаток після їх відновлювального ремонту.

У представленому дослідженні проведена оцінка зміни напруженості окремих лопаток довжиною 1,2 м на останньому ступені парової турбіни після відновлювального ремонту однієї з них при дії умовних розподілених навантажень від паропотоку. Показано, що вібраційна напруженість окремих лопаток вінця з розладом частот коливань збільшується, порівняно із системою, в якій всі лопатки були оброблені однаково. Крім того, максимальні вібраційні напруження у деяких лопатках навіть менші, ніж у системі із лопатками без пошкоджень [4].

У попередніх дослідженнях [2–4] було прийнято, що центральна частина диску не змінює свого положення і не враховується кінематичне збудження. Проте у багатьох експериментальних і розрахункових дослідженнях вібрацій роторів парових турбін на підшипниках ковзання було показано, що залишковий небаланс пружних роторів та вплив сил масляного шару в підшипниках ковзання можуть спричиняти прецесію роторів. Кінематичне збудження у формі еліпса, що описує рух центра диску в його площині було задано з частотою обертання ротора 50 Гц. Врахування кінематичного збудження системи диск-лопатки не однаково впливає на динамічні властивості лопаток в порівнянні з усіма пошкодженнями і однаково обробленими лопатками [4].

За виключенням однієї лопатки, що зліва від пошкодженої, де напруження зменшуються, максимальні напруження суттєво зростають в більшості лопаток в декілька раз при наявності кінематичного збудження системи на робочій частоті 50 Гц. Слід відмітити, що зростання максимальних напружень в більшості лопаток пов’язане також з тим, що під впливом кінематичного збудження система диск -лопатки є більше податливою в цій області частот. При цьому максимуми частотних характеристик зміщуються в область менших частот: перший – від 32 Гц до 26,7 Гц, другий – від 58,5 Гц до 51,7 Гц. Піки максимальних напружень при цьому зростають, а другий пік зростання максимальних напружень наближається до частоти кінематичного збудження 50 Гц.

При кінематичному збудженні має місце незначне зниження (близько 5%) максимальних еквівалентних напружень тільки в одній лопатці – сороковій, що знаходиться зліва (проти обертання диска) від пошкодженої. Максимальні еквівалентні напруження в деяких інших лопатках, що зліва від

пошкодженої, зростають в 30 – 32 рази. В інших, що зліва від пошкодженої, збільшення максимальних напружень є меншим за вказані значення.

В лопатках, що справа від пошкодженої (за обертанням диску) значне зростання максимальних еквівалентних напружень (в сорок раз) має місце в восьмій лопатці. Саме в цій лопатці спостерігається мінімальне значення максимального напруження при відсутності кінематичного збудження. Близьке мінімальне напруження спостерігається і в тридцять першій лопатці, що зліва від пошкодженої. З урахуванням кінематичного збудження максимальні еквівалентні напруження суттєво зростають в цих лопатках, але вони є значно меншими за напруження, що спостерігаються в інших лопатках системи.

Збільшення максимальних напружень в лопатках, що справа від пошкодженої спостерігається також в дев'ятій лопатці – більше ніж в вісім раз, та в десятій – більше ніж в сім раз. В інших лопатках, що справа від пошкодженої, зростання максимальних напружень від кінематичного збудження змінюється від 1,54 до 4,63 рази.

1. Torop V. M., Makhnenko O. V., Saprykin G. Yu., and Gopkalo E. E. Results of Studies on the Causes of Cracking in Titanium Alloy Blades of K-1000-60/3000 Steam Turbines // Tekhn. Diagn. Nerazr. Kontr. – 2018. – N 2. – P. 3–15.
2. Vorobiov Yu. S., Ovcharova N. Yu., Olkhovskyi A. S., et al. Vibration Featuring of Tilanium Alloy Blades with Erosive Damages // J. Mech. Eng. – 2018. – **21**, N 4. – P. 13–21.
3. Shulzhenko M. G., Olkhovskyi A. S. Vibrational Stresses of Damage Steam Turbine Blades After Renovation Repair // J. Mech. Eng. – 2021. – **24**, N 14, – P. 42–52.
4. Shulzhenko M. G., Zinkovskyi A. P., and Olkhovskyi A. S. Vibration Stress of the Last-Stage Blades of a Steam Turbine After Repair of a Single Blade // Strength Mater. – 2022. – **54**. – P. 565–575.

M.G. Shulzhenko, A.S. Olkhovskyi, O.L. Derkach

FEATURES OF THE STRAIN-STRESS STATE OF THE MISTUNED DISK-BLADES SYSTEM

G.S. Pisarenko Institute for Problems of Strength of the NAS of Ukraine, Kyiv, Ukraine

The study aims to assess the effect of kinematic excitation resulting from the mistuned blade natural frequency on the safe operation of a high-power steam turbine. The kinematic excitation was represented by an elliptical movement of the disk center within its plane. The study established the dependence of maximum equivalent stresses on the excitation frequency for blades in the disk-blade system with broken cyclic symmetry due to the repairing of a blade.

А.Л.Стельмах

ВИЗНАЧЕННЯ ГРАНИЦЬ СТІЙКОСТІ ДО ДОЗВУКОВОГО РЕШІТКОВОГО ФЛАТЕРУ ЛОПАТКОВИХ ВІНЦІВ ОСЬОВИХ КОМПРЕСОРІВ ГТД ПРИ РІЗНИХ ФОРМАХ ЇХ КОЛИВАНЬ

Інститут проблем міцності ім. Г.С.Писаренка НАНУ, вул. Садово-Ботанічна, 2, 01014, Київ, Україна; e-mail: anatoly.stelmakh@gmail.com

Одним із найбільш небезпечних видів флатера є дозвуковий решітковий флатер лопаткових вінців осьових компресорів авіаційних газотурбінних двигунів (АГТД) в умовах зривного їх обтікання. Особливо це стосується композитних та полегшених з високим видовженням лопаток, що обумовлено необхідністю зниження осьових габаритів і ваги двигуна. Основною причиною решіткового флатера є аеродинамічна зв'язність лопаток компресорного вінця, яка виникає при певних поєднаннях приведеної частоти коливань лопаток, кута атаки, геометрії решітки і лопаткового профілю. Зривний решітковий флатер, як правило, реалізується на нижчих формах коливань (перших згинній і крутильній). При цьому лопатковий профіль окрім поступальних переміщень здійснює і кутові рухи навколо деякого рухомого центру обертання.

У практиці компресоробудування для оцінки співвідношення між крутильними і згинними складовими переміщень периферійних перетинів лопаток при згинно-крутильних формах їх коливань, як правило, використовується коефіцієнт згинно - крутильній зв'язності ψ [1], який є відносною мірою кручення при коливаннях. Практично важливий діапазон зміни коефіцієнта ψ при згинно - крутильних формах коливань натурних лопаток лежить в межах $\psi = 0{,}01 \ldots 1{,}5$.

Раніше у роботі [2] було розглянуто фізичні особливості виникнення дозвукового решіткового флатеру, сформовано базу даних критичних значень приведеної частоти коливань для компресорних решіток та на її основі розроблено чисельну програму визначення границі стійкості лопаткових вінців до дозвукового решіткового флатеру у діапазоні коефіцієнта згинно - крутильної зв'язності $\psi = 0\ldots0{,}48$.

Мета цієї роботи є визначення та формування критичних значень приведеної частоти коливань $K_{кр}$, які визначають границі виникнення дозвукового флатера компресорних решіток в умовах як безвідривного, так і зривного обтікання лопаток, у ширшому діапазоні коефіцієнта згинно - крутильної зв'язності, а саме в діапазоі $\psi = 0\ldots1{,}5$ для решіток з різними геометричними параметрами.

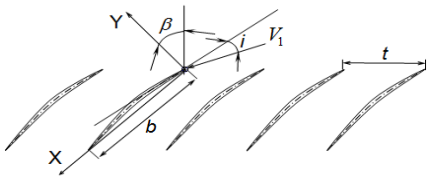


Рис.1.

У даному повідомленні представлено результати узагальнення як експериментальних досліджень аеродемпфування (аерозбуждення) коливань лопаткових профілів в умовах їх аеродинамічній зв'язності при різних згинно-крутильних формах коливань, так і розрахунків границь стійкості прямих компресорних решіток, проведених енергетичним методом [3] з використанням експериментально отриманих аеродинамічних коефіцієнтів впливу вібруючих лопаткових профілів.

На рис. 2 показано схему прямої решітки лопаткових профілів та основні її геометричними параметри. В експериментах геометричні параметри лопаткового профілю були такі, як і в [2]. Експерименти виконувались на аеродинамічному стенді, схема робочої частини якого описана в [4].

При визначені $K_{кр}$ використовувалися експериментальні залежності аеродинамічно-го декремента коливань від кута зсуву фаз коливань сусідніх лопаток $\delta_a = f(\mu)$, отримані на основі досліджень аеродемпфування коливань прямих компресорних решіток для різних значень приведеної частоти коливань K, кута атаки i, коефіцієнта згинно - крутильної зв'язності лопаткових профілів ψ, а також відносного кроку $\bar{t} = t/b$ та кута виносу решітки β. Приклад залежностей аеродемпфірування коливань лопаток від кута зсуву фаз μ їх коливань для різних значень приведеної частоти K, отриманих як методом загасаючих коливань, так і компенсаційним методом, показано на рис. 2. Заштрихована область між віссю абсцис і залежністю $\delta_a=f(\mu)$ визначає зону збудження автоколивань лопаток, що обумовлена кутом зсуву фаз μ. Критичні значення приведеної частоти коливань $K_{кр}$ для різних кутів атаки i визначалися як точки перетину кривих $\delta_{amin}=f(K)$ з віссю абсцис [2].

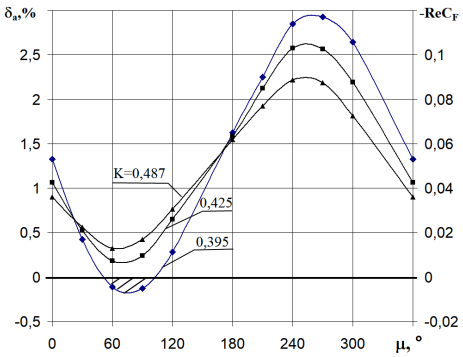


Рис.2.

В повідомленні представлені результати розрахунків значень $K_{кр}$ для різних кутів атаки $i = -10\ldots20°$, відносного кроку $\bar{t} = 0{,}7\ldots1{,}3$ та кута винесення $\beta = 0\ldots60°$

компресорних решіток при коефіцієнтах зв'язності лопатки в діапазоні $\psi = 0{,}5 \ldots 1{,}5$. Таким чином, розглянуто характерні залежності критичних значень приведеної

частоти для різних згинно - крутильних форм коливань лопаток при різних кута атаки та геометричних параметрах решіток.

1. Stelmakh A.L. Stability Limits of GTE Axial Compressor Blade Rings for Subsonic Bending-Torsion Cascade Flutter on Stalling and Nonstalling Flow // Strength Mater. – 2023. – **55**, N 2. – P. 277 – 286.
2. Stel'makh A.L., Zinkovskii A.P., and Kabannik S.N. Rapid Method of Predicting the Subsonic Flutter Stability of AGTE Axial-Flow Compressor Blade Cascades. Part 1. Physical Backgrounds of the Method // Strength Mater. – 2019. – **51**, N 2. – P. 175 – 182.
3. Carta F.O. Coupled Blade-Disk-Dhroud Flutter Instabilities in Turbojet Engine Rotors // J. of Eng. for Power. – 1967. – **89**, N 3. – P. 419 – 426.
4. Stel'makh A.L., Len A.D., Ivashkevich O.V., and Kaminer A.A. Experimental Stand for Examining Transient Phenomena in Aerodynamic Cascades of Turbomachines // Strength Mater. – 1983. – **15**, N 1. – P. 144 – 150.

A.L. Stelmakh

DETERMINATION OF THE STABILITY LIMITS OF GTE AXIAL COMPRESSOR BLADE RINGS FOR SUBSONIC FLUTTER FOR DIFFERENT FORMS OF THEIR VIBRATIONS

G.S. Pisarenko Institute for Problems of Strength of the NAS of Ukraine,
Sadovo-Botanichna Str. 2, 01014, Kyiv, Ukraine; e-mail: derkach@ipp.kiev.ua

Experimental studies on aerodamping (aeroexcitation) of blade profile vibrations in their aerodynamic coupling at different vibration modes and calculations of the stability limits of straight compressor cascades performed by the energy method with experimental aerodynamic profile shape factors are summarized. It is shown, that the stability limits obtained with the critical reduced vibration frequencies K_{cr} are in good agreement with experimental results for compressor cascade models.

П.О. Булах, А.В. Рутковський, В.П. Швець, В.Є. Данилюк,
Є.О. Кондряков, А.А. Котляренко

ЗАСТОСУВАННЯ ТЕХНОЛОГІЇ ВАКУУМНОГО ІОННО-ПЛАЗМОВОГО ТЕРМОЦИКЛІЧНОГО АЗОТУВАННЯ ДЛЯ ПІДВИЩЕННЯ МІЦНОСТІ ТА ЗНОСОСТІЙКОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ

Інститут проблем міцності імені Г.С. Писаренка Національної академії наук України,
вул. Садово-Ботанічна, 2, 01014, Київ, Україна; e-mail: pavelbulakh@gmail.com

Екстремальні умови навантаження елементів конструкції призводять до зменшення терміну їх надійної експлуатації, тому в теперішній час продовжують розвиватись методики підвищення їх зносостійкості, зокрема, шляхом зміцнення поверхневого шару з використанням новітніх методів модифікування поверхні матеріалу.

Активне використання окремих вузлів техніки в умовах динамічного, термоциклічного навантаження та вплив на них хімічних сполук призводить до передчасного їх пошкодження, крім того, додаткового негативного впливу завдають такі фактори як навколишнє середовище, якість матеріалу вузлів, тощо. Під дією представлених вище факторів елементи конструкції змінюють свої робочі характеристики, що може призвести до зниження строку їх експлуатації.

Таким чином, актуальним питанням є зниження впливу зазначених факторів на ресурс вузлів та агрегатів техніки, для вирішення якого необхідно впровадження нових або вдосконалення існуючих методик щодо підвищення їх корозійної стійкості та зносостійкості.

В роботі вирішувалась задача підвищення зносо- та корозійної стійкості трубчастого елементу конструкції, що працює за екстремальних умов навантаження.

Як показали проведені дослідження, використання технології для модифікування поверхні деталей методом термоциклічного вакуумного дифузійного іонно-плазмового карбонітрування або азотування (ІПТА) [1, 2] дозволяє збільшити зносостійкість, відтворити поверхневу твердість необхідної величини та підвищити стійкість матеріалу до корозії. Така методика та технологія можуть бути адаптовані до обробки відповідальних елементів конструкцій, що працюють при екстремальних умовах експлуатації. До переваг даної технології, у порівнянні з існуючими, слід віднести її екологічність завдяки відмові від використання аміаку та відсутність негативного впливу водню на серцевину деталі – водневе окрихчення та воднева корозія [2].

Для адаптації режимів обробки поверхні матеріалу трубчастого елементу конструкції була обрана конструкційна сталь 40ХН2МА, що використовується для виробництва деталей, які працюють при підвищених динамічних навантаженнях. Зі сталі 40ХН2МА було виготовлено трубчасті зразки з наскрізним отвором довжиною 110 мм та проведено дослідження впливу різних параметрів ІПТА на властивості модифікованої поверхні матеріалу. Модифікація поверхні зразків методом ІПТА проводилась за допомогою спеціально виготовленої оснастки, що дозволила отримати рівномірну обробку по всіх поверхнях виробу, як зовнішніх так і внутрішніх.

Для проведення випробувань з оцінки підвищення корозійної стійкості було розроблено кліматичну камеру з можливістю створення необхідної експозиції та соляного туману і умов, що відповідають стандарту ДСТУ ISO 9227:2015 [3]. Для оцінки впливу технології ІПТА на підвищення зносостійкісті спроектовано та виготовлено спеціальне устаткування для кріплення трубчастих зразків на газово-повітряному стенді ПК80М [4].

Адаптація запропонованої технології дозволить підвищити міцність і зносостійкість відповідальних вузлів та агрегатів техніки і, таким чином, подовжити строк їх експлуатації.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: вакуумне іонно-плазмове термоциклічне азотування, модифікація поверхні матеріалу, технологічний процес, зносостійкість, корозія, твердість.

1. Спосіб поверхневого зміцнення сталевих деталей іонно-плазмовим азотуванням у пульсуючому тліючому розряді: пат. 78071 Україна C23C 8/06 опубл. 11.03.2013, Бюл. № 5.
2. Агеєв М.С., Грицук І.В., Рутковський А.В., Солових А.Є., Катеринич С.Є. Дослідження процесу імпульсного іонного вакуумного термоциклічного азотування у плазмі пульсуючого тліючого розряду. // Вісник Хмельницького національного університету, 2020 – №6 – С.107 – 115.
3. ДСТУ ISO 9227:2015 Випробування на корозію в штучних атмосферах. Випробування соляним туманом (ISO 9227:2012, IDT)
4. Kondryakov, E. O., V. E. Danylyuk, and V. V. Kharchenko. "Fracture Energy Characteristics of High-Strength Steels Penetrated with Armor-Piercing Strikers at Velocities Up to 1000 m/s." Strength of Materials (2023): 1-9.

**P.O. Bulakh, A.V. Rutkovskiy, V.P. Shvets, V.E. Danylyuk,
E.O. Kondryakov, A.A. Kotliarenko**

APPLICATION OF VACUUM ION-PLASMA THERMOCYCLIC NITRIDATION TECHNOLOGY TO INCREASE THE STRENGTH AND WEAR RESISTANCE OF STRUCTURAL ELEMENTS

G.S. Pisarenko Institute for Problems of Strength of the National Academy of Sciences of Ukraine; Kyiv, Ukraine

At presented scientific work the problem of increasing wear and corrosion resistance of the tubular structural element operating under extreme load conditions was considered. The influence of thermocyclic vacuum diffusion ion-plasma nitriding technology for the modification of the surface of the relevant parts and components of the equipment on increasing wear resistance, surface hardness and corrosion resistance, and as result lifetime extending was studied.

О.В. Дроздов, Ю.М. Волков

РОЗРОБКА КОМПАКТНОЇ АКУСТО-ЕМІСІЙНОЇ СИСТЕМИ ДЛЯ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ ДЕФОРМУВАННЯ І РУЙНУВАННЯ КОНСТРУКЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ

Інститут проблем міцності ім. Г.С.Писаренка НАНУ, вул. Садово-Ботанічна, 2, м. Київ, 01014, Київ, Україна; e-mail: drozdov@ipp.kiev.ua

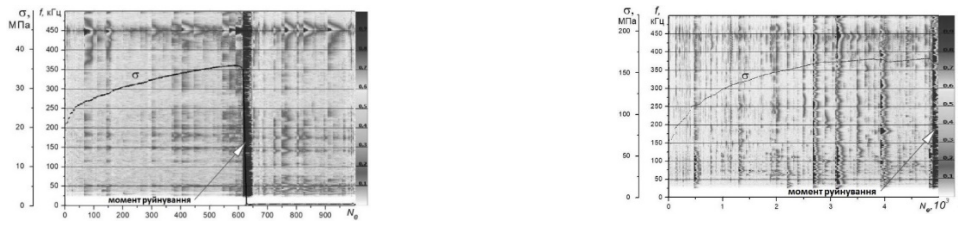
Метод акустичної емісії (АЕ) є перспективним засобом експериментального дослідження і дає можливість одержати важливу інформацію щодо наявних механізмів деформування, кінетики пошкоджуваності і руйнування матеріалів, місцеположення дефектів, що розвиваються та ступінь їх активності [1].

На даний час створено низку систем для контролю методом АЕ, загальною особливістю яких є їх відносна складність та висока вартість внаслідок використання спеціального електронного обладнання, ускладненого програмного забезпечення, яке зазвичай не використовується користувачами повною мірою. Тому метою роботи є створення відносно простої компактної акусто-емісійної системи (АЕС), яка буде включати як електронну апаратуру, так і відповідне програмне забезпечення.

Відповідно до мети роботи була створена АЕС, яку виготовлено на базі універсального швидкісного модуля накопичення даних USB-1210 фірми ADLINK Technology Inc. із частотою перетворення 2 МГц. До складу системи також входять п’єзоелектричний перетворювач АЕ, малогабаритний блок АЕ, який містить послідовно з’єднані попередній підсилювач, фільтр верхніх частот (30 кГц) та основний підсилювач на 46 дБ в робочому діапазоні 30-600 кГц. Використані технічні рішення дозволили створити відносно просте і малогабаритне електронне обладнання.

Для функціонування електронної апаратури й реєстрації і обробки експериментальних даних було розроблено програмне забезпечення AEMonitor. Програма забезпечує безперервне визначення і реєстрацію таких основних стандартних параметрів АЕ, як підсумковий рахунок N, число імпульсів (число подій) N_e, пікова амплітуда A тощо [2]. Також для кожного імпульсу АЕ реєструється і зберігається його форма (осцилограма) і відповідний спектральний розподіл. Оригінальною особливістю програми AEMonitor є можливість автоматичного безперервного відображення спектрального розподілу сигналів АЕ (спектрограм) у реальному часі, тобто в процесі навантаження зразків матеріалів (рис.1). Для апробації створеної АЕС було проведено навантаження зразків із корундового вогнетрива і склопластику в умовах трьох точкового згину. АЕ при навантаженні зразків корундового вогнетриву АЕ розпочинається при напруженні, яке сягає приблизно 70% руйнівного, значення, N і N_e змінюється за ступеневим законом без будь-яких стрибків. АЕ при навантаженні зразків викликана спочатку мікророзтріскуванням матеріалу, а потім формуванням та швидким ростом макротрішини [3]. Аналізуючи спектральний розподіл імпульсів АЕ для цього матеріалу, можна зробити висновок, що у спектрі сигналів АЕ при згині зразків превалюють гармоніки з частотою 450±10 кГц (рис.1а).

В порівнянні з корундовим вогнетривом, АЕ при навантаженні зразків склопластику має інші характерні особливості. Сигнали АЕ мають суттєво виражений дискретний характер з більшою амплітудою імпульсів. Джерелом сигналів у цьому випадку є поступове руйнування волокон і розшарування матеріалу, яке супроводжується помітними стрибками на діаграмах навантаження, а також різким збільшенням амплітуди до 2000 мВ і відповідно помітними стрибками підсумкового рахунку N та інших параметрів АЕ. Із зареєстрованих діаграм розподілу спектра сигналів АЕ від числа імпульсів при згині зразків склопластику, видно, що енергія сигналів АЕ розподілена у широкому діапазоні частот 30-600 кГц із переважно значними по амплітуді низькочастотними спектральними складовими (рис.1б). Аналіз одержаних результатів випробувань досліджуваних матеріалів, свідчить, що створена компактна АЕС забезпечує реалізацію основних функцій контролю методом АЕ при механічних випробуваннях матеріалів. Вона дає змогу визначити і зареєструвати залежності таких стандартних параметрів АЕ, як N, N_e і A тощо в процесі навантаження, а також форму і відповідний розподіл спектра імпульсів АЕ й залежності напруження і розподілу спектра сигналів АЕ від числа імпульсів, або так звані спектрограми. З використанням створеної системи визначені особливості процесів АЕ при навантаженні корундового вогнетрива та склопластику, які відображають відповідний тип поступового руйнування цих матеріалів.



а *б*

Рис.1.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: акустична емісія, навантаження, деформування, руйнування, спектральний розподіл.

1.C. Grosse and M. Ohtsu, Acoustic Emission Testing, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008. -403 p.
2.ДСТУ 2374-94 Розрахунки на міцність та випробування технічних виробів. Акустична емісія. Терміни та визначення. Чиний від 01.01.1995.
3.A.V.Drozdov, "Investigation on the Microcracking of Ceramic Materials Using the Acoustic Emission Method"// Strength Mater. -2014. **-46**. -№1. –P. 71–79. https://doi.org/10.1007/s11223-014-9517-y.

O.V.Drozdov, Yu.M.Volkov

DEVELOPMENT OF A COMPACT ACOUSTIC-EMISSION SYSTEM FOR EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF DEFORMING AND FRACTURE OF STRUCTURAL MATERIALS

G.S. Pisarenko Institute for Problems of Strength of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine

The compact acoustic emission (AE) system for experimental investigation of deformation and fracture of structural materials built up from electronic equipment and corresponding software is described. The system hardware and program AEMonitor were verified in bending tests of corundum refractory and glass fiber plastic specimens with recording AE parameters. The standard AE parameters, and spectral distribution of pulses under loading of those materials were greatly different due to varied fracture mechanisms.

Є.О. Кондряков

ЗАСТОСУВАННЯ РОЗШИРЕНОГО МЕТОДУ СКІНЧЕНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ ОЦІНКИ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ У ВЕРШИНІ ТРІЩИНИ

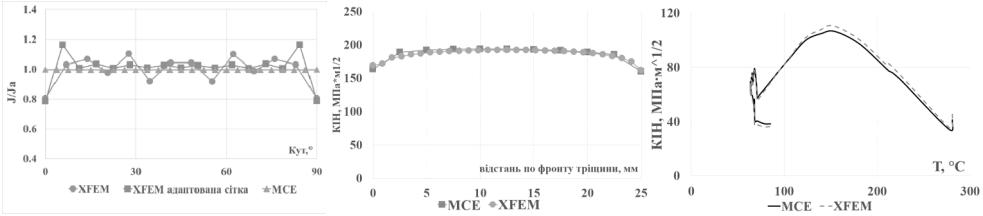
Інститут проблем міцності ім. Г. С. Писаренка НАН України, вул. Садово-Ботанічна,2, 01014, Київ, Україна; e-mail: kondryakov@ipp.kiev.ua

На сьогоднішній день розрахункова оцінка міцності відповідальних елементів обладнання проводиться переважно за допомогою методу скінченних елементів (МСЕ). Цей метод добре зарекомендував себе при розрахунках на опір крихкому руйнуванню елементів обладнання 1-го контуру АЕС [1,2]. Для цього проводиться моделювання елементу конструкції з вбудованою тріщиною різної форми та розмірів. При цьому досить проблематичними залишаються питання, пов'язані з неоднорідністю та сингулярністю навколо вершини тріщини. Для досягнення необхідної точності розрахунків скінченноелементна сітка повинна бути якісно побудована навколо вершини тріщини та вздовж фронту її розповсюдження. Це призводить до деякого спрощення геометричних моделей при розрахунках складних вузлів елементів обладнання.

Останнім часом розвиваються альтернативні методики, які дозволяють уникнути подібних проблем. Зокрема, використовується методика сабмоделінгу при розрахунках складних вузлів елементів конструкцій [3]. Також одним з перспективних методів є розширений метод скінчених елементів (XFEM), запропонований T. Belychko і T. Black [4]. XFEM метод був створений для подолання труднощів при вирішенні задач з локалізованими сингулярностями, які неефективно вирішуються класичним МСЕ. Використання методу XFEM дозволяє значно спростити процедуру розрахунків елементів конструкції з тріщиною, моделювати як стаціонарну тріщину [5], так і процес її розповсюдження без додаткової перебудови скінченноелементної сітки [6].

Для перевірки можливості застосування метода XFEM для визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень для тріщин при різних видах навантаження в даній роботі були проведені чисельні розрахунки різних задач за допомогою класичного МСЕ і методу XFEM у 2D та 3D постановках, і проведено порівняння отриманих результатів. В роботі проводилось чисельне моделювання дискообразної тріщини в кубі при одновісному розтязі, розрахунок на позацентровий розтяг компактного СТ-зразка та розрахунок циліндричної частини корпусу реактора АЕС з напівеліптичною тріщиною в умовах термошоку. При цьому при використанні класичного МСЕ використовувалась процедура «вбудови» тріщини в модель для врахування сингулярності напружень у її вершині. При використанні методу XFEM розташування тріщини моделювалось аналітичною поверхнею.

Отримані результати показали, що розширений метод скінчених елементів дає достатньо точні результати у порівнянні з аналітичними розв'язками та з класичним МСЕ (рис. 1). При цьому використання методу XFEM не потребує врахування сингулярності напружень у вершині тріщини при побудові СЕ моделі, а отже мінімальний розмір СЕ може бути збільшений майже у 5 разів при збереженні точності отриманих результатів. Це значно спрощує процедуру побудови СЕ сітки, зменшує загальну кількість СЕ у моделі та, відповідно, економить розрахунковий час. Таким чином, метод XFEM може бути використаний для розрахункового визначення характеристик тріщиностійкості та підвищення ефективності оцінки опору крихкому руйнуванню елементів конструкцій.



а) б) в)

Рис. 1. Порівняння результатів розрахунків, отриманих з використанням класичного МСЕ та методу XFEM для трьох задач: а – куб з дискообразною тріщиною, б – компактний СТ-зразок, в – циліндрична частина КР з напівеліптичною тріщиною

КЛЮЧОВІ СЛОВА: розширений метод скінченних елементів, коефіцієнт інтенсивності напружень, тріщина, напружено-деформований стан, опір крихкому руйнуванню.

1. Kharchenko, V.V., Chirkov, A.Yu., Kobelsky, S.V., Kravchenko V.I.: Methods of computational analysis in problems of strength of equipment elements of WWER reactor plants. - G.S.Pisarenko Institute of Problems of Strength of NAS of Ukraine, Kyiv, 2018. – 293p.
2. S. Choi, H.B. Surh, J.W. Kim Effect of postulated crack location on the pressure temperature limit curve of reactor pressure vessel // Nuclear Engineering and Technology. – 2019. - **51** (6). P. 1681-1688.
3. Kondryakov, E.O. Application of Modern Approaches to the Numerical Modeling of the Stress-Strain State for the Strength Assessment of Complex Units of the NPP Primary Circuit Equipment. Part 1. Submodeling Methodology // Strength Mater. – 2022. - **54** (6). – P.1057-1063.
4. Belytschko T., Black T. Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing // Int. J. Num. Meth. Eng. – 1999. - **45**. - P. 601–620.
5. X. Sun, G. Chai, X. Li, Effect of plasticity of the cladding with different thicknesses on the bearing capacity of the brittle base wall of RPV under PTS loads // Heliyon. – 2023. - **9**(3), e14902.
6. M. A. Marco, O. Rodríguez-Ferran, S. Fernández-Méndez A combined XFEM phase-field computational model for crack growth without remeshing // Comput Mech. – 2021. – **67**. – P. 231–249.

E.O. Kondryakov

APPLICATION OF THE EXTENDED FINITE ELEMENT METHOD FOR ESTIMATING THE STRESS STATE AT CRACK TIP

G.S. Pisarenko Institute for Problems of Strength of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine

Numerical modeling on three problems was carried out using the classical finite element method (FEM) and the extended FEM (XFEM). The results showed that the XFEM method provides accurate results compared to analytical solutions and classical FEM. Additionally, the XFEM method does not require the consideration of stress singularity at the crack tip when building the FE model. This allows for an increase in the minimum size of the FE by almost 5 times while maintaining accurate results.

А.В. Кравчук, Є.О. Кондряков, В.В. Харченко

ОСОБЛИВОСТІ ДЕФОРМУВАННЯ ТА РУЙНУВАННЯ ЗРАЗКІВ РІЗНИХ ТИПІВ ЗІ СТАЛІ 15Х2НМФА ПРИ ВИПРОБУВАННЯХ НА УДАРНИЙ ЗГИН

Інститут проблем міцності імені Г. С. Писаренка НАНУ, вул. Садово-Ботанічна, 2, 01014, Київ, Україна; e-mail: avdenago11@gmail.com

Вирішенням проблеми оцінки залишкового ресурсу та обґрунтуванням продовження строків експлуатації відповідальних конструкцій займаються науковці різних галузей сучасної техніки, зокрема в атомній енергетиці, як в Україні, так і за кордоном. Особливо важливими проблемами надійної та безпечної роботи АЕС є наукове обґрунтування і розробка сучасних методів діагностики та неперервного контролю механічних властивостей металу елементів обладнання 1-го контуру реакторної установки [2]. Одним зі методів контролю поточного стану металу є програма зразків-свідків (ЗС), які знаходяться в активній зоні корпусу реактора (КР) та періодично вивантажуються для проведення механічних випробувань [3]. Зразки Шарпі, що входять до переліку ЗС, використовуються для визначення енергетичних характеристик матеріалу та дослідження їх зміни внаслідок впливу радіаційного та термічного окрихчування [4].

Обмежена кількість ЗС не дозволяє робити точні прогнози зміни властивостей матеріалів у понад-проєктний строк експлуатації обладнання 1-го контуру АЕС, тому останнім часом актуальним питанням є підвищення інформативності випробувань та розвиток нових експериментальних методик, таких як використання малорозмірних зразків [5], сучасних цифрових систем реєстрації [6], методики реконструкції зруйнованих зразків та інш. Внаслідок впливу геометрії зразка на вид напруженого стану та отримані результати, останнім часом також розвиваються методи випробувань зразків з бічними надрізами, для створення умов плоского деформованого стану у матеріалі [9,11]. Нормативні документи, які регламентують проведення випробувань для обладнання 1 контуру АЕС передбачають використання зразків, вирізаних впоперек напрямку обробки матеріалу для поковок, штамповок, листового та сортового прокату, в той час, як для трубних матеріалів передбачається вирізка вздовж напрямку осі [1]. Проте ефект анізотропії енергетичних характеристик матеріалів може суттєво впливати на результати експериментальних. Відмінність енергетичних характеристик матеріалу для зразків, вирізаних в різних напрямках, може бути пов'язана з видом термічної та механічної обробки, хімічним складом і структурою матеріалу [7] та іншими факторами, що потребує проведення додаткових досліджень.

В даній роботі за результатами випробувань на ударний згин та фрактографічних досліджень поверхонь зламів стандартних зразків Шарпі, зразків з бічними надрізами та малорозмірних зразків, вирізаних в трьох взаємо перпендикулярних напрямках (OX, OY,OZ) з поковки зі сталі 15Х2НМФА, було визначено повні та питомі енергії деформування та руйнування, їх складові: енергії зародження тріщини, енергії в'язкого підростання тріщини, енергії крихкого проскоку тріщини та енергії в'язкого долому, а також критичні температури крихкості та середні швидкості розповсюдження тріщини. Випробування проводились на інструментованому вертикальному копрі, обладнаному високошвидкісною системою реєстрації даних, у діапазоні температур -100÷150 °С.

Аналіз результатів випробувань показав, що напрямок вирізки зразків суттєво впливає на значення енергетичних характеристик руйнування матеріалу. Зокрема, різниця в значеннях питомої енергії на верхньому шельфі для зразків вирізаних у напрямку OY в порівнянні з іншими складає: 127%, 51%, 67% для зразків Шарпі, малорозмірних, з бічними надрізами відповідно. Напрямок вирізки зразків також впливає на механізм утворення бічних утягувань, як у стандартних зразках Шарпі, так і у малорозмірних. А на значення енергії деформування та руйнування впливає механізм в'язкого руйнування як у зоні утворення бічних утягувань, так і в зоні долому.

Критична температура крихкості, визначена за 50% часткою в'язкої складової у зламі зразків, також залежить від напрямку їх вирізки і складає для малорозмірних зразків $T_{50\%}$ = 31°C (OX); $T_{50\%}$=12°C (OY); $T_{50\%}$ = 14°C (OZ), стандартних зразків Шарпі $T_{50\%}$ = 49°C (OX); $T_{50\%}$=22°C (OY); $T_{50\%}$ = 47°C (OZ), але майже однакова для зразків з бічними надрізами - $T_{50\%}$ = 67°C (OX); $T_{50\%}$=69°C (OY); $T_{50\%}$ = 70°C (OZ). Такі особливості можуть бути пов'язані з явищем стиснення напруженого стану при переході від плоского напруженого стану у стандартних зразках до плоского деформованого стану в зразках з бічними надрізами. Значення $T_{50\%}$ для малорозмірних та стандартних зразків Шарпі, вирізаних у напрямку OY, нищчі, ніж для інших напрямків, в той час, як енергії руйнування для напрямку OY суттєво вищі на верхньому шельфі для всіх типів зразків. Таким чином, на значення енергії впливає механізм в'язкого руйнування як у зоні бічних утягувань, так і в зоні долому.

Таким чином, отримані в даній роботі результати показали, що при розробці та вдосконаленні методик оцінки міцності та ресурсу корпусів реакторів та відповідального обладнання 1-го контуру АЕС

необхідно враховувати як напрямок вирізки зразків-свідків, так і вплив масштабного фактору та виду напруженого стану.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: зразок Шарпі, масштабний фактор, напруженість, критична температура крихкості, анізотропія енергетичних характеристик руйнування, швидкість розповсюдження тріщини.

1. ПНАЭ Г-7-002-86 Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок. М.: Энергоатомиздат.
2. Unified Procedure for Lifetime Evaluation of Components and Piping in WWER NPPs ("VERLIFE"). European Comission. (2008)
3. M. Brumovský, J. Brynda, M. Kytka, P. Novosad, J. Žďárek Integrated Surveillance Specimen Program for WWER-1000/V-320 Reactor Pressure Vessels // Вопросы атомной науки и техники. — 2007. — № 2. — С.97-100.
4. Guidelines for prediction of irradiation embrittlement of operating WWER-440 reactor pressure vessels. IAEA-TECDOC-1442. Wien: IAEA, (2005).
5. K. Wallin Sub-sized and miniature CVN specimen conversion methodology// International Journal of Pressure Vessels and Piping.-2020. – 183. – 104080.
6. Kondryakov E., Panasenko O., Kravchuk A., Kharchenko V. Peculiarities of the crack initiation and propagation in different specimen types // Procedia Structural Integrity. -2019. - Vol. 16. – P. 43-50.
7. J. Ren et al. Charpy impact anisotropy and the associated mechanisms in a hot-rolled Ti – 6Al – 3Nb – 2Zr – 1Mo alloy plate // Materials Science & Engineering A. – 2022. - 831. – 142187.

A.V. Kravchuk, E.O. Kondryakov, V.V. Kharchenko

PECULIARITIES OF DEFORMATION AND FRACTURE OF DIFFERENT SPECIMEN TYPES FROM 15Kh2NMFA STEEL UNDER IMPACT BENDING TESTS.

G.S. Pisarenko Institute for Problems of Strength of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine

The results of complex experimental studies on the determination of energy characteristics of fracture during crack propagation in standard Charpy specimens, sub-sized specimens, and side-grooved specimens cut in three different directions during impact bending tests for heat-resistant steel 15X2NMFA were obtained. The obtained results showed a significant effect of the cut direction on the fracture energy characteristics and the crack propagation rate in the material.

П.П. Лепіхін, В.А. Ромащенко, С.О. Тарасовська, О.С. Бейнер

ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ФІЗИКО-МЕХАНІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ НАПОВНЮВАЧА НА МІЦНІСТЬ КОМПОЗИТНИХ ЦИЛІНДРІВ ПРИ ВНУТРІШНЬОМУ ВИБУХУ

Інститут проблем міцності імені Г.С.Писаренка НАНУ, вул. Садово-Ботанічна, 2, 01014, Київ, Україна; e-mail: tsa@ipp.kiev.ua, roma@ipp.kiev.ua

З розвитком науки і техніки зростає інтерес до динамічних процесів у різних конструкціях, зокрема в товстостінних циліндрах, до них відносяться судна, корпуси і захисні споруди, призначені для утримання значних гідро-, газодинамічних навантажень та екологічно небезпечних продуктів вибуху, в тому числі аварійного, того або іншого об'єкту. Для виготовлення таких конструктивних елементів все частіше використовуються композитні матеріали, в тому числі зі спіральною намоткою шарів. Для намотаних композитних циліндрів, зокрема, актуальною є проблема визначення оптимальних з точки зору динамічної міцності об’ємного вмісту V волокна і фізико-механічних характеристик матриці для заданого типу волокна.

В Інституті проблем міцності імені Г.С.Писаренка НАН України розроблена методика та створено спеціалізований пакет прикладних програм (ППП) для розрахунку одно-, дво- та тривимірного напружено-деформованого стану (НДС) та міцності багатошарових порожнистих спірально ортотропних циліндрів кінцевої та нескінченної довжини при внутрішньому вибуховому навантаженні. Методика базується на тривимірних рівняннях теорій пружності та пластичності та теоріях міцності, які найбільш широко використовуються в прикладних роботах.

В роботі за допомогою створеного раніше ППП чисельно досліджувались НДС і міцність одношарових композитних циліндрів під дією внутрішнього імпульсного тиску від вибуху заданої маси Мз вибухової речовини (ВР), розташованої в центрі симетрії циліндрів. Параметри вибухової хвилі розраховувались по методиці Conwep, що широко використовується в комерційних ППП та прикладних дослідженнях. Внутрішній радіус циліндрів R дорівнював R=150мм, товщина стінки H=20мм. Армування композитів було колове – головна вісь анізотропії 1 співпадала з криволінійним напрямком кутової координати. Задачі розглядались за умов плоского деформованого стану. Внутрішнє імпульсне навантаження тиском залежало від R і Мз (в тротиловому еквіваленті). Міцність циліндрів оцінювалась популярним в прикладних дослідженнях простим і точним узагальненим критерієм Мізеса.

Для виготовлення циліндрів використовувались композити на основі ізотропних пружних епоксидних матриць, односпрямовано армованих транстропними пружними вуглецевими волокнами Т300. Фізико-механічні характеристики волокон обирались з закордонної довідкової літератури: ρ = 1760 кг/м3; E_{11} = 230 ГПа; E_{22} = 15 ГПа; ν_{12} = 0,2; ν_{23} = 0,07; G_{12} = 15 ГПа; Xt = 2500 МПа; Xc = 2000 МПа. Тут і далі прийняті позначення: ρ – щільність; E_{ii} , G_{ij} , ν_{ij} – відповідно модулі Юнга, зсуву та коефіцієнти Пуасона в напрямках волокна (1) і двох інших (2, 3); Xt і Xc – границі міцності волокна вздовж нього на розтяг і стиск відповідно. Також з довідкової літератури обрано 3 матриці: Ероху, LY556 і 8511-7. Їх фізико-механічні дані наступні: для Ероху ρ = 1170 кг/м3; $E_{11} = E_{22}$ = 3,5 ГПа; $\nu_{12} = \nu_{23}$ = 0,35; Xt = 60 МПа; Xc = 80 МПа; для LY556 ρ = 1200 кг/м3; $E_{11} = E_{22}$ = 3,35 ГПа; $\nu_{12} = \nu_{23}$ = 0,35; Xt = 80 МПа; Xc = 120 МПа; для 8511-7 ρ = 1272 кг/м3; $E_{11} = E_{22}$ = 4,08 ГПа; $\nu_{12} = \nu_{23}$ = 0,38; Xt = 99 МПа; Xc = 130 МПа.

Односпрямовано армовані гетерогенні (двофазні – волокно/матриця) композити моделювались гомогенним однофазним транстропним середовищем з головним напрямком анізотропії 1, розташованим вздовж волокон. Розрахунки фізико-механічних характеристик армованого композита проводились широко розповсюдженою та точною аналітичною методикою Чаміса.

Досліджено залежність критичної маси М заряду ВР (тобто маси ВР , починаючи з якої циліндр не витримує навантаження і руйнується) від об’ємного вмісту V армуючих волокон Т300 для трьох видів композитних циліндрів, виготовлених з: Т300/Ероху; Т300/LY556 і Т300/8511-7. Розрахунки проводили протягом першого напівперіоду радіальних коливань циліндрів, найбільш небезпечного з точки зору міцності. Міцність циліндрів завжди монотонно зростала при зростанні V від 0 до 0,65. Максимальну міцність при цьому завжди мали циліндри Т300/8511-7, мінімальну - Т300/Ероху. Залежність М(V) близька до лінійної для циліндрів Т300/LY556 (від 55г до 218,1г) і Т300/8511-7 (від 73г до 231г) і суттєво нелінійна для Т300/Ероху. Для останніх при 0<V<0,4 М зростає майже лінійно від 42г до 108г, а починаючи з V>0,4 зростання М при зростанні V значно уповільнюється і при V=0,65 становить лише 119,6г. Для всіх циліндрів (окрім Т300/Ероху при V>0,4) найбільш небезпечним моментом часу був приблизно чверть періода радіальних коливань, коли циліндри максимально деформувались і колові напруження також були найбільшими. При цьому небезпечна точка здебільшого знаходилась всередині циліндрів на відстані (3÷5)мм від зовнішньої поверхні. Для циліндрів Т300/Ероху при V>0,4 характер руйнування якісно змінювався: небезпечна точка завжди мала місце на внутрішній поверхні r=R, а

найбільш небезпечний момент – це початок навантаження, коли амплітуда імпульсу тиску максимальна, деформування циліндру майже немає, при цьому ступінь зростання M при збільшенні V значно зменшується. Напівперіод при зростанні V від 0 до 0,65 монотонно зменшувався від (274÷296)мкс до (64÷68)мкс в залежності від виду матриці. Максимальний прогин при цьому, не дивлячись на зростання Mз=M, монотонно спадав від (2,4÷3,3)мм до (0,6÷1)мм, і також залежав від виду матриці.

Зростання V суттєво збільшує міцність циліндрів з композитів T300/8511-7 і T300/LY556. Приріст M для них приблизно описується лінійною формулою: M(V)=M(0)+kV де k=243г і 251г для циліндрів першого і другого типу відповідно. Армування циліндрів T300/Ероху значно менш ефективне: M(V) приблизно описується білінійною залежністю з дискретним k яке дорівнює 165г при 0<V<0,4 і лише 46,4г при V>0,4.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: динамічна міцність, композитний циліндр, односпрямоване армування, фізико-механічні властивості, методика Чаміса, чисельний метод, вибухове навантаження.

P.P. Lepikhin, V.A. Romashchenko, S.O. Tarasovska, O.S. Beiner

NUMERICAL STUDY OF THE INFLUENCE OF THE PHYSICAL AND MECHANICAL PROPERTIES OF THE FILLER ON THE STRENGTH OF THE COMPOSITE CYLINDERS IN AN INTERNAL EXPLOSION

G.S. Pisarenko Institute of Problems of Strength of NAS of Ukraine, 2, Sadovo-Botanichna Str., 01014, Kyiv , Ukraine, e-mail: tsa@ipp.kiev.ua , roma@ipp.kiev.ua

Numerically and analytically calculated composites unidirectionally reinforced with transtropical carbon fibers T300 based on three different isotropic matrices: Epoxy, LY556 and 8511-7. Their physical and mechanical characteristics were determined by the analytical method of Chamis, depending on the volume content of fibers and the type of matrices. The dynamics and strength of cylinders made of such materials during an internal explosion were numerically investigated.

А.В. Середа, Р.В. Кравчук, М.П. Рудницький, В.В. Харченко

ОСОБЛИВОСТІ ВИЗНАЧЕННЯ ТВЕРДОСТІ ЗА БРІНЕЛЛЕМ МЕТОДОМ ІНСТРУМЕНТОВАНОГО ІНДЕНТУВАННЯ

Інститут проблем міцності імені Г. С. Писаренка НАНУ, вул. Садово-Ботанічна, 2, 01014, Київ, Україна; e-mail: kravchuk.r@ipp.kiev.ua

Метод інструментованого індентування є зручним інструментом контролю механічних характеристик матеріалів конструкцій під час їхньої експлуатації. Він ґрунтується на цифровій реєстрації параметрів процесу локального деформування матеріалу індентором у вигляді діаграми в координатах зусилля F – глибина вдавлювання h в широкому діапазоні навантажень. В Інституті проблем міцності імені Г. С. Писаренка НАН України розроблено та успішно експлуатуються лабораторна установка UTM-20HT [4] і переносна установка PIIT-02 [3], які призначені для випробувань як зразків і невеликих деталей у лабораторних умовах, так і відповідальних елементів конструкцій в польових умовах. Зокрема, переносна установка PIIT-02 застосовувалась в основному для випробувань трубних конструкцій з використанням механічних ланцюгових кріплень, що зумовлювало великі витрати часу для підготовки до випробувань та обмеженість у застосуванні до інших видів конструкцій.

Для створеного обладнання було розроблено методику визначення твердості за Брінеллем в діапазоні від 180 до 300 одиниць HB [2], суть якої полягала в пов'язанні кореляційною залежністю твердості певного набору матеріалів з параметром пропорційності пластичного індентування a. Цей параметр відповідає тангенсу кута нахилу γ циклічної діаграми індентування в координатах «максимальне випробувальне навантаження циклу F_{max}» – «залишкова глибина індентування h_{plast} після зняття випробувального навантаження цього циклу». Твердість визначалась згідно ГОСТ 9012-59 стальною кулькою діаметром 2,5 мм. Проте дана методика мала суттєві недоліки. При застосуванні методики до матеріалів, що не були використані при її розробці, виникала необхідність проведення додаткових випробувань для уточнення кореляційної залежності. Крім того, внаслідок процедури гармонізації українських нормативних документів з європейськими, стандарт ГОСТ 9012-59 «Металлы. Метод измерения твердости по Бринеллю», що був використаний при розробці методики, – скасований. Згідно діючого стандарту ДСТУ ISO 6506-1:2019 [1] твердість вимірюється із використанням карбід-вольфрамової кульки та позначається HBW. Це дозволяє значно розширити діапазон вимірювання твердості за методом Брінелля, тобто таку методику можна застосовувати, зокрема, і до високоміцних сталей.

З метою розширення експлуатаційних можливостей і збільшення продуктивності використання переносної установки для проведення випробувань методом інструментованого індентування, а також для уникнення прив'язки до певних матеріалів, розширення діапазону вимірюваних значень твердості та врахування гармонізації українських нормативних документів з європейськими було модернізовано установку PIIT-02 та вдосконалено методику визначення твердості за Брінеллем.

В результаті було модернізовано систему кріплень переносної установки PIIT-02M до об'єкту випробувань з механічної на електромагнітну. Це дало можливість проводити випробування не тільки на трубах, але і плоских поверхнях, зокрема листових матеріалах, значно збільшити продуктивність випробувань, а також розширити область застосування переносної установки.

Для досліджень було використано широкий набір різних конструкційних, теплостійких і високоміцних сталей.

На основі проведених випробувань підтверджено придатність установки PIIT-02M для реєстрації процесу вдавлювання індентора у зразки конструкційних матеріалів з високою точністю, що дозволило ефективно використовувати її як у лабораторних, так і виробничих умовах для визначення механічних характеристик матеріалів. Про це свідчать позитивні результати застосування вхідного контролю листового прокату із високоміцних сталей таких як Armox 500T і Hardox 450.

За результатами застосування вдосконаленої методики визначення твердості за методом Брінелля методом інструментованого індентуванням було уникнуто прив'язки до певних матеріалів, розширено діапазон вимірювань (110 … 630 HBW) і враховано сучасні вимоги українських нормативних документів. Апробація вдосконаленої методики визначення твердості за методом Брінелля переносною установкою PIIT-02M металу зразків і елементів конструкцій інструментованим індентуванням показала, що відхилення величин, які визначені за вдосконаленою методикою, від результатів вимірювань твердості за методом Брінелля стаціонарними приладами не перевищує 5 %.

Отже, розроблене устаткування та вдосконалена методика можуть бути використані як у лабораторних, так і польових умовах для моніторингу стану діючого відповідального обладнання для визначення термінів його подальшої експлуатації.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: метод інструментованого індентування, твердість за Брінеллем, переносна установка, діаграма індентування, методика.

1. ДСТУ EN ISO 6506-1:2019. Матеріали металеві. Визначення твердості за Брінеллем. Частина 1. Метод випробування. – Чинний з 01.01.2019.
2. Каток, О. А., Рудницкий Н. П., Харченко В. В. Определение твердости по Бринеллю методом инструментированного индентирования // Вестник ХНАДУ: сб. науч. тр. – 2011. – **54**. – С. 23 – 26.
3. Харченко В. В., Каток О. А., Дроздов О. В., Рудницький М. П., Кутняк В. В., Філатов В. Е. Переносний прилад для визначення характеристик міцності металів методом інструментованого ідентування // Надежность и долговечность машин и сооружений. – 2009. – **32**. – С. 162 – 168.
4. Katok O. A., Kravchuk R. V., Kharchenko V. V., Rudnyts'kyi M. P. A Setup for Complex Investigation of Mechanical Characteristics of Structural Materials for NPP Equipment // Strength Mater. – 2019. – **51**, N 2. – P. 317 – 325.

A.V. Sereda, R.V. Kravchuk, M.P. Rudnyts'kyi, V.V. Kharchenko

FEATURES OF BRINEL HARDNESS MEASUREMENT BY THE INSTRUMENTED INDENTATION METHOD

G.S. Pisarenko Institute for Problems of Strength of the National Academy of Sciences of Ukraine, Sadovo-Botanichna Str., 2, 01014, Kyiv, Ukraine; e-mail: kravchuk.r@ipp.kiev.ua

The method of Brinell hardness measurement by the instrumented indentation method using the modernized portable device PIIT-02M has been improved. Binding to certain materials has been avoided, the measurement range has been expanded (110 - 630 HBW) and modern regulatory requirements have been taken into account. The deviation of the hardness values determined by this method in comparison with the results obtained by the traditional method does not exceed 5%.

В.Г. Сидяченко, А.А. Котляренко

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ КОРОТКИХ ТРІЩИН І ДВОВІСНОГО НАВАНТАЖЕННЯ НА В'ЯЗКІСТЬ РУЙНУВАННЯ КОРПУСНОЇ РЕАКТОРНОЇ СТАЛІ

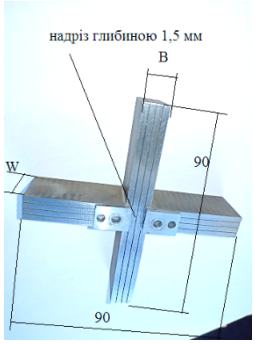
Інститут проблем міцності імені Г. С. Писаренка НАНУ, вул. Садово-Ботанічна, 2, 01014, Київ, Україна; e-mail: Sydiachenko@ukr.com

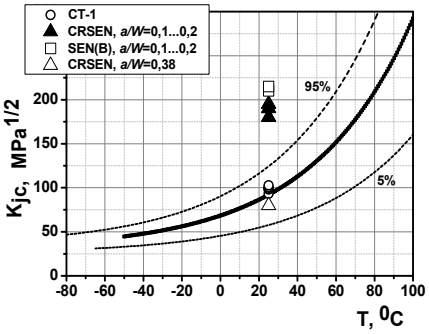
Відповідно до нормативних документів, що діють в атомній енергетиці, резерв крихкої міцності корпусу реактора визначається відстанню між розрахунковою кривою параметра тріщиностійкості ($K_J(T)$) постульованого в стінці корпусу реактора дефекту в аварійному режимі (при термошоці) і температурною залежністю в'язкості руйнування ($K_{Jc}(T)$) (експериментальна крива). Відомо, що значення в'язкості руйнування, отримане на стандартних зразках при дотриманні умов плоскої деформації (детерміністичний підхід), демонструє найбільш консервативну оцінку і не відображає стохастичний характер руйнування корпусної реакторної сталі при переході від крихкого до в'язкого руйнування, водночас підхід «Майстер кривої» з урахуванням розподілу Вейбулла знижує консерватизм. На основі аналізу експлуатації реакторних установок в осучаснених нормативних документах розраховують постульовані дефекти глибиною 0,1 товщини стінки, що дозволяє знизити надлишковий консерватизм при розрахунках залишкового експлуатаційного ресурсу внаслідок підвищення в'язкості руйнування $K_{Jc}(T)$ [1], що відбувається за рахунок зменшення скутості деформацій в околі вершини тріщини. Для врахування впливу «коротких тріщин» в науковій літературі пропонувались різні двопараметричні підходи, що доповнюють параметри класичної механіки руйнування (K_J, J, δ) другим параметром: T, Q, $h=\sigma_m/\sigma_i$, $\varphi=A_c/A_{ref}$, … з метою уточнення скутості деформацій як по фронту тріщини, так і в напрямку її поширення [2]. Проте, дослідження з метою отримання універсального параметру, що дозволяє на інженерному рівні дати оцінку в'язкості руйнування, є інваріантним до геометрії тіла з тріщиною, рівня навантаження, механічних властивостей проводяться і в теперішній час.

Корпус реактора є товстостінним циліндром під дією внутрішнього тиску. В результаті цього в його стінці реалізується двовісний напружений стан, ступінь двовісності якого змінюється в залежності від режимів експлуатації. Врахування цієї обставини дозволяє уточнити оцінку опору крихкому руйнуванню корпусу реактора з постульованим дефектом.

В Інституті проблем міцності імені Г.С.Писаренка НАН України виконуються комплексні розрахунково-експериментальні дослідження впливу ефекту «коротких тріщин» та двовісного навантаження на характеристики в'язкості руйнування $K_{Jc}(T)$ корпусної реакторної сталі 15Х2НМФАА ($\sigma_{0,2}$=462,08 МПа, $\sigma_в$=715,75 МПа) у вихідному стані. Результати, отримані на спеціально розроблених хрестоподібних зразках на п'ятиточковий згин з напівеліптичними і наскрізними короткими тріщинами засвідчили, що в'язкість руйнування виходить за верхню межу довірчого інтервалу Майстер кривої (ASTM1921), а двовісний згин, що моделює двовісність навантаження на береги постульованої в стінці корпусу реактора тріщини знижує тріщиностійкість у порівнянні з одновісним [3]. Додатково до опублікованих в роботі [3] результатів отримано експериментальні дані впливу «коротких тріщин» і двовісного навантаження на в'язкість руйнування з застосуванням малогабаритних 10x10x80 зразків на триточковий згин з крайовою короткою тріщиною a/W=0,1…0.2 (SEN(B)) і хрестоподібних малогабаритних зразків на п'ятиточковий згин (CRSEN) рис.1,а. Отримані дані засвідчили схожі, з [3], закономірності (рис.1,б). Однак, при цьому слід зазначити, що вплив двовісного згину на в'язкість руйнування помітний лише за умов коротких тріщин, що потребує подальшого експериментального та теоретичного дослідження з врахуванням параметру, що характеризує скутість деформацій в околі тріщини. Одним з таких параметрів може бути $A_d^*= \delta/\delta_{ref}$ [2], що базується на відношенні розкриття вершини тріщини δ, елементу конструкції в'язкість руйнування якого прогнозується, до розкриття (δ_{ref}) у зразку з найбільшою скутістю деформацій, тобто мінімальною в'язкістю руйнування. Подальша верифікація параметру A_d^* можлива на основі отриманих експериментальних даних (рис.1, (б)).

Отримані данні засвідчили необхідність врахування ефекту коротких тріщин та двовісного навантаження при оцінці залишкового ресурсу корпусів атомних реакторів з метою уточнення розрахунків і уникнення надлишкового консерватизму.





а *б*

Рис. 1.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: в’язкість руйнування; короткі тріщини; двовісне навантаження.

1. IAEA Guidelines: Unified procedure for lifetime assessment of components and piping in WWER nuclear power plants, VERLIFE, Vienna: Int. At. Energy Agency, 2014.
2. Xiao J.Y., Wang G.Z., Zhao, J.X., Tu S.T., Xuan, F.Z. A general correlation between ductile fracture toughness and unified constraint parameter for different materials // Eng. Fract. Mech. – 2023. – **285.** -109296.
3. Pokrovskyi V.V., Sydyachenko V.G., Kurash, Y.P. Calculation of crack resistance parameters in cross-shaped specimens in biaxial bending tests // Strength of Materials – 2023. – **55.** – P. 69 – 78.

V.G. Sidyachenko, A.A. Kotliarenko

INVESTIGATION OF THE INFLUENCE OF SHALLOW CRACKS AND BIAXIAL LOADING ON THE FRACTURE TOUGHNESS OF REACTOR PRESSURE VESSEL STEEL

G.S. Pisarenko Institute for Problem of Strength of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine

Abstract. The paper presents the experimental results of the influence of shallow crack and biaxial loading on the fracture toughness of reactor pressure vessel steel. It is shown that the fracture toughness of specimens with shallow cracks goes beyond the upper limit of the confidence interval of the Master curve, and the biaxial loading of cruciform specimens reduces crack resistance compared to

В.В. Хворостяний, В.Є. Бодунов, І.Р. Качинська

КОМПЛЕКСНИЙ ПІДХІД З ВИВЧЕННЯ ВПЛИВУ МАСШТАБНОГО ЕФЕКТУ НА МЕХАНІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ КРИХКИХ МАТЕРІАЛІВ

Інститут проблем міцності імені Г. С. Писаренка НАНУ, вул. Садово-Ботанічна, 2, 01014, Київ, Україна; e-mail: plt2002@ukr.net

Вступ. Незважаючи на те, що вочевидь, перші дослідження масштабного ефекту механічної міцності конструкційних матеріалів датуються появою наукових робіт В. Л. Кірпічова ще півтора століття тому зі встановлення закону подібності внутрішніх сил для пружних тіл, що перебувають в умовах зовнішніх впливів, фізичне явище зміни властивостей тіла у зв'язку зі зміною його характерних розмірів, яке є небезпечним за своєю суттю, наразі залишається недостатньо з'ясованим і справедливо вважається актуальною науково-технічною проблемою, що потребує всестороннього вивчення. Масштабний ефект міцності проявляється як у лабораторних дослідженнях зразків різноманітних за своїм складом та властивостями матеріалів, так і у багатьох нових технічних виробах, конструктивних елементах та деталях машин. Його прояви в інженерній практиці характеризуються відповідними параметрами, які розділяють на різновиди: лінійні або одновимірні – розміри зразку чи елементу конструкції такі як довжина, ширина, товщина, діаметр; двовимірні (площа поверхні чи перетину); об'ємні або тривимірні (початковий, деформований об'єми). Масштабний ефект може бути обумовлений розмірами зерна чи типового структурного елементу матеріалу, градієнтом деформації, характерними дефектами (мікроскопічними тріщинами, включеннями, дислокаціями) тощо [3].

Основою для створення загальної теорії масштабного ефекту справедливо розглядається найбільш розроблена на даний час статистична теорія, яка пояснює природу його виникнення статистичною неоднорідністю структури матеріалу. Власне збільшення ймовірності появи структурних дефектів в об'ємі та на поверхні твердих тіл зі збільшенням розмірів зразка чи елемента конструкції вважається переважною причиною масштабного ефекту. Його прояв пов'язують з технологіями виготовлення зразків різних розмірів (технологічний чинник), погіршенням якості матеріалу зі збільшенням об'єму деталі (виробничий чинник), накопиченням великого запасу пружної енергії у зразках більших розмірів (енергетичний чинник), відсутністю подібності напружено-деформованого стану у околі концентратора напружень (фізичний чинник) та іншими факторами [1]. В інженерних розрахунках найбільш поширеним та ефективним способом врахування масштабного ефекту міцності конструкційних матеріалів є застосування статистичного розподілу Вейбула [4]. Вплив масштабу намагаються усунити або мінімізувати, а також масштабний ефект використовують для визначення механічної поведінки матеріалів при руйнуванні [2].

Стислий опис запропонованого комплексного підходу. Опираючись на наявне матеріально-технічне оснащення для проведення наукових досліджень з врахуванням аналізу літературних даних, передбачається застосування комплексного підходу з вивчення масштабного ефекту міцності крихких матеріалів, який структурно можна поділити на наступні складові:

- випробування на вісесиметричний, трьох- та чотирьохточковий згин зразків у вигляді скляних пластин розмірами від мініатюрних до великогабаритних;
- виконання експериментів на індентування поверхонь зразків крихких матеріалів в макро- та мікродіапазонах прикладених зусиль стандартними інденторами;
- вивчення впливу масштабного ефекту на механічну поведінку кераміки та скла в умовах крайового локального навантаження інденторами різного виду;
- визначення впливу визначальних технологічних, конструкційних та експлуатаційних факторів на масштабний ефект міцності крихких матеріалів.

Об'єктом дослідження слугують сучасні керамічні матеріали, ситали та скло різного хімічного складу з різноманітними модифікаціями поверхонь (поліроване, загартоване, з хімічним травленням, з іонним обміном). Достовірність отримуваних результатів досягається використанням сучасного експериментального устаткування з автоматизованою вимірювальною системою, оптичних інвенторних мікроскопів, оснащених відеокамерами та програмним забезпеченням, проведенням аналізу даних відповідно до положень механіки деформованого твердого тіла, механіки руйнування та конструкційної міцності крихких матеріалів. Важливий підсумок науково-дослідницької роботи буде полягати у визначенні області допустимих робочих навантажень з врахуванням масштабного ефекту. Отримані результати сприятимуть підвищенню точності прогнозованих оцінок параметрів механічного стану, пошкоджуваності, міцності, працездатності та ресурсу елементів конструкцій скління у будівельній галузі та на транспорті, промислових виробах захисного призначення цивільної та військової техніки.

Усестороннє вивчення масштабного ефекту методами дослідження, що передбачають виконання випробувань на згин та індентування поверхні і краю зразка, в сумісності дасть синергетичний ефект результатам наукової роботи.

Висновки. Виконано попередній аналіз даних із літературних джерел з визначення впливу масштабного ефекту на механічні характеристики різноманітних крихких матеріалів. Показано, що такі дослідження є вкрай важливими та актуальними для розвитку багатьох галузей промисловості. Наведено опис запропонованого комплексного підходу вивчення масштабного ефекту, його складові та очікувані результати.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: масштабний ефект; крихкі матеріали; модифіковане скло; кераміка; міцність; твердість; опір руйнуванню; дефектність; граничний стан; ресурс.

V.V. Khvorostianyi, V.E. Bodunov, I.R. Kachinska

A COMPLEX APPROACH TO STUDYING THE INFLUENCE OF THE SCALE EFFECT ON THE MECHANICAL CHARACTERISTICS OF BRITTLE MATERIAL

G.S. Pisarenko Institute for Problem of Strength of the National Academy of Sciences
Sadovo-botanichna Str., 2, 01014, Kyiv, Ukraine; e-mail: plt2002@ukr.net

Abstract. A preliminary analysis of data from literary sources was performed to determine the influence of the scale effect on the mechanical characteristics of various brittle materials. It is shown that such research is extremely important and relevant for the development of many industries. A description of the proposed comprehensive approach to the study of the large-scale effect, its components and expected results is given.

3. *Каптелин С. Ю.* Природа масштабного эффекта при хрупком и квазихрупком разрушении // Известия ПГУПС. – 2007. – С. 153 – 162.
4. *Bazant Z. P.* Size effect aspects of measurement of fracture characteristics of quasibrittle materials // Advanced Cement Based Materials. – 1996. – **4**. – P. 128 – 137.
5. *Matyunin V. M., Dubov A. A., Marchenkov A. Y.* Regularities in the manifestation of the scale factor during determination of the strength and hardness of a metal // Inorganic Materials. – 2011. – **47**. – P. 1696 – 1701.
6. *Quinn J. B., Quinn G. D.* A practical and systematic review of Weibull statistics for reporting strength of dental materials // Dental Materials. – 2010. – **26**. – P, 135 – 147.

В. В. Хворостяний

ПРОГНОЗНА ОЦІНКА РІВНЯ ПОШКОДЖУВАНОСТІ ІНСТРУМЕНТАЛЬНОЇ КЕРАМІКИ В УМОВАХ ЛОКАЛЬНОГО КОНТАКТНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Інститут проблем міцності імені Г. С. Писаренка НАНУ, вул. Садово-Ботанічна, 2, 01014, Київ, Україна; e-mail: plt2002@ukr.net

Вступ. Сучасні керамічні матеріали, що характеризуються вкрай важливими і часто унікальними фізичними, хімічними, механічними, електричними та іншими властивостями, в наш час стрімкого розвитку техніки і технологій справедливо можуть розглядаються як незамінні для багатьох галузей промисловості і такі, що формують нові горизонти при створенні передових інноваційних продуктів. Широке застосування кераміка знаходить в машинобудуванні, енергетиці, будівництві, транспорті, телекомунікаціях, оброблювальній промисловості тощо.

Використання кераміки як інструментального матеріалу інтенсифікувало процеси механічної обробки на автоматизованих лініях виробництва, що зумовило покращення низки чинників, які визначають ефективність, якість та економічність продукції. Увесь «життєвий» цикл технічного виробу з будь-якого матеріалу, а особливо керамічного, який до усіх переваг має суттєвий недолік, що полягає у схильності до крихкого руйнування, потребує науково-технічного супроводу, контролю на різних етапах експлуатації.

Для оцінки механічної поведінки конструкційної кераміки застосовують методи та результати експериментальних досліджень при локальному контактному навантаженні краю зразка твердими інденторами. Методи відколювання, передусім дряпання індентором поверхні зразка до руйнування кромки з утворенням відколу (метод S+EF), дозволяють прямим, а не опосередкованим способом визначати масштабність пошкоджуваності матеріалів [1]. Вони з достатньою точністю моделюють експлуатаційні умови навантажених ділянок керамічних ріжучих інструментів, ножів, скальпелів, керамічних різців та різальних пластин, елементів стоматологічних імплантів (зубів, коронок) [2] та ортопедичних суглобів (рис. 1).

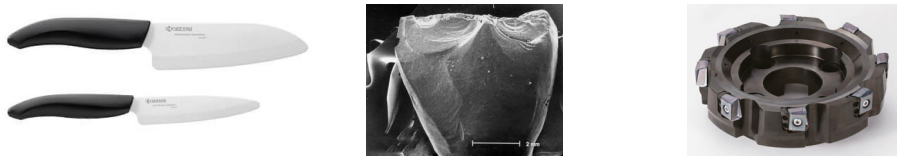


Рис. 1.

Мета наведеного дослідження полягала в розробці простого, доступного, зручного та ефективного способу отримання прогнозної оцінки пошкоджуваності крихких матеріалів, необхідної для визначення надійності та працездатності інструментів, деталей машин та елементів конструкцій.

Прогнозна оцінка пошкоджуваності кромки. Традиційним або класичним способом демонстрації результатів випробувань методами відколювання кромки є побудова залежностей руйнівного навантаження, прикладеного до індентора від величини відстані руйнування (параметра пошкоджуваності кромки) [1]. На діаграму наносять всі одержані емпіричні дані та додають апроксимуючу криву, що вказує на особливості пошкоджуваності краю зі збільшенням застосованого навантаження. Для врахування статистичної природи крайового руйнування крихких матеріалів та обґрунтування способу прогнозування рівня пошкоджуваності при різних робочих умовах, проведено аналітичне вивчення закономірностей відколювання шляхом використання статистичного аналізу експериментальних даних на основі розподілу Вейбула. Запропоновано результати статистичної обробки зображати у вигляді діаграм залежностей ймовірності руйнування кромки F (в безрозмірних одиницях) від відстані руйнування L (в мм). На рис. 2 наведені дані для карбід кремнієвої (крива *1*), оксид алюмінієвої кераміки (крива *2*) та для порівняння кварцового скла (крива *3*).

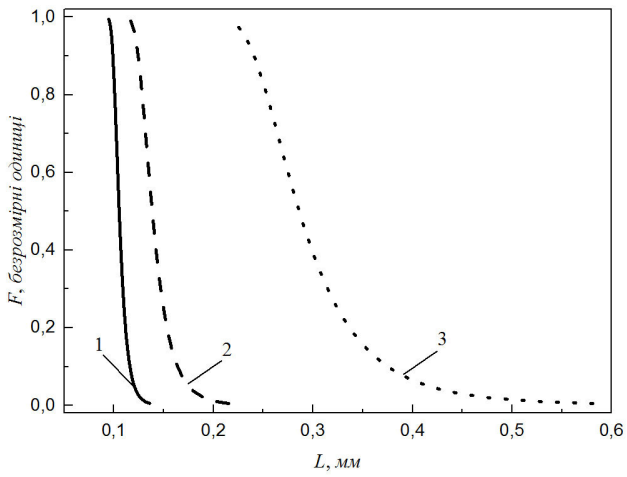


Рис. 2.

Критерії критичного рівня пошкоджуваності кераміки можуть бути взяті з літературних джерел (наприклад [2]), а також базуватися на виробничому досвіді.

Висновки. Наведено результати експериментально-розрахункового вивчення пошкоджуваності керамічних матеріалів при заданому рівні ймовірності руйнування. Показано, що отримана прогнозна оцінка пошкоджуваності кромки може бути основою для визначення надійності, працездатності та ресурсу інструменту чи технічного виробу в експлуатаційних умовах.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: інструментальна кераміка; локальне контактне навантаження; пошкоджуваність кромки; статистичний розподіл Вейбула, ресурс.

V.V. Khvorostianyi

PREDICTIVE ASSESSMENT OF THE LEVEL DAMAGEABILITY OF INSTRUMENTAL CERAMICS UNDER CONDITIONS OF LOCAL CONTACT LOADING

G.S. Pisarenko Institute for Problem of Strength of the National Academy of Sciences, Kyiv, Ukraine

Abstract. The results of an experimental and computational study of the damageability of ceramic materials at a given probability level of fracture are given. It is shown that the obtained predictive assessment of edge damageability can be the basis for determining the reliability, serviceability and resource of a tool or technical product in the operational conditions.

1. Khvorostyanyi V. V. Mechanical behavior of ceramics and glass during specimen edge fracture caused by Rockwell indentor // Strength of Materials. – 2014. – **46**. – C. 383 – 390.
2. Quinn G. D. Edge chip testing of ceramics // American Ceramic Society Bulletin. – 2013. – 92. – P. 24 – 28.

В.П. Швець, П.О. Булах, О.М. Масло

ОЦІНКА РІВНЯ РОЗСІЯНИХ ПОШКОДЖЕНЬ У ТЕПЛОСТІЙКИХ СТАЛЯХ ПІД ВПЛИВОМ ЕКСПЛУАТАЦІЙНИХ НАВАНТАЖЕНЬ

Інститут проблем міцності імені Г.С. Писаренка Національної академії наук України, вул. Садово-Ботанічна, 2, 01014, Київ, Україна; e-mail: vovadjdf@ukr.net

В процесі експлуатації метал конструктивних елементів зазнає постійних змін його структури, що викликані дефектами різної природи, як наявними у матеріалі з самого початку його експлуатації, так і набутими в процесі вичерпання роботи. Переважну більшість таких дефектів, що присутні в матеріалі, а також виникають та розвиваються під час експлуатації, можна вважати рівномірно розсіяними по об'єму елемента конструкції на мікрорівні [1, 2]. Наявність таких розсіяних мікродефектів є суттєвим фактором при оцінці довготривалої міцності матеріалу елементів конструкцій, а також у випадку впливу на конструкцію циклічних навантажень. Крім цього вони є важливим чинником зниження ресурсу матеріалу при дії підвищених температур. Все це робить актуальними як з прикладної так і з наукової точок зору, кількісну оцінку стану структури, що містить вказані дефекти, а також врахування отриманих даних з поточної пошкодженості матеріалу при прогнозуванні залишкового ресурсу елементів конструкції. Слід зазначити, що найбільш перспективними у практичному використанні є неруйнівні методи оцінки стану структури матеріалу.

У роботі представлено результати оцінки за допомогою неруйнівного методу LM-твердості [3] структурного стану матеріалу натурних елементів конструкцій із теплостійких сталей 10ГН2МФА та 15Х2МФА, що працюють в умовах малоциклового навантаження при різних видах температурно-силових навантажень.

Одним із важливих чинників, що супроводжують експлуатацію багатьох конструктивних елементів та значно впливають на поведінку матеріалу під навантаженням, є вид напруженого стану. Зокрема, аналіз впливу різних співвідношень головних напружень на кінетику пошкодження теплостійких сталей 10ГН2МФА та 15Х2МФА при 20°С в умовах циклічного навантаження, який був представлений у [4, 5], засвідчив важливість врахування вказаного фактора при розрахунках ресурсу високонавантажених елементів конструкцій. Значний об'єм досліджень, приймаючи до уваги особливості експлуатації елементів конструкцій, склала оцінка структури металу на стадіях уповільненої і усталеної повзучості з урахуванням впливу процесів, що розвиваються на цих стадіях, на довговічність високонавантажених елементів конструкцій в умовах складного напруженого стану.

Отримані результати оцінки структури матеріалу за допомогою коефіцієнта гомогенності свідчать, що в умовах циклічного навантаження у залежності від рівня величини максимального напруження циклу при різних співвідношеннях головних напружень циклу інтенсифікація пошкоджуваності металу в умовах двовісного навантаження відбувається швидше порівняно з одноосьовим. Вказане підвищення інтенсивності пошкодження характеризує процес переходу зі сталої стадії повзучості до початку процесу втрати стійкості пластичного деформування на макрорівні метала зразка. В умовах циклічного навантаження, яке завершується квазістатичним руйнуванням, накладання другої розтягуючої компоненти напружень зменшує швидкість циклічної повзучості порівняно з одновісним розтягом.

В підсумку, результати досліджень свідчать про ефективність неруйнівного методу LM-твердості в якості експрес-оцінки поточного стану структури металу елементів конструкцій безпосередньо в процесі їх експлуатації, а також при визначенні їх залишкового ресурсу.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: метод LM-твердості, твердість, граничний стан, малоциклова втома, теплостійка сталь, пошкоджуваність.

1. Лебедев А. А., Чаусов Н. Г. Новые методы оценки деградации механических свойств металла конструкций в процессе наработки. Киев. 2004. 133 с.
2. Collins J. A. Failure of Materials in Mechanical Design: Analysis, Prediction, Prevention. 2nd edition. Wiley–Interscience Publication. 1993. 672 p.
3. DSTU 7793. Metallic Materials. Determination of the level of scattered damages by the LM-Hardness method [in Ukrainian], Valid since April 1, 2017.
4. F.F. Giginyak, P.A. Bulakh Some approaches to the life assessment of heat-resistant steels with consideration of metal damage //Strength of Materials, 47/2015.– P.– 835-839.
5. P.A. Bulakh Studies on damage accumulation kinetics in a metal under cyclic loading in the multiaxial stress state // Strength of Materials, 43/2011. – P. – 201-204.

V.P. Shvets, P.O. Bulakh, O.M. Maslo

EVALUATION OF DISTRIBUTED DAMAGE IN HEAT-RESISTING STEEL UNDER THE INFLUENCE OF OPERATIONAL LOADS

G.S. Pisarenko Institute for Problems of Strength of the National Academy of Sciences of Ukraine;2 Sadovo-Botanichna str., Kyiv-014, 01014, Ukraine; e-mail: vovadjdf@ukr.net

With the help of the homogeneity coefficient, the results of the assessment of the material structure were obtained, which indicate a faster increase in the intensification of metal damage under conditions of biaxial loading compared to uniaxial loading. The effectiveness of the LM-hardness method as an express assessment of the current state of the metal structure of structural elements directly during their operation, as well as when determining their residual resource, is demonstra

В.П. Швець, М.Р. Музика, В.П. Ламашевський

ВИЗНАЧЕННЯ РІВНЯ АНІЗОТРОПІЇ ЛИСТОВИХ СТАЛЕЙ ЗА ПАРАМЕТРАМИ ІНДЕНТУВАННЯ

Інститут проблем міцності імені Г.С. Писаренка Національної академії наук України, вул. Садово-Ботанічна, 2, 01014, Київ, Україна; e-mail: vovadjdf@ukr.net

Однією з важливих характеристик стану матеріалу є плоска анізотропія механічних властивостей, яка виникає внаслідок технологічних або експлуатаційних впливів. Актуальність проведення досліджень з урахування анізотропії зумовлена тим, що в більшості випадків конструкційні листові матеріали анізотропні і відрізняються між собою лише мірою проявлення анізотропії тих чи інших механічних властивостей. Причому за одними характеристиками матеріал може бути ізотропним, а за іншими – анізотропним, наприклад, матеріал може проявляти анізотропію за границею плинності і не мати її за границею міцності. Тому роботи, що пов'язані з визначенням анізотропії властивостей матеріалу, дуже складні і різноманітні. Відомості про анізотропію дають змогу оптимізувати технологію виготовлення виробу, підвищити його якість.

У роботі запропоновано методику визначення плоскої анізотропії листового матеріалу елемента конструкції без порушення її цілісності при випробуваннях на твердість. Новизною є те, що анізотропія визначається не за значеннями твердості, а за параметрами індентування індекторами методами Віккерса і Брінелля та за параметрами структури матеріалу. За допомогою методики можна визначати ступінь анізотропії матеріалу методом твердості Віккерса, за станом його структури шляхом статистичної обробки результатів індентування, а також визначати анізотропію листового прокату, зокрема товстолистових високоміцних низьколегованих сталей у стані постачання за параметрами відбитків індентора Брінелля. Також можна оцінювати рівень анізотропії листових матеріалі і навіть товстолистових високоміцних сталей, матеріал яких характеризується слабо вираженою анізотропією, коли за допомогою виміряних значень відбитків індентора неможливо визначати анізотропію, або проконтролювати правильність її визначення анізотропії шляхом статистичної обробки розмірів отриманих відбитків. Методика направлена на зменшення трудомісткості визначення плоскої анізотропії листового матеріалу в стані постачання без порушення її цілісності, на підвищення продуктивності досліджень і достовірності визначення анізотропії високоміцних товстолистових сталей зі слабо вираженою анізотропією.

Найбільш плідною є методика визначення анізотропії листових матеріалів неруйнівним методом твердості. Індентор втискують у фасадну поверхню досліджуваного матеріалу в різних напрямках відносно осі прокатки, визначають числа твердості, які порівнюють між собою [1]. Припускаючи наявність кореляції характеристик твердості з параметрами структури, судять про рівень анізотропії матеріалу [2]. Але для методу характерна низька точність, що пов'язано з не завжди стійкою кореляцією між твердістю матеріалу і його структурним станом.

Метою роботи є розробка методики достовірної оцінки рівня анізотропії за параметрами індентування листового матеріалу елемента конструкції без порушення її цілісності.

Розроблена комплексна методика дає змогу підвищити достовірність визначення рівня плоскої анізотропії конструкційних листових метеріалів, зокрема високоміцних товстолистових сталей в стані постачання за параметрами індентування методами Віккерса і Брінелля без порушень цілісності, при цьому зменшити трудомісткість і збільшити продуктивність досліджень. Методика може бути використана для проведення контролю отриманих значень анізотропії листового матеріалу. Для матеріалів зі слабовираженою анізотропією її визначають згідно з методикою за характеристиками ступеня пошкодження структури в оцінці коефіцієнтами гомогенності і варіації, що визначаються за параметрами розсіяння значень показників геометрії відбитків, які залишаються після індентування на торцевих поверхнях листа.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: анізотропія, листові матеріали, параметри індентування, методи Віккерса і Брінелля, твердість, твердомір, індентори, відбиток, розвинута плоска анізотропія.

1. В.В. Шевелев, С.П. Яковлев, «Анизотропия листовых материалов и ее влияние на вытяжку», Машиностроение, Москва (1972).
2. Н.А. Махутов, В.В. Зацаринный, Ж.Л. Базарас и др., «Статистические закономерности малоциклового разрушения», Наука, Москва (1989).

V.P. Shvets, M.R. Muzyka, V.P. Lamashevskiy

DETERMINATION OF THE LEVEL OF ANISOTROPY OF SHEET STEEL BY INDENTING PARAMETERS

G.S. Pisarenko Institute for Problems of Strength of the National Academy of Sciences of Ukraine; Kyiv, Ukraine

The developed complex technique makes it possible to increase the reliability of determining the level of planar anisotropy of structural sheet materials, in particular, high-strength thick sheet steels in the state of delivery according to the parameters of indentation by the Vickers and Brinell methods without integrity violations, while reducing labor intensity and increasing research productivity.

А.В. Широков, О.М. Березовський

МЕТОДИКА ОЦІНКИ УДАРНОЇ СТІЙКОСТІ ПЕРЕШКОД ІЗ РІЗНИХ МАТЕРІАЛІВ

Інститут проблем міцності імені Г. С. Писаренка НАНУ, вул. Садово-Ботанічна, 2, 01014, Київ, Україна; e-mail: Shirokov.Andrey.V@gmail.com

Найпростіший і достатньо розповсюдженим варіантом оцінки ударної стійкості перешкоди є методика полігонних випробувань [3], при якій зразки матеріалу піддаються багаторазовому обстрілу з різних дистанцій і під різними кутами. Після цього робиться висновок про стійкість перешкоди конкретному типу елементів ураження у залежності від дальності і кута обстрілу. За цими даними складаються карти обстрілу, що використовуються при створенні броньового захисту нових конструкційних елементів. В результаті отримується графік залежність найбільшої безпечної швидкості V_0 елементу ураження від кута зустрічі α і товщиною перешкоди b із досліджуваного матеріалу.

Для отримання додаткових даних застосовують складне і дороге устаткування на кшталт рентгенографічних установок або високошвидкісну кінозйомку.

Більш простий варіант отримання додаткової інформації щодо процесу ударної взаємодії елемент ураження – перешкода є шляхом використання балістичного маятника [1,2,4,5]. Для цього було розроблено унікальний випробувальний стенд ПК30, який дозволяє досліджувати конструкційні матеріали і елементи конструкцій при ударній взаємодії з елементами ураження довільної форми з діаметром до 30 мм в діапазоні швидкостей навантаження до 1000 м/с. Окрім інформації пробиття/не пробиття є можливість за допомогою балістичного маятнику визначати енергію, що була затрачена на руйнування/деформацію перешкоди і розрахувати заперешкодну швидкість ударника.

Даний стенд є частиною комплексу випробувальних стендів для дослідження міцності матеріалів і конструкцій за екстремальних умов термосилового навантаження, який відноситься до наукових об’єктів, що мають статус національного надбання України.

Загальна схема ударного навантаження при цьому представлена на рисунку 1.

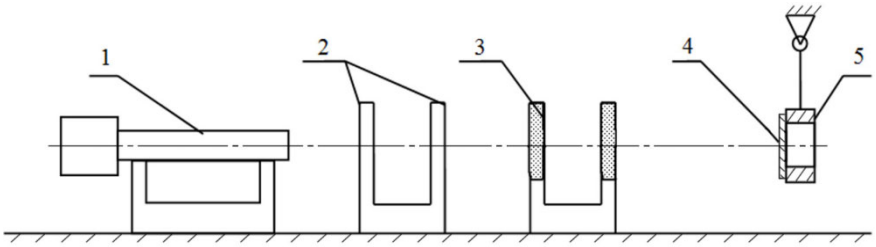


Рис. 1.

Ударник (елемент ураження) розганяється в розгінній трубі пневмо-газового копра 1 до необхідної швидкості в діапазоні 50 – 1000м/с, яка фіксується датчиком швидкості 3 і взаємодіє з перешкодою 4, яку закріплено на балістичному маятнику 5. Відхилення балістичного маятнику реєструється самописцем.

Суть методу полягає в тому, що при випробовуванні перешкода пробивається ударником наскрізь (плита маятника на якій кріпиться перешкода має спеціальний центральний отвір для вільного прольоту ударників і уламків після пробиття перешкоди), у результаті чого маятникові передається ударний імпульс, який відхиляє його від положення рівноваги на величину S.Геометричну схему реєстрації відхилення наведено нижче (рисунок 2).

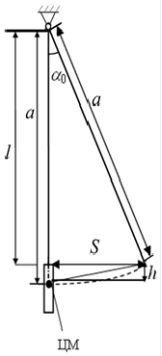


Рис. 2

Для реєстрації відхилення центра маси маятника з перешкодою від стану рівноваги використовується підпружинена голка, яка в момент відхилення маятника залишає слід на закопченій полірованій стальній пластині.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: ударна стійкість, методика, характеристики матеріалів

1. Астанин В. В., Степанов Г. В. Энергетические характеристики разрушения алюминиевой плиты при пробивании стальным ударником // Проблемы прочности. – 1983. – №10. – С. 93–95.
2. Астанин В. В. Деформирование и разрушение преград при пробивании цилиндрическим ударником // Динамическая прочность и трещиностойкость конструкционных материалов. – 1986. – С. 23–27.
3. Глебов В. В.,Костин Ю. Н., Лукьянов А. В., Даньшин Ю. А. Исследование защитных структур легкой бронированной машины HMMWV. // Механіка та машинобудування. – 2009, – №2, – С. 32-36.
4. Дж.Рейнхарт, Дж. Пирсон Поведение металлов при импульсных нагрузках: Пер. с англ. – М.: Ил., 1958. – 204 с.
5. Писаренко Г. С., Степанов Г. В. Экспериментальная методика определения интегральных параметров взаимодействия. // Прикладная механика. – 1967. – № 17(1). – С. 1–3.

A.V. Shyrokov, O.M. Berezovskiy

A METHOD FOR ESTIMATING THE IMPACT RESISTANCE OF BARRIERS MADE OF DIFFERENT MATERIALS

G.S. Pisarenko Institute for Problems of Strength National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine

A methodology is described for assessing the resistance of barriers made of various materials under impact with arbitrarily shaped impactors with a diameter of up to 30 mm in the range of loading velocities up to 1000 m/s. In addition to the information on penetration/non-penetration, it is possible to determine the energy consumed for the destruction/deformation of the barrier and calculate the velocity of impactor using a ballistic pendulum.

А.В. Широков

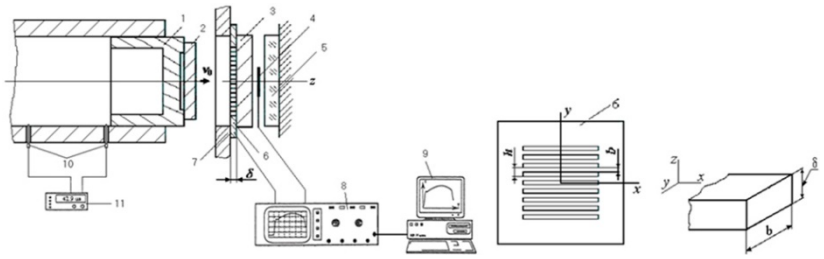
ВИЗНАЧЕННЯ ДИНАМІЧНОЇ ГРАНИЦІ ПЛИННОСТІ МЕТАЛЕВИХ МАТЕРІАЛІВ

Інститут проблем міцності імені Г. С. Писаренка НАНУ, вул. Садово-Ботанічна, 2, 01014, Київ, Україна; e-mail: Shirokov.Andrey.V@gmail.com

Експериментальні данні динамічних механічних характеристик конструкційних матеріалів отримуються на унікальному обладнанні і вони носять фрагментарний характер. Через це при моделюванні динамічної поведінки елементів конструкцій, дослідники використовують статичні характеристики матеріалу з введенням поправного коефіцієнту. Для підвищення достовірності подібних розрахунків необхідно використовувати динамічні характеристики матеріалів..

Для таких цілей була розроблена методика, спеціальні зразки і датчик тиску для визначення динамічної границі плинності металевих матеріалів. Зразки уявляють собою прямокутну пластину металу товщиною до 3 мм з вузькими прорізами в центральній частині. Незважаючи на значну вартість виготовлення подібних зразків, вони дозволяють отримати коректні значення границі плинності при динамічному навантаженні.

Динамічний стиск за схемою, що представлена на рисунку 1 здійснювали з використанням стенду на базі пневматичного копра ПК-80, що входить до національного надбання України. Зразок 6 у вигляді тонкої пластини з паралельними прорізами. Робоча область зразка – вузькі смуги металу між прорізами – деформується між плоскими поверхнями плити-ударника (ударник) 2 і плити-ковадла 3. Плита-ковадло виготовлена із загартованої сталі зі шліфованими поверхнями.



а) б) в)

Рис. 1.

Ударник, закріплений на легкому алюмінієвому піддоні 1 (у вигляді стакану з алюмінієвого сплаву діаметром 80 мм), розганяється до заданої швидкості (у діапазоні 50 – 300 м/с) по каналу розгінної труби тиском стисненого газу. Зразок з плитою-ковадлом закріплюється на фланці 7 поблизу зрізу розгінної труби. Опорна поверхня фланця перед навантаженням встановлюється паралельно поверхні ударника, що забезпечує плоске зіткнення. Діелектричний датчик тиску 4 притискається до тильної поверхні ковадла пластиною з органічного скла 5. Реєстрація сигналу датчика робиться за допомогою АЦП 8.

Швидкість v_0 ударника визначається за часом його прольоту базової ділянки між двома електричними контактами перед зіткненням. Реєстрація часу прольоту проводиться з використанням електронного частотоміру Ч3-34.

Для динамічних випробувань використовуються спеціально розроблені зразки (рис. 1 б, в) у вигляді пластин товщиною δ й розміром робочої області 80×80 мм. Розмір самих зразків становить 120х120 мм.

В обсязі смуги між двома прорізами створюється НДС близький до однорідного двохосьового (деформація у напрямку осі смуги відсутня). При такому навантаженні опір пластичному зсуву за критерієм Мізеса може бути співставленню з опором зсуву при одновісному напруженому стані. Це НДС виникає в зразку в результаті інтерференції в смузі подовжніх хвиль (що поширюються зі швидкістю пружної хвилі уздовж осі z, перпендикулярної площини xy) за час час $ti \approx (2...4)\delta/c_0 = 1.3 \cdot 10^{-6}$с ($\delta$=2мм, c_0=6050 м/с [1]).

Крок h і ширина b смуги обираються із умови, що зусилля деформування зразку не викликає помітної пластичної деформації на поверхні контакту в плиті-ударнику і плиті-ковадлі. На віддалені від поверхні контакту зі зразком, що є більшим за крок решітки, хвиля в плитах близька до плоскої, і реєстрація її інтенсивності в області, що не зачеплена впливом хвиль бокового розвантаження в плиті-ударнику і плиті-ковадлі, характеризує опір деформуванню зразка.

За допомогою представленої методики можна отримувати границю плинності металевих матеріалів в діапазоні швидкостей деформації 10^2 .. 10^5 c^{-1}.

Перевагами даного методу є простота реалізації, коректне теоретичне обґрунтування явищ, що відбуваються в системі ударник–зразок, достатньо точне визначення значних (десятків відсотків) деформацій зразку і виключенню його згину за рахунок малої довжини. Окрім того, дана методика дозволяє реєструвати історію зміни швидкості деформації на протязі всього процесу пружного деформування зразку.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: швидкість деформації, динамічне навантаження, металеві матеріали, механічні характеристики, границя плинності

1. Степанов Г.В. Упругопластическое деформирование и разрушение материалов при импульсном нагружении. – Киев: Наук. думка, 1991. – 288 с.

A.V. Shyrokov

DETERMINATION OF THE DYNAMIC YIELD STRENGTH OF METALLIC MATERIALS

G.S. Pisarenko Institute for Problems of Strength National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine

A method for determining the dynamic yield strength of metallic materials in a wide range of strain rates (10^2 .. 10^5 s^{-1}) is presented.

Є.В. Воробйов, Т.В. Анпілогова

ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ СТАТИЧНОГО І КВАЗІСТАТИЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ НА РОЗВИТОК НИЗЬКОТЕМПЕРАТУРНОЇ СТРИБКОПОДІБНОЇ ДЕФОРМАЦІЇ

Інститут проблем міцності ім. Г.С.Писаренка НАНУ, вул. Садово-Ботанічна, 2, 01014, Київ, Україна; e-mail: evsv1@meta.ua

Для дослідження небезпечного явища низькотемпературної стрибкоподібної деформації металів, що виникає за температур нижче 30 К, ефективним засобом послуговує математичне моделювання процесу. У роботі [1] була запропонована проста нелінійна локальна одновимірна багатопараметрична модель розвитку стрибка деформації для непідвантажуваної системи зразок-машина. У ній стартове напруження σ_0 вважається вже досягненим, а деформування здійснюється лише завдяки запасу пружної енергії. На основі експерименту – випробувань на розтяг циліндричних зразків сталі 03Х20Н16АГ6 та алюмінієвого сплаву АМг5 за температури 4 К у середовищі рідкого гелію – була зроблена конкретизація моделі , тобто отримані її визначальні параметри. Адекватність моделі була підтверджена добрим співпадінням експериментальних і розрахункових значень стрибків деформації, а саме – подовжень зразків. У подальшому було досліджено вплив параметрів моделі, як рівень міцності матеріалу σ_0, жорсткість системи *C*, приєднана маса *M*, тощо [2], а також кінетику процесу і супутні динамічні ефекти [3]. Метою даної роботи є визначення впливу режиму навантажування на величину і розвиток стрибків деформації.

У разі, коли діє режим активного навантажування зі сталою швидкістю *V* переміщення траверси машини при розтязі зразка, рівняння динамічної рівноваги системи зразок-машина у процесі стрибка деформації можна записати у вигляді

$$\ddot{\varepsilon}_d(1+\varepsilon_d)+a\dot{\varepsilon}_d+b\varepsilon_d(1+\varepsilon_d)+c\varepsilon_d^m = p\,\sin\omega t+q(1+\varepsilon_d)t \qquad (1)$$

Від сформульованого в [1] воно відрізняється додатковим членом у правій частині, що враховує чинник активного деформування. Тут $q=Q/u,\ Q=KV/l$, ε_d – продольна стрибкоподібна деформація, t – час, a,b,c,p,m,ω – сталі, що включають характеристики матеріалу і системи навантажування і визначаються як $a=\mu/u$, $b=K/u=C/M$, $c=A/u,\ p=k_T\Delta T_{\mathrm{m}}/u,$ а $K=Cl/F,\ u=Ml/F$, l - довжина зони течії, F – площа поперечного перетину зразка. До визначальних параметрів моделі відносяться величини, що входять в ці коефіцієнти: σ_0, *A*, *m* (показники деформаційного зміцнення), коефіцієнт в'язкості μ, рухома приєднана маса M, жорсткість C системи зразок-машина і площа F. Чисельне дослідження показало, що через швидкоплинність стрибка активне деформування не дає значного внеску у величину ε_d аж до швидкостей порядка 0,1 c^{-1}, що вже належать до квазістатичного діапазону (рис.). При цьому матеріал з відносно низьким рівнем міцності є більш чутливим до активного навантажування.

У режимі повзучості, коли навантажування здійснюється підвішеним вантажем масою $M_0=\sigma_0F/g$, де g – прискорення сили тяжіння, стрибок деформації можна описати за допомогою рівняння динамічної рівноваги

$$\ddot{\varepsilon}_d+a\dot{\varepsilon}_d+c\varepsilon_d^m = p\,\sin\omega t \qquad (2)$$

Воно відрізняється від (1), крім відсутності другого члену у правій частині, тим, що $b=0$ (оскільки жорсткість такої системи нульова), $u=(M+M_0)l/F$. Розрахунки показали, що деформація суттєво зростає і сповільнюється (рис.). В області розвиненої переривчастої течії, коли деформаційне зміцнення різко зменшується, зокрема для сталі 03Х20Н16АГ6 отримаємо $\varepsilon_d>0{,}5$, що перевищує ресурс пластичності матеріалу, і руйнування відбувається до завершення стрибка.

Слід зазначити, що розглянуті випадки навантажування суттєво відрізняються за джерелом енергії, яка перетворюється у роботу стрибка деформації. Воно змінюється відповідно від чисто пружної енергії до комбінації пружної та енергії машини, і врешті – до енергії вантажу.

Таким чином, режим навантажування має суттєвий вплив як на величину стрибкоподібної деформації та її кінетику, так і руйнування матеріалів.

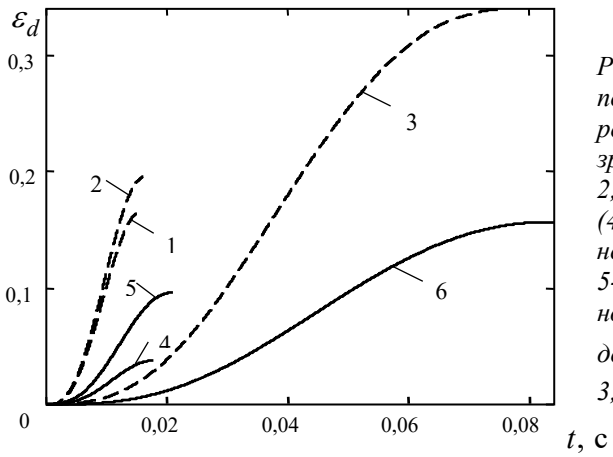


Рис.1 Розвиток стрибко-подібної деформації за різних режимів навантажування зразків сталі 03Х20Н16АГ6 (1, 2, 3) і алюмінієвого сплаву АМг5 (4, 5, 6) 1, 4 – непідвантажувана система; 2, 5- навантаження з номінальною швидкістю деформування $\dot{\varepsilon}_n = 0{,}3\ c^{-1}$*; 3, 6 – режим повзучості*

КЛЮЧОВІ СЛОВА: низькотемпературна стрибкоподібна деформація, нелінійна модель розвитку стрибка деформації, режим навантажування, чисельне дослідження.ибка деформації, режим навантажування, чисельне дослідження.

1. E. V. Vorob'ev, T. V. Anpilogova. Modeling of the process of low-temperature jumplike deformation of metals // Strength of Materials – 2011. – **43**, N 1. – P. 77-86.
2. E. V. Vorob'ev, T. V. Anpilogova. Numerical analysis of the deformation instability of metals in liquid helium // Computational Materials Science. – V.**68**. – 2013. – P. 66–72
3. E. V. Vorob'ev, T. V. Anpilogova. Kinetics of Low-Temperature Discontinuous Deformation of Metals // Cryogenics – V. **68**. – 2015. – P. 59–66.

E.V. Vorobyov, T.V. Anpilogova

NUMERICAL INVESTIGATION OF THE INFLUENCE OF STATIC AND QUASI-STATIC LOADING ON THE DEVELOPMENT OF LOW-TEMPERATURE JUMP-LIKE DEFORMATION

G.S.Pisarenko Institute for Problems of Strength National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine

Mathematical models were formulated and calculations of the jumplike deformation of steel and aluminum alloy samples at a temperature of 4 K were performed. It was shown that the loading mode has a significant effect on the magnitude of the jumplike deformation and its kinetics, as well as on the destruction of materials.

Б.С.Карпінос

ПЕРСПЕКТИВИ ЕКСПРЕС-ПРОГНОЗУВАННЯ ДОВГОВІЧНОСТІ МАТЕРІАЛІВ НА ОСНОВІ ОДНОПАРАМЕТРИЧНИХ ФЕНОМЕНОЛОГІЧНИХ РІВНЯНЬ ГРАНИЧНОГО СТАНУ

Інститут проблем міцності імені Г.С.Писаренка НАН України,
вул. Садово-Ботанічна, 2, Київ, Україна, e-mail: karpinos@ipp.kiev.ua

Численні дослідження в галузі фізики міцності матеріалів свідчать, що їх пошкоджуваність за час дії циклічних напружень є наслідком одночасних і послідовних процесів незворотної зміни структури на суб-, мікро- та макрорівнях. Ієрархність процесів, їх статистично ймовірний характер пояснюють труднощі, що виникають при розв'язанні прикладних задач прогнозування довговічності конструкційних матеріалів, а саме при розробці рівнянь втоми, довготривалої міцності, повзучості, зростання тріщини та інш. Для описання експериментальних результатів, зазвичай застосовуються степені двопараметричні феноменологічні рівняння граничного стану

$$N = C\xi^{m}, \tag{1}$$

де відповідно N – функція довговічності, ξ - аргумент, C, m - емпіричні параметри. В загальному випадку приймається, що параметри C, m незалежні, для визначення яких достаньо виконати два досліди. На сьогодні відомо багато емпіричних залежностей, що зв'язують параметри рівняння (1) з фізичними та механічними характеристиками матеріалів [1], зокрема з температурою плавлення, теплоємністю, коерцитивними ефектами, твердістю, межею міцності, текучості та інш.

Характерною ознакою процесу циклічного деформування є його автомодельність, тобто подібність просторового розподілу пошкоджуваності у часі [2]. Це дозволяє в окремих випадках спрощувати вибір аргументів і параметрів рівнянь граничного стану за умови відстежування одного переважного механізму деформування. Аналіз складових роботи деформування дозволяє визначити ту її часину, яка найбільше коректно віддзеркалює циклічну пошкоджуваність матеріалу. Результати експериментів для групи, іноді для класу конструкційних матеріалів свідчать, що при описанні їх довговічності можливі такі особливості

$$\mathrm{I} - C = \mathrm{const},\ m = \mathrm{var},\ \ \mathrm{II} - C = \mathrm{var},\ m = \mathrm{const},\ \ \mathrm{III} - C = f(m).$$

В якості прикладу на рис. 1 наведено залежність $C = f(m)$, яка узагальнює результати експериментальних досліджень втоми різних груп конструкційних матеріалів [3]. Аргументом рівняння (1) обрано амплітуду непружних деформацій за цикл навантаження Δe_n.

Статистична обробка дослідів засвідчила, що для усієї сукупності матеріалів рівняння $C = 10{,}499\, m^{4.596}$ має невелику достовірність, $R_{Sq} = 0{,}871$. Багато дослідів залишаються поза межами 95% довірливого інтервалу. Як наслідок, прогнозування довговічності матеріалів дає наближені результати. Разом з тим аналіз окреслив окремі групи подібних матеріалів ***a, b***, для яких використання запропонованого однопараметричного рівняння

$$N = 10{,}499\, m^{4.596}\xi^{m} \tag{2}$$

ефективне.

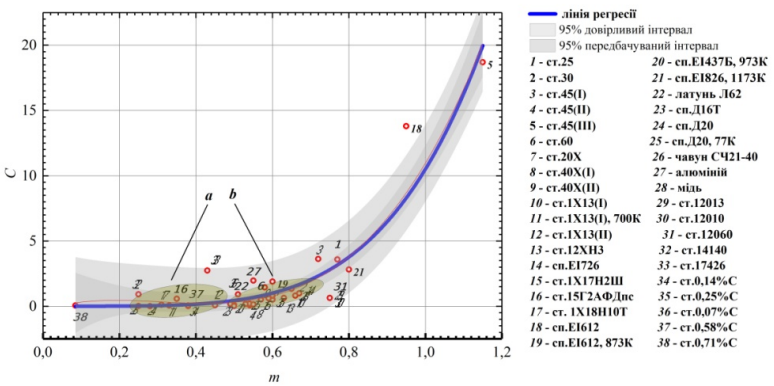


Рис. 1

Коректність прогнозування довговічності в цьому випадку підвищується, R_{Sq}=0,968. Рівняння (2) має фізично обґрунтований полюс граничного стану, що дозволяє здійснювати експрес-прогнозування параметрів рівняння конкретного матеріалу на основі одного середньо статистичного експерименту.

Для визначення умов приналежності матеріалу до групи подібних розроблено систему фізико-феноменологічних інваріантів поточного та граничного станів при статичному та циклічному

навантаженнях [4]. Інваріанти зв'язують між собою фізичні та механічні характеристики матеріалів, зокрема теплоємність, тепло- та електропровідність, коефіцієнт лінійного розширення, модулі пружності, межу текучості, міцності, залишкове звуження та параметри напруженого стану, фізичний час, розміри дефектів, інтенсивність зносу та інш.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: прогнозування довговічності, рівняння граничного стану, параметри рівняння

1. Morrow J.D. Cyclic plastic strain energy and fatigue of metals. Internal friction, damping, and cyclic plasticity. ASTM STP 378. Philadelphia (PA) // American Society for Testing and Materials. – 1965. – P. 45-87.
2. Ботвина Л.Р., Баренблатт Г.И. Автомодельность накопления повреждаемости // Пробл.прочности. -1985, №12, с.17-24.
3. Трощенко В.Т. Деформирование и разрушение металлов при многоцикловом нагружении.- Киев. Наук.думка.-1981.-344 с.
4. Карпинос Б.С. Обобщенные относительные характеристики предельных состояний материалов при неизотермическом деформировании // Пробл. прочности.- 2009.-№3.-с.45-57.

B.S.Karpinos

PROSPECTS FOR RAPID PREDICTION OF MATERIALS DURABILITY BASED ON ONE-PARAMETER PHENOMENOLOGICAL LIMIT STATE EQUATIONS

G.S. Pisarenko Institute of Problems of Strength, National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine, Sadovo-Botanichna Str., 2, e-mail: karpinos@ipp.kiev.ua

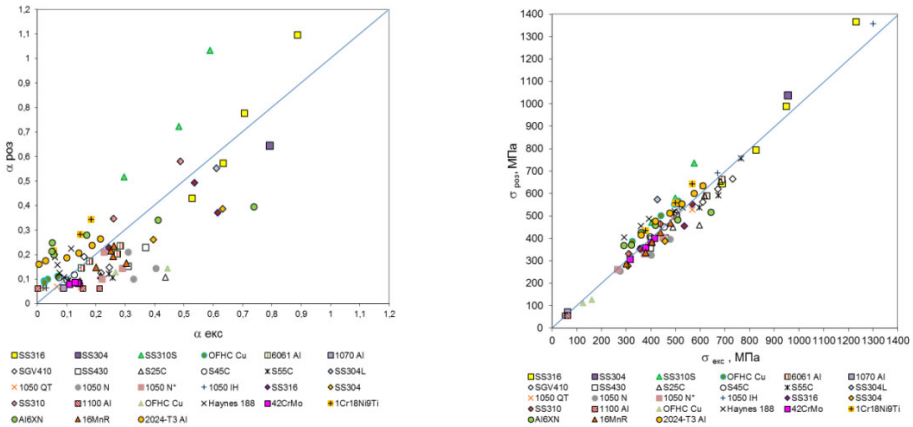
The possibility of express prediction of the durability of such materials using a one-parameter equation is considered. The reliability of the prediction reaches R_{Sq}=0.968. Preliminary, based on the processing of experimental results, a conclusion is made about the relationship between the empirical parameters of the two-parameter equation. To determine the conditions for the material to belong to the group of similar ones, a system of physical and phenomenological invariants of the current and boundary states is proposed.

М.В. Бородій[1], О.С. Охрімчук[2], А. Стельмах[2]

ОЦІНКА ДЕФОРМАЦІЙНОГО ЗМІЦНЕННЯ ТА ДОВГОВІЧНОСТІ МЕТАЛЕВИХ МАТЕРІАЛІВ ЗА НЕПРОПОРЦІЙНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

[1] Інститут проблем міцності ім. Г.С.Писаренка НАНУ, вул. Садово-Ботанічна, 2, 01014, Київ, Україна; e-mail: mborodii@gmail.com
[2]Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»,просп. Берестейський, 37, 03056, Київ, Україна

Непропорційність навантаження може суттєво впливати на циклічні властивості та втомну довговічність металевих матеріалів за пружно-пластичного деформування [1]. З метою розрахункового визначення деформаційного зміцнення та довговічності металів за непропорційного циклічного навантаження проаналізовані експериментальні дані малоциклової втоми 24 металевих матеріалів, які включали: вуглецеві та високоміцні вуглецеві сталі, нержавіючі сталі, алюміній та мідь. Для цих матеріалів достатньо просто, за підходом викладеним в роботах [2, 3], на основі відомостей про їх стандартні механічні характеристики визначено коефіцієнти непропорційного циклічного зміцнення α. Встановлено, що при розрахунку цих коефіцієнтів використання підходу [3] у порівнянні з [2] дає кращу кореляцію з експериментальними даними. На рисунку 1а представлено порівняння експериментальних та розрахункових значень коефіцієнтів непропорційного циклічного зміцнення, визначених згідно [3]. На рисунку 1б наведено порівняльний графік значень максимального деформаційного зміцнення за непропорційного навантаження, отриманих безпосередньо в експериментах та при їх визначенні за формулою $\sigma_{eq}^{np} = (1+\alpha)\cdot\sigma_{eq}^{p}$ на основі розрахункових значень коефіцієнту непропорційного циклічного зміцнення α і рівнів зміцнення за пропорційного навантаження σ_{eq}^{p}.



а) *б)*

Рис.1.

Хороша відповідність експериментальних та розрахункових значень для великої вибірки матеріалів (див. рис. 1б) свідчить про достатню ефективність підходу [3] для прогнозування непропорційного деформаційного зміцнення.

Для матеріалів, для яких вдалось визначити параметри кривої втомного руйнування (σ_f', ε_f', b, c) за пропорційного (одновісного) навантаження та враховуючи коригування коефіцієнту непропорційного циклічного зміцнення α^* в залежності від структури матеріалу [4] на основі деформаційного критерію втомного руйнування [5]

$$\Delta\varepsilon_{eq} = (1+\alpha^*)\Delta\varepsilon_M = \frac{\sigma_f'}{E}N^b + \varepsilon_f' N^c$$

були розраховані значення довговічностей N за непропорційного навантаження. Рисунок 2 свідчить про задовільну відповідність розрахункових значень довговічностей N_{cal} та експериментальних $N_{exp.}$ Це дозволяє зробити висновок про можливість використання розрахункових значень коефіцієнтів непропорційного циклічного зміцнення для прогнозування нижньої межі довговічності металів за малоциклової втоми.

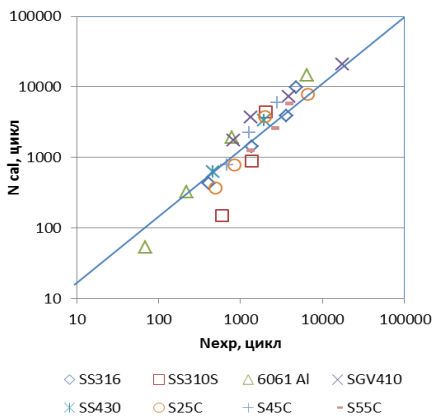


Рис.2.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: непропорційне навантаження, малоциклова втома, зміцнення, довговічність

1.Skibicki D. Phenomena and computational models of non-proportional fatigue of materials. New York: Springer International Publishing, 2014. – 126 p.

2.Borodii M.V., Shukaev S.M. Additional cyclic strain hardening and its relation to material structure, mechanical characteristics, and lifetime // Int. J. Fatigue - 2007. – 29, N6. - P. 1184–1191.

3.Borodii M.V. Determination of the Non-Proportional Cyclic Hardening Coefficient Sensitive to the Loading Amplitude // Strength of Materials – 2020. - 52, N6. – P. 919–929.

4.Itoh T., Yang T. Material dependence of multiaxial low cycle fatigue lives under nonproportional loading // Int. J. Fatigue - 2011. - 33, N8. - P.1025–1031.

5.Borodii M.V. Obtaining a low-cycle fatigue strain criterion // Strength of Materials – 2001. – 33, N3, P. 217–223.

VM.V.Borodii[1], O.S.Ohrimchuk[2], O.Stel'mah[2]

EVALUATION OF STRAIN HARDENING AND LIFETIME OF METALLIC MATERIALS UNDER NONPROPORTIONAL LOADING

[1] G.S.Pisarenko Institute for Problems of Strength National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine
[2] National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine

The data of nonproportional cyclic loading of 24 metal materials were analyzed and the nonproportional cyclic hardening coefficients were determined by calculation. It is shown that the use of this coefficient in the relevant models allows adequate prediction of both strain hardening and lifetime of metallic materials.

О.П. Гопкало, О.Є. Гопкало, М.П.Земцов, В.Є.Бодунов

ОЦІНКА НЕРУЙНІВНИМ МЕТОДОМ КОНТРОЛЮ СТРУКТУРНОГО СТАНУ МЕТАЛУ ГУСЕНИЧНИХ ТРАКІВ ПІСЛЯ МЕХАНІЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Інститут проблем міцності ім. Г.С.Писаренка НАНУ, вул. Садово-Ботанічна, 2, 01014, Київ, Україна; e-mail: E-mail: apg1947@ukr.net

Механічні властивості металу залежать від хімічного складу та структурного стану, який у багатьох випадках визначається термічною обробкою та історією механічних впливів [1]. В даній роботі для оцінки структурного стану металу аустенітної сталі типу Гадфільда як у вихідному стані так і після стандартних механічних випробувань використовували неруйнівний метод коерцитиметричного контролю. В даній роботі приведено приклад оцінки залежності структурного стану металу гусеничних траків у вихідному стані та після стандартних випробувань на 4-х точковий згин за результатами вимірювання коерцитивної сили. Під структурою слід розуміти стійкий стан металу, тобто його В роботі [2] наведено приклад діагностування ступеня пошкодженності металу. Вироби із якісної аустенітної сталі не мають магнітних властивостей у вихідному стані і тому метал має нульові значення коерцитивної сили. При деформуванні відбувається підвищення значень коерцитивної сили. На рис. 1 приведено загальний вигляд траків та зазначені номера точок для вимірювання значень коерцитивної сили.

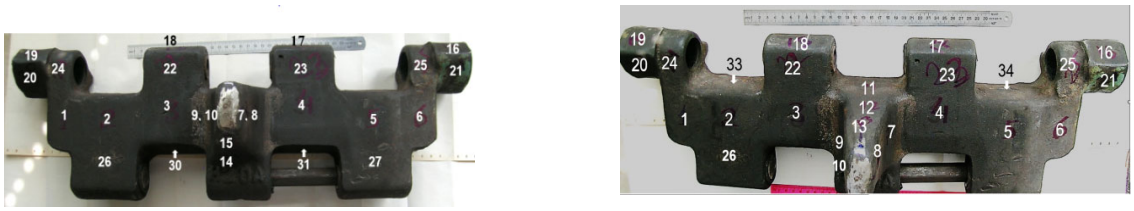
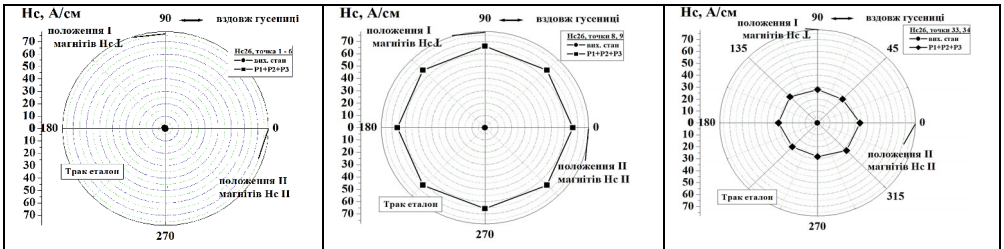


Рис. 1

Вимірювання значень коерцитивної сили на поверхні траків у характерних точках проводили структуроскопом КРМ-Ц-К2М (розробник ТОВ "Спеціальні наукові розробки" м.Харків). У даній роботі використовували датчик (D27) з базою вимірювання 27 мм та глибиною намагнічування до 4 мм.

Вимірювання значень коерцитивної сили полягає у попередньому намагнічені металу до насичення з наступним повним розмагніченням і подальшим намагнічуванням магнітним полем протилежної полярності для нейтралізації залишкового магнетизму та вимірювання значень Нс. Слід зазначити, що при наявності анізотропії структурного стану металу, у тому числі після пластичного деформування, зміна орієнтації полюсів магнітів датчика відносно досліджуваної поверхні впливає на виміряну величину коерцитивної сили. У зв'язку з чим вимірювання значень Нс проводили при повороті датчика через кожні 45^0 відносно попереднього вимірювання (всього 8 вимірів). Де вважали напрямок вимірювання значень коерцитивної сили НсII (0^0, 180^0, 360^0) поперек траку (вздовж гусениці) та Нс⊥ (90^0, 270^0) – вздовж траку (поперек гусениці).

Випробування траків на 4-х точковий статичний згин проводили на розривній машині ZD-40 згідно стандарту 613.ТУ3 «Технические условия на изготовление отоливок из стали марки Г13ЛА». На рис.2 приведені характерні епюри коерцитивної сили, виміряною структуроскопом у різних точках поверхні еталонного траку у вихідному стані та після випробувань у різних площинах: *а* – точка 4; *б* – точка 9; *в* – точка 26. Слід зазначити, що у переважній частині траку (наприклад точки 1 – 6, *а*) значення коерцитивної сили дорівнювали нулю. Найбільш навантаженим виявився метал тягового гребеня (точки 8, 9, *б*) та точки 33 та 34 (*в)* в основній частині траку.



а)	*б*)	*в*)

Рис. 2.

Для оцінки отриманих в процесі випробувань або експлуатації пошкоджень металу можна скористатись розробленим підходом [2, 3]. Дослідження мікроструктури сталі показали, що зміна механічних та магнітних властивостей пов`язано з фазовим переходом аустеніту в мартенсит.

Отримані експериментальні результати випробувань гусеничних траків із сталі типу Гадфільда підтвердили можливість застосування неруйнівного коерцитиметричного контролю для оцінки рівня деформованості металу.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: експериментальне дослідження, коерцитивна сила, структура.

1. Шаров Н.В. Изготовление и оценка качества отливок быстро изнашиваемых деталей из высокомарганцовистых сталей [Текст] / Н.В.Шаров, А.В.Платонов, В.А. Чумаков // Горная промышленность. – 2012. – №3. – С.18 – 28.
2. Гопкало О.П., М.П.Земцов, О.Є.Гопкало, В.Є.Бодунов, Г.Я. Безлюдько, Р.М.Соломаха. Діагностування пошкодженості гусеничних траків при механічному навантаженні за результатами вимірювання коерцитивної сили / Технічна діагностика і неруйнівний контроль. – 2021, – №1. – С. 11 – 17.
3. Gopkalo O. Damage evaluation for AISI 304 steel under cyclic loading based on coerciveforce measurements/ O.Gopkalo, G.Bezlyudko, V.Nekhotiashchiy, O.Ye. Gopkalo, Yu.Kurash // Int J Fatigue 2020, vol.139.

O.P.Hopkalo, O.E.Hopkalo, M.P.Zemtsov, V.E.Bodunov

EVALUATION BY A NON-DESTRUCTIVE METHOD OF MONITORING THE STRUCTURAL STATE OF THE METAL OF TRACK STEEL AFTER MECHANICAL LOADING

Institute for Problems of Strength named after G.S. Pisarenko, National Academy of Sciences of Ukraine

An example of diagnosing the structural state of the metal of caterpillar tracks made of austenitic steel of the Gadfield type both in the initial state and after standard mechanical tests by the non-destructive coercimetric control method is given. It was established that when monitoring by coercimetric control of the kinetics of the process of changes in the values of coercive force in the most loaded sections of structures under operational conditions.

М.А. Долгов[1], С.О. Тарасовська[1], І.В. Смирнов[2]

ВПЛИВ ХАРАКТЕРИСТИК ПРУЖНОСТІ ПОКРИТТІВ НА ПОКАЗНИК СИНГУЛЯРНОСТІ НАПРУЖЕНЬ шаруватих елементів конструкцій

[1]Інститут проблем міцності імені Г.С.Писаренка НАН України,
вул. Садово-Ботанічна, 2, 01014, Київ , Українае-mail: dna@ipp.kiev.ua
[2]Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського», просп. Берестейський, 37, 03056, Київ, Україна

Для вивчення причин руйнування шаруватих конструкцій необхідно враховувати їх напружений стан. Вільний край покриття викликає появу сингулярності полів напружень в площині адгезійного контакту, внаслідок якої може виникати відшарування покриття. В роботі досліджували сингулярність полів напружень шаруватих конструкцій з різними покриттями. Для дослідження використовували полярну систему координат з центром в точці O (рис. 1). Положення будь-якої точки основи та покриття визначали відстанню від початку координат O і кутом θ між радіус-вектором *r* та фіксованою віссю O*z*. Покриття займає область $0 < \theta^c < \pi/2$. Модулі пружності та коефіцієнти Пуассона покриття і основи позначили відповідно E_c, μ_c та E_s, μ_s. Тут і далі індекси *c* належать до покриття, *s* – до основи.

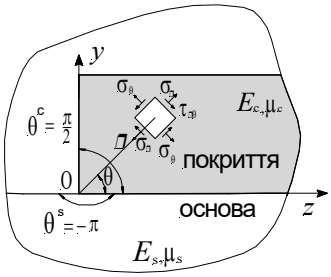


Рис.1.

Для розв'язання крайової задачі використовували бігармонічні рівняння теорії пружності для функції напружень φ, що залежить від *r* та θ (функції Ері) [1]:

$$\nabla^4 \varphi_s = 0, \ \nabla^4 \varphi_c = 0,$$

де

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$

Характеристичне трансцендентне рівняння для визначення власних значень λ має нескінченну кількість дійсних і комплексних рішень. Обмежимо область рішень умовою $0 < \mathrm{Re}(\lambda) < 1$ під час визначення порядку сингулярності для полів напружень. Аналіз характеристичного рівняння показав, що порядок сингулярності полів напружень залежить тільки від характеристик пружності та конфігурації системи основа-покриття і не залежить від умов навантаження.

Залежність показника сингулярності λ–1 від кута вільного краю θ^c представлена на рис. 2, де суцільна лінія відповідає випадку $E_s = E_c$, $\mu_s = \mu_c = 0{,}3$. Інші лінії відповідають різним конфігураціям покриття та співвідношенню характеристик пружності покриття та основи. Для випадку полімерного покриття обрано покриття на основі епоксидної смоли (E_s = 210 ГПа, E_c = 3,8 ГПа, μ_s = 0,28, μ_c = 0,4). Як керамічне покриття розглянуто вакуум-плазмове напилення тонкої плівки із TiN (E_s = 210 ГПа, E_c = 617 ГПа, μ_s = 0,28, μ_c = 0,3). Також розглянута мідна плівка, яка нанесена методом магнетронного розпилення на поліамідну підкладку (E_s = 2,5 ГПа, E_c = 120 ГПа, μ_s = 0,34, μ_c = 0,33). На рис. 2 не показані уявні частини комплексних коренів для системи поліамід-мідь.

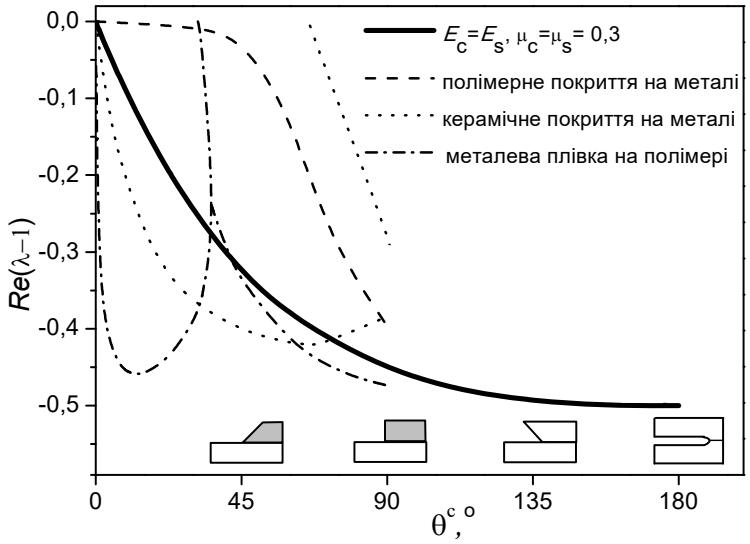


Рис.2.

Зі зменшенням кута вільного краю покриттів сингулярність полів напружень для покриттів, у яких $E_s > E_c$, зменшується і наближається до нуля при $\theta^c \to 0$. Для високомодульних покриттів ($E_s < E_c$) сингулярність полів напружень має складніший характер. Для них характерна наявність другого дійсного кореня λ_2, який порівнянний за порядком величини з першим дійсним коренем λ_1. Ці корені відповідають сильній (λ_1) і слабкій (λ_2) сингулярності, зокрема, внесок у сингулярність полів напружень від більшого дійсного кореня λ_2 можна порівняти з внеском меншого дійсного кореня λ_1.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: сингулярність напружень, покриття, відшарування, модуль пружності

1. Тимошенко С.П., Гудьер Дж.. Теория упругости. – М.: Наука, 1975. – 576 с.

M.A. Dolgov[1], S.O. Tarasovska[1], I.V. Smirnov[2]

INFLUENCE OF ELASTICITY CHARACTERISTICS OF COATINGS ON THE ORDER OF STRESS SYNGULARITY IN LAYERED STRUCTURAL ELEMENTS

[1] G.S. Pisarenko Institute for Problems of Strength of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine
[2] National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine

The problem for layered materials is analysed using elasticity theory. The order of singularity in the stress fields near the free edge of the coating is investigated. For different coating materials, the order of stress singularity is additionally studied in detail when the angle of the free edge of the coating is varied. An approach to reducing the stress singularity at the substrate-coating interface is also proposed.

Л. А. Л о п а т а, В. І. К а л і н і ч е н к о

ВПЛИВ ДИФУЗІЙНИХ ПРОЦЕСІВ НА АДГЕЗІЙНУ МІЦНІСТЬ ГАЗОТЕРМІЧНИХ ПОКРИТТІВ

Інститут проблем міцності імені Г. С. Писаренка НАНУ,
вул. Садово-Ботанічна, 2, 01014, Київ, Україна; e-mail: beryza@ukr.net

Вступ. Одним із завдань інженерії поверхні є забезпечення параметрів міцності та довговічності поверхневих шарів деталей машин шляхом нанесення покриттів. Однією з найбільш поширених технологій нанесення покриттів, що використовується в машинобудуванні, є газотермічне напилення [1], що зумовлене достатньою її простотою, відносно невеликою вартістю обладнання та ціною зміцненого виробу [1]. Разом з тим покриття, отримані газотермічним напиленням мають ряд недоліків: низька міцність зчеплення з основою, висока пористість та недостатня твердість [1]. Підвищити ці властивості можна за допомогою термоциклічного іонно-плазмового азотування, що дозволяє підвищити міцність та довговічність елементів конструкцій, що працюють в умовах контактних, абразивних та ерозійних навантажень [1].

Метою роботи є побудова математичних співвідношень, що дозволяють проводити управління дифузійним насиченням напилених покриттів в умовах іонного азотування для підвищення експлуатаційних характеристик поверхонь деталей.

Побудова математичних співвідношень. В процесі термоциклічного іонного азотування реалізується ефект прискореної дифузії речовини, що отримав назву «аномальний масоперенос» і використовуються для підвищення експлуатаційних властивостей поверхонь деталей [1]. Впровадження даного ефекту призводить до необхідності управління цим явищем, що формує покриття із заданим комплексом властивостей. Для розв'язання даної проблеми використовували підходи термодинаміки – дифузійну теорію пружності Підстригача Я.С. та локально-нерівноважну термодинаміку Бурака Я.Й. [2, 3].

Швидкість деформації – фактор, що змінює рухливість атомів основного металу і легуючих елементів і впливає на коефіцієнт дифузії [4]:

$$D_M = D_0 + C\left|\dot{\varepsilon}\right|^{\alpha} \cdot \exp\left(\frac{\beta}{T}\right), \tag{1}$$

де D_0 - коефіцієнт дифузії при відсутності деформацій, $\dot{\varepsilon}$ - швидкість деформацій, α, β– константи, T - температура.

При проходженні дифузійних процесів коефіцієнт дифузії залежить від середовища [1]. Представимо коефіцієнт дифузії, що залежить від параметрів зовнішніх енергетичних впливів і від характеристик пористості напиленого покриття, із врахуванням співвідношення (1):

$$D_M = D_M\left(\left\{\Pi_k^i\right\}_{i=1,\ldots;k=1,\ldots};\left\{\theta_j\right\}_{j=1,\ldots}\right) \tag{2}$$

де D_M - коефіцієнт масопереносу, Π^i_k - параметри енергетичних впливів під час технологічної модифікації, Θj - змінні, що описують пористість покриття, i, j, k - біжучі індекси.

Вибір параметрів Π^i_k залежить від силових, термічних та інших видів навантаження, змінних Θj та проводиться з врахуванням необхідного рівня деталізації пористої поверхні покриття. Було запропоновано подання коефіцієнту масопереносу у виді лінійного адитивного розкладу у ряд по основним змінним:

$$D_M = \sum_{i,k} C_{i,k}\Pi_k^i + \sum_j A_j\theta_j, \tag{3}$$

де $C_{i,k}$, A_j - емпіричні коефіцієнти.

В роботі критерієм оптимальності запропонована глибина насиченого шару:

$$L \to \max. \tag{4}$$

яка залежить від пористості напиленого шару та зовнішніх енергетичних впливів

$$L \equiv L\left(\left\{\Pi_k^i\right\}_{i=1,\ldots;k=1,\ldots};\left\{\theta_j\right\}_{j=1,\ldots}\right) \tag{5}$$

Задача управління дифузійним насиченням напилених шарів в умовах термоциклічного іонного азотування має вид:

$$\left\{ L \equiv L\left(\left\{\Pi_k^i\right\}_{i=1,\ldots;k=1,\ldots};\left\{\theta_j\right\}_{j=1,\ldots}\right) \to \max \right. . \tag{6}$$

Розв'язання задачі (6) можна проводити за допомогою методу Гальоркіна, або за допомогою чисельних наближень на основі роботи [4].

Висновки. Представлений аналіз сучасних моделей механіки, що описують взаємопов'язані процеси силової, термічної та дифузійної природи і фізичні уявлення про вплив структурних параметрів на швидкість дифузії. На основі проведеного аналізу запропонована постановка задачі управління дифузійним насиченням напилених покриттів в умовах термоциклічного іонного азотування.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: адгезійна міцність, газотермічне напилення, термоциклічне іонне азотування, швидкість дифузії, покриття.

1. *Прочность материалов и конструкций [под ред. В.Т. Трощенко]. К.: Академпериодика, 2005. 1088*
2. *Я.С. Подстригач, Ю.З. Повстенко Я.С. Введение в механику поверхностных явлений в деформируемых твердых телах. К.: Наукова думка, 1985. 200 с.*
3. *Я.Й. Бурак Визначальні співвідношення локально-градієнтної термомеханіки*. Доп. АН УРСР. Сер. А. *1987. № 12. с. 19-23.*
4. *Герцрикен Д.С., Мазанко В.Ф., Фильченко В.М. Импульсная обработка и массоперенос в металлах при низких температурах. К.: Наукова думка, 1991. 208 с.*

L.A. Lopata, V.I. Kalinichenko

INFLUENCE OF DIFFUSION PROCESSES ON INCREASE OF ADHESION STRENGTH GAS THERMAL COATINGS

G.S. Pisarenko Institute for Problem of Strength of the National Academy of Sciences
Sadovo-botanichna Str., 2, 01014, Kyiv, Ukraine; e-mail: beryuza@ukr.net

Abstract. The analysis of modern models of mechanics describing interconnected processes of a force, thermal and diffusion nature and physical representations of the influence of structural parameters on the diffusion rate is presented. On the basis of the conducted analysis, the formulation of the problem of managing diffusion saturation of sprayed coatings under the conditions of thermocyclic ionic nitriding is proposed.

В.В. Матвєєв, О.Л. Деркач, О.Є. Богініч

НАУКОВІ ЗАСАДИ МЕТОДІВ ВІБРОДІАГНОСТИКИ ЛОКАЛЬНИХ ПОШКОДЖЕНЬ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ ІЗ ПОЛІМЕРНИХ КОМПОЗИТІВ

Інститут проблем міцності імені Г.С.Писаренка НАН України,
вул. Садово-Ботанічна, 2, 01014, Київ, Україна; e-mail: derkach@ipp.kiev.ua

Застосування нових матеріалів, зокрема полімерних композитів, є пріоритетним напрямом у створенні літальних апаратів та підвищенні техніко-економічних показників газотурбінних двигунів. Дослідження вібраційної міцності композитних матеріалів та відповідальних конструктивних елементів з них, що працюють в умовах динамічних навантажень, є необхідними для обґрунтування їх безпечної експлуатації. Крім того, для підвищення надійності конструкцій та вдосконалення технології виробництва деталей важливою є своєчасна діагностика дефектів.

Для вирішення цього завдання у відділі коливань і вібраційної надійності Інституту проблем міцності імені Г.С. Писаренка НАН України проводяться фундаментальні дослідження, спрямовані на розроблення наукових основ вібраційної діагностики різного типу. Актуальність даного напряму досліджень пов'язана із необхідністю виявлення пошкоджень, що можуть виникати під час експлуатації та виготовлення багатошарових композитних елементів конструкцій і часто мають вигляд поверхневих надрізів та розшарувань. Основні результати виконаних розрахунково-експериментальних досліджень включають наступне.

Модальний аналіз пошкоджених елементів. Досліджено вплив наявності локального пошкодження типу забій, що моделюється відкритою тріщиною, на модальні характеристики консольних стрижнів, армованих вуглецевими волокнами. Для тривимірних скінченноелементних моделей пошкоджених стрижнів прямокутного поперечного перерізу отримано нові дані, які засвідчують вплив співвідношення пружних характеристик та анізотропії матеріалу на зміну власних частот різних форм згинних коливань [1]. Дослідження показали вплив деформацій зсуву на характер зазначених залежностей, що раніше не враховувалося у стрижневих моделях.

Визначення впливу пошкодження на розсіювання енергії коливань. Досліджено вплив пошкоджень вуглепластиків плетеної структури, які виникають під дією низькошвидкісних ударів. Було проведено дослідження на багатошарових зразках з різними типами таких локальних пошкоджень і встановлено залежності між їхньою дисипативною здатністю при згинних коливаннях та енергією удару. Результати засвідчили значний вплив таких пошкоджень на абсолютну величину та зміну характеру амплітудної залежності показників дисипації енергії. Показано, що для пошкоджених зразків залежність логарифмічного декремента згинних коливань від амплітуди циклічної деформації має локальний максимум в області малих амплітуд циклічно змінних деформацій. Однак це спостерігається лише для значень вище певної критичної величини енергії удару. Тому постає необхідність розроблення більш чутливих методів вібраційної діагностики пошкоджень у композитних елементах конструкцій. Для вирішення цього завдання було вдосконалено методику, яка ґрунтується на аналізі амплітуд домінуючих гармонік за умови основного, суб- та супергармонічного резонансів.

Аналіз співвідношення амплітуд домінуючих гармонік при супер- і субгармонічному резонансі. Представлено основні засади методики аналітичного та розрахункового визначення вібродіагностичних показників наявності дихаючої тріщини, що обумовлює нелінійність коливань, на прикладі ортотропного консольного стрижня прямокутного поперечного перерізу. Згідно даної методики у якості вібродіагностичних показників наявності пошкодження розглядаються: відносна зміна власної частоти згинних коливань стрижня та відношення амплітуд домінуючих гармонік другої до першої при основному та супергармонічному резонансі порядку 1/2 і першої до другої при субгармонічному резонансі 2-го порядку. Для визначення закономірностей формувань зазначених вібродіагностичних показників наявності пошкоджень було застосовано чисельно-аналітичні та експериментальні методики.

Аналітична методика [2] визначення вібродіагностичних показників наявності тріщини базується на використанні енергетичної характеристики пошкодження і розсіювання енергії при аналізі коливань конструктивного елемента з тріщиною. Енергетична характеристика пошкодження визначається як відношення можливої зміни потенційної енергії деформації стрижня для певної форми коливань при відкритті тріщини, яка представлена її функціональною залежністю від квадрату коефіцієнта інтенсивності напружень, до потенційної енергії деформації композитного стрижня за умов його резонансних згинних коливань.

На прикладі консольного композитного стрижня з поперечною тріщиною показано, що для значень кута армування волокнами 0…40° у якості вібродіагностичного показника доцільно використовувати

зміну власної частоти коливань, а для більших значень кута практичне значення може мати відношення амплітуд домінуючих гармонік при супер- і субгармонічному резонансах.

З використанням сучасного обладнання та розробленої у відділі оригінальної експериментальної установки було встановлено нові вібраційні ознаки наявності пошкоджень від удару в стрижневих елементах з багатошарового плетеного вуглепластику. Показано, що спектр амплітуд резонансних коливань для такої пружної системи характеризується домінуванням непарних гармонік.

Для отримання закономірностей впливу пошкоджень на характеристики коливань складних об'єктів з використанням методу скінченних елементів було розроблено відповідну методику розрахункових досліджень, яка враховує контакт між берегами тріщин та шарів вуглепластику.

Встановлені закономірності зміни модальних характеристик та спектру амплітуд резонансних коливань стрижневих елементів за наявності локальних поверхневих пошкоджень можуть бути використані для розробки методів їх вібродіагностики як необхідної умови забезпечення функціональної роботоздатності елементів конструкцій машин. Представлені результати досліджень мають практичне значення для підвищення надійності перспективних конструктивних елементів з композитних матеріалів, зокрема для розроблення методів забезпечення віброміцності та ресурсу турбомашин.

1. Derkach O.L., Zinkovskii A.P., Onyshchenko Ye.O., Savchenko K.V. Notch-Type Damage Influence on the Frequency of the Principal Mode of the Composite Cantilever Beam Flexural Vibrations // Procedia Structural Integrity. – 2022. – **36**. – P. 71 – 78.
2. Matveev V.V., Onishchenko E.A. Vibrodiagnostic Parameters of the Presence of a Semielliptic Breathing Crack in Circular Bars Under Super- and Subharmonic Resonances // Strength of Mater. – 2016. – **48**, N 2. – P. 195 – 207.

T.V. Matveev, O.L. Derkach, O.E. Boginich S.

SCIENTIFIC PRINCIPLES OF VIBRODIAGNOSTIC METHODS OF LOCAL DAMAGE FOR ELEMENTS OF STRUCTURES MADE OF POLYMER COMPOSITES

G.S. Pisarenko Institute for Problems of Strength of the NAS of Ukraine,
Sadovo-Botanichna Str. 2, 01014, Kyiv, Ukraine; e-mail: derkach@ipp.kiev.ua

The report presents the results of the development of methods and techniques for vibration diagnostics of different types of damage in multilayer polymer composite elements. The main objectives of this research are to establish the scientific foundations for vibration diagnostics of various types of damage based on modal and nonlinear vibration data. The results presented aim to enhance the vibrational reliability of structural elements made of layered composites.

Г.В. Чижик, А.В. Широков, О.М. Березовський

ВПЛИВ ВИСОКОШВИДКІСНОГО НАВАНТАЖЕННЯ НА КІНЕТИКУ ЛОКАЛЬНОЇ ДЕФОРМАЦІЇ КОНСТРУКЦІЙНИХ СТАЛЕЙ

Інститут проблем міцності імені Г. С. Писаренка НАНУ, вул. Садово-Ботанічна, 2, 01014, Київ, Україна; e-mail: anna_chyzhyk@ukr.net

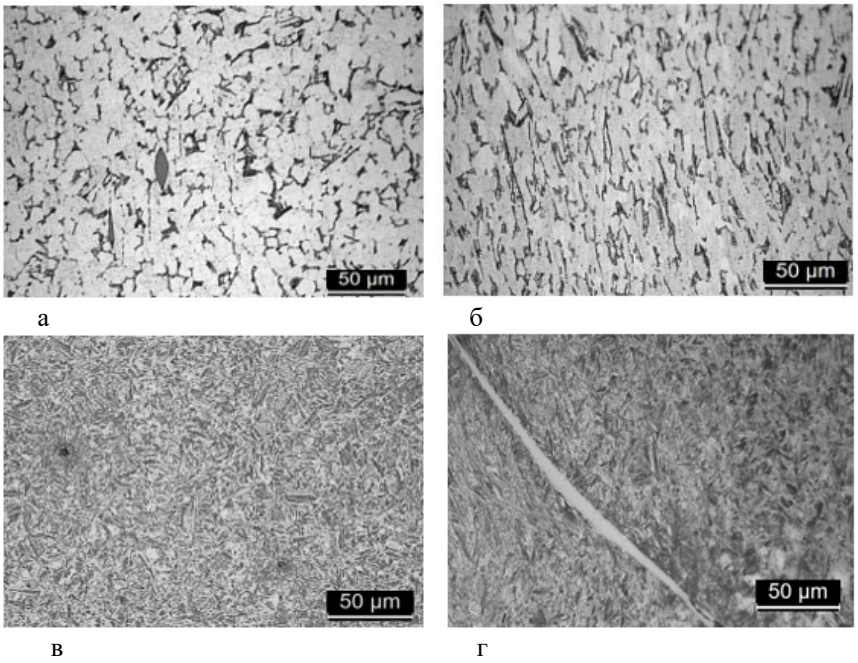
Основні фактори, що супроводжують процес високошвидкісної взаємодії конструкційних елементів під дією ударного чи імпульсного навантаження, які впливають на ініціювання та розповсюдження тріщин, на втрату цілісності та руйнування елементів конструкцій – це швидкість деформування та локалізація пластичної деформації матеріалу [1].

В лабораторних умовах такий процес та супутні йому фактори можливо відтворити при проведені експериментів на ударний динамічний стиск. Випробування є відносно простими у реалізації, проте результати потребують глибокого аналізу та правильного трактування. Так як отриманні данні діаграми деформування зразка є залежними від реального стану матеріалу. Тому важливим є визначення механізмів мікроструктурних змін, які відповідають певним інтервалам швидкостей навантаження.

В роботі, на прикладі конструкційної вуглецевої сталі звичайної якості – Ст3 та сталі з підвищеними характеристиками міцності – 27ХГ2СА, приводяться результати оцінки впливу високошвидкісного ударного навантаження зразків на кінетику локальної деформації матеріалів. Випробування здійснювалися в діапазоні швидкостей навантаження 50-120 м/с, з використанням модернізованого стенду на базі пневматичного копра ПК-80. Мікроструктурні дослідження фрагментів сталевих зразків, в поперечному перерізі, до (рисунок 1 а, в) та після випробувань (рисунок 1 б, г) проводили за допомогою методів металографічного аналізу.

Зразки з конструкційної сталі звичайної якості після навантаження динамічним стиском зі швидкістю 65 м/с зазнають значної пластичної деформації, значення якої перевищує 200 %. На мікроструктурному рівні це проявляється у трансформації зерен та неметалевих включень (рисунок 1 б), а також зміні їх форми з рівновісної (рисунок 1 а), та перерозподілу структурних складових в об'ємі матеріалу. Тобто зміна форми зразка відбувається по механізму пластичної деформації, в якій задіяний весь об'єм металу.

Характер деформування високоміцної сталі відбувається за іншим механізмом. За даними експерименту при досягненні швидкості навантаження не менше 115 м/с, ступінь деформації матеріалу не перевищує 10-12%, проте відбувається фрагментація зразка. В мікроструктурі сталі спостерігаються локальні зони інтенсивної деформації у вигляді адіабатичних смуг зсуву (рисунок 1 г).



а б в г

Рис. 1

Одним з можливих механізмів такої трансформації мікроструктури є деформаційне зміцнення матеріалу [2, 3]. Адіабатичні смуги зсуву виникають при динамічному навантаженні під час локалізації тепла, що не встигає розсіюватися в об'ємі матеріалу і відповідно відбувається вичерпання його в'язкості та наступне руйнування.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: динамічне навантаження, локальна деформація, конструкційні сталі, кінетика руйнування

1. Степанов Г.В. Упругопластическое деформирование и разрушение материалов при импульсном нагружении. – Киев: Наук. думка, 1991. – 288 с.
2. Odeshi A.G., Bassim M.N., Al-Ameeri S., Li Q. Dynamic shear band propagation and failure in AISI 4340 steel // Journal of Materials Processing Technology. – 2005. – Vol. 169. – P. 150 – 155.
3. Schoenfeld S. E., Wright T. W. A failure criterion based on material instability // International Journal of Solids and Structures. – 2003. –40. – P. 3021 – 3037.

G.V. Chyzhyk, A.V. Shyrokov, O.M. Berezovskiy

INFLUENCE OF HIGH-SPEED LOADING ON THE KINETICS OF LOCAL DEFORMATION OF STRUCTURAL STEELS

G. S. Pisarenko Institute for Problems of Strength National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine

The results of the study of the influence of high-speed loading on the processes of local deformation of structural steels are presented. Differences in the deformation mechanisms of structural steel of ordinary quality and high-strength steel are shown.

В.В. Кондратюк, А.А. Сіромаха

МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ ЗАКЛЕПОЧНИХ З'ЄДНАНЬ ПРИ ВІБРАЦІЙНОМУ ВИПАДКОВОМУ НАВАНТАЖЕНІ

Авіаційне державне підприємство «Антонов», вул. Туполева, 1,
03062, Київ, Україна; e-mail: info@antonov.com , vikin2005@ukr.net

Для оцінки напруженого стану при віброакустичному навантажені на етапах проектування, складання, а також сертифікації літаків все частіше використовують метод скінченних елементів (МСЕ). Авіаційні конструкції в багатьох випадках використовують точкові заклепочні з'єднання які важко моделювати при використовувані МСЕ. В даному досліджені розглянуто моделювання конструкцій в вигляді комбінації 2-D елементі, де заклепочне з'єднанням замінено стрічкою, яка склеєна з полкою підкріплення (див. рисунок 1).

Суть дослідження полягає в порівнянню отриманих при випробовувані досліджуваної конструкції на вібраційні навантаження даних з розрахунками МСЕ різних варіантів моделювання. В якості конструкції були використані спрощених зразки в вигляді «метеликів» з однорядним заклепочним з'єднанням обшивки з Г-образним профілем по середині (див. рисунок 1). Для визначення напруженого стану в обшивці зразка буди наклеєні тензодатчики. Було досліджено два випадки з'єднань:

- Тільки заклепочний шов;
- Заклепочний шов плюс приклеєна хвиляста підкладна стрічка.

Зразок Модель

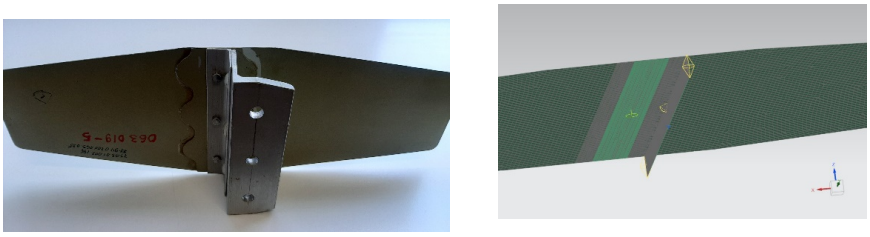


Рисунок 1. Досліджуваний зразок і МКЕ модель

Навантажуючи зразки вібрацією на вібростенді і ударами з використанням молоточка були отримані амплітудно-частотно-фазові характеристики (АЧФХ) виходячи з яких визначалися власні частоти і коефіцієнти демпфування конструкцій. В подальшому для досліджень були вибрані перші дві форми, які мали близькі власні частоти. Після частотних досліджень на вібростенді зразки випробувались на широкополосну випадкову вібрацію в результаті яких були отримані напруги в точках розміщення тензодатчиків.

Виходячи з геометричних і фізичних характеристик зразків, а також з отриманих для зразків коефіцієнтів демпфування, були побудовані моделі з використанням 2-D елементів, в яких заклепочне з'єднання замінялось стрічкою що склеювалась з полкою. При цьому ширина стрічки варувалася від 0 до величини полки. С використання МСЕ для кожного варіанта розраховувався напружений стан для випадку широкополосного випадкового навантаження з експериментальним рівнем вібрації.

В результаті зрівняльного аналізу експериментальних і розрахункових даних були визначено варіанти, що з найбільшою вірогідністю моделюють напружений стан заклепочного з'єднання, а також прораховувано отримані похибки по частотам і напруженням.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: Заклепочне з'єднань, напруження, метод скінченних елементів, частота, коефіцієнт демпфування, широкополосна випадкова вібрація

І.В. Ориняк, Ю.П. Бай, Г.Є. Юдін

УЗАГАЛЬНЕНИЙ МЕТОД ГАЛЬОРКІНА НА ОСНОВІ ВИБІРКОВИХ ЧАСТОТНО-ЗАЛЕЖНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ В ЗАДАЧАХ ДИНАМІКИ ТОНКИХ ПЛАСТИН

Національний технічний університет України, «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського», Київ, Україна, e-mail: igor_orinyak@yahoo.com, ju.p.bai@gmail.com, glibyudin@gmail.com

Мета роботи полягає в застосуванні узагальненого методу Гальоркіна [1] для вирішення різних задач будівельної механіки, для яких існують або можуть бути отримані множини точних розв'язків, що задовольняють лише керуючим диференційним рівнянням. Коливання прямокутної пластини розглядаються тут як приклад.

Досліджується задача про вільні коливання тонкої прямокутної пластини, що обмежена границею $\Gamma = \{0 \le x \le a, 0 \le y \le b\}$. Кожна з граней пластини має один з трьох типів закріплення: шарнірне обпирання (S), жорстке защемлення (C) або вільний край (F). Для розв'язання задачі пропонується узагальнений метод Гальоркіна, де враховуються зважені залишки і на границі тіла. На відміну від попередніх робіт невідома функція переміщень W розшукується як комбінація точних загальних рішень ϕ_j диференційного рівняння, що представляються у вигляді добутку розв'язків, які залежать від координат x, y та частотного параметра ω [2]:

$$\phi_j(x,y,\omega) = X(\alpha_j \omega x) \cdot Y(\beta_j \omega y), \tag{1}$$

де α_j, β_j - коефіцієнти, що задовольняють умові $\alpha_j^2 + \beta_j^2 = \pm 1$. Зауважимо, що точні розв'язки Фойгта часто використовуються при аналізі коливань пластин, проте [звичайно] вони обираються як такі, де одна функція залежить від масштабу тіла і специфічних граничних умов. Таким чином, невідомі переміщення шукаються як:

$$W(x,y,\omega) = \sum_{j=1}^{N} A_j \phi_j(x,y,\omega), \tag{2}$$

де A_j є шуканими коефіцієнтами, а функції ϕ_j не залежать від граничних умов та масштабу пластини і є однаковими для пластин довільної форми. В підсумку, задача отримання рівнянь для A_j зводиться до інтегрування функціоналу виду:

$$\begin{aligned} I = &\int_{\Gamma_1} O_1(W) O_6(\phi_j)(d\Gamma_{1,0} - d\Gamma_{1,e}) - \int_{\Gamma_2} O_2(W) O_4(\phi_j)(d\Gamma_{2,0} - d\Gamma_{2,e}) \\ &- \int_{\Gamma_3} O_3(W) O_5(\phi_j)(d\Gamma_{3,0} - d\Gamma_{3,e}) - \int_{\Gamma_4} O_4(W) O_2(\phi_j)(d\Gamma_{4,0} - d\Gamma_{4,e}) \\ &- \int_{\Gamma_5} O_5(W) O_3(\phi_j)(d\Gamma_{5,0} - d\Gamma_{5,e}) + \int_{\Gamma_6} O_6(W) O_1(\phi_j)(d\Gamma_{6,0} - d\Gamma_{6,e}) = 0, \end{aligned} \tag{3}$$

де оператори виду O_i, $1 \le i \le 6$, є узагальненими залишками для всіх 6 можливих граничних умов (переміщень, нормальних і дотичних кутів, нормальних і дотичних моментів, поперечної сили); Γ_i є частинами границь, на яких використовуються дані умови, нижні індекси "0" та "e" відносяться до вхідних чи вихідних границь.

Результати розрахунків для типових пластин, що найбільш часто розглядаються в літературі, приведені в Таблиці 1. Точність отриманих результатів встановлювалася шляхом послідовного збільшення числа N базисних функцій ϕ_j до досягнення 7 вірних значущих цифр в значеннях λ_i. Ця точність відповідає найточнішим результатам, приведеним в літературі [3], або перевершує їх.

Таблиця 1. Значення безрозмірного частотного параметру $\lambda = \omega a^2 \sqrt{\rho h / D}$ для квадратних пластин декількох типів, розраховані запропонованим методом

Як підсумок наукової новизни роботи відмітимо наступне:

1. Детально описано узагальнену процедуру методу Гальоркіна для задоволення будь-яких граничних умов (одного з типів граничних умов - шарнірного обпирання, жорсткого защемлення, вільного краю). Формулювання базується на 6 регулюючих параметрах замість звичайних 4; і завжди використовуються 3 граничні умови замість 2 на кожній грані пластини. Це робить аналіз тонкої пластини подібним до аналізу товстої пластини.

Тип пластини	Кількість функцій	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6
CCCC	172	35.985191	73.393845	73.393845	108.21650	131.58077	132.20479
FFFF	172	13.468198	19.596137	24.270201	34.800891	34.800891	61.093234
CCSC	196	31.825975	63.330752	71.076250	100.79209	116.35708	130.35110
SCSC	124	28.950850	54.743071	69.327014	94.585278	102.21619	129.09554
CFFF	364	3.4710222	8.5058727	21.284015	27.198656	30.952942	54.183509

2. Усі можливі функції Фойгта описані та класифіковані на декілька груп: балочні функції, центральні функції, внутрішні функції та зовнішні функції, кожна з яких класифікується на кілька підгруп. Запропоновано загальне правило їх вибору при практичному розрахунку. Балочні і центральні функції є унікальними і їх кількість обмежена. Внутрішні функції складають основну масу пробних функцій, вони залежать від довільного значення параметра γ_i, $0 < \gamma_i < 0.5$, тому пропонується універсальне правило їх генерації.
3. Ретельний практичний аналіз кількох геометрій прямокутної пластини показав, що метод не залежить від типу граничних умов – один і той самий набір пробних функцій можна використовувати для різних геометрій пластини. Точність методу дуже висока і відповідає найкращим результатам, наведеним у літературі. Вибір інших наборів пробних функцій мало впливає як на збіжність, так і на точність.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: прямокутна тонка пластина, вільні коливання, узагальнений метод Гальоркіна, частотно-залежні розв'язки Фойгта, граничні методи.

1. Fletcher C.A.J. Computational Galerkin methods. – New-York: Springer-Verlag, 1984. – 310 p.
2. Orynyak, I.V., Bai, Y.P., Kostiushko, I.A. Applications of randomly selected sets of exact Voight's solutions for vibration of thin plates // Mech. and Adv. Techn. – 2022. – **6**, N 3. – P. 237 – 245.
3. Liu X., Banerjee J.R. Free vibration analysis for plates with arbitrary boundary conditions using a novel spectral-dynamic stiffness method // Comput. Struct. – 2016. – **164**. – P. 108–126.

I.V. Orynyak, Y.P. Bai, H.Y. Yudin

GENERALIZED GALERKIN METHOD BASED ON FREQUENCY-DEPENDENT SELECTED SOLUTIONS IN PROBLEMS OF THE DYNAMICS OF THIN PLATES

National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine

New method of frequency dependent selected exact solutions, FDSES, for thin plate vibration based on fundamental solutions of Voigt is suggested. In contrast to similar known approaches our method employs only the frequency dependent functions for both space coordinates. This means that they are scale independent, so the same functions can be used for different boundary conditions and plate dimensions. The verification of method is performed on some examples of rectangular geometries with various boundary conditions. The accuracy of the proposed method exceeds the known solutions by numerical and semianalytical methods.

І.В. Ориняк, Р.В. Мазурик

МОДЕЛЮВАННЯ ПЛОСКИХ КАНАТІВ З ВРАХУВАННЯМ ЇХ ЖОРСТКОСТІ НА ВИГИН МЕТОДОМ РОЗРИВНИХ БАЗОВИХ ТА ЗГЛАДЖУВАЛЬНИХ РІШЕНЬ

Національний технічний університет України, «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського», просп. Берестейський, 37, 03056, Київ, Україна
e-mail: igor_orinyak@yahoo.com, r.mazuryk.ua@gmail.com,

Довгі тіла, такі як підводні підвішені трубопроводи мають високу гнучкість і, зазвичай, наближено моделюються як канати. Це спрощує створення розрахункової моделі. Проте така модель не виявляє краєві ефекти для сил і моментів на кінцях тіла чи в точках контакту. Окрім того, поведінка тіла як балки чи як канату залежить від умов закріплення, навантажень, і є наперед непередбачуваною і, взагалі, малодослідженою.

Мета роботи є в визначенні: а) умов коректності таких моделей; і б) їх комбінованого застосування, коли потрібне більш точне локальне визначення сил і моментів.

Для демонстрації задачі а), тобто вибору моделі поведінки, розглянемо провис балки, що лежить на опорах, і навантажена вагою q. Її осьова жорсткість EF, жорсткість на вигин EI. Дослідимо, як змінюється величина максимального прогину від довжини l. Для цього знайдемо довжину L_0, при якій максимальні провиси для балок та канатів збігаються. Для цього візьмемо формули максимального прогину (середньої точки) балки та каната [1]:

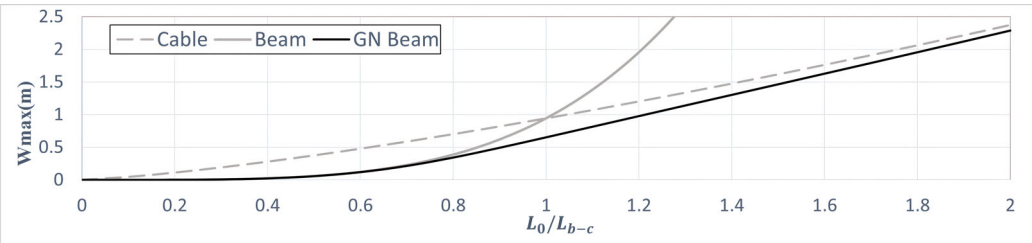
$$W_{mid}^{beam} = 5ql^4 / (384EI); \qquad W_{mid}^{cable} = ql^2 / (8N) \tag{1}$$

Де сила розтягу каната N рахується з умови деформування канату по параболі. Знайдемо вираз для сили, підставимо її в рівняння провису канату, та визначимо характерну довжину L_0, що дає однакові значення провису для балки і канату. Отримаємо:

$$L_0 = \sqrt[8]{3^4 \cdot 2^{15} (EI)^3 / (5^3 q^2 EF)}; \qquad N = \sqrt[3]{q^2 L_0^2 EF / 24} \tag{2}$$

На Мал. 1 дана залежність максимального прогину від відношення l / L_0. Всі фізичні та геометричні характеристики взяті для труби з радіусом $R = 0.72m$, стінкою $t = 0.02$, модулем Юнга $E = 2 \times 10^{11} Па$, густиною $\rho = 7800 kg / m^3$. Отримане значення $L_0 = 82.56м$ суб'єктивно є малим. Мал 1 зображає три рішення, що дають окремі моделі канату [2] та балки, а також рішення, отримане методом розривних базових та згладжувальних рішень [1] в геометрично нелінійній, ГН, постановці. Очевидно, що рішення (2) дає чітке уявлення про границі переходу між різними моделями. При $l = 1000m \approx 12L_0$ конструкція практично веде себе як канат. Для цієї довжини точність є високою – похибка 0.1% отримана для лише 8 елементів для моделі ГН балки, або лише двох елементів для моделі канату. Тобто модель канату для таких задач рахує і точніше, і набагато швидше. Зауважимо, що для цієї довжини відомий комплекс ABAQUS вимагає або достатньо велику кількість елементів (порядку 200), або дуже великого числа ітерацій, але при кількості елементів не менше 35.

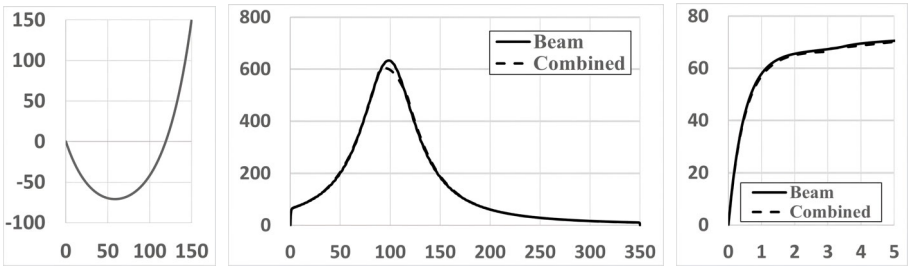
Розглянемо більш складний, але популярний в літературі, приклад, так званий «flexible riser», Мал 2а. Він стосується моделювання геометрії райзера довжиною 350м, що шарнірно закріплений в точках (0,0) та (150,150). Його характеристики такі $EF = 1.538 \times 10^9 N$, $EI = 2.096 \times 10^4 N \cdot m^2$, і розподілене навантаження $q = 897 N / m$.



Мал. 1. Три моделі деформування конструкції: канат, звичайна балка, ГН балка

Для розрахунку цієї задачі інші методи вимагають мінімум кілька сотень елементів, тоді як в розглянутій ГН моделі балки достатньо лише 60. Скористаємося змішаною системою з балок та канатів.

Візьмемо 16 елементів – по 2 балкові елементи довжиною 1.5м по краям райзера і 12 канатних елементів. Нижче представлено графіки моментів (Мал.2б) для всієї довжини, та в околі краю райзера. Бачимо високу ефективність цієї схеми.



а *б* *в*

Мал 2. Деформування райзера: а) його схема; б) розподіл моментів; в) локальні моменти

КЛЮЧОВІ СЛОВА: Геометрична нелінійність; канат; балка; кривина; знаходження форми.

1. Orynyak I., Mazuryk R., Orynyak A. (2020). “Basic (discontinuous) and smoothing up (conjugated) solutions in transfer matrix method for static geometrically nonlinear beam and cable in plane”. Journal of Engineering Mechanics, V46, 5.
2. Orynyak I., Mazuryk R. (2022) “Application of method of discontinuous basic and enhanced smoothing solutions for 3D multibranched cable”, Engineering Structures, Volume 251, Part B, 113582

I.V. Orynyak, R.V. Mazuryk

MODELLING OF PLANAR CABLES CONSIDERING BENDING STIFFNESS BY METHOD OF DISCONTINUOUS BASIC AND SMOOTHING SOLUTIONS

National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute",
Beresteyskyi Ave. 37, 03056, Kyiv, Ukraine

Long tensed structures, for example, underwater suspended structures (so-called "flexible riser"), due to their high nonlinearity, are usually modeled as ropes, which is a simplification of the real beam behavior. On the one hand, it significantly saves calculations, or even makes them possible at all. The goal of the paper consists in evaluation of conditions of whether and when the beam or cable models should be employed. Another achievement of paper is in elaboration of combine scheme, when some parts of structure (usually central parts) are considered as the cables, while the edge zones, or zones of interaction with other structures are modelled as the geometrically nonlinear beams.

ЧАСТИНА D

Секція 4: Механіка взаємодіючих фізико-механічних полів в неоднорідних середовищах і елементах конструкцій (Львів)

ЗМІСТ

1. Р.М. Кушнір, Г.Т. Сулим, Й.З. Піскозуб **ДЕФОРМУВАННЯ КОМПОЗИТНИХ СТРУКТУР З ТОНКИМИ ФІЗИЧНО НЕЛІНІЙНИМИ СТРІЧКОВИМИ ВКЛЮЧЕННЯМИ**	389
2. Р.М. Кушнір, Я.М. Пастернак, Г.Т. Сулим **ГАРМОНІЧНІ ПРУЖНІ КОЛИВАННЯ СЕРЕДОВИЩА ІЗ ЖОРСТКИМИ ОБОЛОНКОВИМИ ВКЛЮЧЕННЯМИ**	391
3. Т.В. Козакевич, Т.Волчанські **ЗАЛИШКОВІ СТРУКТУРНИЙ І НАПРУЖНИЙ СТАНИ У СТАЛЕВИХ ПЛАСТИНАХ ЗА НАГРІВУ РУХОМИМИ ДЖЕРЕЛАМИ**	393
4. В.А. Шевчук **ЗАДАЧА ТЕРМОПРУЖНОСТІ ДЛЯ ПІВПРОСТОРУ З ШАРУВАТИМ ПОКРИТТЯМ ЗА НЕЛІНІЙНОГО ТЕПЛООБМІНУ ІЗ СЕРЕДОВИЩЕМ**	394
5. Г.Ю.Гарматій, Б.М.Калиняк, М.В.Кутнів **ВИЗНАЧЕННЯ ТЕРМОНАПРУЖЕНОГО СТАНУ ТЕРМОЧУТЛИВИХ НЕОДНОРІДНИХ ТІЛ ПРОСТОЇ ФОРМИ ЗА СКЛАДНОГО ТЕПЛООБМІНУ**	396
6. О.Р Гачкевич, Р.С. Мусій, Н.Б. Мельник **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕРМОПРУЖНОЇ ПОВЕДІНКИ БАГАТОШАРОВИХ ЕЛЕКТРОПРОВІДНИХ ТІЛ ЗА ІМПУЛЬСНИХ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ НАВАНТАЖЕНЬ**	397
7. В.В. Михаськів, І.Я. Жбадинський **ВПРОВАДЖЕННЯ УМОВ ПЕРІОДИЧНОСТІ У ГРАНИЧНО-ЕЛЕМЕНТНИЙ АНАЛІЗ НЕСТАЦІОНАРНИХ ЗАДАЧ З ДИСКОВИМИ ВКЛЮЧЕННЯМИ**	399
8. Б.Д.Дробенко, Є.М.Ірза **ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМІВ ТЕРМООБРОБКИ ТІЛ ІЗ ФУНКЦІОНАЛЬНО-ГРАДІЄНТНИХ МАТЕРІАЛІВ**	400
9. М.Й. Юзв'як, Ю.В. Токовий **ВИКОРИСТАННЯ ФУНКЦІЙ ВІГАКА В ЗАДАЧАХ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ ТА ТЕРМОПРУЖНОСТІ**	402
10. Г.М.Никифорчин, О.І.Звірко, О.Т.Цирульник, О.І. Венгринюк, М.І. Греділь, Г.В. Кречковська, І.О. Цибайло **ОЦІЮВАННЯ ВОДНЕВОЇ КРИХКОСТІ СТАЛЕЙ ГАЗОПРОВОДІВ З ВИКОРИСТАННЯМ ПІДХОДІВ МЕХАНІКИ РУЙНУВАННЯ**	404
11. О.Р. Гачкевич, Р.Ф. Терлецький, О.Б. Гуменчук **МОДЕЛІ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕПЛОВОГО ТА НАПРУЖЕНОГО СТАНІВ ТІЛ З ПОКРИТТЯМИ ЗА ВРАХУВАННЯ ТЕПЛООБМІНУ ВИПРОМІНЮВАННЯМ**	406

12. М.В. Марчук, В.С. Пакош, В.М. Харченко, М.М. Хом'як **НОВИЙ СТРУКТУРНИЙ ПІДХІД ДО УСЕРЕДНЕННЯ ЕФЕКТИВНИХ ТЕРМОПРУЖНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ШАРУВАТИХ КОМПОЗИТІВ**	408
13. М.Г. Гачкевич, О.Б. Гуменчук, Р.Ф. Терлецький **ОПТИМІЗАЦІЯ НАГРІВУ ЧАСТКОВО ПРОЗОРИХ ТІЛ ЗА СТОРОННЬОГО ТЕПЛОВОГО ОПРОМІНЕННЯ**	410
14. М.В. Марчук, В.С. Пакош, М.М. Хом'як **ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ДЕЯКИХ СХЕМ МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ЗА ЗГИНУ ПЛАСТИН ІЗ АРМОВАНИХ КОМПОЗИТІВ НА ПОЛІМЕРНІЙ ОСНОВІ**	412

Р.М. Кушнір[1], Г.Т. Сулим[1], Й.З. Піскозуб[2,3]

ДЕФОРМУВАННЯ КОМПОЗИТНИХ СТРУКТУР З ТОНКИМИ ФІЗИЧНО НЕЛІНІЙНИМИ СТРІЧКОВИМИ ВКЛЮЧЕННЯМИ

[1] *Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАНУ, вул. Наукова, 3Б, 79060, Львів, Україна; dyrector@iapmm.lviv.ua , gtsulym@gmail.com*

[2] *Cracow University of Technology, Warszawska Str. 24, 31-155, Cracow, Poland; yosyf.piskozub@pk.edu.pl*

[3] *Українська академія друкарства, вул. Підголоско, 19, 79020, Львів, Україна; pjozef57@gmail.com* *

Abstract. Within the framework of the concept of deformable solid mechanics, an analytical numerical method to the problem of determining the mechanical fields in the composite structures with thin interphase ribbon-like deformable physically nonlinear inhomogeneities under combined force and dislocation loading has been proposed.

Тонкі неоднорідності різноманітної фізичної природи у вигляді дефектів практично завжди порушують однорідну будову матеріалів і тіл (тріщини, включення), а разом із тим виконують позитивну роль конструкційних (підкріплення, накладки) чи функціональних (різного типу давачі) елементів, арматури композитів, наповнювачів при застосуванні ін'єкційних технологій для «заліковування» тріщин та щілин тощо. Задачі такого типу у разі нелінійності фізико-механічних властивостей таких неоднорідностей, неідеального контакту між складовими за невизначеність області їх контакту у разі можливості її порушення вивчені цілком недостатньо.

Метою даного напряму досліджень є розвиток нещодавно запропонованого структурно-модульного методу функцій стрибка та побудова математичних моделей тонких включень-прошарків, матеріал яких має істотно нелінійні деформаційні властивості, за різного навантаження тіла, в тому числі багатокрокового чи циклічного та за умов нелінійного фрикційного контакту між складовими композиту.

Досліджено напружено-деформований стан перерізу безмежного ізотропного масиву, що складається з двох півпросторів з пружними сталими G_1, G_2. площиною xOy, перпендикулярною до напряму z його поздовжнього зсуву. Перпендикулярні до цієї осі плоскі перерізи півпросторів утворюють дві півплощини S_k $(k=1,2)$, а межі поділу між ними відповідає вісь абсцис $L \sim x$ (рис.1). На ній вздовж відрізка $L'=[-a;a]$ розташоване тонке включення завтовшки $2h \ll a$, механічні властивості якого у різних напрямках можуть різнитися (ортотропія, функційна ґрадієнтність) і характеризуватися конститутивним рівнянням доволі загального нелінійного вигляду

$$\frac{\partial w^{in}}{\partial s} = \varpi_s\left(\sigma_{xz}^{in}, \sigma_{yz}^{in}, x, y\right), \ s=\{x,y\} \tag{1}$$

де монотонна функція $\varpi_s\left(\sigma_{xz}^{in}, \sigma_{yz}^{in}, x, y\right)$ обирається із загальнотеоретичних міркувань (класичний закон лінійної пружності Гука; моделі пластичного деформування Баха-Шюле, Соколовського, Ільюшина; модель лінійного пружно-пластичного деформування зі зміцненням, модель деформування у формі Рамберга – Осгуда тощо) чи вимог щодо деформаційних властивостей проектованого функційно-градієнтного матеріалу або є якоюсь апроксимаційною залежністю емпіричних даних.

Величина й напрямок дії зовнішніх силових чинників (рівномірно розподілених на нескінченності напружень σ_{yz}^{∞}, σ_{xzk}^{∞}, зосереджених сил інтенсивності $Q_k(t)$, гвинтових дислокацій із складовою вектора Бюргерса $b_k(t)$ в точках $\varsigma_{*k} \in S_k$ $(k=1,2)$) уздовж осі z, що здійснюють поздовжній зсув масиву, змінюються за довільним законом у вигляді монотонно змінюваних покрокових послідовностей.

Наявність тонкого включення в масиві на межі поділу матеріалів моделюється стрибками компонент векторів напружень і переміщень на L':

$$\left[\sigma_{yz}\right]_h \cong \sigma_{yz}^{-}(x,t) - \sigma_{yz}^{+}(x,t), \ \left[\frac{\partial w}{\partial x}\right]_h \cong \frac{\partial w^{-}}{\partial x}(x,t) - \frac{\partial w^{+}}{\partial x}(x,t), \ x \in L'; \tag{2}$$

де t − деякий момент часу, як формальний монотонно зростаючий параметр, пов'язаний із змінюваністю навантаження. Тут і далі позначено: $[\varphi]_h = \varphi(x,-h) - \varphi(x,+h)$, $\langle\varphi\rangle_h = \varphi(x,-h) + \varphi(x,+h)$; індекси "+" та "–" відповідають граничним значенням функцій на верхньому і нижньому краях лінії L.

Контакт між півпросторами уздовж лінії $L'' = L \setminus L'$ та між масивом і берегами включення вздовж L' можна вважати як ідеальним, так і фрикційним ковзним з урахуванням змінності у часі коефіцієнту тертя $\alpha(t,x)$ (ефект Стрібека)

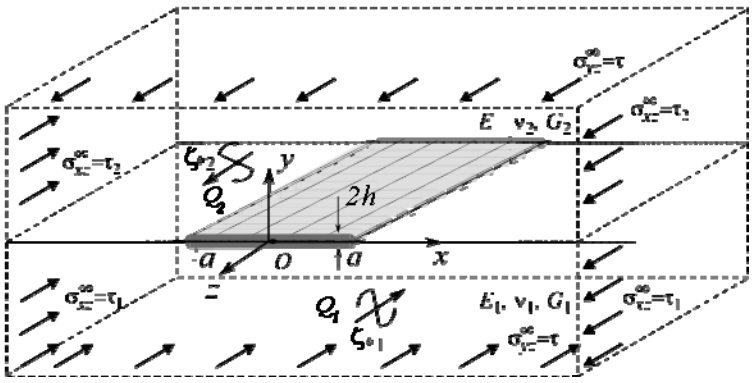


Рис.1. Геометрична та силова структура задачі

$$\sigma_{yz}^{in}(x,\pm h)=\sigma_{yz2}(x,\pm h)=-\operatorname{sgn}\Big(w^{in}(x,\pm h)-w(x,\pm h)\Big)\alpha(t,x)\sigma_{yy}(x)$$
$$\Big(\sigma_{yy}<0\Big),\ \Big(x\in L''',\ L'''\subset L'\Big), \tag{3}$$

причому в цьому випадку зона проковзування L''' є апріорі невідомою.

Математичну модель тонкого фізично нелінійного включення отримано у вигляді

$$-\frac{[w]_h}{h}=\Big\langle \varpi_s\Big(\sigma_{xz},\sigma_{yz}\Big)\Big\rangle,\ \left\langle \varpi_x^{-1}\left(\frac{\sigma_{xz}}{G_k},\frac{\sigma_{yz}}{G_k}\right)\right\rangle_h-2\sigma_{xz}^{in}(-a)-\frac{1}{h}\int_{-a}^{x}\Big[\sigma_{yz}\Big]_h(\xi)d\xi=0. \tag{4}$$

з якого при застосуванні граничних умов контакту (3) можна отримати систему сингулярних інтегральних рівнянь зі змінними коефіцієнтами на невідомі стрибки (2), яку у загальному випадку вдається розв’язати аналітико-числовими методи та обчислити напружено-деформований стан у довільній точці такої складної структури.

Поєднання запропонованого підходу із здобутками сучасного матеріалознавства створює широкі перспективи для опрацювання ефективних методів оптимізації інженерних конструкцій з метою підвищення їхньої міцності та ресурсу експлуатації та проектування нових матеріалів.

Дана робота виконана за темою ІППММ ім. Я.С. Підстригача НАН України (ВБ-15-18-21/479) за рахунок коштів бюджетної програми «Підтримка розвитку пріоритетних напрямів наукових досліджень» (КПКВК 6541230).

Р.М. Кушнір [1], Я.М. Пастернак [2], Г.Т. Сулим [1]

ГАРМОНІЧНІ ПРУЖНІ КОЛИВАННЯ СЕРЕДОВИЩА ІЗ ЖОРСТКИМИ ОБОЛОНКОВИМИ ВКЛЮЧЕННЯМИ

[1] *Інститут прикладних проблем механіки і математики імені Я.С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 3-б, 79060, Львів, Україна; e-mail: dyrector@iapmm.lviv.ua*

[2] *Волинський національний університет імені Лесі Українки, пр. Волі, 13, 43025, Луцьк, Україна; e-mail: iaroslav.pasternak@vnu.edu.ua*

На даний час задачі механіки деформівних твердих тіл із тонкими включеннями є актуальними, адже слугують основою моделювання властивостей новітніх композиційних матеріалів [1], а також використовуються при розв'язуванні задач механіки руйнування структурно-неоднорідних тіл. Для моделюванні тонких неоднорідностей матеріалу у наукових дослідженнях виокремилися два основні підходи [2], що пов'язані із урахуванням у розрахунках максимально можливої чи доцільно спрощеної геометрії неодноріднорідності. Останній підхід має істотні переваги, адже дає можливість значно спростити розв'язування задачі за збереження належної точності розрахунків. Наприклад, при вивченні усталених коливань середовищ із дисковими включеннями та тріщинами саме цей підхід дав можливість розв'язати низку нових важливих задач [3].

У даній роботі розглядаються усталені гармонічні коливання пружного анізотропне середовища, що містить жорсткі рухомі оболонкові включення. Останні змодельовано за допомогою математичних розрізів у середовищі, береги яких наділені належними властивостями щодо трансляційного та обертального їх руху.

Для побудови інтегральних формул та рівнянь задачі про усталені гармонічні коливання анізотропного середовища запропоновано підхід, що базується на узагальненні другої інтегральної формули Гріна на випадок згортки двох вектор-функцій та 4-валентного тензора, симетричного стосовно перестановки пар індексів. Завдяки такій же властивості 4-валентного тензора пружних сталих анізотропних тіл, на основі запропонованого узагальнення можна отримати інтегральні формули задачі (типу тотожності Сомільяни), вибравши за одну із функцій відповідний фундаментальний розв'язок [4]. На основі теорії поверхневих сингулярних інтегралів отримано також інтегральні рівняння для задач про усталені гармонічні коливання пружних анізотропних середовищ із поверхнями стрибків механічних полів.

Разом із тим створено математичну модель динамічної взаємодії жорсткого оболонкового включення із середовищем, що враховує кінематичні та інерційні властивості неоднорідності. Вона має простий фізичний зміст та добре підходить до сумісного розв'язування із отриманою остаточно системою двовимірних сингулярних інтегральних рівнянь. Ці результати поширені також на системи рухомих жорстких оболонкових включень.

Для розв'язування отриманих інтегральних рівнянь запропоновано використати відповідним чином модифіковану схему методу граничних елементів. Для цього поверхні, що моделюють оболонкові неоднорідності дискретизовано за допомогою чотирикутних квадратичних граничних елементів. При цьому вузлові точки, що описують геометричні властивості граничних елементів не збігаються із вузлами, у яких шукають значення невідомих крайових функцій. Такі вузли спеціально зміщено від краю граничного елемента, щоб забезпечити гладкість поверхонь в окресленій системі точок. З огляду на те, що на фронтальній лінії оболонкового включення поле напружень має кореневу особливість, окрім звичайних поліноміальних апроксимацій у розгляд введено також спеціальні функції форми, що враховують особливість на усій фронтальній лінії неоднорідності та дають можливість істотно підвищити точність обчислень, зокрема, визначення узагальнених коефіцієнтів інтенсивності напружень, що характеризують локальні механічні поля поблизу фронтальної лінії оболонкового включення. Запропоновано спеціальні квадратурні формули для обчислення сингулярних інтегралів. Зокрема, особливі інтеграли запропоновано обчислювати у полярній системі координат, у якій якобіан заміни змінних дає можливість понизити ступінь сингулярності. Крім того, запропоновано нові системи вузлів для квадратури Кутта. Це дало можливість істотно підвищити точність результатів та зручність при її застосуванні до обчислення сингулярних і гіперсингулярних інтегралів. Окремої уваги приділено обчисленню ядер отриманих інтегральних рівнянь, які задані у формі регулярних інтегралів від сильно осцилюючих функцій [4]: побудовано спеціальну квадратурну формулу інтерполяційного типу, що враховує осцилюючий характер підінтегрального виразу та дає можливість обчислювати ядра інтегральних рівнянь за порівняно малої кількості вузлів квадратури для досягнення достатньої для обчислень точності. Це істотно пришвидшує розроблену програму методу граничних елементів, порівняно із відповідними, де у таких випадках традиційно використовується квадратурна формула Ґауса. Завдяки зазначеним вище новаціям вдалося отримати швидкодіючу і високоточну схему методу граничних елементів для числового розв'язування сформульованого класу задач (а також тріщин, тонких деформівних включень та ін.). Вивчено вплив інерційних та геометричних властивостей оболонкових включень, а також механічних властивостей середовища на резонансні явища.

Дана робота виконана за темою ІППММ ім. Я.С. Підстригача НАН України (ВБ-15-18-21/479) за рахунок коштів бюджетної програми «Підтримка розвитку пріоритетних напрямів наукових досліджень» (КПКВК 6541230).

КЛЮЧОВІ СЛОВА: метод граничних елементів, оболонкове включення, пружний, анізотропний, квадратурні формули, інтегральні рівняння, усталені коливання.

1. *Kachanov M., Sevostianov I.* Micromechanics of Materials, with Applications. – New York: Springer, 2018.
2. *Pasternak I.M., Sulym H.* Thermoelasticity of solids containing thread-like inhomogeneities. I. Nondeformable thread-like inclusions // International Journal of Solids and Structures. – 2021. – 232. – 111176.
3. *Mykhas'kiv V.V., Khay O.M.* Interaction between rigid-disc inclusion and penny-shaped crack under elastic time-harmonic wave incidence // International Journal of Solids and Structures. – 2009. – 46. – P. 602–616.
4. *Wang C.Y., Achenbach J.D.* Three-dimensional time-harmonic elastodynamic Green's functions for anisotropic solids // Proc R Soc Lond A. – 1995. – 449. – P. 441–458.

R.M. Kushnir [1], I.M. Pasternak [2], H.T. Sulym [1]

TIME-HARMONIC ELASTIC VIBRATIONS OF A MEDIUM CONTAINING RIGID SHELL-LIKE INCLUSIONS

[1] Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics, NAS of Ukraine, L'viv, Ukraine;
2 Lesya Ukrainka Volyn National University, Voli Avenue 13, 43025, Lutsk, Ukraine

The study presents a solid boundary element approach for analysis of time-harmonic elastodynamic problems for isotropic and anisotropic solids containing rigid shell-like inhomogeneities of finite mass (movable inclusions). It presents a novel approach to derivation of the integral formulae and boundary integral equations, which is based on the partial symmetry property of the elasticity tensor. The mathematical models of rigid shell-like inhomogeneities of arbitrary shape are obtained. The study also provides a solid approach for the boundary element solution of the obtained integral equations for arbitrary shaped shell-like inclusions, which include numerical evaluation of singular and hypersingular integrals, and accurate computation of the generalized stress intensity factors at inclusion's front line.

Т.В. Козакевич[1], Т. Волчанські[2]

ЗАЛИШКОВІ СТРУКТУРНИЙ І НАПРУЖНИЙ СТАНИ У СТАЛЕВИХ ПЛАСТИНАХ ЗА НАГРІВУ РУХОМИМИ ДЖЕРЕЛАМИ

[1]Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С.Підстригача НАН України, вул. Наукова, 3-б, 79060, м. Львів, Україна; e-mail: dept13@iapmm.lviv.ua ;
[2]Політехніка Опольська, вул. Озимська, 75, 45036, м. Ополе, Польща

У багатьох галузях сучасного машинобудування, енергетиці та ін. галузях виробництва широко використовуються сталі різного функціонального призначення. Для надання сталевим елементам конструкцій та приладів необхідних фізико-механічних властивостей в інженерній практиці застосовується термічна обробка, що здійснюється, як правило, з використанням локальних газових, електричних, електромагнітних, інфрачервоних, лазерних та ін. нагрівачів.

Запропоновано варіант методики дослідження та оптимізації залишкових фазового та напруженого станів тонких пластин, виготовлених з маловуглецевих низьколегованих сталей, за локального нагріву рухомими розподіленими джерелами тепла (з декількома центрами локалізації) до температур повної аустенізації сталі в зоні термічного впливу та наступного монотонного охолодження.

З використанням відомих матеріалознавчих аспектів опису структурних змін при високотемпературному нагріві і наступному монотонному охолодженні сталевих тіл сформульовано варіант комплексної задачі термомеханіки маловуглецевих низьколегованих сталевих тонких пластин при нагріві рухомими розподіленими джерелами тепла за врахування фазових змін, яка складається з чотирьох відповідних підзадач [1-2]: знаходження температурного поля; обчислення відсоткового вмісту наявних фазових складових: мартенситу, бейніту і феррито-перліту за монотонного охолодження; визначення характеристик, що описують механічні властивості сталі в залежності від відсоткового вмісту залишкових після монотонного охолодження фазових складових і хімічного складу розглядуваного типу сталі; встановлення залишкового напруженого стану і властивостей на основі розв'язування відповідної підзадачі термомеханіки, сформульованої відносно переміщень при відомій залишковій деформації, яка викликана різним відсоткових вмістом фазових складових.

Виявлено нові дані про залишкові напруження та фазові розподіли, а також механічні властивості в тонких маловуглецевих низьколегованих сталевих пластинах за високотемпературного нагріву рухомими розподіленими джерелами тепла за наявності одного (основного) джерела, цього джерела і одного та двох додаткових за різних (в тому числі оптимальних) центрів їх локалізації і параметрів потужності, а також за наявності одного рухомого розподіленого джерела при врахуванні вихідного складу сталі та певних термічних і технологічних умов нагріву (відсоткового вмісту конкретних легуючих хімічних елементів; загального однорідного підігріву, який заданий значенням початкової постійної температури; локального супутнього підігріву, що окреслений локальним стаціонарним температурним полем; змінного параметра розсіювання в джерелі тепла, що характеризує розподіл енергії в цьому джерелі; локальної теплоізоляції поверхонь пластини).

КЛЮЧОВІ СЛОВА*:* математичні проблеми термомеханіки, залишкові структурний та напружений стани, рухомі джерела тепла, фазові складові, питомий об'єм.

1. Hachkevych O., Kozakevych T., Kushnir R., Wołczański T. Szczątkowy strukturalny i sprężysty stan stalowych małowęglowych niskostopowych tarcz przy nagrzewaniu przez ruchome rozłożone źródła ciepła w obecności wybranych dodatkowych czynników // Manufacturing processes. Actual Problems – 2018. Vol 2: Modelling and optimization of manufacturing processes. Studia i monografie z. 493 (ISBN 978-83-66033-23-8, pod red. nauk.: O. Hachkevych, A. Stanik-Besler, T. Wołczański). Oficyna Wydawnicza Politechniki Opolskiej, Opole, 2018. – №12. – P. 217-232.
2. Tomasz Wołczański, Teresa Kozakevych, Oleksandr Hachkevych. Structural and residual stress state of steel plates subjected to the heating of moving heat sources. (ISSN 1429-6063, ISBN 978-83-66033-63-4). Oficyna Wydawnicza Politechniki Opolskiej, Opole, 2019. – 290 p.

T.V. Kozakevych[1], T. Wolczanski[2]

RESIDUAL STRUCTURAL AND STRESS STATES IN STEEL PLATES HEATED BY MOBILE SOURCES

[1] Pidstryhach Institute of Applied Problems of Mechanics and Mathematics-of the NAS of Ukraine, Lviv, Ukraine
[2]Opole Politechnik, Ozymska Str., 75, 45036, Opole, Poland

A variant of method for definition and optimization of residual phase distribution and stress state of thin plates made of low carbon low alloyed steels, subjected to local heating by moving distributed heat sources (with several localization centers) to temperatures of complete austenization of the steel in the heat affected zone and subsequent monotonic cooling, is proposed.

В.А. Шевчук

ЗАДАЧА ТЕРМОПРУЖНОСТІ ДЛЯ ПІВПРОСТОРУ З ШАРУВАТИМ ПОКРИТТЯМ ЗА НЕЛІНІЙНОГО ТЕПЛООБМІНУ ІЗ СЕРЕДОВИЩЕМ

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С.Підстригача НАНУ,
вул. Наукова, 3б, 79060, Львів, Україна; e-mail: shevchuk@iapmm.lviv.ua

На основі математичної моделі теплових процесів у тілах з тонкими шаруватими покриттями [2, 3] наведено постановку нелінійної нестаціонарної задачі теплопровідності та відповідної задачі термопружності для півпростору з багатошаровим покриттям за променево-конвективного теплообміну із зовнішнім середовищем.

Особливістю сформульованої крайової задачі є використання узагальненої нелінійної граничної умови, яка моделює вплив багатошарового покриття на перебіг процесу теплопереносу в тілі. У випадку променево-конвективного теплообміну півпростору з довкіллям через шарувате покриття у безрозмірних величинах вона має вигляд [3]

$$\begin{gathered}\left(1+\xi\mathrm{Bi}\right)\frac{\partial\theta_{\Pi}}{\partial\bar{z}}+\mathrm{Bi}\left(\theta_C-\theta_{\Pi}\right)-\eta\frac{\partial\theta_{\Pi}}{\partial\mathrm{Fo}}-\\ -\mathrm{Sk}\left[\sum_{m=0}^{4}(-1)^m C_4^m\xi^m\theta_{\Pi}^{4-m}\left(\frac{\partial\theta_{\Pi}}{\partial\bar{z}}\right)^m-\theta_C^4\right]=0,\ \ \theta_{\Pi|\mathrm{Fo}=0}=\theta_0\ \ \text{при}\ \bar{z}=0,\end{gathered}\tag{1}$$

де $\theta_{\Pi}=T_{\Pi}/T_*$, $\theta_0=T_0/T_*$, $\theta_C=T_C/T_*$, $\bar{z}$, Fo – безрозмірні температури, координата і час (відлікова температура $T_*=T_{\mathrm{C}}$ при нагріванні системи і $T_*=T_0$ при її охолодженні); Bi, Sk – критерії Біо і Старка; η, ξ – відносні ефективні теплоємність і термоопір покриття; $C_4^m=\dfrac{4!}{m!(4-m)!}$ – біноміальні коефіцієнти. Індексами П, С та 0 позначено величини, що відносяться до півпростору, середовища і початкового стану.

Для розв'язання крайової задачі теплопровідності застосовано ітераційну процедуру на основі методу квазілінеаризації [1]. При цьому для лінеаризації нелінійного члена на *k*-ій ітерації у граничній умові (1) використано формулу

$$\begin{gathered}f\left(\theta_{\Pi}^{(k)},\frac{\partial\theta_{\Pi}^{(k)}}{\partial\bar{z}}\right)=f\left(\theta_{\Pi}^{(k-1)},\frac{\partial\theta_{\Pi}^{(k-1)}}{\partial\bar{z}}\right)+f'_{\theta_{\Pi}}\left(\theta_{\Pi}^{(k-1)},\frac{\partial\theta_{\Pi}^{(k-1)}}{\partial\bar{z}}\right)\left(\theta_{\Pi}^{(k)}-\theta_{\Pi}^{(k-1)}\right)+\\ +f'_{\frac{\partial\theta_{\Pi}}{\partial\bar{z}}}\left(\theta_{\Pi}^{(k-1)},\frac{\partial\theta_{\Pi}^{(k-1)}}{\partial\bar{z}}\right)\left(\frac{\partial\theta_{\Pi}^{(k)}}{\partial\bar{z}}-\frac{\partial\theta_{\Pi}^{(k-1)}}{\partial\bar{z}}\right),\end{gathered}\tag{2}$$

де $f\left(\theta_{\Pi},\dfrac{\partial\theta_{\Pi}}{\partial\bar{z}}\right)=\sum\limits_{m=0}^{4}(-1)^m C_4^m\xi^m\theta_{\Pi}^{4-m}\left(\dfrac{\partial\theta_{\Pi}}{\partial\bar{z}}\right)^m$.

Тоді на кожному етапі ітераційного процесу методом інтегрального перетворення Лапласа отримано аналітичний розв'язок лінеаризованої задачі теплопровідності для півпростору. За допомогою використання формул відновлення [2, 3] знаходиться температура $\theta_i=T_i/T_*$ в *i*-му шарі *n*-шарового покриття.

Нерівномірний розподіл температури в системі зумовлює в ній температурні напруження, які визначаються співвідношеннями у безрозмірному вигляді так:

$$\tilde{\sigma}_{xx}^j(\bar{z},\mathrm{Fo})=\tilde{\sigma}_{yy}^j(\bar{z},\mathrm{Fo})=\begin{cases}\left(\dfrac{E_j\beta_j}{1-\nu_j}\Big/\dfrac{E_{\Pi}\beta_{\Pi}}{1-\nu_{\Pi}}\right)\dfrac{\theta_0-\theta_j(\bar{z},\mathrm{Fo})}{1-\theta_0} & \text{під час нагрівання,}\\ \left(\dfrac{E_j\beta_j}{1-\nu_j}\Big/\dfrac{E_{\Pi}\beta_{\Pi}}{1-\nu_{\Pi}}\right)\dfrac{\theta_j(\bar{z},\mathrm{Fo})-1}{1-\theta_{\mathrm{C}}} & \text{під час охолодження,}\end{cases}\tag{3}$$

$$\text{для}\ j=\Pi\ \text{при}\ 0\le\bar{z}<\infty,\quad \text{для}\ j=1,\ldots,n\ \text{при}\ \bar{z}_j\le\bar{z}\le\bar{z}_{j-1},$$

де $\tilde{\sigma}_{ss}^j(\bar{z},\mathrm{Fo})=\sigma_{ss}^j(z,\tau)\Big/\dfrac{E_{\Pi}\beta_{\Pi}(T_{\mathrm{C}}-T_0)}{1-\nu_{\Pi}}$ ($s=x,y$) – безрозмірні напруження; x, y, z – декартові координати; τ – час; E_j – модулі Юнга; β_j – коефіцієнти лінійного температурного розширення; ν_j – коефіцієнти Пуассона; $\bar{z}_l=z_l/z_*$ ($l=0,1,\ldots,n$); z_l – значення *z*-координати точок поверхонь поділу шарів *n*-шарового покриття; $z_0=0$ – значення *z*-координати точок поверхні поділу півпростору з

покриттям; z_* – масштабний фактор.

Для системи півпростір (нержавка сталь 316L)–двошарове зносостійке покриття (внутрішній шар – ніхром Cr-Ni, зовнішній шар – сплав WC-Co) здійснено параметричний аналіз впливу геометричних і теплофізичних характеристик покриття та зміни інтенсивності конвективного і променево-конвективного теплообміну на нестаціонарне температурне поле та зумовлений ним термонапружений стан. Зокрема, оцінено максимальні значення розтягувальних напружень, які можуть спричинити розтріскування покриття та виявлено область зміни коефіцієнта теплообміну, в межах якої вплив променевої складової на термонапружений стан системи є несуттєвим.

Дослідження виконано за часткової фінансової підтримки в рамках спільного українсько-польського науково-дослідного проєкту "Ідентифікація термомеханічних параметрів неоднорідних композитних матеріалів та захисних покриттів" (№ д.р. 0123U103240).

КЛЮЧОВІ СЛОВА: теплопровідність, термопружність, півпростір, багатошарове покриття, променево-конвективний теплообмін, узагальнені нелінійні граничні умови, квазілінеаризація.

1. Беллман Р., Калаба Р. Квазилинеаризация и нелинейные краевые задачи. – Москва: Мир, 1968. – 223 с.
2. Шевчук В.А. Методологія дослідження термонапруженого стану тіл із тонкими багатошаровими покриттями // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2021. – **64,** N 3. – С. 41 – 54.
3. Shevchuk V.A. Generalized boundary conditions of radiant-convection heat exchange of bodies with ambient medium through multilayer nonplanar coating // J. Math. Sci. – 2022. – **261**, N 1. – P. 95 – 114.

V.A. Shevchuk

THERMOELASTICITY PROBLEM FOR A HALF-SPACE WITH A LAYERED COATING UNDER NONLINEAR HEAT EXCHANGE WITH ENVIRONMENT

Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics of the NAS, Lviv, Ukraine

Based on the mathematical model with nonlinear generalized boundary conditions which represent the impact of thin layered coatings on the thermal state of a body, numerical computations are performed to analyze the influence of geometrical and thermomechanical characteristics of the coating and the parameters of radiative-convective heat exchange with environment on transient temperature field and on determined by it thermal stresses in the half-space/multilayer coating assembly.

Г.Ю. Гарматій, Б.М. Калиняк, М.В. Кутнів

ВИЗНАЧЕННЯ ТЕРМОНАПРУЖЕНОГО СТАНУ ТЕРМОЧУТЛИВИХ НЕОДНОРІДНИХ ТІЛ ПРОСТОЇ ФОРМИ ЗА СКЛАДНОГО ТЕПЛООБМІНУ

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАНУ, вул. Наукова, 3-б, 79060, Львів, Україна; e-mail: halynagarmatiy@gmail.com

Конструкційні елементи, виготовлені з функціонально-градієнтних матеріалів (ФГМ), часто зазнають впливів високотемпературного зовнішнього середовища та механічного навантаження. Перехідні теплові і механічні процеси, які виникають при цьому, можуть спричинити деструкцію матеріалів конструкцій аж до їх руйнування. З аналізу досліджень термічних напружень у пружних неоднорідних тілах [2,3] випливає важливість визначення спільного впливу на термонапружений стан ФГМ елементів конструкцій як залежності характеристик неоднорідного матеріалу від температури і координат так і змінних у часі теплових навантажень та силових навантажень.

У роботі запропоновано метод визначення термонапруженого стану порожнистих ФГМ кулі та циліндра з врахуванням температурної залежності термомеханічних характеристик матеріалу за змінних в часі температур середовища на поверхнях та силового навантаження.

Нелінійну нестаціонарну крайову задачу теплопровідності розв'язано чисельно методом прямих. Для різницевої апроксимації крайової задачі по просторовій змінній використано інтегро-інтерполяційний метод [1], а для чисельного інтегрування отриманої задачі Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь застосовувалися $A(\alpha)$-стійкі формули диференціювання назад. Напружений стан, викликаний температурним полем та силовими навантаженнями, визначено на основі зведення задач пружності до інтегральних рівнянь методом безпосереднього інтегрування [3].

Досліджено вплив температурної залежності термомеханічних характеристик матеріалу на термопружний стан порожнистих кулі та циліндра для моделей гомогенізації простої суміші і модифікованої моделі простої суміші. Максимальну різницю між напруженнями, обчисленими при сталій температурі і з урахуванням температурної залежності характеристик ФГМ отримано при часах, що відповідають стаціонарному розподілу температури. Врахування температурної залежності характеристик складових вибраного двокомпонентного ФГМ порівняно з нетермочутливим матеріалом найбільше впливає на колові напруження і може досягати понад 25%.

1. *Самарский А.А.* Теория разностных схем. – М.: Наука, 1989.–616 с.
2. *Akbarzadeh A.H.*, *Chen Z.T.* Transient Heat Conduction in Functionally Graded Hollow Cylinders and Spheres. //Proceedings of the ASME. Pressure Vessels & Piping Conference, PVP2012, July 15-19. Toronto, Ontario, Canada. – 2012. – P. 41–47. https://doi.org/10.1115/PVP2012-78617.
3. *Harmatiy G. Yu., Kalynyak B. M. and Kutniv M. V.* Uncoupled quasistatic problem of thermoelasticity for a two-layer hollow thermally sensitive cylinder under the conditions of convective heat exchange //J. Math. Sci. – 2021. – **256**, № 4. – P. 439–454. https://doi.org/10.1007/s10958-021-05437-9.

О.Р Гачкевич [1], Р.С. Мусій [2], Н.Б. Мельник [2]

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕРМОПРУЖНОЇ ПОВЕДІНКИ БАГАТОШАРОВИХ ЕЛЕКТРОПРОВІДНИХ ТІЛ ЗА ІМПУЛЬСНИХ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ НАВАНТАЖЕНЬ

[1]Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАНУ, Львів, Україна
[2]Національний університет «Львівська політехніка», Львів, Україна

Abstract. Physical and mathematical models are proposed for studying the thermal stress state, workability, and properties of the contact connection of multilayer electroconductive bodies of canonical form under impulsed electromagnetic loads. New classes of thermomechanics problems were formulated for such bodies, and their solutions were obtained for impulsed electromagnetic actions. The thermomechanical behavior, workability, and properties of the contact joint of a bimetallic hollow cylinder under the action of an electromagnetic impulse were numerically analyzed.

Key words: multilayer electroconductive bodies, impulsed electromagnetic action, thermoelastic behavior, workability, contact connection properties.

Імпульсні електромагнітні поля (ІЕМП) мають широке застосування у сучасних технологіях магніто-імпульсної обробки матеріалів [1, 2]. Такі ІЕМП створюються з допомогою конденсаторно-соленоїдальних систем багаторазового використання [3, 4]. У результаті експериментальних досліджень встановлено, що дія ІЕМП на електропровідне тіло проявляється двома фізичними чинниками: теплом Джоуля і пондеромоторними силами. Ці два фізичні фактори зумовлюють виникнення у електропровідному тілі нестаціонарних температурних полів і динамічних напружень та інтенсивностей напружень. За відповідних параметрів імпульсної електромагнітної дії інтенсивності напружень у кожному складовому шарі багатошарового електропровідного тіла (БЕТ) можуть досягати значень, що відповідають межі пружної деформації матеріалу даного шару, а також перевищувати межу міцності контактного з'єднання двох сусідніх складових шарів. За таких умов БЕТ, як конструктивний елемент, може втратити роботоздатність.

Відомі математичні моделі однорідних і кусково-однорідних тіл за нестаціонарних силових і теплових навантажень [5, 6], а також математичні моделі термомеханіки однорідних та кусково-однорідних електропровідних тіл за дії ІЕМП [7, 8]. На основі цих моделей досліджено термомеханічну поведінку і роботоздатність однорідних електропровідних тіл канонічної форми за дії ІЕМП характерних типів [7-10].

При розгляді БЕТ виникає питання врахування електромагнітного, теплового і механічного контактів між складовими шарами та впливу цього контакту на розподіл фізико-механічних полів в кожному складовому шарі. Тому побудова фізико-математичних моделей БЕТ за дії ІЕМП є актуальним науковим та інженерно-технічним завданням для прогнозування термопружної поведінки конструктивних елементів відповідних пристроїв у вигляді БЕТ.

Запропоновано фізико–математичні моделі для дослідження термонапруженого стану, роботоздатності і властивостей контактного з'єднання багатошарових електропровідних тіл канонічної форми за дії ІЕМП з модуляцією амплітуди. Сформульовано нові класи задач термомеханіки багатошарових електропровідних тіл канонічної форми за дії розглядуваних ІЕМП. Розвинуто методику побудови розв'язків сформульованих початково–крайових задач для визначення напруженості магнітного поля, температури і компонент тензора динамічних напружень з використанням поліноміальної апроксимації цих визначальних функцій по товщині кожного зі складових шарів БЕТ. Дана методика дає змогу точно задовольняти всі задані крайові умови на визначальні функції як на зовнішніх поверхнях першого і останнього шарів, так і на поверхнях контактного з'єднання усіх внутрішніх проміжних складових шарів. Такий підхід дозволив звести вихідні початково–крайові задачі на визначальні функції до відповідних задач Коші на інтегральні, сумарні по пакету всіх шарів, характеристики цих функцій. З використанням інтегрального перетворення Лапласа для заданих початкових умов на визначальні функції записано загальні розв'язки задач Коші на інтегральні характеристики цих функцій. Ці розв'язки отримано у вигляді згорток функцій, що описують задані вирази визначальних функцій на зовнішніх поверхнях першого і останнього складових шарів БЕТ та однорідні розв'язки відповідних задач Коші на інтегральні характеристики визначальних функцій.

Записано отримані загальні розв'язки задач термомеханіки багатошарових електропровідних тіл канонічної форми (шару з плоско-паралельними межами, порожнистих та суцільних довгого циліндра і кулі) за дії електромагнітного імпульсу.

Виконано числовий аналіз термомеханічної поведінки, роботоздатності та збереження властивостей контактного з'єднання довгого двошарового неферомагнітного порожнистого циліндра за дії електромагнітного імпульсу залежно від його часових характеристик та величини напруженості магнітного поля.

Виявлені закономірності термомеханічної поведінки БЕТ канонічної форми за дії ІЕМП можуть бути теоретичною базою для вибору оптимальних режимів технологій імпульсної електромагнітної обробки багатошарових електропровідних елементів конструкцій.

1. *Asai S.* Electromagnetic Processing of Materials. Springer, Netherlands (2012).
2. *Батыгин Ю.В., Лавинский В.И., Хименко Л.Т.* Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий В. И. Лавинский, Л. Т. Хименко. – Харьков: МОСТ-Торнадо, 2003. – 285 с.
3. *Herlah F*. Pulsed Magnets. Rep. Prog. Phys. 62 (6), 1999, pp. 859-920. F. Herlach Rep. Prog. Phys. 62, 859 (1999)
4. *Shneerson G.A., Dolotenko M.I., Kryvosheev S.I.* Strong and Superstrong Pulsed Magnetic Fields Generation. De Jruyter, 2010.
5. *Мотовиловец И.А., Козлов В.И.* Термоупругость. // Механика связанных полей в элементах конструкций: в 5 т. Т. 1.– К.: Наук. думка, 1987. – 264 с.
6. *Подстригач Я.С., Коляно Ю.М.* Обобщенная термомеханика – К.: Наукова думка, 1976. – 312 с.
7. *Гачкевич О.Р., Мусій Р.С., Тарлаковський Д.В.* Термомеханіка неферомагнітних електропровідних тіл за дії імпульсних електромагнітних полів з модуляцією амплітуди. – Львів, СПОЛОМ, 2011. – 216 с.
8. *Musii R., Melnyk N., Dmytruk V*. Thermoelastic processes analyzer for piecewise homogeneous conductive structures subjected to pulsed electromagnetic action. // Journal of Thermal Stresses. – 2018. – Vol. 41, iss. 9. – P. 1125–1135.
9. *Мусій Р.С.* Динамічні задачі термомеханіки електропровідних тіл канонічної форми: монографія. – Львів: Вид–во «Растр–7», 2010. – 216 с.
10. *Hachkevych O.R., Musii R.S., Melnyk N.B., Dmytruk V.A.* Dynamic thermoelastic processes in a conductive plate under the action of electromagnetic pulses of microsecond and nanosecond durations. // Journal of Thermal Stresses. – 2019. – Vol. 42, iss. 9. - P. 1110–1122.

В.В. Михаськів, І.Я. Жбадинський

ВПРОВАДЖЕННЯ УМОВ ПЕРІОДИЧНОСТІ У ГРАНИЧНО-ЕЛЕМЕНТНИЙ АНАЛІЗ НЕСТАЦІОНАРНИХ ЗАДАЧ З ДИСКОВИМИ ВКЛЮЧЕННЯМИ

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С.Підстригача НАНУ, вул. Наукова, 3б, 79060, Львів, Україна;e-mail: mykhaskiv@gmail.com

Метод граничних елементів у поєднанні з маршовою за часом схемою, застосовані раніше щодо нестаціонарної взаємодії двох жорстких дискових включень [1], узагальнено на випадок падіння пружної нестаціонарної хвилі на безмежний дво-періодичний масив таких неоднорідностей. В основу гранично-інтегрального формулювання задач закладено принцип суперпозиції з поданням хвильових параметрів у вигляді інтегральних сум зі стрибками напружень на кожному з розсіювачів. Шляхом задоволення умов однорідності переміщень в областях включень, а також однотипності їх збурення внаслідок періодичності, отримано граничні інтегральні рівняння з ядрами хвильового потенціалу лише в області репрезентативного включення. Запропоновано алгоритм граничноелементної за просторовими координатами та покрокової за часом дискретизації рівнянь зі зведенням розрахунку до розв'язання рекурентних систем лінійних алгебраїчних рівнянь з діагональними матрицями.

Отримані результати спрямовані на числове дослідження хвильових властивостей тривимірних метаматеріалів, структурованих періодичними тонкостінними неоднорідностями (за прикладом розгляду періодичних тріщин [2]).

Дана робота виконана за темою ІППММ ім. Я.С. Підстригача НАН України (ВБ-15-18-21/479) за рахунок коштів бюджетної програми «Підтримка розвитку пріоритетних напрямів наукових досліджень» (КПКВК 6541230).

КЛЮЧОВІ СЛОВА: пружна матриця, періодичні включення, нестаціонарна хвиля, часова область, метод граничних елементів

1. Mykhas'kiv V.V., Martin P.A., Kalynyak O.I. Time-domain BEM for 3-D transient elastodynamic problems with interacting rigid movable disc-shaped inclusions // Comp. Mech. – 2014. – **53**, N 6. – P. 1311-1325.
2. Mykhas'kiv V.V., Zhbadynskyi I.Ya., Zhang Ch. On propagation of time-harmonic elastic waves through a double-periodic array of penny-shaped cracks // Eur. J. Mech. / A Solids. – 2019. – **73**. – P. 306-317.

V.V. Mykhas'kiv, I.Ya. Zhbadynskyi

IMPLEMENTATION OF PERIODICITY CONDITIONS IN BOUNDARY ELEMENT ANALYSIS OF NONSTATIONARY PROBLEMS WITH DISK-SHAPED INCLUSIONS

Ya.S. Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics of the NAS, Lviv, Ukraine

The boundary element method in conjunction with the time-stepping algorithm, previously applied to the numerical simulation of the non-stationary interaction of two rigid disk-shaped inclusions in an elastic matrix, is generalized to the case of an elastic non-stationary wave incidence on an infinite two-periodic array of such inhomogeneities, where the periodicity conditions are accounted for implicitly.

Б.Д. Дробенко, Є.М. Ірза

ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМІВ ТЕРМООБРОБКИ ТІЛ ІЗ ФУНКЦІОНАЛЬНО-ГРАДІЄНТНИХ МАТЕРІАЛІВ

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С.Підстригача НАНУ , Львів, Україна

Abstract. A general approach to the optimization of high-temperature heat treatment modes of bodies made of materials with physical and mechanical characteristics dependent on coordinates and temperature is proposed.

Key words: high-temperature heat treatment, optimization, finite element method.

Матеріали, механічні характеристики яких змінюються хоча б у напрямі одного виміру тіла, все частіше використовують в інженерній практиці. Елементи конструкцій з таких матеріалів часто перебувають за умов, які пов’язані з їхнім нагріванням чи охолодженням. У результаті дії температурних полів в цих елементах виникають напруження, які можуть перевищувати допустимі значення і призводити до руйнування конструкцій. Водночас сучасні високі вимоги до продуктивності процесів нагрівання-охолодження, які застосовують при виготовленні елементів конструкцій і наданні їм відповідних експлуатаційних характеристик, диктують свої умови щодо тривалості цих енергозатратних процесів. Тому виникає потреба в розробці ефективних моделей і методів дослідження термомеханічних процесів у таких тілах загального виду за дії нестаціонарного температурного навантаження з урахуванням залежності властивостей матеріалів від температури і просторових координат, а також у побудові на цій основі оптимальних режимів їхнього нагрівання-охолодження за різними критеріями.

У роботі запропоновано загальний підхід до оптимізації за швидкодією режимів високо-температурної термообробки (нагрівання-охолодження) тіл складної форми з матеріалів із залежними від координат і температури фізико-механічними характеристиками.

Температурне поле й напружено-деформований стан тіла у процесі термообробки визначають параметри: $t(\vec{r},\tau)$ – температура; $\hat{\sigma}(\vec{r},\tau)$ – тензор напружень; $\hat{\varepsilon}(\vec{r},\tau)$ – тензор деформацій; $\vec{u}(\vec{r},\tau)$ – вектор переміщень, де $\vec{r}$ – радіус-вектор точки тіла; τ – час. Параметри стану пов'язані між собою, з фізичними і геометричними параметрами тіла та зовнішніми діями, заданими вектором силового навантаження $\vec{p}$ та функцією теплового навантаження $h(\tau)$ (функція керування), системою рівнянь

$$L_i(\vec{r},\tau,t,\hat{\sigma},\hat{\varepsilon},\vec{p},\vec{u},h)=0\,,\quad i=\overline{1,n_0}\,, \tag{1}$$

де через L_i позначено нелінійні інтегро-диференціальні оператори.

Зазначимо, що загалом в цю систему рівнянь входять рівняння руху, геометричні співвідношення між деформаціями і переміщеннями, феноменологічні співвідношення, які пов'язують компоненти тензорів напружень і деформацій, рівняння сумісності деформацій, початкові та крайові умови.

Вимоги до якості виробів і параметрів технологічних процесів термообробки призводять до певних додаткових обмежень, які накладаються на змінні стану і технологічні умови процесу термообробки. Ці обмеження складаються з нерівностей

$$\varphi_j(\vec{r},\tau,t,\hat{\sigma},\hat{\varepsilon},\vec{p},\vec{u},h)\le 0\,,\ \ j=\overline{1,m} \tag{2}$$

(φ_j – задані функції). Вибір обмежень на параметри стану і технологічні умови здійснюється з урахуванням цілей термообробки.

У розглядуваному формулюванні задача оптимізації теплових режимів у процесах термообробки полягає у знаходженні функції керування $h(\tau)$, яка забезпечує мінімальну тривалість процесу нагрівання-охолодження при в’язях (1) і обмеженнях (2).

Розв’язок сформульованої екстремальної задачі будується на основі принципу поетапної параметричної оптимізації, відповідно до якого термомеханічні процеси в тілі, що піддається термообробці, як в системі з розподіленими параметрами, спочатку описують дискретною моделлю, після чого розв'язують оптимізаційну задачу як задачу нелінійного математичного програмування.

Внаслідок виконання стандартної скінченно-елементної дискретизації [1] вихідна система рівнянь (1) зводиться до системи

$$\sum_{e=1}^{n_e}\int_{\Omega^{(e)}}\overline{L}_j(\tau,\{\mathbf{T}^{(\mathbf{e})}\},\{\mathbf{U}^{(\mathbf{e})}\},h(\tau))\,d\Omega=0\,,\ \ j=\overline{1,n}\,. \tag{3}$$

відносно невідомих значень температури $\{\mathbf{T}^{(\mathbf{e})}\}$ і переміщень $\{\mathbf{U}^{(\mathbf{e})}\}$ у вузлах скінченно-елементного поділу тіла.

Зауважимо, що в системі рівнянь (3) вже немає похідних за просторовими координатами; шукані вузлові значення температури і переміщень залежать лише від часу. Для відшукання розв'язку системи рівнянь (3) використовується сімейство однокрокових різницевих алгоритмів [2], відповідно з яким весь часовий інтервал процесу термообробки послідовно проходять з кроком $\Delta\tau$ (шукані значення параметрів

стану в кінці кожного часового проміжку $[\tau_i,\ \tau_{i+1}]$, $i = 0,1,...$ визначають з використанням їхніх значень на початку проміжку). У межах запропонованого підходу функція керування на часовому проміжку $[\tau_i,\ \tau_{i+1}]$ апроксимується лінійною функцією. Значення функції керування у момент часу τ_{i+1} задається співвідношенням

$$h_{i+1} = h_i + a_i \Delta\tau\,, \tag{4}$$

де a_i – максимально можлива швидкість зростання (спадання) функції керування при нагріванні (охолодженні) за врахування обмежень (2), (3).

Унаслідок виконаної дискретизації за часом і застосування різницевих алгоритмів для визначення шуканих значень температури і переміщень тіла у вузлах скінченно-елементного поділу в момент часу τ_{i+1} (на кінці розглядуваного часового проміжку) отримується система алгебраїчних рівнянь

$$\sum_{e=1}^{n_e} \int_{\Omega^{(e)}} \widetilde{L}_j(\{\mathbf{T}^{(\mathbf{e})}\}_{i+1}, \{\mathbf{U}^{(\mathbf{e})}\}_{i+1}, a_i)\, d\Omega = 0\,,\ \ j = \overline{1,n}\,. \tag{5}$$

У загальному випадку система алгебраїчних рівнянь (5) є нелінійною і розв’язується на основі ітераційних підходів.

Таким чином, відповідно до запропонованого підходу оптимізаційна задача на проміжку часу $[\tau_i,\ \tau_{i+1}]$ зводиться до задачі пошуку максимуму швидкості зміни функції керування, а практично – одного параметра a_i, значення якого визначається шляхом прямого пошуку з множини допустимих значень його зміни на основі інформації про напруження, деформації й переміщення в тілі, а також задані обмеження на розглядуваному кроці.

На цій основі отримано розв’язки важливих класів задач оптимального за швидкодією керування тепловими режимами у виробничих процесах нагрівання-охолодження термочутливих тіл із пружних та в'язкопружних функціонально-градієнтних матеріалів за врахування релаксації залишкових напружень при підвищених температурах. Досліджено збіжність і достовірність отриманих розв'язків. Виконано порівняльний аналіз результатів, отриманих з урахуванням залежності характеристик матеріалів від температури і просторових координат і без такого врахування.

Дана робота виконана за темою ІППММ ім. Я.С. Підстригача НАН України (ВБ-15-18-21/479) за рахунок коштів бюджетної програми «Підтримка розвитку пріоритетних напрямів наукових досліджень» (КПКВК 6541230).

М. Й. Юзв'як, Ю.В. Токовий

ВИКОРИСТАННЯ ФУНКЦІЙ ВІГАКА В ЗАДАЧАХ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ ТА ТЕРМОПРУЖНОСТІ

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С.Підстригача НАНУ,
вул. Наукова, 3Б, 79060, Львів, Україна; yuzvyaky@ukr.net, tokovyy@iapmm.lviv.ua

Лінійна теорія пружності становить основу для розрахунків напруженого стану і міцності елементів конструкцій сучасної техніки. В її рамках отримано вихідні рівняння і співвідношення математичних моделей для опису пружної поведінки деформівних твердих тіл, розробляються методи і алгоритми розрахунку напружень, деформацій і переміщень. Окремі методи мають потенціал успішного розвитку для розрахунків складніших фізичних моделей деформівного твердого тіла, зокрема для нелінійних залежностей між деформаціями і напруженнями.

Серед широкого класу задач теорії пружності та термопружності особливу увагу привертають задачі для обмежених тіл з кутовими точками, наприклад, прямокутних областей, кругових та кільцевих секторів, скінченних циліндрів, паралелепіпедів. Основана складність побудови аналітичних розв'язків таких задач полягає в одночасному задоволенні всіх вихідних рівнянь та повного набору межових умов, заданих на всіх гранях досліджуваного тіла.

У доповіді розглядається узагальнення методу безпосереднього інтегрування, запропонованого професором Василем Михайловичем Вігаком [1]. Суть узагальнення полягає у вираженні шуканих компонент тензора напружень через визначальні функції (одну – у випадку двовимірних формулювань та три – у просторовому випадку). На основі таких виразів задані межові умови для різних компонент тензора напружень еквівалентно замінюються на інтегральні умови для введених функцій, а вихідні рівняння суцільності зводяться до ключових інтегро-диференціальних рівнянь для їх визначення [2]. Крім того, отримуються інтегральні умови рівноваги для заданих зовнішніх навантажень та умови погодження в кутових точках для дотичних зусиль. Уведені визначальні функції названо функціями Вігака на честь засновника методу безпосереднього інтегрування.

Так у випадку плоскої задачі термопружності для прямокутної області $D_R = \{(x,y) \in [-a_x, a_x] \times [-a_y, a_y]\}$ шукані компоненти тензора напружень подаються через функцію Вігака $\mathcal{V}_R$ наступним чином:

$$\sigma_{xx} = \frac{1}{2}\int_{-a_x}^{a_x} \mathcal{V}_R |x-\xi| d\xi, \quad \sigma_{yy} = \frac{1}{2}\int_{-a_y}^{a_y} \mathcal{V}_R |y-\eta| d\eta,$$
$$\sigma_{xy} = -\frac{1}{4}\int_{-a_x}^{a_x}\int_{-a_y}^{a_y} \mathcal{V}_R \operatorname{sgn}(y-\eta)\operatorname{sgn}(x-\xi) d\eta d\xi, \tag{1}$$

а вісім однорідних межових умов, заданих для різних компонент тензора напружень, еквівалентно замінюються на чотири інтегральні умови для функції $\mathcal{V}_R$:

$$\int_{-a_x}^{a_x} \mathcal{V}_R dx = \int_{-a_x}^{a_x} x\mathcal{V}_R dx = \int_{-a_y}^{a_y} \mathcal{V}_R dy = \int_{-a_y}^{a_y} y\mathcal{V}_R dy = 0, \tag{2}$$

яку знаходять із ключового інтегро-диференціального рівняння суцільності

$$2\mathcal{V}_R + \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\int_{-a_y}^{a_y} \mathcal{V}_R |y-\eta| d\eta + \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\int_{-a_x}^{a_x} \mathcal{V}_R |x-\xi| d\xi = -E\alpha_T\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right). \tag{3}$$

Тут E – модуль пружності, α_T – коефіцієнт лінійного температурного розширення, T – стаціонарне температурне поле.

Запропоновано аналітично-числовий метод розв'язування задачі (2), (3), що дає змогу знайдений розв'язок подати у вигляді тригонометричних рядів, коефіцієнти яких записуються в явному вигляді [3, 4].

Використання методу додаткових деформацій дає змогу поширити запропонований підхід для знаходження напружено-деформованого стану тіл у залежностей фізико-механічних властивостей матеріалу від температури чи просторових координат, з урахуванням пластичного деформування чи наявності початкових залишкових напружень. Формули (1), (2) залишаються справедливими для довільної моделі деформівного твердого тіла, оскільки отримані на основі інтегрування лише рівнянь рівноваги, а ключове інтегро-диференціальне суцільності (3) матиме вигляд

$$2\mathcal{V}_R + \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\int_{-a_y}^{a_y}\mathcal{V}_R\left|y-\eta\right|d\eta + \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\int_{-a_x}^{a_x}\mathcal{V}_R\left|x-\xi\right|d\xi = -E_0\left(\frac{\partial^2\varepsilon_{xx}^0}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\varepsilon_{yy}^0}{\partial x^2}-2\frac{\partial^2\varepsilon_{xy}^0}{\partial x\,\partial y}\right).$$

ε_{ij}^0 – додаткові деформації, E_0 – стале відлікове значення модуля Юнга.

Отримані числові результати для окремих випадків теплового та силового навантажень для розглядуваних обмежених тіл.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: пружність, термопружність, метод безпосереднього інтегрування, інтегро-диференціальні рівняння, функції Вігака, додаткові деформації.

1. Вігак В.М. Прямий метод інтегрування рівнянь плоских задач пружності та термопружності // Доповіді НАН України. 1998. № 12. С. 62–67.
2. Kushnir R. M., Tokovyi Y. V., Yuzvyak M. Y., Yasinskyi A. V. Reduction of the two-dimensional thermoelasticity problems for solids with corner points to key integrodifferential equations // Ukr. Math. Journal. 2022. Vol. 73. No. 10. P. 1566–1569.
3. Yuzvyak M., Tokovyy Y., Yasinskyy A. Axisymmetric thermal stresses in an elastic hollow cylinder of finite length // J. Thermal Stresses. 2020. Vol. 44, No. 3. P. 359−376.
4. Yuzvyak M., Tokovyy Y. Thermal stresses in an elastic parallelepiped // J. Thermal Stresses. 2022. Vol. 45, No. 12. P. 1009−1028.

M.Y. Yuzvyak, Y.V. Tokovyy

APPLICATIONS OF VIHAK'S FUCTIONS IN THE ELASTICITY AND THERMOELASTICITY PROBLEMS

Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics National Academy of Sciences of Ukraine, L'viv,

This work addresses to the generalization of the direct integration method with concern to the two- and three-dimensional elasticity and thermoelasticity problems for finite domains with corner points. An analytical-numerical method is proposed for solving the governing integro-differential equations with integral conditions for newly introduced Vihak's functions. The method was extended towards the nonlinear constitutive equations within the framework of the method of additional strains.

**Г.М. Никифорчин, О.І. Звірко, О.Т. Цирульник,
О.І. Венгринюк, М.І. Греділь, Г.В. Кречковська, І.О. Цибайло**

ОЦІЮВАННЯ ВОДНЕВОЇ КРИХКОСТІ СТАЛЕЙ ГАЗОПРОВОДІВ З ВИКОРИСТАННЯМ ПІДХОДІВ МЕХАНІКИ РУЙНУВАННЯ

*Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка Національної академії наук України,
вул. Наукова, 5 м. Львів, 79060, Україна; e-mail: hnykyforchyn@gmail.com*

Транспортування газоподібного водню існуючою мережею газопроводів складає важливу ланку в енергетичній безпеці України [1]. Разом з тим постає питання можливої втрати роботоздатності газопроводів через окрихчувальний вплив водню на метал стінки труби [3, 5]. Такий вплив з боку її внутрішньої поверхні може бути результатом як електрохімічного наводнювання через наявність у газі вологи, так і наводнювання за дії транспортованого водню.

Зазначимо, що інтенсивність наводнювання металу вища за прикладання до нього напружень [4], тому важливо проводити експерименти на зразках під напруженням. Крім того, слід враховувати, що зразку зі стоншеною робочою частиною буде властиве рівномірніше наводнювання, тобто менший градієнт концентрації водню по товщині зразка. На рисунку приведено креслення циліндричного зразка на розтяг з діаметром робочої частини всього 3 мм. Такі зразки малого діаметра робочої частини дають можливість після їх тривалої експозиції у водні визначити окрихчувальний вплив сумісної дії тривалого статичного навантаження та наводнювання. Кілька зразків послідовно з'єднують муфтами і їх кріплять під навантаженням у спеціальній видовженій камері, яку наповнюють газоподібним воднем. Одночасна для серії зразків процедура наводнювання за однакових напружень мінімізує розкид експериментальних даних.

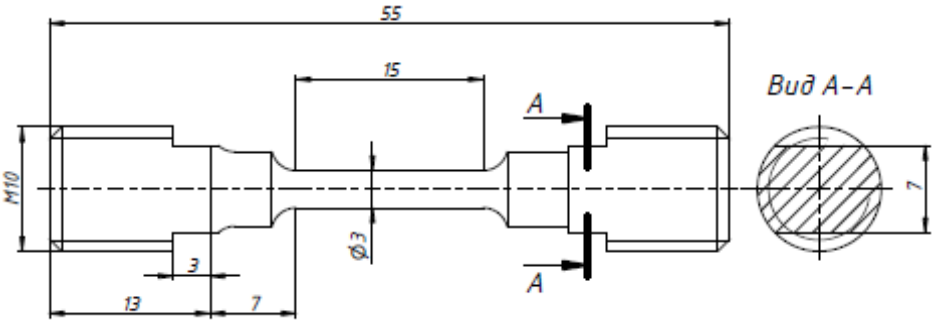


Рис.1.

Ризик втрати цілісності трубопроводів посилюється за умови експлуатаційної деградації сталей, яка проявляється, як правило, їх окрихченням [2, 7]. Такі висновки підтверджуються і мікрофрактографічним аналізом зразків на розтяг, який демонструє окрихчувальний вплив і тривалої експлуатації, і наводнювання сталі за дії транспортованого середовища з боку внутрішньої поверхні труби [2].

Зазначені закономірності окрихчення металу стінки труби актуалізують використання підходів механіки руйнування для оцінювання стану трубних сталей. Насамперед, це в'язкість руйнування (статична тріщиностійкість), яка не тільки характеризує утримувальну здатність елемента конструкції з тріщиною, але і слугує у першому наближенні умовою переходу від субкритичного до неконтрольованого росту тріщини.

Підвищена пластичність трубних сталей та порівняно невелика товщина стінки труби робить проблемним використання підходів механіки руйнування, тому перспективніші підходи нелінійної механіки руйнування. У даній праці використано експериментальний метод *J*-інтеграла [6], за якого критичне значення *J* визначається за приростом попередньо вирощеної тріщини 0,02 мм. Запропоновано використовувати балкові зразки з односторонньою тріщиною, які навантажують трьохточковим згином. Приріст тріщини оцінювали на зламі зразка після теплового відтінювання.

Процедура визначення рівня *J* передбачає реєстрацію діаграми навантаження – прогин зразка. Зазвичай такій діаграмі властиве значне відхилення від лінійності. Водночас окрихчувальний вплив водню трансформує такі діаграми у бік зменшення такого відхилення для заданого приросту тріщини під активним статичним навантаженням.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: трубні сталі, транспортування водню, експериментальні методики, водневе окрихчення, в'язкість руйнування.

Дослідження проведені завдяки грантовій підтримці проєкту № 2022.01/0099 Національним фондом досліджень України.

1. Рішення РНБО України від 30 липня 2021 р. «Про заходи з нейтралізації загроз в енергетичній сфері»; https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/n0056525-21#Text.
2. Assessment of Operational Degradation of Pipeline Steels / Nykyforchyn H., Zvirko O., Dzioba I., et al. // Materials. – 2021. – **14**, N 12:3247.
3. Dadfarnia M., Sofronis P., Brouwer J., Sosa S. Assessment of resistance to fatigue crack growth of natural gas line pipe steels carrying gas mixed with hydrogen // Int. J. Hydrogen Energy. – 2019. – **44**, N 21. – P. 10808–10822.
4. Effect of tensile stress on the hydrogen adsorption of X70 pipeline steel / Z. Xu, P. Zhang, B. Zhang, et al. // Int. J. Hydrogen Energy. – 2022. – **47**, N 50. – P. 21582–21595.
5. Pipeline durability and integrity issues at hydrogen transport via natural gas distribution network / H. Nykyforchyn, L. Unigovskyi, O. Zvirko, et al. // Procedia Struct. Integr. – 2021. – **33**. – P. 646–651.
6. Standard Test Method for J-Integral Characterization of Fracture Toughness. ASTM. E 813 / In: Annual Book of ASTM Standards. – Vol. 03.01. – P. 713–727.
7. Zvirko O. I. In-service degradation of structural steels (A Survey) // Mater. Sci. – 2022. – **57**, N 3. – P. 319–330.

H.M. Nykyforchyn, O.I. Zvirko, O.T. Tsyrulnyk, O.I. Venhryniuk,
M.I. Hredil, H.V. Krechkovska, I.O. Tsybailo

ASSESSMENT OF HYDROGEN EMBEITTLEMENT OF GAS PIPELINE STEELS USING FRACTURE MECHANICS APPROACHES

Karpenko Physico-Mechanical Institute of the National Academy of Sciences of Ukraine,
5, Naukova St., Lviv 79060, Ukraine; e-mail: hnykyforchyn@gmail.com

The methods of hydrogen embrittlement assessment of steels under hydrogen transportation through the existing network of gas pipelines are considered. Among them, the usage of the J-integral method to determine the effect of hydrogen on the fracture toughness of steels is especially promising. The features of the experimental implementation of the method are described, with an emphasis on the analysis of the effect of hydrogen on the character of load diagrams in the plastic deformation region.

О.Р. Гачкевич, Р.Ф. Терлецький, О.Б. Гуменчук

МОДЕЛІ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕПЛОВОГО ТА НАПРУЖЕНОГО СТАНІВ ТІЛ З ПОКРИТТЯМИ ЗА ВРАХУВАННЯ ТЕПЛООБМІНУ ВИПРОМІНЮВАННЯМ

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАНУ,
вул. Наукова 3б, 79060, Львів, Україна; e-mail: dept13@iapmm.lviv.ua

В приладобудуванні, електронній, космічній, авіаційній та інших галузях техніки широко застосовуються шаруваті конструкційні елементи, які отримують, зокрема, шляхом нанесення на основу зміцнюючих, захисних чи іншого функціонального призначення покрить на основі металів. Оскільки зміцнення чи модифікація поверхневого шару дозволяє попередити зародження в них деформаційних дефектів і подальше руйнування (зношування), то формування на поверхні захисних покрить є перспективним шляхом для створення високоміцних і зносостійких матеріалів, що володіють підвищеними фізико-механічними властивостями і стійкістю до руйнування в процесі фрикційної взаємодії та працюють в складних експлуатаційних умовах.

В процесі виготовлення чи експлуатації такі шаруваті елементи конструкцій і приладів можуть перебувати за умов теплового опромінення чи високих температур. Тому актуальним є розвиток теоретичних досліджень, направлених на вивчення термомеханічної поведінки шаруватих елементів конструкцій (зокрема, з покриттями) за умов інтенсивного теплового навантаження при терті, дії електромагнітного випромінювання світлового діапазону (зокрема, теплового) та теплообміну при високих температурах. Для таких досліджень необхідний розвиток модельних уявлень про процес деформування шаруватих тіл з врахуванням фізичних процесів поширення випромінювання і тепла, а також розробка конкретних моделей термомеханіки.

Вплив теплового випромінюванням в шаруватих тілах зі складниками з різними радіаційними властивостями, зокрема різної прозорості, проявляється на поверхнях, в частково прозорих областях і межах контакту складників. Він визначається особливостями поширення та поглинання як зовнішнього теплового випромінювання, так і випроміненого в тілі власного, оскільки нагріте тіло саме є джерелом випромінювання. Поглинання та випромінення теплової енергії складниками залежно від їх прозорості має поверхневий чи об'ємний характер, а процеси теплообміну випромінюванням можуть суттєво впливати на тепловий стан шаруватого тіла.

В якості прикладу з використанням математичних моделей термомеханіки шаруватих пластин [2–5] та одновимірної моделі суцільного фрикційного контакту [1] здійснено постановку задачі про дослідження теплового і напруженого станів тіл з покриттями при сухому терті. Отримані вихідні співвідношення для системи нескінченних плоскопаралельних шарів, що складається з рухомого шару до якого прикладено притискуюче розподілене навантаження та контактуючого з ним шару (підложки), на який нанесено покриття. Система в цілому знаходиться в умовах конвективно-променевого теплообміну з зовнішнім середовищем. При дослідженні напруженого стану в розглядуваній тришаровій системі для оцінювання впливу нагріву при терті і притискаючого зусилля компоненти тензора напружень у шарах подано у вигляді суми складників зумовлених відповідно нагрівом та силовим навантаженням. Розроблено числову методику розв'язування сформульованих нелінійних контактно-крайових задач теплопровідності і д*осліджено температуру та* напружений стан *в системі залежно від величини* притискаючого навантаження *та швидкості тертя.* Встановлено, що врахування теплообміну випромінюванням суттєве при оцінці теплового і напруженого станів, а нехтування його впливом приводить до завищення рівнів температур і теплових напружень. Зона стискальних напружень розташована в підложці і покритті, а розтягувальних в рухомому шарі. На поверхнях контакту мають місце стрибки напружень. За розглянутих товщин шарів і умов їх закріплення температура та напруження зростають зі збільшенням швидкості тертя. Визначальними при оцінці напруженого стану є теплові напруження.

Вважаючи покриття тонким проміжковим шаром (прошарком) дослідження теплової поведінки тришарової системи зведено до дослідження двошарової, а вплив покриття враховано узагальненими контактними умовами. При цьому напружений стан в приповерхневих областях шарів, спричинений нагріванням під час тертя, можна оцінити за отриманими наближеними співвідношеннями, які враховують приведені характеристики на згин і розтяг проміжкового шару (покриття).

Також отримано вихідні співвідношення для визначення температури і напружень в двошаровій пластині (шар з покриттям) для задачі технологічної термообробки з допомогою теплового випромінювання. При цьому отримано узагальнені граничні умови (умови теплообміну через покриття) та наближені вирази для теплових напружень, що враховують приведені характеристики на згин і розтяг покриття.

Отримані наближені співвідношення для визначення температури та напружень дають можливість використати для опису теплопереносу і теплового напруженого стану в три- чи двошаровій пластині, що містить покриття, модель дво- чи одношарової пластини за ускладнених теплових контактних чи граничних умов.

Дана робота виконана за темою ІППММ ім. Я.С. Підстригача НАН України (ВБ-15-18-21/479) за рахунок коштів бюджетної програми «Підтримка розвитку пріоритетних напрямів наукових досліджень» (КПКВК 6541230).

1. *Амосов А. П.* Теплофизические модели трения инертных и взрывчатых материалов. – М.: Машиностроение, 2011. – 363с.
2. *Гачкевич О., Терлецький Р., Турій О.* Моделі радіаційної термомеханіки опромінюваних шаруватих тіл // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. – 2014. – Вип. 8. – С. 26-40.
3. *Гачкевич О., Терлецький Р., Турій О.* Моделювання термомеханічної поведінки опромінюваних шаруватих тіл // Вісник Київського національного ун-ту ім.Т. Шевченка «Фізико-математичні науки». Вип. № 5, 2015. – С. 59-64.
4. *Терлецький Р., Турій О.* Моделювання та дослідження теплопереносу у пластинах з тонкими покриттями за врахування впливу випромінювання // Мат. методи та фіз.-мех. поля, 2012. – **55**, № 2. – С. 186-201. Те саме: *Terlets'kyi, R.; Turii, O.* Modeling and investigation of heat transfer in plates with thin coatings with regard for the influence of radiation. J. Math. Sci., **192**, No. 6, 703–722 (2013).
5. *Hachkevych O., Terlets'kyi R., Turii O.* The formulation and development of methods of solving thermomechanics problems for irradiated layered solids. Mathematical Modeling and Computing, **4**, No. 1, 21-36 (2017).

М.В. Марчук [1,2] , В.С. Пакош [1,2] , В.М. Харченко [3] , М.М. Хом'як [1,4]

НОВИЙ СТРУКТУРНИЙ ПІДХІД ДО УСЕРЕДНЕННЯ ЕФЕКТИВНИХ ТЕРМОПРУЖНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ШАРУВАТИХ КОМПОЗИТІВ

[1] *Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАНУ, вул. Наукова, 3-б, 79060, Львів, Україна;*
[2] *Національний університет «Львівська політехніка», вул. Ст. Бандери, 12, Львів, 79013, Україна;*
[3] *Державне підприємство «Конструкторське бюро «Південне» ім. М. К. Янгеля», вул. Криворізька, 3, м. Дніпро, 49008, Україна;*
[4] *Львівський національний університет імені Івана Франка, вул. Грушевського, 4, м. Львів, 79005, Україна; e-mail: mv_marchuk@ukr.net*

Композиційні матеріали (КМ) мають широке застосування в сучасній промисловості й техніці, зокрема, в авіа- та ракетобудуванні. На відміну від традиційних конструктивних матеріалів, КМ раціонально поєднують свої переваги (відношення маси до жорсткості й міцності, технологічні особливості виготовлення, низьке температурне розширення) з проблемно-орієнтованими вимогами як на етапах проєктування, так і експлуатації. Одним з ефективних способів реалізації функціональних особливостей КМ є формування шаруватої структури, де окремі складники відповідають за бажаний діапазон властивостей, що для структури в цілому забезпечує необхідні інженерні рішення. Різноманітні способи укладки таких шарів створюють для структури в цілому нові властивості, які можуть значно відрізнятися від властивостей складників.

Термомеханічні властивості шаруватих КМ є важливими для визначення напружено-деформованого стану елементів конструкцій із них, прогнозування міцності та поведінки до руйнування за дії термосилових навантажень. На даний час відома значна кількість підходів до визначення ефективних (приведених до одношарової моделі) властивостей шаруватих композитів, але всі вони не мають універсального характеру та потребують уточнення для кожного конкретного шаруватого КМ.

В межах відомого структурного підходу до визначення ефективних модулів крім врахування пружних характеристик окремих шарів, орієнтації армування та їхнього дискретного розташування у пакеті використовують два способи: усереднення жорсткостей (підхід Фойгта) або усереднення податливостей (підхід Реусса), на основі середніх арифметичного або геометричного (рис. 1).

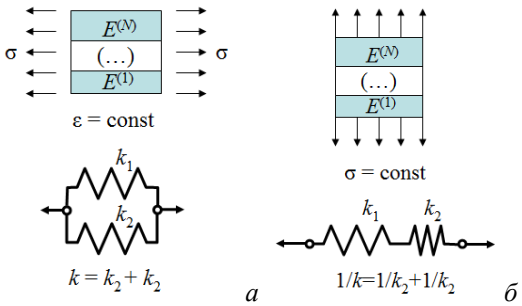


Рис. 1. Пряма (а) й обернена (б) схема усереднення пружних модулів пакету шарів.

У даному дослідженні запропоновано достатньо простий і практичний структурний підхід для визначення ефективних термопружних модулів шаруватого композиту на основі класичної теорії шаруватих КМ, який враховує відмінності деформування відносно жорстких і м'яких шарів, з урахуванням їхньої товщини і розміщення в пакеті. Новий підхід стосується як для шарів з одного однонаправлено армованого КМ, орієнтованого в різних напрямках для різних шарів, так і для гібридних КМ, складених з різних матеріалів.

На відміну від класичної теорії пластин (КТП), реальні розподіли деформацій за товщиною для товстих і помірно товстих пластин можуть суттєво відрізнятися від лінійних, що продемонстровано для типових пакетів у рамках лінійної теорії пружності з використанням методу скінченних елементів (МСЕ).

На основі сформульованих гіпотез щодо розподілу деформацій і напружень за товщиною запропоновано нове правило усереднення, що базується на окремій класифікації внесків деформацій та напружень для жорсткіших або податливіших шарів, окремо для кожного з напрямків x або y.

Для шарів сімейства S_1, що мають переважаючу жорсткість армування в напрямку x, приймемо гіпотезу про спільний, усереднений лінійний розподіл деформацій за товщиною

$$e_{xx}^{(i)} = \bar{\varepsilon}_x^0 + z\bar{\kappa}_x, \; z_{i-1} \le z \le z_i, \; i \in S_1. \tag{1}$$

Для цих шарів характерний низький рівень напружень $\sigma_{yy}^{(i)}$, тому усереднюємо їх таким чином:

$$\sigma_{yy}^{(i)} = \overline{\sigma}_y^0 + z\overline{\sigma}_y^1, \; z_{i-1} \le z \le z_i, \; i \in S_1 . \tag{2}$$

Аналогічно для нормальних компонент деформацій та напружень у напрямку y, а для зсувних компонент використовуємо незалежну класифікацію шарів по жорсткості на три підмножини, залежно від напрямків 0°, 90° (об'єднано) та ±45° (рис. 2).

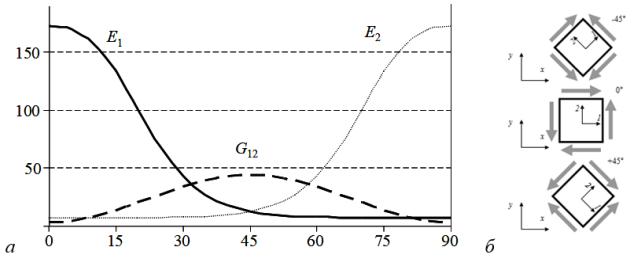


Рис. 2. а – залежність модулів Юнга і модуля зсуву від кута армування (на прикладі тестового матеріалу); *б* – схема визначення знаків проєкції дотичних деформацій (напружень) при плоскому повороті на ±45° в глобальній системі координат (x, y).

Техніка усереднення описана для всіх компонент деформацій і напружень. Подібно до КТП, отримано матричне визначальне співвідношення між зусиллями-моментами та усередненими деформаціями-кривинами:

$$\begin{bmatrix} \{\mathbf{N}\} \\ \{\mathbf{M}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\widetilde{\mathbf{A}}] & [\widetilde{\mathbf{B}}_1] \\ [\widetilde{\mathbf{B}}_2] & [\widetilde{\mathbf{D}}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\boldsymbol{\varepsilon}_0\} \\ \{\boldsymbol{\kappa}\} \end{bmatrix} - \lfloor \boldsymbol{\beta}_{[6x2]} \rfloor \begin{bmatrix} T_0 \\ \Delta T_1 \end{bmatrix}.$$

Матриці жорсткості ламінованого композиту розраховуємо з використанням як арифметичного (прямого), так і геометричного (зворотного) правил усереднення. В результаті загальна ефективна жорсткість КМ, як система плоских шарів, буде дещо зменшена, а отже занижені прогини пластини, що характерно для КТП. Це узгоджується з відомими результатами, отриманими за просторовою теорією пружності.

Запропонований підхід може бути імплементований у програми для інженерних розрахунків, зокрема із застосуванням МСЕ.

М.Г. Гачкевич, О.Б. Гуменчук, Р.Ф. Терлецький

ОПТИМІЗАЦІЯ НАГРІВУ ЧАСТКОВО ПРОЗОРИХ ТІЛ ЗА СТОРОННЬОГО ТЕПЛОВОГО ОПРОМІНЕННЯ

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАНУ, вул. Наукова, 3б, 79060, Львів, Україна; e-mail: dept13@iapmm.lviv.ua

Широке застосування елементів конструкцій з частково прозорих для випромінювання матеріалів, їх опромінення при виготовленні чи експлуатації спричиняють необхідність в ефективних методиках дослідження термомеханічних і радіаційних процесів в тілах з таких матеріалів з метою прогнозування функціональних та міцнісних параметрів. Внаслідок поглинання енергії випромінювання в елементах конструкцій мають місце взаємозв'язані теплові та механічні процеси [1,5,9,10]. Частково прозорі матеріали в переважній більшості належать до крихких (для яких залежність між напруженнями та деформаціями практично до руйнування визначається за законом Гука). При відносно невеликих інтенсивностях зовнішнього опромінення напруження, що виникають, можуть перевищувати допустимі та суттєво впливати на міцнісні та функціональні параметри конкретних елементів та виробів в цілому. Оптимізація термомеханічної поведінки таких тіл при їх термообробці дає змогу зменшити як рівень максимальних напружень, так і енергозатрати, час нагріву та вплинути на інші параметри технологічних процесів [4,6,12].

В роботі запропоновано модель опису термомеханічних процесів в пружному частково прозорому тілі за сторонніх впливів (теплове опромінення, конвективний теплообмін і т.п.) та різні підходи до їх оптимізації. Такі підходи є розвитком існуючих в напрямку застосування до ширшого класу оптимізаційних задач (узагальнення критеріїв оптимізації, обмежень на параметри термомеханічних процесів, розширення модельних представлень шляхом збільшення досліджуваних процесів та явищ і т.п.) [3,4,6].

В основу опису термомеханічної поведінки такого тіла за теплового опромінення в умовах теплообміну із зовнішнім середовищем, зокрема, конвективного, покладено співвідношення феноменологічної теорії випромінювання в наближенні невипромінюючого матеріалу та квазістатичної термопружності [7,8]. Термопружний стан тіла пов'язано з об'ємними джерелами тепла, що виникають внаслідок поглинання матеріалом енергії випромінювання, а пондеромоторними силами дії випромінювання нехтуємо внаслідок їх малості [5]. Теплофізичні характеристики тіла прийнято незалежними від температури та рівними середнім значенням на проміжку нагрівання. Максимальна температура нагрівання є значно меншою від температури випромінювача, а поверхні, що приймають участь в теплообміні випромінюванням, – дифузні. За таких допущень поле випромінювання та термонапружений стан тіла визначаються поетапно з наступних відповідних прямих задач: теорії випромінювання, у якій вихідним для знаходження спектральної інтенсивності випромінювання та відповідних їй тепловиділень в області тіла є рівняння переносу в наближенні невипромінюючого та нерозсіюючого матеріалу; теплопровідності, в якій тепловиділення використано як питому потужність неперервно розподілених теплових джерел; квазістатичної термопружності, з якої за відомого температурного поля знаходимо параметри спричиненого ним напружено-деформованого стану [5].

Розроблено методику розв'язування сформульованих прямих задач математичної фізики за використання методів квадратур (для визначення із системи інтегральних рівнянь спектральних густин потоків енергії ефективного випромінювання), Гауса та прогонки для розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь, чисельного інтегрування Сімпсона, скінченних різниць та інших [2].

При постановці відповідних оптимізаційних задач (знаходження оптимальних режимів нагріву елементів конструкцій чи умов їх експлуатації) сформульовано ряд критеріїв оптимальності, що узагальнюють чи доповнюють існуючі [3,4]. З їх використанням для різних систем обмежень та функцій керування зроблено постановки ряду задач оптимізації нагріву частково прозорих пружних тіл за стороннього теплового опромінення. Розроблено методику розв'язування таких задач з використанням методів проекції градієнту (субградієнту), ярів, локальних варіацій та інших [11].

Як приклад, визначено оптимальний режим нагріву порожнистої кулі, що зазнає дії зовнішнього радіаційного та силового навантаження в умовах конвективного теплообміну із зовнішнім середовищем. Джерелом випромінювання є нагріта концентрична до зовнішньої основи сферична поверхня. Порожнина кулі газонаповнена і герметизована, що є фактором додаткового тиску внаслідок нагріву газу. За критерій оптимальності прийнято сумарне за час нагріву абсолютне значення потоку тепла через зовнішню поверхню (яким мінімізуємо кількість теплової енергії, що виходить з тіла). За функцію керування вибрано температуру зовнішнього середовища. Обмеження на температуру, напруження, функцію керування та відповідні швидкості її зміни задано областями допустимої зміни. За мету нагріву вибрано умову досягнення на зовнішній поверхні кулі в кінцевий момент часу заданої температури. В результаті отримано часові залежності функції керування, що забезпечують мету за мінімуму критерію

оптимальності в рамках системи обмежень.

Дана робота виконана за темою ІППММ ім. Я.С. Підстригача НАН України (ВБ-15-18-21/479) за рахунок коштів бюджетної програми «Підтримка розвитку пріоритетних напрямів наукових досліджень» (КПКВК 6541230).

3. *Бурак Я.Й., Гачкевич О.Р., Терлецький Р.Ф.* Термомеханіка тіл низької електропровідності при дії електромагнітного випромінювання інфрачервоного діапазону частот//Доповіді АН УРСР. Сер.А. - 1990. - № 6. - с. 39-43.
4. *Волков Е.А.* Численные методы. - М.: Наука, 1982.- 256 с.
5. *Гачкевич М., Гуменчук О., Чорний Б.* Методика оптимізації режимів нагрівання конвективним способом і джерелами тепла кусково-однорідних оболонок обертання // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-мат. – 2000. – Вип. 57. – С. 48-51.
6. *Гачкевич О.Р., Гачкевич М.Г., Будз С.Ф.* Оптимізація за напруженим станом режимів нагріву скляних кусково-однорідних оболонок. – Львів: ІППММ ім. Я.С. Підстригача, 2014. – 334 с.
7. *Гачкевич А.Р.* Термомеханика электропроводных тел при воздействии квазиустановившихся электромагнитных полей. – К.: Наук. думка, 1992. – 192 с.
8. *Григолюк Э.И., Подстригач Я.С., Бурак Я.И.* Оптимизация нагрева оболочек и пластин. – К.: Наук. думка, 1979. – 364 с.
9. *Зигель Р., Хауэл Дж.* Теплообмен излучением. - М.: Мир, 1975. - 935с.
10. *Коваленко А.Д.* Термоупругость. - К.: Вища школа, 1975. - 216 с.
11. Моделювання та оптимізація в термомеханіці електропровідних неоднорідних тіл / Під заг. ред. *Я.Й. Бурака, Р.М. Кушніра*. Т. 1: Термомеханіка багатокомпонентних тіл низької електропровідності / *Я.Й. Бурак, О.Р. Гачкевич, Р.Ф. Терлецький*. – Львів: СПОЛОМ, 2006. – 300 с.
12. Моделювання та оптимізація в термомеханіці електропровідних неоднорідних тіл / Під заг. ред. *Я.Й. Бурака, Р.М. Кушніра*. Т. 2: Механотермодифузія в частково прозорих тілах / *О.Р. Гачкевич, Р.Ф. Терлецький, Т.Л. Курницький*. – Львів: СПОЛОМ, 2007. – 184 с.
13. *Реклейтис Г., Рейвиндран А., Рэгсдел К.* Оптимизация в технике: В 2-х кн. Кн. 1. Пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – 352 с.
14. Manufacturing processes. Actual problems – 2020. – Vol. II. Modelling and optimization of manufacturing processes. – Studia i monografie. – Z. 547 / Pod red. nauk.: *O. Hachkevych, A. Stanik-Besler, T. Wołczański*. – Opole: Oficyna Wydawnicza Politechniki Opolskiej, 2020. – 194 p.

М.В. Марчук[1,2], В.С. Пакош[1,2], М.М. Хом'як[1,3]

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ДЕЯКИХ СХЕМ МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ЗА ЗГИНУ ПЛАСТИН ІЗ АРМОВАНИХ КОМПОЗИТІВ НА ПОЛІМЕРНІЙ ОСНОВІ

[1] *Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАНУ, вул. Наукова, 3-б, 79060, Львів, Україна;*
[2] *Національний університет «Львівська політехніка», вул. Ст. Бандери, 12, Львів, 79013, Україна;*
[3] *Львівський національний університет імені Івана Франка, вул. Грушевського, 4, м. Львів, 79005, Україна; e-mail: mv_marchuk@ukr.net*

Найбільш характерними деформівними властивостями армованих композитів на полімерній основі є податливість до трансверсальних зсуву та стиснення [1]. Для розрахунку пластинчастих елементів із таких композитів існує низка теорій на основі моделей, що містять більш розширені припущення щодо характеру напружено-деформованого стану за нормальною до серединної площини координатою [7], ніж класичні гіпотези Кірхгофа-Лява та зсувна модель С.П. Тимошенка [4]. Зокрема, в [3] шляхом апроксимації характеристик напружено-деформованого стану тонкостінного елемента частинними сумами рядів по поліномах Лежандра отримані співвідношення уточненої теорії з диференціальними рівняннями рівноваги чотирнадцятого порядку відносно узагальнених переміщень для двовимірного випадку (прогину, переміщення лицевих поверхонь, переміщення серединної поверхні відносно лицевих поверхонь, тангенціальних переміщень точок серединної поверхні та кутів повороту нормального до деформування елемента до серединної поверхні навколо координатних осей на серединній поверхні). У [2] показано, що у випадку згину пластин-смуг переміщенням точок серединної поверхні можна знехтувати та отримати співвідношення варіанту уточненої теорії пластин мінімального порядку (УТПМП), що враховує явно податливість до трансверсальних зсуву та стиснення. Поля переміщень та деформацій відтворюють лінійний характер розподілу за товщиною, а поперечні нормальні та зсувні напруження включають третій і четвертий порядок поліномів, коефіцієнти при яких підібрані так, що наперед задовольняються крайові умови в напруженнях на лицьових площинах пластини.

Відповідні пружні співвідношення для зусиль і моментів, записані щодо узагальнених переміщень, містять також специфічні для цього підходу внески від поверхневих навантажень. У часткових випадках шарнірного закріплення по верхніх або нижніх ребрах видовжених граней пластини-смуги, що згинається під дією поперечного навантаження, отримано аналітичні розв'язки, які показують важливість урахування тривимірного напруженого стану.

Для вирішення складних практичних задач використовують числові методи, серед яких виділимо метод скінченних елементів (МСЕ) як достатньо універсальний та апробований у багатьох застосуваннях. Однак імплементація двовимірного МСЕ в межах запропонованої уточненої теорії, зважаючи на структуру рівнянь рівноваги та співвідношень пружності, потребує розбиття процесу на простіші кроки: розв'язання тестових задач, аналіз проміжних і кінцевих результатів та апробацію загальної методики побудови схем МСЕ у переміщеннях.

У роботі проведено порівняльний аналіз запропонованої нової та деяких відомих схем МСЕ для УТПМП, а також для лінійної теорії пружності (ЛТП) в задачах згину пластини-смуги за дії рівномірно розподіленого нормального навантаження [5]. У даному випадку маємо дві системи формально незалежних диференціальних рівнянь, кожна четвертого порядку відносно узагальнених переміщень, які описують стан згину та індукований податливістю до стиснення мембранний стан [6].

Побудова схем МСЕ здійснена на основі варіаційного рівняння Лагранжа.

$$\delta\int_{-l}^{l}\{[\mathbf{A}]_B\tilde{\mathbf{u}}_B+([\mathbf{V}]_B^+-[\mathbf{F}]_B^+)\boldsymbol{\sigma}_++([\mathbf{V}]_B^--[\mathbf{F}]_B^-)\boldsymbol{\sigma}_-)\}^{\mathrm{T}}\delta\tilde{\mathbf{u}}_B dx+$$

$$+\int_{-l}^{l}\{[\mathbf{A}]_M\tilde{\mathbf{u}}_M+([\mathbf{V}]_M^+-[\mathbf{F}]_M^+)\boldsymbol{\sigma}_++([\mathbf{V}]_M^--[\mathbf{F}]_M^-)\boldsymbol{\sigma}_-)\}^{\mathrm{T}}\delta\tilde{\mathbf{u}}_M dx=0,$$

де $[\mathbf{A}]_B$, $[\mathbf{A}]_M$ – матриці жорсткості для згинного і мембранного станів; $[\mathbf{F}]_B^{\pm}$, $[\mathbf{F}]_M^{\pm}$ – "класичні" внески заданих поверхневих навантажень, а $[\mathbf{V}]_B^{\pm}$, $[\mathbf{V}]_M^{\pm}$ – внески, характерні для УТПМП. Верхні індекси "±" означають належність до верхньої або нижньої лицьових площин, $\boldsymbol{\sigma}_{\pm}=(\sigma_{zz}(\pm h),\sigma_{xz}(\pm h))^{\mathrm{T}}=(\sigma_{\pm},\tau_{\pm})^{\mathrm{T}}$ – нормальні та дотичні напруження на лицьових поверхнях $z=\pm h$, $\tilde{\mathbf{u}}_B=(\gamma,\gamma',w,w')^{\mathrm{T}}$, $\tilde{\mathbf{u}}_M=(u,u',w_1,w_1')^{\mathrm{T}}$ – шукані узагальнені переміщення та їхні похідні.

За базисні функції при обчисленні матриць жорсткості й векторів навантажень вибрані поліноми Лежандра та відкриті квадратичні й кубічні B-сплайни.

Скінченноелементний підхід в межах ЛТП, що використовується для порівняння, дає змогу будувати структурні сітки, що містять задану кількість шарів елементів за товщиною. На першому етапі порівняльного аналізу досліджено числову збіжність скінченно-елементних розв'язків за використання

одновимірних Лагранжевих апроксимацій та В-сплайнів, а для ЛТП – квадратичних елементів сирендипового типу. Схеми МСЕ з використанням В-сплайнів мають перевагу, особливо в крайових зонах і для реконструкції розподілу напружень за товщиною. Далі тестування проводили на задачах для різного виду крайових умов та навантаження.

Досліджено вплив пружних характеристик у поперечному напрямку та тонкостінності на обчислювальну стійкість розглянутих схем МСЕ.

На основі виконаних порівняльних числових експериментів можна зробити загальний висновок щодо ефективності схем МСЕ в межах УТПМП. Вони мають низку переваг порівняно з 2D-моделями та класичними скінченноелементними підходами щодо відображення просторового напружено-деформованого стану.

Дана робота виконана за темою ІППММ ім. Я.С. Підстригача НАН України (ВБ-15-18-21/479) за рахунок коштів бюджетної програми «Підтримка розвитку пріоритетних напрямів наукових досліджень» (КПКВК 6541230).

1. Гузь А.Н., Хорошун Л.П., Ванин Г.А. и др. Механика композитных материалов и элементов конструкций. Том 1: Механика материалов. Киев: Наук. думка, 1982. 368 с.
2. Осадчук В. А., Марчук М. В. Математична модель динамічного деформування податливих до зсуву та стиску композитних пластин // Прикл. проблеми механіки і математики. – 2005. – Вип. 3. – С. 43–50.
3. Пелех Б. Л., Сухорольский М. А. Контактные задачи теории упругих анизотропных оболочек. – Киев: Наук. думка, 1980. – 214 с.
4. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. Москва: Физматгиз. 1963. 635 с.
5. Хом'як М.М. Тестування схем методу скінченних елементів з використанням В-сплайнів для пластини-смуги в рамках гіпотез Кірхгофа-Лява та С.П. Тимошенка // Прикл. проблеми механіки і математики. –2022. – Вип. 20. – С. 61–76.
6. Marchuk M. V., Pakosh V. S. The influence pliability to shear and compression on the deformability uniformly heated of composite plate-strip // Science and Education a New Dimension, Natural and Technical Sciences. – 2015. – III (8), 73. – P. 79–81. http://seanewdim.com.
7. Ugural Ansel C. Plates and Shells:Theory and Analysis. 4th Edition. – Boca Raton: CRC Press, 2017. – 618 p.

Секція 4 : Механіка взаємодіючих фізико-механічних полів в неоднорідних середовищах і елементах конструкцій (Харків)

ЗМІСТ

1. N. Choudhary, V. Gnitko, I. Verushkin, O. Sierikova **COUPLED FINITE AND BOUNDARY ELEMENT METHODS IN ANALYSIS OF FUEL TANKS AND RESERVOIRS WITH DANGEROUS SUBSTANCE UNDER DYFFERENT LOADS**	415
2. О.В. Воропай, П.А. Єгоров, С.І. Поваляєв **ОБЕРНЕНІ ЗАДАЧІ НЕСТАЦІОНАРНОГО ДЕФОРМУВАННЯ ПЛАСТИН ТА ОБОЛОНОК З РЕБРАМИ ЖОРСТКОСТІ**	416
3. О.М. Сєрікова, О.О. Стрельнікова, І. Верушкін, Д.В. Крютченко **ВИЗНАЧЕННЯ ГРАНИЧНИХ УМОВ МОДЕЛІ РЕЗЕРВУАРА ЯК ЖОРСТКОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З ПРУЖНИМ ДНИЩЕМ НА ПРУЖНІЙ ОСНОВІ ВІНКЛЕРА**	418
4. О.М. Сєрікова, О.О. Стрельнікова, І. Верушкін, Д.В. Крютченко **ВИЗНАЧЕННЯ ВЛАСНИХ ФОРМ КОЛИВАНЬ РІДИНИ В РЕЗЕРВУАРАХ З ПРУЖНОЮ ОСНОВОЮ ВІНКЛЕРА**	419
5. Л.В. Курпа, Т.В. Шматко **ЗГИН ТА КОЛИВАННЯ ФУНКЦІОНАЛЬНО-ГРАДІЄНТНИХ ПОРИСТИХ СЕНДВІЧ ПОЛОГИХ ОБОЛОНОК З ОТВОРАМИ ТА ВИРІЗАМИ**	420
6. Л.В. Курпа, Т.В. Шматко, Г.Б. Лінник **ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ ПОРИСТИХ ФУНКЦІОНАЛЬНО-ГРАДІЄНТНИХ СЕНДВІЧ ПЛАСТИН МЕТОДОМ r-ФУНКЦІЙ**	422
7. Я.О. Лебеденко, Ю.В. Міхлін **ДОСЛІДЖЕННЯ РЕЗОНАНСНОЇ ПОВЕДІНКИ СИСТЕМ З ОБМЕЖЕНОЮ ПОТУЖНІСТЮ**	424
8 . V.N. Burlayenko, S.D. Dimitrova **COMPARISON OF ONE-DIMENSIONAL AND THREE-DIMENSIONAL MODELS IN THE VIBRATION ANALYSIS OF AXIALLY FUNCTIONALLY GRADED MATERIAL BEAMS WITH NON-UNIFORM CROSS-SECTIONS**	426
9. N.V. Smetankina **SIMULATION OF THE PROCESS OF A FRAGILE BULLET IMPACT ON A PLATE IN A FRACTAL STATEMENT**	427
10. О.О. Стрельнікова1,2, Н. Чондхарі3, К.Г. Дегтярьов1, В.І. Гнітько1, І.О. Вєрушкін1, Д.В. Крютченко1, І.М. Осипов2 **ЧИСЛОВИЙ МЕТОД РОЗВ'язання ГІПЕРСИНГУЛЯРНИХ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ В кРАЙОВИХ ЗАДАЧАХ гідропружнОСТІ ТА ТЕОРІЇ ТРІЩИН**	428
11. Ю.Е. Сурганова, Ю.В. Міхлін **РЕГУЛЯРНА ТА СКЛАДНА ПОВЕДІНКА МАЯТНИКОВОЇ СИСТЕМИ У МАГНІТНОМУ ПОЛІ**	430

Neelam Choudhary[1], Vasyl Gnitko[2], Ivan Verushkin[2], Olena Sierikova[3]

COUPLED FINITE AND BOUNDARY ELEMENT METHODS IN ANALYSIS OF FUEL TANKS AND RESERVOIRS WITH DANGEROUS SUBSTANCE UNDER DYFFERENT LOADS

[1]*Bennett University,India* [2]*A.Pidhornyi Institute for Mechanical Engineering Problems National Academy of Sciences, Ukraine* [3] *National University of Civil Defence of Ukraine, Kharkiv, Ukraine*

. Fluid-structure interaction problems are in the focus of attention of many researchers since the middle of the last century. But the relevance of such research is only growing. This is caused by the rapid development of modern technologies in rocketry, chemical, naval, nuclear, energy industries, and biomechanics. Particularly topical are the issues of hydrodynamic interaction in estimating the strength and dynamic characteristics of launch vehicle tanks. The creation of each new launch vehicle leads to design of new tanks, which requires their refined strength analysis. Note that the presence of a free surface, a change in the filling level and the level of gravity during mission cause especial difficulties [1]

The paper presents new computational techniques based on coupled finite and boundary element methods for estimating strength and vibration characteristics of fuel tanks. The tanks are considered as elastic shells filled with an ideal and incompressible liquid. At the first stage, an analysis of the static and dynamic stress-strain state is carried out, frequencies and modes of the structure free vibrations are determined. The vibrations of empty and fluid-filled elastic tanks with sloshing effects are considered by usage of the coupled finite and boundary element method [2], and the strength characteristics are obtained by using the finite element method. These studies make it possible to find out unwanted vibration frequencies during transportation, to determine the highest stress concentration zones in the structure elements. Such zones are usually located near the holes, the element boundaries and welds. Then the stress-strain state of the fuel tank elements under cyclic loads has been obtained and studied. Based on the received characteristics, the fatigue analysis of structural elements of fuel tanks under different loadings is accomplished. The number of cycles to failure under the average load is calculated. This number is changed drastically in the presence of small initial defects. But in real materials, there are always various microdefects, which propagation under applied loads can lead to negative consequences. This is especially topical to ensure the safe maintenance and transportation of fuel tanks. The modal defects are placed in the highest stress concentration zones. As a result of cyclic loading, the growth of the fatigue crack-like defect is studied depending on the cycles number. Reliability and accuracy of the proposed approach are ascertained. The same method will be used to assess the possible destruction of tanks with explosive substances under the action of a suddenly applied load due to earthquakes, plane crashes, terrorist acts. The problem became especially topical nowadays during Russian invasion to Ukraine [3]

1. Еселева, Е. В., В. И. Гнитько, Е. А. Стрельникова. Собственные колебания сосудов высокого давления при взаимодействии с жидкостью. Пробл. машиностроения 9.1 (2006): 105-118.
2. Karaiev, A. and Strelnikova E. Singular integrals in axisymmetric problems of elastostatics. International Journal of Modeling, Simulation, and Scientific Computing 11.01 (2020): 2050003 https://doi.org/10.1142/S1793962320500038
3. Sierikova O., Degtyarev K., Strelnikova E. Seismic Loads Influence Treatment on the Liquid Hydrocarbon Storage Tanks Made of Nanocomposite Materials. WSEAS transactions on applied and theoretical mechanics (2022) 17:62-70 DOI: 10.37394/232011.2022.17.9

О.В. Воропай, П.А. Єгоров, С.І. Поваляєв

ОБЕРНЕНІ ЗАДАЧІ НЕСТАЦІОНАРНОГО ДЕФОРМУВАННЯ ПЛАСТИН ТА ОБОЛОНОК З РЕБРАМИ ЖОРСТКОСТІ

Харківський національний автомобільно-дорожній університет,
вул. Ярослава Мудрого, 25, 61002, Харків, Україна; e-mail: voropay.alexey@gmail.com

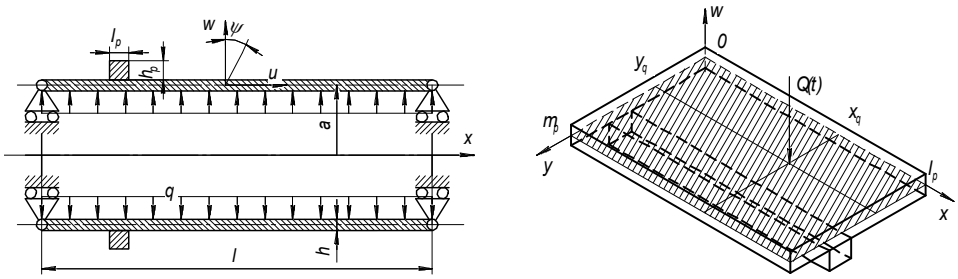
При проектуванні і виготовленні технічних об’єктів актуальною є проблема недостатності інформації щодо діючих на механічні системи навантажень. Особливої ваги проблема набуває при нестаціонарному деформуванні елементів конструкцій. При дослідженні нестаціонарного деформування дуже важливо мати точну вихідну інформацію щодо діючих навантажень, оскільки їх зміна у часі може значно впливати на процес деформування, а отже, і на результати розрахунків. Визначення законів зміни у часі ударних або імпульсних навантажень, що діють на окремі елементи конструкцій, успішно здійснюється в рамках розв’язання обернених нестаціонарних задач механіки деформівного твердого тіла [1].

Розвиток теорії обернених задач механіки деформівного твердого тіла має велике практичне значення. Особливий інтерес представляє розширення області застосування описаної теорії до складніших елементів конструкцій та їх систем. Окремо слід виділити механічні системи, які мають додаткові підкріплення у вигляді ребер жорсткості. Використання ребер жорсткості дозволяє зменшувати товщини основних елементів конструкцій, тим самим знижуючи мас

Метою дослідження є розробка єдиного підходу для аналітико-числового розв’язання обернених задач нестаціонарного деформування підкріплених ребрами жорсткості елементів конструкцій, який дозволяє враховувати вплив додаткових підкріплень на нестаціонарне деформування пластин і оболонок. Суть підходу полягає у розгляді ребра жорсткості як приєднаної балки, яка контактує не по всій поверхні, а в деяких конкретних точках, тобто мається на увазі заміна впливу ребра жорсткості кінцевою системою додаткових незалежних зовнішніх навантажень (закони зміни в часі яких передбачаються невідомими).

Пружне деформування основних об’єктів дослідження – оболонки та пластини, а також ребер жорсткості, моделюється у рамках гіпотез Тимошенко з урахуванням інерції обертання та зсуву [2]. У вихідну модель вводиться система додаткових нестаціонарних зовнішніх сил (реакцій, що моделюють вплив ребра жорсткості). Ці невідомі нестаціонарні навантаження можуть бути визначені з відповідних інтегральних співвідношень шляхом зведення їх до системи інтегральних рівнянь Вольтерра. При цьому вже на етапі аналізу прямої задачі виникає необхідність у застосуванні спеціальних методів через некоректність поставленої задачі.

Завдяки запропонованим припущенням описаний підхід для випадку елемента конструкції у вигляді пластини дозволяє моделювати вплив як прямих, так і косих ребер жорсткості, а також будь-яких додаткових довільних спирань (по дузі кола, тощо). Природно, що при виконанні конкретних розрахунків необхідно шукати компроміс між кількістю невідомих сил (точністю моделі) та часом, що витрачається на розрахунки. Розглядаються задачі з ідентифікації нестаціонарного навантаження, що діє на циліндричну оболонку з концентричними ребрами жорсткості (рис. 1, а) та пластину з лінійними ребрами жорсткості (рис. 1, б) на основі єдиного підходу.



а *б*

Рис.1. Досліджувані механічні системи

Деформування об’єктів дослідження описується системами диференціальних рівнянь у частинних похідних, які розв’язується аналітично за допомогою розкладання шуканих функцій у відповідні ряди Фур’є, і подальшого використання інтегрального перетворення Лапласа. В результаті чого вдається отримати аналітичні вирази для ядер інтегральних рівнянь Вольтерра. В прямій задачі визначаються реакції, що моделюють вплив ребра жорсткості, а потім переміщення або деформації будь-яких точок об’єктів. При розв'язанні оберненої задачі за відомими переміщеннями довільної точки механічної

системи знаходиться силовий вплив, що викликав це переміщення. Наведено аналітичні співвідношення та результати обчислень для конкретних числових параметрів. При отриманні аналітико-числового рішення використовувалися методи математичної фізики, теорія рядів Фур'є, інтегральне перетворення Лапласа, теорія інтегральних рівнянь Вольтерра, теорія некоректних задач математичної фізики (використання регуляризуючого алгоритму А. М. Тихонова), матричне числення.

На базі єдиного підходу отримано розв'язки обернених задач нестаціонарного деформування пластин і оболонок з ребрами жорсткості.

Розроблений підхід дозволяє ефективно ідентифікувати невідоме нестаціонарне навантаження, що є важливим для раціонального проектування надійних конструкцій, що містять підкріплені ребрами жорсткості елементи. Її використання в майбутньому дозволяє також побудувати теоретичну базу для реалізації управління параметрами напружено-деформованого стану таких механічних систем.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: пластина, оболонка, ребро жорсткості, балка Тимошенко, імпульсне навантаження, інтегральні рівняння Вольтерра, обернена задача, ідентифікація.

1. Янютін Є. Г., Воропай О. В., Поваляєв С. І., Янчевський І. В. Ідентифікація навантажень при імпульсному деформуванні тел. Монографія у 2-х частинах. Частина II. Х: ХНАДУ, 2010. 212 с.
2. Timoshenko S. P. Vibration problems in engineering. D. Van Nostrand Company INC., 1937. 497 p.

A.V. Voropay, P.A. Yegorov. S.I. Povaliaiev

INVERSE PROBLEMS OF NON-STATIONARY DEFORMING FOR PLATES AND SHELLS WITH STIFFENING RIBS

Kharkiv National Automobile and Highway University, Yaroslava Mudrogo Str., 25, 61002, Kharkiv, Ukraine; e-mail: voropay.alexey@gmail.com

The non-stationary loading of a mechanical system consisting of plates and shells with stiffening ribs is considered. The stiffening ribs are simulated as beams that contact plates or shells at several points The deformation of the objects is modeled on the basis of Timoshenko's hypotheses. The inverse problem is solved using the theory of Volterra's integral equations. Integral kernels are obtained analytically using the theory of Fourier series and the Laplace integral transformation.

О. М. Сєрікова[1], О. О. Стрельнікова[2], І. Верушкін[2], Д.В. Крютченко [2]

ВИЗНАЧЕННЯ ГРАНИЧНИХ УМОВ МОДЕЛІ РЕЗЕРВУАРА ЯК ЖОРСТКОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З ПРУЖНИМ ДНИЩЕМ НА ПРУЖНІЙ ОСНОВІ ВІНКЛЕРА

[1]НУЦЗУ, м. Харків, [2]ІПМаш ім. А. М. Підгорного НАНУ, м. Харків

Побудуємо модель резервуара як жорсткої циліндричної оболонки радіусу R з пружним днищем на пружній основі Вінклера. Вважаємо, що резервуар частково заповнений ідеальною нестисливою рідиною на висоту H, рис.1. Позначимо як S_0 вільну поверхню рідини, як S_1 – жорстку циліндричну поверхню, S_{bot} – пружну поверхню днища.

Якщо товщина h однорідної пластинки є сталою, то рівняння руху пластинки в циліндричних координатах має вигляд

$$D\Delta\Delta w + \rho_p h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + Kw = q(r,\theta,t). \tag{1}$$

Тут $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ циліндрична жорсткість, ρ_p – густина пластинки, K – модуль Вінклера, $q(r,\theta,t)$ – зовнішня сила, що діє на пластину. Якщо пластина контактує з рідиною, то

$$q(r,\theta,t) = p(r,\theta,t) + q_0(r,\theta,t),$$

де $p(x,y,t)$ – тиск рідини на пластину, $q_0(r,\theta,t)$ – сила, що збурює.

Для знаходження тиску зробимо такі припущення: рідина є ідеальною та нестисливою, а її рух безвихровий. В цих умовах існує потенціал швидкостей $\varphi(x,y,z,t)$, який задовольняє рівнянню Лапласа

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 0. \tag{2}$$

Зв'язок між потенціалом швидкостей та тиском визначається з лінеарізованого інтегралу Коші-Лагранжа [3]

$$p - p_0 = -\rho_l\left[\frac{\partial\varphi}{\partial t} + a_x(t)x + \left(g + a_z(t)\right)\zeta\right],$$

де ρ_l - густина рідини; p_0 – атмосферний тиск, $a_x(t),\ a_z(t)$ – компоненти пришвидшення сили, що збуджує, в горизонтальному та вертикальному напрямках, ζ – функція, що описує положення та рівень підйому вільної поверхні рідини. При цьому

$$a_x(t) = a_h\cos\omega_h t,\ a_z(t) = a_v\cos\omega_v t.$$

Граничні умови для рівняння (1) є такими. На жорсткій циліндричній поверхні S_1 виконується умова непротікання

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right|_{S_1} = 0. \tag{3}$$

На пружному днищі умова непротікання приймає вигляд

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right|_{S_{bot}} = \frac{\partial w}{\partial t}, \tag{4}$$

де w – прогин пластинки, що визначається з рівняння (1) та відповідних граничних умов, що визначаються далі. На вільній поверхні мають виконуватись кінематична та динамічна граничні умови у вигляді

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right|_{S_0} = \frac{\partial\zeta}{\partial t},\ \ p - p_0|_{S_0} = 0. \tag{5}$$

Побудовано модель резервуара як жорсткої циліндричної оболонки радіусу R з пружним днищем на пружній основі Вінклера. Визначено граничні умови моделі резервуара [1].

ЛІТЕРАТУРА

1. Сєрікова О. М., Стрельнікова О. О. Вплив резервуарів для збереження отруйних та легкозаймистих рідин на навколишнє середовище. Сучасні технології у промисловому виробництві: матеріали та програма VII Всеукраїнської науковотехнічної конференції (м. Суми, 21–24 квітня 2020 р.) С. 238-239.

О. М. Сєрікова [1], О. О. Стрельнікова [2], І. Верушкін [2], Д.В. Крютченко [2]

ВИЗНАЧЕННЯ ВЛАСНИХ ФОРМ КОЛИВАНЬ РІДИНИ В РЕЗЕРВУАРАХ З ПРУЖНОЮ ОСНОВОЮ ВІНКЛЕРА

[1]НУЦЗУ, м. Харків, [2]ІПМаш ім. А. М. Підгорного НАНУ, м. Харків

В роботі отримано залежності форм власних коливань круглої пластинки від r у вигляді

$$w_k(r) = J_0(\alpha_k r) - \frac{J_0(\alpha_k R)}{I_0(\alpha_k R)} I_0(\alpha_k r).$$

На рисунку 1 зображені функції, що визначені формулою (9) при $R = 1$ для різних k в залежності від r при m=0.

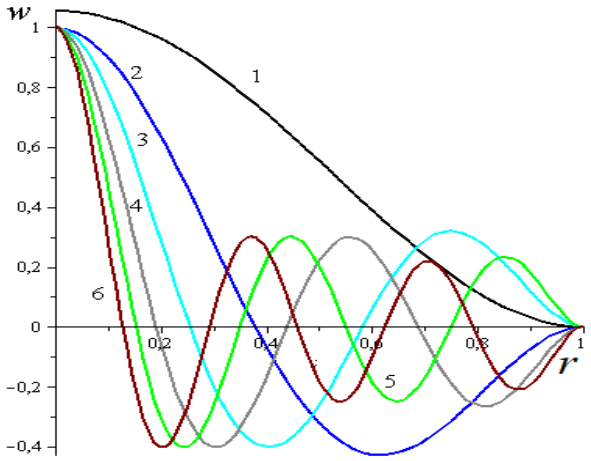


Рисунок 1 Залежності форм коливань від радіальної координати

Цифрами 1-6 тут позначені форми, що відповідають значенням $\lambda_k = \alpha_k$, що наведені в таблиці 1. Перевіркою ортогональності форм власних коливань $w_m(r)$ встановлено, що $(w_k(r), w_l(r)) = c_k \delta_{kl}$, де значення сталих c_k наведені в таблиці 1. З використанням отриманих умов ортогональності та виразів (26) для функцій $o_{2k}(r)$ та (34) для функцій $w_k(r)$ при $z = -H$ отримаємо значення скалярних добутків (o_{2k}, w_l) в першому з рівнянь [1-3].

1. Sierikova O., Strelnikova E., Degtyarev K. Srength Characteristics of Liquid Storage Tanks with Nanocomposites as Reservoir Materials. 2022 IEEE 3rd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek), 2022. P. 151-157. DOI: 10.1109/KhPIWeek57572.2022.9916369
2. Sierikova O., Koloskov V., Degtyarev K., Strelnikova E. Improving the Mechanical Properties of Liquid Hydrocarbon Storage Tank Materials. Materials Science Forum. Trans Tech Publications Ltd, Switzerland. Vol. 1068, 2022. P. 223-229. doi:10.4028/p-888232
3. Sierikova O., Strelnikova E., Degtyarev K. Seismic Loads Influence Treatment on the Liquid Hydrocarbon Storage Tanks Made of Nanocomposite Materials. WSEAS Transactions on Applied and Theoretical Mechanics. vol. 17, 2022. P. 62-70. DOI: 10.37394/232011.2022.17.9

Л.В. Курпа, Т.В. Шматко

ЗГИН ТА КОЛИВАННЯ ФУНКЦІОНАЛЬНО-ГРАДІЄНТНИХ ПОРИСТИХ СЕНДВІЧ ПОЛОГИХ ОБОЛОНОК З ОТВОРАМИ ТА ВИРІЗАМИ

Національний технічний університет України «Харківський політехнічний інститут» вул. Кирпичова 2, 61002, Харків, Україна, e-mail: kurpalidia@gmail.com

Дана робота присвячена дослідженню статичної та динамічної поведінки пористих функціонально-градієнтних пологих оболонок з отворами та вирізами. Математичні моделі побудовано на базі уточненої теорії пологих оболонок першого порядку. Ефективні властивості функціонально градієнтних матеріалів (ФГМ) обчислюються за степеневим законом розподілення складових долей кераміки та металу. Припускається, що оболонка має сендвіч структуру. Нижній та верхні шари виготовлено із ФГМ, а середній шар (заповнювач) є керамічним. Розглянуто два види розподілення пористості у ФГ шарах: рівномірний та нерівномірний [1]. Одержано аналітичні вирази для обчислення коефіцієнтів жорсткості. Запропонований метод базується на використанні теорії R-функцій [2] та варіаційного методу Рітця.

Розроблене програмне забезпечення, що реалізує запропонований метод, використано для розв'язання серії тестових задач та застосовано для дослідження оболонок зі складною формою, які мають отвори та вирізи. Нижче в Таблиці 1 представлено деякі порівняння одержаних результатів з відомими [3] для пологих пористих циліндричних та сферичних оболонок із квадратною формою плану. Припускається, що оболонки вільно оперті по всьому контуру. В якості ФГМ обрано $Si_3N_4 / SUS304$ [3].

Таблиця 1

$\left(\frac{2a}{R_x},\frac{2a}{R_y}\right)$	P	Метод	Poro-I			Poro-II	
			$\alpha=0$	$\alpha=0.1$	$\alpha=0.2$	$\alpha=0.1$	$\alpha=0.2$
(0.5;0.5)	1	[3]	0.0461	0.0460	0.0460	0.0464	0.0467
		RFM	0.0459	0.0459	0.0457	0.0462	0.0465
	5	[3]	0.0613	0.0637	0.0670	0.0627	0.0645
		RFM	0.0610	0.0634	0.0699	0.0625	0.0643
(0.5;0)	1	[3]	0.0380	0.0379	0.0378	0.0383	0.0387
		RFM	0.0377	0.0377	0.0376	0.0388	0.0385
	5	[3]	0.0502	0.0522	0.0548	0.0516	0.0531
		RFM	0.0499	0.0518	0.0545	0.0512	0.0528

Добре узгодження одержаних результатів з відомими дозволило розглянути пологі оболонки з вирізами та отворами. Наприклад, на Рис.1 представлено форму плану пологих оболонок (циліндричних, сферичних у вигляді гіперболічного параболоїду), для яких були розв'язані задачі згину та вільних коливань.

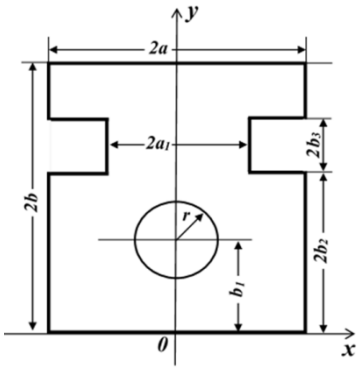


Рис. 1

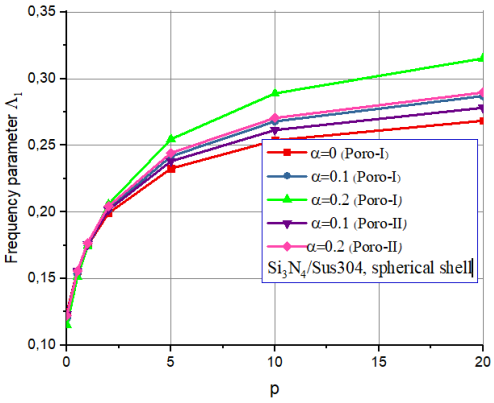


Рис. 2

Для таких оболонок за допомогою теорії R-функцій побудовано системи координатних функцій, які точно задовольняють геометричним (головним) граничним умовам. Вивчено вплив коефіцієнту та виду пористості, градієнтного індексу, товщини шарів, виду ФГМ, граничних умов на величину прогину, напруження та власті частоти. Наприклад, на Рис.2 показано залежність власних частот сферичної жорстко закріпленої вздовж всієї границі оболонки від значення градієнтного індексу p для рівномірного (Poro-I) та нерівномірного (Poro-II) розподілу пористості у зовнішніх ФГ ($Si_3N_4 / SUS304$) шарах оболонки. Безрозмірні власні частоти обчислюються за формулою $\Lambda = \lambda\,(2a)^2\sqrt{\rho_c / E_c}\;h$. Геометричні параметри прийнято наступними:

$$h/2a = 0.1;\quad b/a = 1;\quad a_1/a = 0.6;\quad b_1/a = 0.3;\quad b_{12}/2a = 0.6;\quad b_3/2a = 0.1;$$

$$r/2\,\mathrm{a} = 0.125,\;\; k_1 = R_x/2a = 0.5;\quad k_1 = R_y/2a = 0.5;$$

Наведений приклад стосується одношарової оболонки, але в роботі представлені результати для сендвіч пологих оболонок. Досліджено статичну та динамічну поведінку для різних товщин зовнішніх шарів та заповнювача.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: пористість, сендвіч пологі оболонки, ФГМ, теорія R-функцій, вільні коливання, згин, складна форма плану.

1. A.M.Zenkour, a quasi-3D refined theory for functionally-graded single-layered and sandwich plates with porosities, Compos. Struct.. 201 (2018) 38-48.
2. Рвачев В.Л. Теорія R-функцій та деякі її застосування .-. Київ: Наук.Думка, 1982.-551с.
3. Trinh, M. C., and S. E. Kim. 2019. A three variable refined shear deformation theory for porous functionally graded doubly curved shell analysis. Aerospace Science and Technology 94:105356. doi:10.1016/j.ast.2019.105356.

L.V. Kurpa, T.V. Shmatko

BENDING AND VIBRATION OF FUNCTIONALLY GRADIENT POROUS SHALLOW SHELLS WITH HOLES AND CUT-OUTS

National Technical University of Ukraine "Kharkiv Polytechnic Institute", Kyrpychov Str. 2, 61002, Kharkiv, Ukraine

This work is devoted to the study of the static and dynamic behavior of porous functionally graded shallow shells with holes and cut-outs. The first order shear deformation theory is used. It is assumed that the shell has a sandwich structure. The lower and upper layers are made of FGM, and the core is ceramic. Two types of porosity distribution in FG layers are considered: uniform and non-uniform [1]. The proposed method is based on the use of the R-functions theory [2] and the Ritz variation method.

Л.В. Курпа, Т.В. Шматко, Г.Б. Лінник

ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ ПОРИСТИХ ФУНКЦІОНАЛЬНО-ГРАДІЄНТНИХ СЕНДВІЧ ПЛАСТИН МЕТОДОМ r-ФУНКЦІЙ

НТУ «ХПІ», вул. Кирпичова, 2, 61002, Харків, Україна; e-mail: kurpalidia@gmail.com

У даній роботі пропонується чисельно-аналітичний підхід для визначення критичного навантаження пористих сандвіч пластин довільної геометричної форми з урахуванням неоднорідного докритичного стану Припускається, що пористість моделюється степеневим або сигмовидним законами. Метод базується на використанні теорії R-функцій [6] та варіаційного методу Рітца. Головна ідея методу була запропонована раніше в роботах [1, 2, 4, 5] для дослідження стійкості ізотропних, ортотропних, одношарових та багатошарових пластин, функціонально-градієнтних одношарових пластин. У даному дослідженні цей метод вперше розповсюджено на пористі P- та S-ФГМ функціонально-градієнтні сендвіч пластини. Одержано аналітичні вирази для обчислення ефективних властивостей таких матеріалів та перевірено їх вірогідність на тестових прикладах. В якості прикладу представимо результати тестування запропонованого алгоритму для задачі стійкості ФГ квадратної шарнірно опертої сендвіч пластини стиснутої рівномірно з усіх сторін. Зовнішні шари виготовлені з ФГМ Al / Al_2O_3, а заповнювач є металевим. Розподілення часткових долей кераміки відбувається за степеневим законом.

Таблиця 1. Порівняння критичного навантаження з відомими результатами для квадратної шарнірно закріпленої пластини стиснутої вздовж всієї границі рівномірними зусиллями (Al_2O_3/Al, p=2)

Тип пористості	α	Метод	1-0-1	1-1-1	1-2-1	2-1-2
P-ФГМ	0	[3]	1.7786	2.4045	2.9934	2.0828
		RFM	1.7681	2.3920	2.9830	2.0715
P-I (рівном.)	0.1	[3]	1.3623	1.9972	2.6223	1.6648
		RFM	1.3783	2.1980	2.0647	1.6850
	0.2	[3]	0.9303	1.6046	2.2654	1.2621
		RFM	0.9870	1.6451	2.3072	1.2573
P-II (нерівн.)	0.1	[3]	1.6660	2.2576	2.8409	1.9485
		RFM	1.6686	2.2633	2.8501	1.9515
	0.2	[3]	1.5633	2.1134	2.6927	1.8181
		RFM	1.5695	2.1335	2.7181	1.8325

Товщини шарів та градієнтний індекс p варіюється, загальну товщину прийнято наступною $h/(2a) = 0.1$. Властивості матеріалів для ФГМ суміші Al / Al_2O_3 є наступними [8]:

$$Al: \quad E_m = 70GPA, \quad \nu_m = 0.3, \quad \rho_m = 2707kg/m^3,$$

$$Al_2O_3: \quad E_c = 380GPA, \quad \nu_c = 0.3, \quad \rho_c = 3800kg/m^3.$$

Аналогічна задача була розглянута в роботі [3]. В Таблиці 1 наведено порівняння одержаних результатів для безрозмірного критичного навантаження з результатами роботи [3]. Розглянуто різні схеми розташування шарів $h^{(1)} - h^{(2)} - h^{(3)}$. Величини $h^{(1)}, h^{(2)}, h^{(3)}$ визначають відношення товщини шарів до загальної товщини та дорівнюють $h^{(1)} = h_1 + h/2, h^{(2)} = h_2 - h_1, \; h^{(3)} = h/2 - h_2$.

Розроблений метод використано для дослідження стійкості пористої ФГ сендвіч пластини квадратної форми з шестикутним отвором, яка нерівномірно навантажена в серединній площині. Зовнішні шари пластини виготовлено із ФГМ, а саме із суміші металу та кераміки, а внутрішній шар (заповнювач) є керамічним. Розглянуто різні граничні умови, в тому числі пластини с жорстко закріпленим отвором. Досліджено вплив пористості на критичне навантаження пластини, якщо розподілення часткових долей

кераміки відбувається за різними законами, а саме за степеневим та сигмовидним. Для аналізу стійкості пластини використано теорію деформації зсуву першого порядку [7].

КЛЮЧОВІ СЛОВА: стійкість, сендвіч пластини, пористість, ФГМ, теорія R-функцій, метод Рітца

1. Awrejcewicz J., Kurpa L., Mazur O. Dynamical instability of laminated plates with external cutout // Int. J. of Nonlinear Mechanics. 2016. – N. 81, pp. 103–114.
2. Awrejcewicz J., Kurpa L., Shmatko T. Analysis of geometrically nonlinear vibrations of functionally graded shallow shells of a complex shape // Latin American Journal of Solids and Structures. 2017. – N. 14, pp. 1648-1668.
3. Daikh. A.A., Zenkour A.M. (2019) Free vibration and buckling of porous power-law and sigmoid functionally graded sandwich plates using a simple higher-order shear deformation theory // Materials Research Express. 2019. – vol. **6** (11). Id. 115707. DOI: 10.1088/2053-1591/ab48a9
4. Kurpa L., Mazur O., Tkachenko V. Dynamical stability and parametrical vibrations of the laminated plates with complex shape // Latin American Journal of Solids and Structures. 2013. – N. 10, pp. 175 –188.
5. Kurpa L. V., Shmatko T. V. Investigation of free vibrations and stability of functionally graded three-layer plates by using the R-functions theory and variational methods // J. Math. Sci. 2020. – vol. 249, N. 3, pp. 496–520.
6. Rvachev, V. L. Teoriya R-funktsiy i nekotoryye eye prilozheniya [Theory of R-functions and some of its applications.]. – Kiyev: Naukova dumka, 1982. – 552 p. (in Russian).
7. Shen H.S. Functionally graded materials. Nonlinear analysis of plates and shells. – CRC Press, 2011. – 280 p.
8. Zencour A.M. A comprehensive analysis of functionally graded sandwich plates: Part 2- Buckling and free vibration // Int. J. of Solids and Structures. 2005. – N. 42, pp. 5243-5258.

L.V. Kurpa[1], T.V. Shmatko[1], A.B. Linnik[1]

BUCKLING ANALYSIS OF FUNCTIONALLY GRADED SANWICH PLATES BY R-FUNCTIONS METHOD

National Technical University "KhPI", Kyrpychova Str., 2, 61002, Kharkiv, Ukraine

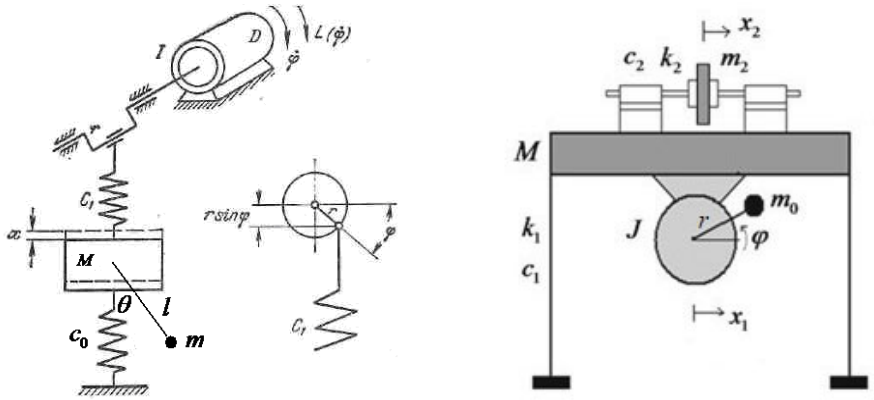
In this work, the R-functions method is used for the first time to study the stability of porous FG sandwich plates with a complex geometric shape. It is assumed that the outer layers of the plate are made of FGM, and the core is isotropic, namely ceramic. The differential equations of motion are obtained using the first-order shear deformation theory with a given shear coefficient (FSDT). Two models of porosity distribution according to power (P-law) and sigmoid (S-law) laws were studied.

Я.О. Лебеденко, Ю.В. Міхлін

ДОСЛІДЖЕННЯ РЕЗОНАНСНОЇ ПОВЕДІНКИ СИСТЕМ З ОБМЕЖЕНОЮ ПОТУЖНІСТЮ

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»,
вул. Кирпичова, 2, 61002, Харків, Україна; e-mail: yanalebedenko555@gmail.com

У роботі розглядається резонансна поведінка двох систем з обмеженою потужністю [1]. Дослідження динаміки цих систем пов'язане з ефектом Зомерфельда, коли виникає резонансний режим в пружній підсистемі і при цьому значна кількість енергії коливань переходить від самого джерела енергії до резонансних коливань [2]. Дві неідеальні системи містять три степені свободи і представляють наступні моделі: Перша модель – двигун з пружною підсистемою, що містить маятниковий гаситель (рис.1.а); Друга модель [3] – це портальна рама з валом, що підтримується двома підшипниками зі сталевими дротами та неврівноважена маса як поглинач резонансних коливань (рис.1.б).



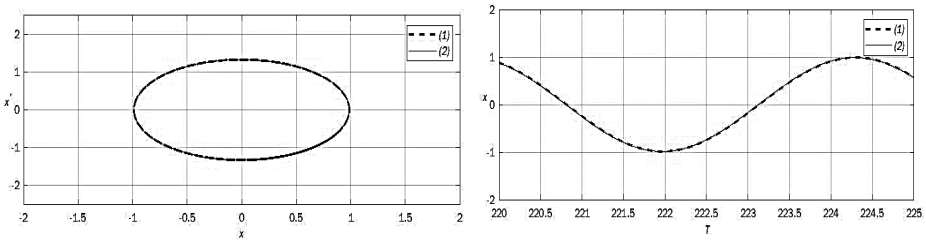
а *б*

Рис.1.Неідеальні системи

Стаціонарний режим в області основного резонансу побудовано методом багатьох масштабів. Перехідний процес представлено з використанням дрібно-раціональних Паде-апроксимацій. Проведено також чисельне моделювання стаціонарного стану та перехідного процесу систем, що розглядаються. При дослідженні отримано наступне:

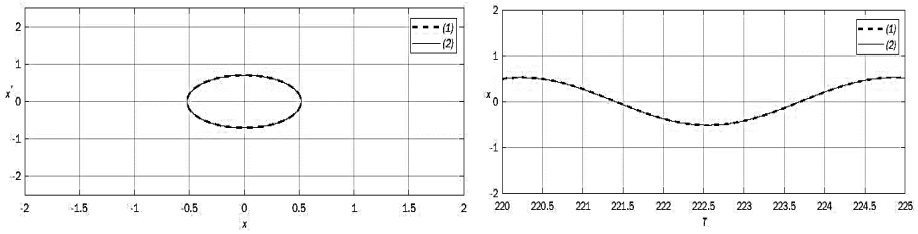
1. Для кожної системи маємо добру збіжність аналітичного та чисельного розв'язків стаціонарного режиму як для розв'язків у часі, так і для фазових портретів.
2. Існує наближення аналітичного розв'язку перехідного процесу до аналітичного розв'язку стаціонарного режиму на фазовій площині зі збільшенням часу.
3. Для кожної з систем спостерігається наближення чисельного розв'язку до аналітичного розв'язку перехідного процесу зі збільшенням проміжків часу.
4. Показано, що амплітуди резонансних коливань можуть бути суттєво зменшені за рахунок зміни параметрів даних систем.

Як приклад показано один із варіантів вибору параметру маси m для моделі 1 на достатньо великих проміжках часу $T \in (220;225)$. Бачимо, що збільшення маси приводить до суттєвого зменшення амплітуд резонансних коливань.



а *б*

Рис.2. Порівняння стаціонарного розв'язку (1) та перехідного процесу (2) для $m = 0{,}07$ *: а) – фазовий портрет; б) – залежність змінної* x *від часу,* $T \in (220;225)$



а *б*

Рис.3. Порівняння стаціонарного розв'язку (1) та перехідного процесу (2) для $m = 0{,}11$ *: а) – фазовий портрет; б) – залежність змінної* x *від часу,* $T \in (220; 225)$

КЛЮЧОВІ СЛОВА: неідеальна система, маятниковий гаситель, портальна рама, стаціонарний режим, перехідний процес, Паде-апроксимації.

1. Kononenko V.O. Vibrating Systems with Limited Power Supply// Illife Books, London, 1969, 262 p.
2. Sommerfeld A. Beitr¨age zum dynamischen ausbau der festigkeitslehe // Physikal Zeitschr, 1902, Vol. 3, P. 266–286.
3. Balthazar J. M., et al. An overview on the appearance of the Sommerfeld effect and saturation phenomenon in non-ideal vibrating systems (NIS) in macro and mems scales. Nonlinear Dynamics, 2018. 93(1). P. 19–40.

Y.O. Lebedenko, Y.V. Mikhlin

ANALYSIS OF RESONANT BEHAVIOR OF SYSTEMS WITH LIMITED POWER SUPPLY

National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Kyrpychova street, 2,
61002, Kharkiv, Ukraine; e-mail: yanalebedenko555@gmail.com, yuri.mikhlin@gmail.com

The resonant behavior of two systems with limited power supply is considered. A study of the dynamics of these systems is related to the Sommerfeld effect, when a resonant mode occurs in an elastic subsystem and at the same time a significant part of vibrational energy is transferred from the energy source itself to the resonant vibrations. Analytical and numerical investigation of the resonance vibrations is made. It is shown that amplitudes of the resonance vibrations cab ne essentially reduced by changing the system parameters.

V.N. Burlayenko, S.D. Dimitrova

COMPARISON OF ONE-DIMENSIONAL AND THREE-DIMENSIONAL MODELS IN THE VIBRATION ANALYSIS OF AXIALLY FUNCTIONALLY GRADED MATERIAL BEAMS WITH NON-UNIFORM CROSS-SECTIONS

National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute», str. Kyrpychova, 2, 61002, Kharkiv, Ukraine; e-mail: burlayenko@yahoo.com

Variable cross-section beams have found a widespread use in engineering equipment, such as turbine blades, helicopter and airplane propellers, among others, to optimize performance while minimizing weight [1]. In modern engineering, these structures increasingly employ a novel class of composite materials known as functionally graded materials (FGM). These materials exhibit a continuous change in constituents along a specific direction [2]. In the case of FGM beams, understanding their natural frequencies and mode shapes becomes crucial due to the non-uniform cross-sections and material gradients significantly affecting their dynamic characteristics. Therefore, comprehensive research on the dynamics of FGM beams, encompassing various configurations, is of scientific and practical importance for their real-world applications.

Due to the intricate nature of geometric and material variations in FGM beams with non-uniform cross-sections, exact solutions for free vibration problems are cumbersome and feasible only for specific boundary conditions, material distributions and cross-sectional shapes. Therefore, when examining the dynamics of these beams, it is advisable to employ numerical methods, as they are more efficient than analytical approaches and can address a wider range of problems. The finite element method is one of the commonly used engineering techniques for this purpose. However, a substantial inquiry arises concerning the optimal choice between one-dimensional and three-dimensional models for FGM beams in terms of both computational expenses and the required accuracy of calculations.

The main objective of this study is to perform a comparative analysis between one-dimensional (1-D) and three-dimensional (3-D) finite element models for simulating free vibrations of axially functionally graded material (AFGM) beams with non-uniform cross-sections. Both finite element models are constructed using the ABAQUS package [3]. The implementation of material gradients into each finite element model is accomplished through user-defined material subroutines (UMAT) developed for 1-D beam and 3-D hexagonal elements, respectively [4]. To assess the effectiveness and accuracy of each modeling approach, we carried out a systematic comparative analysis between the natural frequencies obtained numerically with results known in the literature for AFGM beams featuring a wide range of non-uniform cross-sections and material gradient profiles. After performing a convergence analysis for each model, it was found out that the 1-D and 3-D models yield closely matching results. Noticing the 1-D model stands out for its simplicity and faster computational performance compared to the 3-D model. However, distinctions in the models' outcomes become more pronounced as the geometric complexity of the beam and the level of material heterogeneity increase, essentially for high-frequency modes.

1. *Atkin E.H.* Tapered beams: suggested solutions for some typical aircraft cases // Aircraft Engineering and Aerospace Technology. – 1938. – **10**, N 11 - P. 347 – 351.
2. *Koizumi M.* FGM activities in Japan. // Composites Part B: Engineering. – 1997. - 28, N 1-2. - P. 1–4.
3. *ABAQUS User's Manual, Version 2016.* Dassault Systèmes Simulia Corp., Providence, RI, USA, 2016.
4. *Burlayenko V.N., Altenbach H., Dimitrova S.D.* A material model-based finite element free vibration analysis of one-, two- and three-dimensional axially FGM beams // Proceedings of the 2021 IEEE 2nd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek), Kharkiv, Ukraine, 2021. - P. 628-633.

N.V. Smetankina

SIMULATION OF THE PROCESS OF A FRAGILE BULLET IMPACT ON A PLATE IN A FRACTAL STATEMENT

Anatolii Pidgornyi Institute of Mechanical Engineering Problems of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2/10, Pozharskogo Street, 61046, Kharkiv, Ukraine; e-mail: nsmetankina@ukr.net

The paper considers a brittle impact of a ball indenter on a plate, during which cracking or destruction of the material of the plate occurs. But for the brittle destruction of a material with multiple disordered defects (which includes glass [1]), it is necessary to develop new models of destruction. The purpose of this work is to develop a fractal model of the brittle fracture of a glass plate when struck by a ball indenter. Brittle fracture is determined by the presence of microcracks, which in the process of deformation form a main crack, which leads to the destruction of the plate. Cracks have an irregular shape (for example, a system of cracks on a windshield as a result of an impact with a solid body) and their appearance can be geometrically modeled by the shape of the trajectory of a Brownian particle. It is proposed to consider the propagation of a microcrack as a random wandering of a Brownian particle from a point located in the center of the impact. The initial deformation upon impact of the ball on the plate has axial symmetry and therefore the random wanderings of the crack in a probabilistic sense will have axial symmetry. The fragile destruction of the plate upon impact is associated with the merging of microcracks into a connected labyrinth of cracks - a cluster with a disordered fractal structure. Plate failure occurs when a cluster emerges on the surface of the plate within the pressure circle. In the continuous case of disordered placement of cracks, the destruction of the body is caused by the process of formation of a connected set of microcracks is a trunk crack. In this case, a cluster of microcracks is formed. The assumption of continuity makes it possible to obtain the critical value of the fractal dimension of the fractal cluster using the scaling method, which corresponds to the formation of a main crack of brittle failure. The considered asymptotics corresponds to the evolution of a microcrack. It was established that the growth and attenuation of crack propagation are exponentially fast processes that depend on the ratio between external and internal parameters.

KEYWORDS: impact, fractal, of microcrack.

Smetankina N. Simulating of bird strike on aircraft laminated glazing / N. Smetankina, A. Malykhina, D. Merkulov // MATEC Web of Conferences. – 2019. – Vol. 304. – P. 01010-01016.

N.V. Smetankina

SIMULATION OF THE PROCESS OF A FRAGILE BULLET IMPACT ON A PLATE IN A FRACTAL STATEMENT

Anatolii Pidgornyi Institute of Mechanical Engineering Problemsof the NAS of Ukraine, Kharkiv, Ukraine

The brittle impact a ball on the plate is considered with account cracking the plate material. The dependence of the fractal dimension of a microcracker cluster and asymptotic relationships for describing the process of crack propagation are obtained. The study is aimed at practical solution of durability problems of windshield glazing for vehicles under impact by solid body.

О.О. Стрельнікова[1,2], Н. Чондхарі[3], К.Г. Дегтярьов[1], В.І. Гнітько[1], І.О. Вєрушкін[1], Д.В. Крютченко[1], І.М. Осипов[2]

ЧИСЛОВИЙ МЕТОД РОЗВ'ЯЗАННЯ ГІПЕРСИНГУЛЯРНИХ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ В КРАЙОВИХ ЗАДАЧАХ ГІДРОПРУЖНОСТІ ТА ТЕОРІЇ ТРІЩИН

[1]Інститут проблем машинобудування ім. А.М.Підгорного НАНУ, вул. Д. Пожарського, 2/10, 61046, Харків, Україна; e-mail: elena15@gmx.com
[2]Харківській національний університет імені В.Н. Каразіна, майдан Свободи, 4, 61022, Харків, Україна
[3]Університет Беннета, Plot No. 9-11, Techzone II, Greater Noida, 201310,Uttar Pradesh, India

Гіперсингулярні інтегральні рівняння (ГІР) є ефективним інструментом для розв'язування широкого класу крайових задач механіки та математичної фізики. Серед них проблеми механіки руйнування, проблеми гідропружної взаємодії, дифракції електромагнітних хвиль, аеродинаміки, аналізу напружено-деформованого стану композитів та нанокомпозитів [1-3]. Слід зазначити, що застосування сингулярних та гіперсингулярних інтегральних рівнянь до розв'язання крайових задач теорії потенціалу, механіки суцільних середовищ, математичної фізики привертає увагу інженерів і вчених ще з середини минулого століття, коли з'явилися перші фундаментальні праці з цього напряму. Однак у ті роки складність як аналітичних розрахунків, так і відсутність ефективних числових схем не сприяли розвитку методу. Але сучасні можливості обчислювальної техніки дозволяють зробити рішучий крок до застосування цього складного апарату математичної фізики для вирішення актуальних інженерних задач [4]. Водночас залишаються недостатньо дослідженими питання обґрунтування методів, оптимального вибору точок колокації, побудови аналітичних розв'язків для тестування числових алгоритмів.

В роботі розглянуто два числові приклади з різних областей інженерного застосування ГІР.

Перший з них стосується проблеми концентрації напружень в пружних тілах з дефектами. Розглянуто кругову тріщину нормального відриву, радіусом R, при одновісному розтягу σ. Для числової оцінки коефіцієнтів інтенсивності напружень (КІН) застосовано як метод граничних елементів (МГЕ), так і метод скінченних елементів (МСЕ). Зазначимо, що при використанні МГЕ тріщину у формі кола радіусом R розглянуто в необмеженому просторі. Отже, задача оцінки КІН зводиться до отримання скачка переміщення, що є або густиною в гіперсингулярному інтегральному рівнянні [4], або має бути знайдено шляхом використання МСЕ зі спеціальними скінченними елементами [5]. Задіяно два формулювання щодо гіперсингулярних інтегральних рівнянь. Перше з них стосується двовимірного ГІР, а друге побудовано із застосуванням одновимірного ГІР із врахуванням аксіальної симетрії задачі [4]. В першому формулюванні було проведено дискретизацію кола з використанням трикутних та чотирикутних граничних елементів, в другому формулюванні на одновимірні граничні елементи було поділено лише відрізок [0, R]. Для реалізації МСЕ розглядалася кругова тріщина, в зразку в формі паралелепіпеда. Половина скінчено-елементної сітки складається з 43946 скінченних елементів, тоді як сітка граничних елементів для числового розв'язку ГІР з постійною апроксимацією густини містить 9322 елементи. В одновимірному МГЕ застосовувалось лише 100 граничних елементів на [0, R]. Слід зазначити, що найбільш точні результати отримані при використанні саме одновимірного МГЕ. Але недоліком цього методу є його обмеження лише круговими та еліптичними областями інтегрування. Таким чином, в роботі отримано аналітичний розв'язок ГІР на круговій області, та зроблено порівняння методів граничних та скінченних елементів при дослідженні КІН в пружному тілі з круговою тріщиною. Наступний приклад використання ГІР стосується аналізу вільних коливань консольних циліндричних панелей у воді. Розглянуто малі коливання консольних циліндричних панелей, занурених в ідеальну нестисливу рідину. Швидкість потоку, що набігає, вважається рівною нулю. Передбачається, що рух рідини внаслідок коливань зануреної оболонки є потенційним. У цьому випадку існує потенціал швидкостей, який всюди поза оболонкою задовольняє гармонійному рівнянню, а на границях задовольняє умову непроникності. Використовується метод нормальних заданих форм, тобто моди коливань оболонки в рідині розкладаються в ряди по власних формах її коливань у вакуумі. Потенціал збурених швидкостей рідини подається у вигляді потенціалу подвійного шару вздовж серединної поверхні розглянутої циліндричної оболонки. Для визначення тиску рідини, що відповідає k-й моді вільного коливання панелі у вакуумі, побудовано гіперсингулярне інтегральне рівняння. Застосування ГІР є ефективним способом урахування двостороннього контакту елементів конструкції з рідиною порівняно з іншими підходами. Використання сингулярних рівнянь з ядром типу Коші призводить до необхідності числового інтегрування по двох близьких поверхнях. Застосування методів скінченних елементів вимагає дискретизації всього об'єму, зайнятого рідиною та панеллю.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: гіперсингулярні інтегральні рівняння, аксіально-симетричне формулювання, тріщина нормального відриву, гідропружні коливання циліндричних панелей

1. Menshykov O.V., Menshykov V.A., Guz I.A., Marina V. Menshykova M.V. Linear interface crack under harmonic shear: Effects of crack's faces closure and friction, International Journal of Mechanical Sciences, Volume 217, 2022, 107041. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2021.107041
2. Karaiev A., Strelnikova E.: Singular integrals in axisymmetric problems of elastostat-ics/ International Journal of Modeling, Simulation, and Scientific Computing, 11(1), 2050003, 2020, DOI:10.1142/S1793962320500038.
3. Obaiys S.J., Ibrahim R.W., Ahmad A.F.: Hypersingular Integrals in Integral Equa-tions and Inequalities: Fundamental Review Study. In: Differential and Integral Ine-qualities. Springer Optimization and Its Applications, 151, 2019, DOI: 10.1007/978-3-030-27407-8
4. Gnitko V., Karaiev A., Degtyariov K., Vierushkin I., Strelnikova, E.: Singular and hypersingular integral equations in fluid–structure interaction analysis. WIT Transac-tions on Engineering Sciences, 134, 67-79, 2022, DOI:10.2495/BE450061

O.O. Strelnikova[1,2], N. Chondhary[3], K.G. Degtyarev[1], V.I Gnitko[1], I.O. Vierushkin, D.V. Kriutchenko[1], I.M. Osypov

COMPUTATIONAL SOLUTION OF HYPERSINGULAR INTEGRAL EQUATION IN BOUNDATY VALUE PROBLEMS OF HYDROELASTICITY AND CRACK THEORY

[1] S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences, vul. Pozharskogo, 2/10, Kharkiv, Ukraine, 61046;e-mail: elena15l@gmx.com
[2] V. N. Karazin Kharkiv National University,Svobody Square, 4, Kharkiv, Kharkivs'ka oblast, 61000, Ukraine
[3]Bennett University,Uttar Pradesh, India

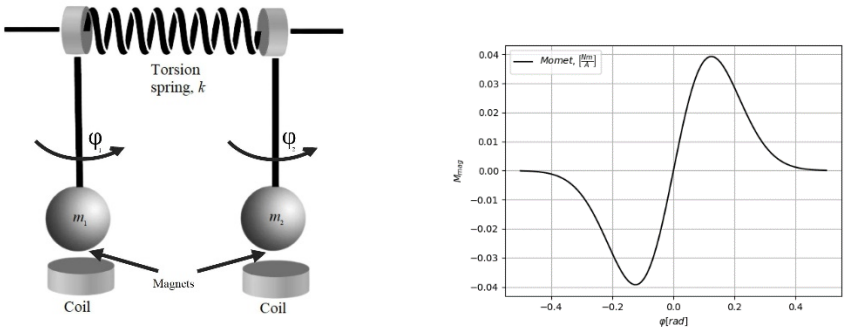
The effective numerical methods to solve hypersingular integral equations arisen in different physical and mechanical applications is elaborated. The one-dimensional hypersingular integral equation is received for axially-symmetrical configurations, and the analytical formulae are established for the hypersingular parts calculations. The problems in crack analysis are formulated and solved. Estimation of modes and frequencies of panel vibrations when interacting with liquids is carried out.

Ю . Е . Сурганова, Ю.В. Міхлін

РЕГУЛЯРНА ТА СКЛАДНА ПОВЕДІНКА МАЯТНИКОВОЇ СИСТЕМИ У МАГНІТНОМУ ПОЛІ

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»,
вул. Кирпичова, 2, 61002, Харків, Україна; e-mail: surganova.julia@gmail.com, yuri.mikhlin@gmail.com

Розглянуто динаміку коливальної системи, що складається з двох маятників (рис. 1а), у магнітному полі (рис. 1б). Зауважимо, що досліджувану модель описано у роботі [1].



а *б*

Рис.1.

На рис. 1а зображено схему пов'язаних маятників масами $m_{1,2}$, які з'єднані пружним елементом з жорсткістю k_l. На кінцях маятників розміщено неодимові магніти. Рис. 1б відображає магнітний вплив.

В роботі проведено дослідження нелінійних нормальних мод коливань (ННМ). Основні елементи цієї теорії та посилання на публікації можна знайти, зокрема, в оглядах [2, 3] і книзі [4]. Режими коливань, що можуть бути як пов'язаними, так і локалізованими,. побудовано методом багатьох масштабів. Досліджується поведінка та стійкість мод коливань при зміні параметрів системи, серед яких є коефіцієнт пропорційності мас двох маятників μ та інтенсивність магнітного впливу γ. Вплив вказаних параметрів вивчається як при малих, так і при чималих початкових кутах нахилу маятників $\varphi_{1,2}(0)$. Отриманий аналітичний розв'язок порівняно з чисельним моделюванням, який базується на методі Рунге–Кутти четвертого порядку. При цьому за початкові умови використовуються початкові значення змінних, що отримано в аналітичному розв'язку. Чисельне моделювання, що включає побудову фазових портретів та кривих у конфігураційному просторі дозволяє оцінити динаміку системи, яка може бути як регулярною, так і складною.

Стійкість мод коливань оцінюється за допомогою чисельно–аналітичного тесту, який є чисельною реалізацією критерія стійкості за Ляпуновим. Стійкість зазначених мод (рис. 2) визначається шляхом оцінки ортогональних відхилень від траєкторії відповідного режиму у конфігураційному просторі. Рис. 2 демонструє вузли нестійкості для синфазної форми коливання на діапазоні зміни початкового кута першого маятника $\varphi_1(0) \in [-60°, 60°]$.

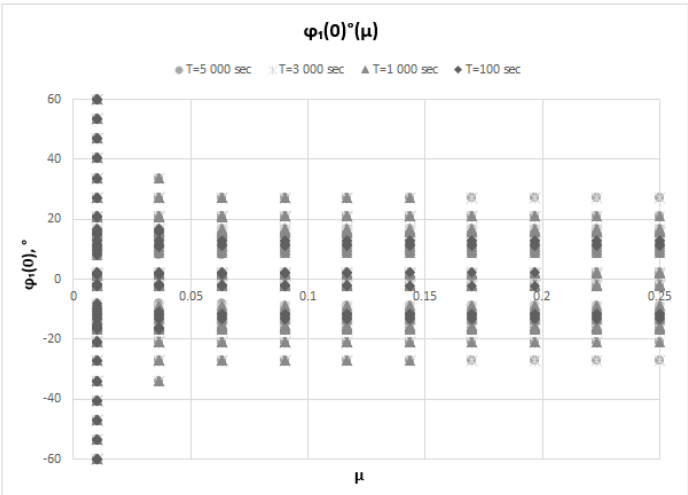


Рис.2.

При невеликому магнітному впливі мода виражена, а зростання магнітного процесу призводить до збільшення блукань поблизу форми з поступовим відхиленням від моди. Зростання величини коефіцієнта пропорційності мас маятників стає причиною стабілізації моди.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: пов'язані маятники, нелінійні нормальні моди коливань, метод багатьох масштабів, стійкість за Ляпуновим, магнітні сили.

1. Pilipchuk V. N., Polczyński K., Bednarek M., Awrejcewicz J., Guidance of the resonance energy flow in the mechanism of coupled magnetic pendulums, Mechanism and Machine Theory, Volume 176, 2022, 105019, ISSN 0094-114X, https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2022.105019.
2. Mikhlin, Yu. V., Avramov, K. V. (2010) Nonlinear normal modes for vibrating mechanical systems. Review of theoretical developments. Appl. Mech. Rev. no. 63 (6). 060802.
3. Avramov, K.V., Mikhlin, Yu.V. (2013) Review of applications of nonlinear normal modes for vibrating mechanical systems. Appl. Mech. Rev. no 65 (2). 020801.
4. Modal Analysis of Nonlinear Mechanical Systems (Ed. G. Kerschen). Springer: Vienna (2014).

Yu.E. Surhanova, Yu.V. Mikhlin

REGULAR AND COMPLEX BEHAVIOUR OF A PENDULUM SYSTEM IN A MAGNETIC FIELD

National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute», Kyrpychova Str., 2, 61002, Kharkiv, Ukraine

A study of nonlinear normal modes of an oscillatory system consisting of two pendulums is carried out. Behavior and stability of the modes are investigated when changing system parameters. The influence of the parameters is studied both at small and at significant initial angles of inclination of the pendulums. The stability of these modes is determined by estimating orthogonal deviations from the trajectory of the corresponding mode in the system configuration space.

Секція 6: Взаємодія пружних систем з потоками рідини та газу

ЗМІСТ

1. В.Т. Грінченко **ВИКОРИСТАННЯ ПРУЖНО РІДИННОЇ ВЗАЄМОДІЇ ДЛЯ КОНТРОЛЮ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОЛИВАЛЬНИХ СИСТЕМ**	433
2. В. Т. Грінченко, І. В. Вовк, В. Т. Маципура **ПРИРОДА ШУМУ ДИХАННЯ ТА ЙОГО МУЛЬТИФРАКТАЛЬНІ ВЛАСТИВОСТІ**	435
3. Г.О. Воропаєв, Я.В. Загуменний **ЗВ'ЯЗАНА ГІДРОПРУЖНА ЗАДАЧА РУХУ ТІЛ У СУЦІЛЬНОМУ СЕРЕДОВИЩІ**	436
4. Н.С. Городецька, Т.В. Соболь, Т.М. Щербак **ВПЛИВ ДВОФАЗНОСТІ СЕРЕДОВИЩА НА ВЛАСТИВОСТІ ПОВЕРХНЕВИХ ХВИЛЬ НА ВІЛЬНІЙ МЕЖІ**	438
5. Я.І. Кунець, Р.М. Кушнір, В.В. Матус **ПОШИРЕННЯ *SH*-ХВИЛЬ У КОМПОЗИТІ ІЗ ПРУЖНИМИ ВОЛОКНАМИ НЕКАНОНІЧНОГО ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕРІЗУ ЗА ПРИСУТНОСТІ ТОНКОГО МІЖФАЗНОГО ПРОШАРКУ**	440
6. B.-Y. Ni [1], Y.A. Semenov [2] **HYDROELASTIC INTERACTION IN A CHANNEL WITH OBSTRUCTION**	441
7. Т. С. Краснопольська **ВНЕСОК С.П.ТИМОШЕНКА У ВИВЧЕННЯ ЕФЕКТУ ЗОММЕРФЕЛЬДА – КОНОНЕНКА**	443
8. А. О. Борисюк, Д. М. Себов **ВИЗНАЧЕННЯ ЗМІН У ВИТРАТНИХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ТЕЧІЇ КРОВІ В КОРОНАРНІЙ АРТЕРІЇ, ЗУМОВЛЕНИХ ПОЯВОЮ ЇЇ ПАТОЛОГІЧНОЇ ЗВИТОСТІ**	445
9. К.О. Семенович **СУМІСНИЙ КУТОВИЙ РУХ СПІВОСНОГО ЦИЛІНДРИЧНОГО РЕЗЕРВУАРУ, ЧАСТКОВО ЗАПОВНЕНОГО ІДЕАЛЬНОЮ РІДИНОЮ**	446
10. О. М. Трофимчук, О. А. Савицький **ПРЯМОКУТНИЙ ШТАМП З ВОДОНЕПРОНИКНОЮ ПІДОШВОЮ ПРИ ВЕРТИКАЛЬНИХ КОЛИВАННЯХ НА ШАРІ ҐРУНТУ ПО МОДЕЛІ БІО**	447
11. В.Г. Басовський **МЕТОД ЧАСТКОВИХ ОБЛАСТЕЙ В ЗАДАЧІ ПРО РОЗСІЮВАННЯ АКУСТИЧНОЇ ХВИЛІ ЦИЛІНДРИЧНОЮ ПРУЖНОЮ ОБОЛОНКОЮ З НАПІВСФЕРИЧНИМИ ЗАКІНЦІВКАМИ**	449

В.Т. Грінченко

ВИКОРИСТАННЯ ПРУЖНО РІДИННОЇ ВЗАЄМОДІЇ ДЛЯ КОНТРОЛЮ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОЛИВАЛЬНИХ СИСТЕМ

Інститут гідромеханіки НАНУ, вул. Марії Капніст 8/4,03057, Київ, Україна;e-mail: nsgihm@gmail.com

Із наукової спадщини С. П. Тимошенка дві його книги по теорії оболонок і з по проблемам коливань справили визначний вплив на розвиток багатьох напрямків в інженерній механіці. В доповіді представлено результати дослідження можливостей керування динамічними характеристиками коливальними системами, що використовуються в гідроакустиці при створенні випромінювачів звуку. Одним із широко використовуваних конструктивних елементів є циліндрична оболонка, що виготовляється із п'єзо активних матеріалів. Для досягнення ефективного випромінювання такі елементи працюють на резонансних частотах. При цьому в практиці використання таких елементів часто виникає потреба в необхідності зміни робочої частоти без зміни геометричних параметрів активних елементів.

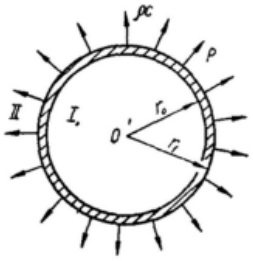


Рис.1

При аналізі коливань тонкостінних елементів в воді традиційна постановка задачі з заданими значеннями коливальної швидкості на поверхні випромінювача є некоректною, оскільки навколишнє середовище суттєво впливає на динамічні характеристики системи. Коректним є задання потужності еклектичного генератора коливань. При цьому резонансна частота визначається в процесі розв'язання зв'язаної задачі. Певну корекцію в значення резонансної частоти вносить і врахування внутрішньої рідини в циліндрі, але в цілому мова йде про поправки порядку10 відсотків. Зміна значення резонансної частоти можливо лише при змін геометрії оболонки або властивостей рідини, в якій реалізуються коливання.

Динамічні характеристики циліндричного випромінювача змінюються при заповненні порожнини стисливою рідино. При цьому характер впливу суттєво залежить від властивостей рідини та фізико механічних характеристик матеріалу випромінювача. Прирізних умовах наявність внутрішньої рідини може приводити, як до зростання, так і до зменшення резонансної частоти, Практично більш цікаво використовувати більш складну структуру у внутрішньому об'ємі циліндра, як це показано на рис. 2 В середині циліндра маємо вставку, властивості якої можуть змінюватися. Для випадку акустично жорсткої вставки ситуація практично не відрізняється від циліндра з рідинним заповненням. Резонансна частота може , як зростати, так і зменшуватися. Принципово інша поведінка коливальної системи спостерігається при наявності акустично м'якої вставки. Такий випадок для відносно невеликих глибин занурення випромінювача може бути реалізований при використанні спеціальних сортів гуми, як матеріалу для вставки. При певних співвідношеннях геометричних розмірів оболонки і вставки можна досягти зменшення резонансної частоти системи в півтора два рази. Це практично цікавий варіант управління резонансними частотами гідроакустичних випромінювачів. Фізична основа ефекту досить проста. У випадку акустично м'якої вставки пружні властивості рідини практично не проявляються і її рух забезпечує чисте зростання приєднаної маси.

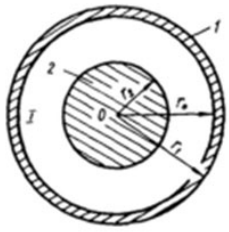


Рис.2

Використання спеціально організованих рухів рідини дає більш широкі можливості контролю динамічних характеристик коливальної системи. Оскільки в попередньому випадку фізичний ефект базується на використанні акустично м'яких компонентів в конструкції коливальної системи можна вказати на ще один підхід до вирішення проблеми контролю величини резонансної частоти. Схема організації таких рухів рідини представлена на рис.3. Основним активним елементом тут також є зовнішня циліндрична оболонка. Важливим компонентом системи є жорстка внутрішня вставка у вигляді циліндрів з близьким за розміром радіусом. Об'єм між циліндрами заповнено рідиною. Цей об'єм поділено на секції довжиною $2h$ Для випадку коли відстань між м'якими вставками значно менша довжини хвилі вдається досить легко побудувати математичну модель коливальної системи, що дає можливість наочно висвітлити фізичну сутність ефекту зміни резонансної частоти. Внесок в загальний імпеданс коливальної системи, зумовлений рухом рідини в проміжку між циліндрами пропорційний величині $-ictg\alpha(r_0 - r_2)$. Видно, що приєднана маса може зростати при зменшенні величини зазору. Розрахунки для ситуацій, що можуть бути практично

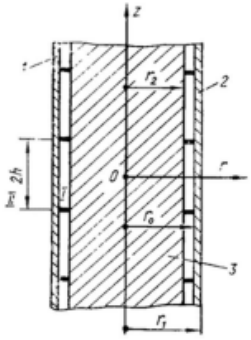


Рис.3

реалізовані, показують можливість зменшення резонансної частоти в 2-2.5 рази. Ефект має просте фізичне пояснення. Завдяки тому, що величина $2h/(r_0 - r_2)$ значна в проміжку між циліндрами відбувається трансформація радіального руху рідини в осьовий. При цьому величина приєднаної маси значно зростає.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: Гідроакустичні випромінювачі, циліндрична п'єзокерамічна оболонка, приєднана маса, резонансна частота, контроль резонансної частоти

V.T. Grinchenko

THE USE OF ELASTIC-FLUID INTERACTION TO CONTROL THE DYNAMIC CHARACTERISTICS OF OSCILLATING SYSTEM

S.P. Institute of Hydromechanics of the NAS of Ukraine, M.Kapnist Str.8/4, 03057, Kyiv, Ukraine

This presentation discusses the results of an analysis aimed at controlling the resonant frequencies of hydroacoustic sound emitters. These emitters are designed with active elements consisting of cylindrical shells crafted from piezoelectric materials. When these emitters operate in water, they expedite the formation of radiation damping effects and the introduction of attached mass. The presence of this attached mass results in a reduction of the resonance frequency. However, this reduction is minimal. We demonstrate that the incorporation of acoustically soft materials, filling the internal volume with liquid, and creating a liquid motion transformer can significantly decrease the resonant frequency of these emitters, often by several-fold.

В.Т. Грінченко[1] , І.В. Вовк[1], В.Т. Маципура[2]

ПРИРОДА ШУМУ ДИХАННЯ ТА ЙОГО МУЛЬТИФРАКТАЛЬНІ ВЛАСТИВОСТІ

[1]Інститут гідромеханіки НАНУ, вул. Марії Капніст 8/4, 03057, Київ, Україна;
e-mail: grinchenko@nas.gov.ua , vovkiv@nas.gov.ua
[2]Київський національний університет імені Тараса Шевченка,
просп. Академіка Глушкова, 4-е, 03127, Київ, Україна; e-mail: mnivtt@gmail.com

На основі використання традиційної та оригінальної методики реєстрації везикулярного та трахейного шуму дихання людини в нормі та проведення їх спектрального та фрактального аналізу, встановлено, що шуми мають мультифрактальний характер та природа виникнення везикулярного та трахейного шуму різна. Показано, що везикулярний шум виникає в результаті деформації розтягування-стиснення паренхіми легень у процесі дихання, а трахейні шуми, як відомо, за рахунок пульсацій тиску на внутрішній поверхні трахеї, викликаних нестаціонарністю потоку повітря в зоні голосової щілини.

Запропоновано математичну модель процесу генерації везикулярного шуму дихання, засновану на припущенні про істотний внесок вібрації стінок альвеол у звукоутворення при акті дихання. Розроблено модель стінки альвеоли у вигляді мембрани й показано, що при її періодичному розтяганні можуть виникати поперечні коливання, здатні генерувати звук. Визначено характеристики складного шумового сигналу, що формується при одночасному збуджені мембран з різними механічними характеристиками. На основі аналізу такого сигналу встановлено, що його форма й фрактальні властивості досить близькі до форми й фрактальних властивостей реального везикулярного шуму.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: фрактальний, мультифрактальний, шум дихання, везикулярний шум, трахейний шум.

V.T. Grinchenko[1], I.V. Vovk[1], V.T. Matsypura[2]

NATURE OF BREATH SOUND AND ITS MULTIFRACTAL PROPERTIES

[1]S.P. Institute of Hydromechanics of the NAS of Ukraine, M.Kapnist Str. 8/4, 03057, Kyiv, Ukraine
[2]Taras Shevchenko National University of Kyiv, 4th Academician Glushkov avenue, 03127, Kyiv, Ukraine

Based on the use of the traditional and original methodology of registration vesicular and tracheal sounds of breathing of a person in a normal state and conducting their spectral and fractal analysis, it was found that the sounds are multifractal character and the nature of the occurrence of vesicular and tracheal sound is different.

Г.О. Воропаєв, Я.В. Загуменний

ЗВ'ЯЗАНА ГІДРОПРУЖНА ЗАДАЧА РУХУ ТІЛ У СУЦІЛЬНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Інститут гідромеханіки НАН України, вул. М. Капніст, 8/4,
03057, Київ, Україна; e-mail: voropaiev.gena@gmail.com

При русі тіл у водному або повітряному середовищах до певних швидкостей закономірності формування полів течії при виконанні подібності за числом Рейнольдса зберігають кінематичну подібність. Проте, термодинамічні навантаження на обтічні поверхні для різних середовищ суттєво відрізняються, що ставить відповідні вимоги до характеристик міцності обтічних тіл та методів спрямованих на зниження цих навантажень.

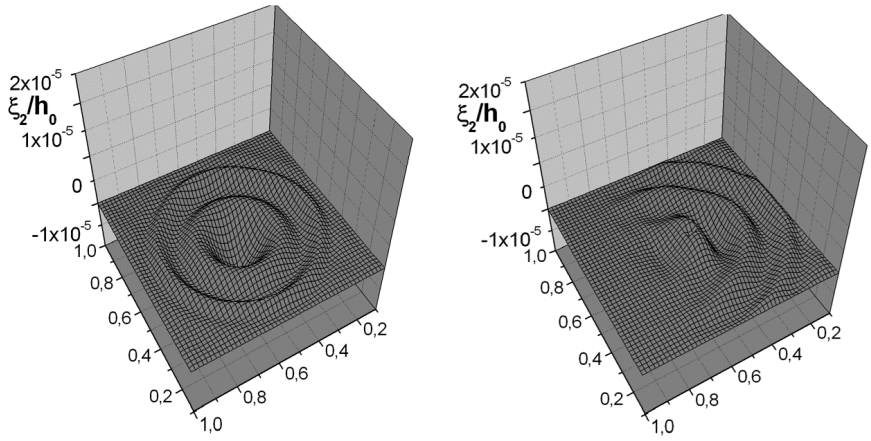
Задача взаємодії збуреного потоку з поверхнею пасивно деформівних тіл майже завжди зводиться до задачі деформування в'язкопружного шару під дією нестаціонарного розподіленого навантаження [1, 3]:

$$P(x, y=\eta, z, t) = F_n(x, y, z, t) = a(\eta)\exp(i\alpha(x-ct)) + f_n(x, y, z);$$

$$\tau(x, y=\eta, z, t) = F_\tau(x, y, z, t) = b(\eta)\exp(i\alpha(x-ct)) + f_\tau(x, y, z).$$

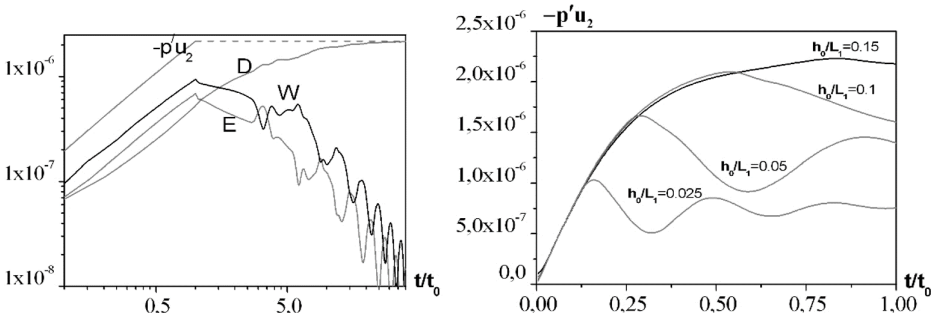
Внаслідок впливу такого навантаження у в'язко-пружному шарі окрім вимушеного деформованого стану виникає ряд власних хвиль, які поширюються зі швидкостями, що залежать від механічних констант в'язкопружного шару та його геометричних параметрів [1–3].

В якості одного з підходів до моделювання взаємодії турбулентного потоку з деформівною обтічною поверхнею розглянуто задачу нестаціонарного деформування в'язкопружного шару під дією локального імпульсного навантаження, параметри якого узгоджуються з характерними просторово-часовими масштабами найінтенсивніших турбулентних пульсацій у примежовому шарі [2].



а *б*

Рис.1.



а *б*

Рис.2.

Миттєве прикладання локального навантаження на поверхні в'язко-пружного шару призводить до формування нестаціонарного хвильового руху, характеристики якого залежать від механічних і геометричних параметрів шару та параметрів навантаження (Рис.1). При змінній товщині в'язко-пружного покриття на його поверхні формується спрямоване хвильове поле подібне до активно генерованої біжучої хвилі, що може взаємодіяти з власними збуреннями примежового шару і суттєво впливати на його структуру (Рис.1, б) [4]. Сприйнята, кінетична, потенційна і дисипована енергії в'язко-пружного шару знаходяться у строгому миттєвому балансі, а структура їх залежностей у часі відображає складні нестаціонарні процеси взаємодіючих відбитих нормальних і зсувних хвиль (Рис.2, а). Енергія імпульсного навантаження практично перестає сприйматися в'язко-пружним шаром після досягнення відбитою нормальною хвилею поверхні шару, що дозволяє визначити умову максимального поглинання енергії навантаження в залежності від його тривалості, локальної товщини та механічних параметрів в'язко-пружного шару (Рис.2, б).

Таким чином, визначена деформованість обтічної поверхні в'язко-пружного шару дозволяє врахувати не тільки величину енергії, що поглинається шаром, але й оцінити вплив деформації поверхні на вихрову структуру пристінних течій.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: турбулентний потік, обтічна деформівна поверхня, в'язкопружний шар, нестаціонарне навантаження, пружні хвилі, дисипація енергії, чисельне моделювання

1. Веденеев В.В. Розповсюдження хвиль у шарі в'язко-пружного матеріалу, що підстилає шар рухливої рідини // Прикладна математика і механіка. – 2016. – **80**, № 3. – С. 317–343.
2. Воропаєв Г.О., Загуменний Я.В. Динамічні і кінематичні характеристики в'язко-пружного шару змінної товщини під дією імпульсного навантаження // Акуст. вісник. – 2005. – **8**, № 4. – С. 29–38.
3. Воропаєв Г.О., Попков В.І. Енергетичні і кінематичні характеристики розповсюдження хвиль у в'язко-пружному багатошаровому полому циліндрі // Прикл. механіка. – 1986. – 24, № 7. – С. 43–48.
4. Voropaiev G.A., Zagumennyi Ya.V. Boundary layer perturbations generated by locally deformable surface // Int. J. Fluid Mechanics Research. – 2019. – **46**, N 4. – P. 325–335.

G.O. Voropaiev, Ya.V. Zagumennyi

COUPLED HYDRO-ELASTIC PROBLEM OF BODIES MOVEMENT IN A CONTINUOUS MEDIUM

Institute of Hydromechanics of the National Academy of Sciences, M. Kapnist Str., 8/4, 03057, Kyiv, Ukraine

The problem of unsteady deformation of a viscoelastic layer under the action of a local impulse load is considered, which allows determining the amount of energy absorbed by the layer and evaluating the effect of surface deformation on the vortex structure of near-wall flows. Variability of viscoelastic layer thickness enables generating directed wave fields which can interact with the boundary layer eigen perturbations and significantly affect its structure.

Н.С. Городецька[1] , Т.В. Соболь[1], Т.М. Щербак[2]

ВПЛИВ ДВОФАЗНОСТІ СЕРЕДОВИЩА НА ВЛАСТИВОСТІ ПОВЕРХНЕВИХ ХВИЛЬ НА ВІЛЬНІЙ МЕЖІ

[1]Інститут гідромеханіки НАНУ, вул. Марії Капніст 8/4,03057, Київ, Україна;
e-mail: nsgihm@gmail.com
[2]Національний університет біоресурсів і природокористування України, вул. Героїв Оборони, 15, Київ, Україна; e-mail:mirgtanya@gmail.com

Широке практичне застосування поверхневих хвиль обумовило формування цілого наукового напрямку, присвяченому вивченню їх поширення, збудження і виявлення. Поверхневі хвилі, починаючи з робіт Релея до сьогодення досліджуються стосовно задач сейсмології, газо-, нафто- розвідки, біомеханіки, неруйнівного контролю та ряду інших напрямків. Традиційно поверхневі хвилі вивчаються в рамках моделі однофазного пружного середовища. В той же час в реальних умовах, необхідно враховувати багатофазності середовища. В даній роботі на основі теорії Біо встановлено специфічні особливості поверхневих хвиль в пористо-пружному півпросторі з вільною межею.

На вільній межі пористо-пружного середовища, в рамках теорії Біо, можливі два типи граничних умов – проникна або непроникна межа. Для обох типів граничних умов були отримані дисперсійні рівняння для поверхневої хвилі .

Спочатку розглядалось пористо-пружне середовище без затухання. Аналіз існування поверхневої хвилі проведено для проникної та непроникної межі в залежності від запропонованого параметру – відношення модуля зсуву пружного скелету до модуля всебічного стиснення порової рідини. Введений параметр дозволив розділити пористо-пружні середовища на м'які ($\mu / K_f < 0.1$) і тверді ($\mu / K_f > 1.5$). Для випадку проникної межі пористо-пружного півпростору, на відміну під пружного середовища, «класична» поверхнева хвиля як суперпозиція трьох неоднорідних хвиль існує не для всіх можливих механічних характеристик. Для м'яких середовищ (швидкість поперечної хвилі найменша) поверхнева хвиля існує завжди. Енергія такої хвилі зосереджена в пружному скелеті. За умови $\mu / K_f > 1.0$ можлива ситуація, за якої поверхнева хвиля стає «витікаючою», тобто її хвильове число стає комплексним, вона затухає в напрямку поширення і переносить енергії в глибину. Фазова швидкість такої хвилі $c_{r1} = \mathrm{Re}\,\omega / \xi$ менше швидкості поздовжньої та поперечної хвиль, але перевищує швидкість повільної поздовжньої хвилі. В цій ситуації енергія поверхневої хвилі «перекачується» в енергію повільної поздовжньої хвилі, яка стає поширюваною і переносить енергію від вільної межі в глибину півпростору.

Для непроникної вільної межі пористо-пружного півпростору, на відміну від проникної межі, поверхнева хвиля існує для всіх можливих параметрів пористого середовища. Проте властивості поверхневої хвилі різні для м'якого та твердого середовищ. Зокрема, для м'якого середовища $\mu / K_f < 0.1$ фазова швидкість поверхневої хвилі близька до швидкості хвилі Релея в ідеально пружному півпросторі. Енергія цієї хвилі зосереджена, в основному, в пружному скелеті; для твердого середовища $\mu / K_f > 1.5$ швидкість поверхневої хвилі прямує до швидкості повільної поздовжньої хвилі. Енергія такої хвилі зосереджена в поровій рідині.

У даній роботі також були розглянуті кінематичні характеристики поверхневої хвилі. Залежність переміщень поверхневої хвилі від глибини на вільній проникній межі пористо-пружного півпростору аналогічна кінематиці поверхневої хвилі в ідеальному пружному півпросторі. Кінематика поверхневої хвилі для вільної непроникної межі суттєво відрізняється. Зокрема, нормована вертикальна компонента переміщення u_z / u_{z0} не перевищує 1. Горизонтальна компонента для м'яких матеріалів не змінює знак і затухає з глибиною повільніше ніж вертикальна компонента. Для жорстких матеріалів горизонтальна компонента переміщення затухає значно повільніше, ніж вертикальна компонента. Відмінності кінематики поверхневої хвилі для проникної та непроникної межі обумовлені різницею в поведінці порової рідини.

У даній роботі враховується затухання, обумовлене взаємодією пружної і рідкої фаз – відносним рухом в'язкої рідини по порах пружного скелета. Урахування дисипації в середовищі призводить до того, що поверхнева хвиля затухають у напрямку поширення, переносять частину енергії в глибину і їхні фазові швидкості залежать від частоти.

Для непроникної межі поверхнева хвиля слабо затухає в напрямку поширення. Її фазова швидкість незначно збільшується з частотою і прямує до швидкості поверхневої хвилі в еквівалентному однофазному середовищу. Затухання цієї хвилі збільшується з ростом частоти і визначається кінематичною в'язкістю порової рідини. Основна частина енергії поверхневої хвилі зосереджена в пружному скелеті. Для м'яких

середовищ практично вся енергія поверхневої хвилі знаходиться в шарі товщиною 0.1λ . Для твердих середовищ товщина шару зростає, зокрема, для $\mu / K_f = 2$ товщина шару становить 0.5λ .

Для непроникної межі поверхнева хвиля поширюється зі швидкістю близькою до швидкості поверхневої хвилі в поро-пружному півпросторі без затухання. Ця хвиля слабо затухає в напрямку поширення. Затухання поверхневої хвилі для непроникної межі більше ніж для проникної межі. При цьому затухання хвилі збільшується при зменшенні μ / K_f і зростає із збільшенням частоти. На відміну від пористо-пружного півпростору без врахування затухання, в даному випадку, кінематика поверхневої хвилі, як для проникної, так і для непроникної меж подібна до кінематики поверхневої хвилі в пружному півпросторі. Для непроникної межі основна частина енергії, яку переносить поверхнева хвиля, зосереджена в пружному скелеті

Таким чином, в пористо-пружному півпросторі без врахування затухання поверхнева хвиля для проникної межі існує не для всіх можливих механічних характеристик середовища. В узькому діапазоні зміни параметрів (для м'яких матеріалів) поширюється поверхнева хвиля. Для жорстких матеріалів поверхнева хвиля стає «витікаючою». Для непроникної межі поверхнева хвиля існує завжди. При цьому для м'яких матеріалів її швидкість близька до швидкості поверхневої хвилі в однофазному середовища, а для жорстких матеріалів прямує до швидкості повільної поздовжньої хвилі. При врахуванні затухання поверхнева хвиля існує завжди, а її акустичні характеристики визначаються типом вільної границі (проникна або непроникна) і характеристиками середовища.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: поверхнева хвиля, пористо- пружне середовище, граничні умови, проникна, непроникна межа, затухання.

T.V.Sobol, N.S.Gorodetska, T.M.Shcherbak

THE INFLUTNCE OF TWO-PHASE MEDIUM ON THE PROPERTIES OF SURFACE WAVES AT A FREE BOUNDARY

S.P. Institute of Hydromechanics of the NAS of Ukraine, M.Kapnist Str.8/4, 03057, Kyiv, Ukraine

Peculiarities of surface wave propagation in liquid-saturated porous-elastic half-space with a free boundary are analyzed. It is shown that there is only one surface wave with low attenuation in propagation direction for the half-space with permeable boundary. If the half-space boundary is impermeable, the two surface waves occur. One of them is low-attenuating wave. The second wave attenuates significantly. The greater part of energy transferred by the first wave is concentrated in the elastic skeleton. The most energy of the second one is concentrated in the liquid.

Я.І. Кунець, Р.М. Кушнір, В.В. Матус

ПОШИРЕННЯ *SH*-ХВИЛЬ У КОМПОЗИТІ ІЗ ПРУЖНИМИ ВОЛОКНАМИ НЕКАНОНІЧНОГО ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕРІЗУ ЗА ПРИСУТНОСТІ ТОНКОГО МІЖФАЗНОГО ПРОШАРКУ

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С.Підстригача НАНУ, вул. Наукова, 3-б, 79060, Львів, Україна; e-mail: matus@iapmm.lvi.ua

Розглянуто поширення плоскої гармонічної хвилі поздовжнього зсуву у необмеженому пружному середовищі із випадково розподіленими волокнами однакового поперечного перерізу за присутності тонких міжфазних прошарків змінної товщини. Товщини прошарків малі відносно характерного розміру волокон та довжин хвиль, що поширюються у композиті. Волокнистий композит із стохастично розташованими наповнювачами моделюється як однорідне середовище з ефективними параметрами, що визначаються співвідношеннями Фолді. Згідно цих співвідношень ефективні фазові швидкості та коефіцієнти загасання хвиль визначаються на основі розв'язків задач розсіяння плоских *SH*-хвиль локальними волокнами.

Для розв'язання задачі розсіяння використовується асимптотичне моделювання взаємодії тонкої неоднорідності з навколишніми тілами та метод нульового поля (*T*-матричний метод) [1, 2].

Проаналізовано вплив форми волокон та прошарків, об'ємної частки наповнювачів та їх взаємної орієнтації (випадкової чи впорядкованої) на частотні залежності фазових швидкостей та коефіцієнтів загасання зсувних хвиль у матричному волокнистому композиті.

Дана робота виконана за темою ІППММ ім. Я.С. Підстригача НАН України (ВБ-15-18-21/479) за рахунок коштів бюджетної програми «Підтримка розвитку пріоритетних напрямів наукових досліджень» (КПКВК 6541230).

КЛЮЧОВІ СЛОВА: волокнистий композит, дисперсія та загасання *SH*-хвиль, пружне волокно неканонічної форми, тонкий прошарок, метод нульового поля

1. Kunets Ya.I., Matus V.V. Asymptotic approach in dynamic problems of the theory of elasticity for bodies with thin elastic inclusions // J. Math. Sci. – 2021. – **241**, N 1. – P. 1–19.
2. Kushnir R., Kunets Ya., Matus V., Trofymchuk O. Plane scattering problem for an inclusion of non-classical shape with a thin interphase layer // Structural Integrity. Vol. 8. Proc. of the Second Int. Conf. on Theoretical, Applied and Experimental Mechanics / E.E. Gdoutos ed. – Springer, 2019. – P. 209–214.

Ya.I. Kunets, R.M. Kushnir, V.V. Matus

PROPAGATION OF *SH*-WAVES IN A COMPOSITE WITH ELASTIC FIBERS OF NON-CANONICAL CROSS-SECTION IN THE PRESENCE OF A THIN INTERPHASE LAYER

Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics of the National Academy of Sciences, Naukova Str., 3-b, 79060, Lviv, e-mail: matus@iapmm.lvi.ua

The propagation of a plane harmonic *SH*-wave in an unbounded elastic medium with randomly distributed fibers of the same cross-section in the presence of thin interphase layers of variable thickness is considered. The influence of the shape of fibers, the volume fraction of fillers, and their mutual orientation on the frequency dependence of phase velocities and damping coefficients of shear waves in the fiber-matrix composite were analyzed.

B.-Y. Ni [1], Y.A. Semenov [2]

HYDROELASTIC INTERACTION IN A CHANNEL WITH OBSTRUCTION

[1] *College of Shipbuilding Engineering, Harbin Engineering University, 145 Nantong Street, Harbin 150001, China; e-mail: nibaoyu@hrbeu.edu.cn*

[2] *Institute of Hydromechanics, National Academy of Sciences of Ukraine, 8/4 Marii Kapnist Street, Kyiv 03057, Ukraine; e-mail: yuriy.a.semenov@outlook.com*

The two-dimensional nonlinear problem of steady flow in a channel of arbitrary bottom shape is considered. The mathematical model is based on the velocity potential theory with fully nonlinear boundary conditions on the liquid boundary and on the nonlinear Cosserat plate model for an elastic sheet, which are coupled throughout a numerical procedure. The integral hodograph method is employed to derive the complex potential of the flow. The problem is reduced to a system of integral equations, which is solved using the collocation method. Case studies are conducted for both subcritical and supercritical flow regimes in a channel with a semi-circle obstruction. Two solutions corresponding to perturbed and soliton-type single waves in the case without an ice sheet are obtained. They transform into two solutions with a waving free surface behind the obstruction in the presence of an ice sheet. It is found that near a critical Froude number, a steady solution may not exist.

The problem of interaction between a fluid and an elastic boundary is a classical problem of fluid mechanics that is of interest in offshore and polar engineering, medicine, and many industrial applications. In the last two decades, this topic has received much attention due to the melting of ice in the Arctic regions, opening new routes for ships and new regions for resource exploration [5, 10, 11]. Most of the studies are devoted to wave propagation along the ice sheet caused by a moving load [6], to bodies submerged in the liquid beneath the ice sheet [9], and to the sea bed topography [4]. The last case is of particular interest concerning a floating offshore runway, which is often referred to as a VLFS (very large floating structure). Due to a high ratio of the VLFS length to the VLFS vertical thickness, the hydroelastic interaction between the elastic structure deformation and the liquid flow around it becomes important when designing the structure.

In the literature, most of the studies deal with linear theories of water waves. We mention some of the works: Porter & Porter [7] studied the effect on wave propagation of an ice sheet of varying thickness floating on water of varying depth in three dimensions using a linear theory and invoking the mildslope approximation for the ice thickness; Hermans [1] studied the interaction of free-surface waves with floating flexible strips using a method based on the application of Green's theorem, with a specific choice of the Green function; Kashiwagi [4] developed a numerical method based on the B-Spline Galerkin scheme and applied it to calculating the hydroelastic response of a very large floating structure in waves; Khabakhpasheva & Korobkin [3] investigated ways to mitigate oscillations of floating elastic plates under the influence of periodic surface water waves applying a method based on expansions of the hydrodynamic pressure and the beam deflection in basic functions.

The works studying effects of sea-bottom topography on the hydroelastic behaviour of floating structure are not numerous. We mention Karmakar et al. [2] and the references therein. All the studies are based on linear theories for the liquid and the elastic beam model for the plate.

In this paper, we present a nonlinear problem of hydroelastic waves in a liquid of finite depth generated by the bottom topography. The method accounts for fully nonlinear kinematic and dynamic boundary conditions on the bottom and the interface between the elastic sheet and the liquid. The elastic sheet is modeled using the Cosserat theory of hyperelastic shells suggested by Plotnikov and Toland [8]. To derive the flow potential, we use the integral hodograph method. The method enables one to derive an expression for the flow potential that includes the velocity magnitude on the interface in explicit form. This allows one to adapt the solution to the present problem, because the velocity magnitude on the interface between the liquid and the elastic sheet appears in the dynamic boundary condition explicitly. The coupling of the elastic sheet and the liquid problems is based on the condition of the same pressure on the interface: one from the flow dynamics and the other from the elastic sheet equilibrium.

Case studies were conducted for both subcritical and supercritical flow regimes. Two solutions corresponding to perturbed and soliton-type single waves in the case without an ice sheet were obtained. In the case of an ice sheet, the obstruction generates the wave on the interface downstream of the obstruction. For some combinations of the obstruction size and Froude number, the steady solution may not exist, especially near the critical Froude number.

KEYWORDS: hydroelasticity, nonlinear interface flow, complex potential.

1. Hermans A.J. Interaction of free-surface waves with floating flexible strips // J. Engng Maths. – 2004. – 49. P. 133–147.
2. Karmakar D., Bhattacharjee J. and Sahoo T. Flexural gravity wave scattering due to variations in bottom topography // Proceedings of the 28th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering. OMAE2009. – 2009. – May 31 - June 5.
3. Khabakhpasheva T.I., Korobkin A.A. Hydroelastic behaviour of compound floating plate in waves // J. Engng Maths. – 2002. – 44. – P. 21 – 40.
4. Kashiwagi M. A B-Spline Galerkin scheme for calculating hydroelastic response of a very large floating structure in waves // J. Mar. Sci. Tech. – 1998. – 3. – P. 37 – 49.
5. Korobkin, A., Parau E. I., and Vanden-Broeck J.-M. The mathematical challenges and modelling of hydroelasticity // Phil. Trans. R. Soc. Lond. A. – 2011. – 369. – P. 2803 – 2812.
6. Parau E. I. and Dias F. Nonlinear effects in the response of a floating ice plate to a moving load. // J. Fluid Mech. – 2002. – 460. – P. 281 – 305.
7. Porter D. and Porter R. Approximations to wave scattering by an ice sheet of variable thickness over undulating bed topography. J. Fluid Mech. – 2004. – 509. – P. 145–179.
8. Plotnikov P. I. and Toland J. F. Modelling nonlinear hydroelastic waves // Phil. Trans. R. Soc. Lond. A. – 2011. – 369. – P. 2942 – 2956.
9. Semenov Y. A. Nonlinear flexural-gravity waves due to a body submerged in the uniform stream // Phys. Fluids – 2021. – 33. - 052115.
10. Squire V. A., Robinson W. H., Langhorne P. J., and Haskell T. G. Vehicles and aircraft on floating ice // Nature – 1988. – 333. – C. 159 – 161.
11. Squire V. A., Hosking R. J., Kerr A. D., and Langhorne P. J. Moving Loads on Ice Plates. – Kluwer, 1996. – 120 p.

Т. С. Краснопольська

ВНЕСОК С. П. ТИМОШЕНКА У ВИВЧЕННЯ ЕФЕКТУ ЗОММЕРФЕЛЬДА – КОНОНЕНКА

Інститут гідромеханіки НАНУ, вул. Марії Капніст, 8/4,
03057, Київ, Україна e-mail: krasnopolska1005@gmail.com

Під ефектом Зоммерфельда – Кононенка зараз розуміється таке загальне явище, як сукупність динамічних ефектів при взаємодії будь-якого виду збудника коливань і різної природи коливальних систем, коли вихідна потужність збудника є величиною, порівнянною з потужністю, яка споживається коливальними системами, в основному, при резонансних коливаннях.

Теорія коливальних систем з обмеженим збудженням сформувалась як самостійний науковий напрямок біля півстоліття тому, в 1964 р., після виходу книги Віктора Олімпановича Кононенка [1]. Однак перші роботи, які заклали фундамент нового наукового напрямку, було опубліковано на самому початку минулого сторіччя видатним німецьким фізиком Арнольдом Зоммерфельдом [5, 6]. Метою експериментів був аналіз керованості функціонування електродвигунів та визначення умов проходження малопотужними електродвигунами резонансних зон коливань фундаментів, на яких вони були встановлені. Теоретично функціонування електродвигуна очікувалося бути простим у використанні: при збільшенні величини струму в ланцюзі електродвигуна збільшуються напруга та потужність, і як результат, збільшується швидкість обертання валу. На багатьох швидкісних інтервалах так все і відбувалося, крім деяких інтервалів значень. В таких інтервалах швидкість обертання валу двигуна ніби «завмирала», залишаючись постійною, незважаючи на повільне збільшення як струму, так і напруги. Потім, коли напруга досягала значення, яке гіпотетично відповідало б швидкості обертання на декілька сотень оборотів за хвилину більше, швидкість стрибком збільшувалась до необхідного значення. А. Зоммерфельд зробив висновок, що мотор втратив 2/3 своєї потужності на підтримання резонансних коливань ніжок стола.

Видатний вчений-механік Степан Прокопович Тимошенко повторив дослід А. Зоммерфельда, використавши маленький електромотор, закріплений на гнучкій сталевій балці на двох опорах. Як пише С. П. Тимошенко [7], «...коли система знаходилась в резонансі, мали місце сильні згинні коливання балки. Натисканням руки на балку ці коливання відвертались, і легко демонструвалось раптове збільшення швидкості мотора». С. П. Тимошенко не лише повторив дослід А. Зоммерфельда, він також вперше назвав неочікувані явища взаємодії функціонування двигуна і коливальної системи фундаменту «ефектом Зоммерфельда».

Віктор Олімпанович Кононенко поглянув на ефект Зоммерфельда з точки зору нестійкості і нереалізованості коливань різних механічних систем в деяких частотних діапазонах. В. О. Кононенко поставив за мету дослідження властивостей коливальних систем, коли вони знаходяться під збудженням від пристроїв, які мають відносно малу потужність. Він назвав такі коливальні системи системами з обмеженим збудженням, а сам механізм (електродвигун) - неідеальним джерелом енергії.

За минулі після опублікування книги В. О. Кононенка півстоліття науковий розділ «Коливальні системи з обмеженим збудженням» отримав розвиток в декількох напрямках. Перш за все відмітимо шість основних магістралей розвитку.

1. Взаємодія коливальних систем з неідеальними джерелами енергії різної фізичної природи.
2. Взаємодія коливальних систем з різного типу коливань: змушених, параметричних, автоколивань і змішаних (змушених і параметричних, змушених і автоколивань, параметричних і автоколивань.
3. Взаємодія коливальних систем з механізмами збудження при урахуванні властивостей оточуючого навколишнього середовища.
4. Дослідження принципово різних режимів взаємодії в системі «коливальна підсистема – механізм збудження», а саме, перехідних і усталених-стаціонарних: які відповідають положенню рівноваги, періодичних (квазіперіодичних) і хаотичних. Принципово новий клас усталених режимів становлять хаотичні, які вперше були знайдені та отримані в роботах автора у співпраці з О. Ю. Швецем [2].
5. Розвиток та дослідження моделі взаємодії серцево-судинної та респіраторної систем з урахуванням зворотного впливу діяльності серця на основні параметри дихання проводяться в роботах з Є. Д. Печуком [3] .
6. Цікавими для задач взаємодії пружних систем з потоками рідини та газу є результати досліджень, метою яких було виявлення характерних рис обмеженого збудження систем, коли основна доля енергії, що споживається системою, відповідає енергії, що переноситься однорідними хвилями, а не споживається на внутрішньому демпфуванні. Конкретний розгляд даної проблеми було проведено [4] на прикладі коливань нескінченної пружної пластини, контактуючої з акустичною рідиною,

КЛЮЧОВІ СЛОВА: Ефект Зоммерфельда – Кононенка, обмежена потужність, динамічний хаос

1. Kononenko V. O. Vibrating Systems with a Limited Power-Supply. – London: Iliffe, 1969. – 236 p.
2. Krasnopolskaya T. S., Shvets A. Yu. Chaos in vibrating systems with limited power-supply // Chaos. 1993. Vol. 3. P. 387-395.
3. Krasnopolskaya T. S., Pechuk E. D. Cardiorespiratory System with Strong Interaction. // Chaotic Modeling and Simulation (CMSIM). 2017. No. 1. P. 141–146.
4. Krasnopolskaya T. S. Chaos in acoustic subspace raised by the Sommerfeld- Kononenko effect. // Meccanica. 2006. Vol. 41. P. 299–3106
5. Sommerfeld A. Beitrage zum dynamischen Ausbau der Festigkeitslehre // Phys. Z. 1902. Band 3. – S. 266–271.
6. Sommerfeld A. Beitrage zum dynamischen Ausbau der Festigkeitslehre // Z. Vereines deutscher Ingenieure. 1902. – Band 46.– P. 391–394.
7. Timoshenko S. Vibration Problems in Engineering. – New York: Van Nostrand, 1928. – 480 p.

T. S. Krasnopolskaya

CONTRIBUTION OF S.P. TIMOSHENKO IN SOMMERFELD – KONONENKO EFFECT STUDY

Institute of Hydromechanics of the National Academy of Sciences, Marii Kapnist Str., 8/4, 03057, Kyiv, Ukraine

A brief history of the section of mechanics — a study of systems with limited excitation and its development are presented. A review of A. Sommerfeld's experiments and the fundamental works of S.P. Timoshenko and V. A. Kononenko are presented. New studies in this direction have been published, which indicates their relevance and interest in them.The vibrations of an infinite plate in contact with acoustic medium were studied as the system with limited exitation.

А. О. Борисюк[1], Д. М. Себов[2]

ВИЗНАЧЕННЯ ЗМІН У ВИТРАТНИХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ТЕЧІЇ КРОВІ В КОРОНАРНІЙ АРТЕРІЇ, ЗУМОВЛЕНИХ ПОЯВОЮ ЇЇ ПАТОЛОГІЧНОЇ ЗВИТОСТІ

[1]Інститут гідромеханіки НАНУ, вул. Марії Капніст, 8/4,
03680 Київ-180 МСП, Україна; e-mail: aobor@ukr.net
[2]Міська клінічна лікарня №10, вул. Маршала Малиновського, 61, 65000 Одеса, Україна.

Розроблено наближений метод [1], який дозволяє кардіологам із прийнятною для них точністю та швидкістю визначати кількісні зміни у витратних характеристиках течії крові у великих коронарних артеріях, що спричиняються появою патологічної звитості останніх, а також встановлювати гемодинамічну значущість цих змін лише за даними відповідної коронарографії. Цей метод ґрунтується на заміні течій крові у початково нормальній і в подальшому патологічно звитій великій коронарній артерії відповідним чином осередненими течіями, і подальшому знаходженні шуканих витратних характеристик досліджуваних течій через характеристики відповідних осереднених течій. Він є фактично неінвазивним, дозволяє виключати з розгляду ряд однакових факторів для початково нормальної і в подальшому патологічно звитої ділянки досліджуваної коронарної артерії, і дає можливість визначати шукані витратні характеристики течії крові у будь-який момент після проведення коронарографії. Крім того, цей метод не пов'язаний з вирішенням складних технічних проблем, а також не потребує спеціального обладнання, спеціальної фахової підготовки та значних фінансових і часових затрат. Він пройшов успішну *in-vitro* перевірку, на основі якої був рекомендований кардіологами до відповідного клінічного застосування. У результаті такого застосування виявлено загальне збільшення/зменшення гемодинамічної значущості патологічної звитості зі збільшеням/зменшенням кількості її завивок. Також встановлено сильну кореляцію між основними геометричними і гемодинамічними характеристиками звитості та основними клінічними показниками відповідних пацієнтів. Це дозволяє говорити про самостійний вплив патологічної звитості великих коронарних артерій на клінічні симптоми відповідних пацієнтів. Іншим важливим результатом клінічного застосування даного методу є одержання критичних значень для кількості завивок, відносного об'ємного зменшення кровотоку і частоти нападів стенокардії, починаючи з яких відповідна патологічна звитість великої коронарної артерії може бути гемодинамічно значущою. Одержані в рамках розробленого методу результати та їх аналіз створюють основу для його подальшого успішного клінічного застосування.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: коронарна артерія, патологічна звитість, гемодинамічна значущість, метод.

1. Borysyuk A. O. An approximate method to find changes in the blood flow rate due to planar pathological tortuosity of a larger coronary artery // Cardiology and Cardiovascular Research. – 2017. - **1**, N 1. - P. 7-17

A. O. Borysyuk[1], D.M. Sebov[2]

DETERMINATION OF CHANGES IN THE BLOOD FLOW CHARACTERISTICS IN A CORONARY ARTERY DUE TO THE APPEARANCE OF ITS PATHOLOGICAL TORTUOSITY

[1]Institute of Hydromechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Ukraine
[2]City Clinical Hospital N 10, Marshal Malynovs'kyi Str.,61, 65000 Odesa, Ukraine.

A method was developed to find changes in the blood flow characteristics in coronary arteries, caused by the appearance of their pathological tortuosity, and a hemodynamic significance of those changes. Its application to appropriate patients has shown that the hemodynamic significance of the tortuosity increases/decreases as its hemodynamic resistance increases/decreases. Also, the critical values for the number of the tortuosity arcs, the relative blood flow rate loss and the rate of angina pectoris attacks were obtained, starting from which the corresponding tortuosity can be hemodynamically significant.

К. О. Семенович

СУМІСНИЙ КУТОВИЙ РУХ СПІВОСНОГО ЦИЛІНДРИЧНОГО РЕЗЕРВУАРУ, ЧАСТКОВО ЗАПОВНЕНОГО ІДЕАЛЬНОЮ РІДИНОЮ

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ, Україна;

Розглянуто задачу руху співосного циліндричного резервуару, частково заповненого ідеальною рідиною, на маятниковому підвісі під дією зовнішнього імпульсного навантаження в сумісній постановці. В початковий момент часу система перебуває в положенні рівноваги, на резервуар діє короткотривалий імпульс. Амплітуду імпульсу підібрано таким чином, щоб амплітуди хвиль на вільній поверхні рідини перебували в нелінійному діапазоні.

Моделювання властивостей системи співосний резервуар – рідина проведено на основі математичної моделі, виведеної в [2], що пройшла багатосторонню апробацію. Для опису руху системи в якості незалежних параметрів прийнято амплітуди збудження форм коливань вільної поверхні рідини та параметри поступального та обертального руху резервуару на маятниковому підвісі. Побудову розв'язку задачі проведено на основі варіаційного принципу Гамільтона–Остроградського із застосуванням методів аналітичної та нелінійної механіки. Розгляд кутового руху системи потребує побудови векторного потенціалу швидкостей відповідно до методики, викладеної в [1].

Досліджено особливості динамічної взаємодії рідини зі співосним резервуаром та проведено порівняння з випадком руху звичайного циліндричного резервуара [3].

КЛЮЧОВІ СЛОВА: нелінійна динаміка рідини, сумісний рух, коливання вільної поверхні рідини

1. К.А. Абгарян, И. М. Раппопорт Динамика ракет.–М.: Машиностроение, 1969. – 379 с.
2. Limarchenko O., Matarazzo G., Yasinsky V. Rotational motion of structures with tanks, partially filled by liquid.– Kyiv: FADA Ltd, 2003.– 286 p.
3. Семенович К. А., Лимарченко О. С. Динамическое взаимодействие жидкости с резервуаром при угловых колебаниях // "Комплексний аналіз, теорія потенціалу і застосування", збірник праць Інституту математики НАН України. – 2013. – Т. 10, № 4–5. – С. 520–525.

K.O. Semenovych

COMBINED ANGULAR MOTION OF COAXIAL CYLINDRICAL RESERVIOR PARTIALLY FILLED BY IDEAL LIQUID

Taras Shevchenko National University of Kyiv, Academician Glushkov avenue, 4-E, 01033

Problem of dynamics of coaxial cylindrical reservoir, partially filled with ideal liquid, on pendulum suspension is considered within the framework of combined motion approach. Consideration is restricted to the case of angular motion of the system. Peculiarities of dynamic response of liquid are studied and compared with the case of regular cylindrical reservoir.

О.М. Трофимчук[1], О.А. Савицький[2]

ПРЯМОКУТНИЙ ШТАМП З ВОДОНЕПРОНИКНОЮ ПІДОШВОЮ ПРИ ВЕРТИКАЛЬНИХ КОЛИВАННЯХ НА ШАРІ ҐРУНТУ ПО МОДЕЛІ БІО

[1]Інститут телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАНУ,
Чоколівський бульвар, 03186, м. Київ, Україна; e-mail: itelua@kv.ukrtel.net
[2]Інститут гідромеханіки НАНУ, вул. М. Капніст, 8/4,
03057, м. Київ, Україна; e-mail: savitskii@nas.gov.ua

Система фундамент-ґрунт при динамічних діях має розглядатись з врахуванням розподілу контактних тисків для уточнення співвідношення силової реакції ґрунтової основи та переміщень (імпедансу). Властивості жорсткості основи та загасання коливань в ній можна знаходити експериментально та при узагальненні натурних даних. Отримало розвиток комп'ютерне моделювання, яке для відповідальних споруд краще розглядати в формі динамічних контактних задач.
Розглядається динамічна взаємодія малозаглиблених фундаментів з дисперсними ґрунтами для плитного прямокутного в плані фундаменту, зокрема жорсткого, при вертикальних коливаннях. Основною проблемою є визначення переміщень підошви фундаменту на пористопружній насиченій рідиною (ППНР, модель Моріса Біо [1]) основі, якщо підошва штампа непроникна для порової рідини, при гармонічних коливаннях. В результаті необхідно оцінити розподіл навантажень на фази (тверду пористопружну та порову рідинну) ґрунту під підошвою, амплітуди реакції підошви та переміщень чи імпеданс.

Модель Біо [1] характеризується пружними характеристиками і додатково – в'язкістю порової рідини, феноменологічними характеристиками взаємодії між фазами, пористістю та проникністю, достатньо підтверджена експериментально і досі розвивається для моделювання ґрунтового середовища. Використовуються хвильові рівняння моделі Біо, вирази для переміщень фаз, напружень та порового тиску для формулювання граничних умов. Для шаруватої області шукані потенціали мають експоненційні вирази з невідомими коефіцієнтами. Рівняння руху та інші залежності піддаються перетворенню Фур'є по просторовим координатам. У виразі для переміщень ППНР середовища символ матриці Гріна пов'язує трансформанти Фур'є переміщень та тисків. Розглядаємо тільки вертикальну складову, чотири її компоненти окремо: переміщення твердої та рідинної фаз від тиску на кожну з фаз.
Динамічна контактна задача розв'язується методом ортогональних поліномів з використанням розробленого для ППНР півпростору алгоритму [2, §1.5, §7.2], який включає підбір інтегро-диференційних співвідношень з використанням системи ортогональних поліномів для моделювання розподілу невідомих (шуканих) вертикальних контактних тисків. Проаналізовано особливості контактних тисків фаз для моделі ППНР середовища під штампом з непроникною підошвою без тертя. Для твердої фази маємо кореневу залежність зміни тиску в місці зміни граничних умов (логарифмічна особливість). Для порової рідини особливості не існує. За допомогою відповідних спектральних співвідношень система інтегральних рівнянь контактної задачі (зв'язок переміщень фаз та реакції на підошві) зводиться до нескінченої системи лінійних алгебраїчних рівнянь [2, с. 354-355] відносно коефіцієнтів функцій для визначення контактних тисків.

В даному випадку розглядається шар ППНР ґрунту з затисненою тильною гранню. Для моделювання методом ортогональних поліномів необхідно отримати символьні значення переміщень фаз. Маємо задачу визначення символьних виразів, у якій розглядаються тільки вертикальні переміщення контактної площадки, але для двох фаз від навантажень на кожну фазу при граничних умовах, які для верхньої грані шару відповідають навантаженню вертикальним тиском (певної симетрії, як на тверду так і на рідинну фази) на контактній площадці, для нижнього - чотирьом відповідним умовам для переміщень фаз на твердій непроникній поверхні (приклад граничних умов для плоскої задачі наведено в [2, §7.3]).

Досить складні символьні перетворення засобами комп'ютерної алгебри (які з подібною метою використовуються також іншими дослідниками) призвели до визначення символьного виразу функції Релея (детермінант системи), знаменника в формулах для трансформант переміщень, яка визначає особливості амплітуд переміщень при гармонічних навантаженнях шару: нижні частоти нехвильової частини коливань шару, частоти виникнення нормальних хвиль а також відрізки частотної осі, де виникають обернені хвилі в шарі. Знайдено вирази для трансформант переміщень фаз на підошві штампа, що формують ядра підінтегральних функцій коефіцієнтів алгебраїчної системи контактної задачі. Символьними перетвореннями знайдено контрольні асимптотичні вирази цих складних функцій при зростанні параметрів перетворення Фур'є та зменшення частоти вимушених коливань. Експоненти в

чисельнику та знаменнику компенсуються. Для оцінки невласних подвійних інтегралів (в коефіцієнтах алгебраїчної системи контактної задачі) їх підінтегральні вирази перетворюються за зразком [2, с. 356-359]. При застосуванні різних програмних засобів виконано порівняльний числовий аналіз підінтегральних функцій та значень інтегралів для компонент переміщень фаз.

Методика враховує в системі фундамент-ґрунт площу і форму підошви, шаруватість пористопружної насиченої рідиною ґрунтової основи, параметри моделі Біо. При використанні методу ортогональних поліномів отримано ефективну за процесорним часом методику розрахунків з досить точними результатами при символьному розділенні частин вкладу фаз в реакцію підошви.

Результати розрахунків корисні для контролю амплітуд переміщень, прискорень, контактних напружень, уникнення резонансних ситуацій з порушенням структури ґрунтової основи, а також для порівняння з результатами інших числових методик.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: динамічна контактна задача, модель Біо, метод ортогональних поліномів.

1. *Biot M. A.* Theory of propagation of elastic waves in fluid-saturated porous solid. I. Lower-frequency range / J. Acoust. Soc. Amer. - 1956. - **28**, No 2. - P. 168-178.
2. *Гомилко А. М., Савицкий О. А., Трофимчук А. Н.* Методы суперпозиции, собственных функций и ортогональных многочленов в граничных задачах теории упругости и акустики. – К. : Наук. думка, 2016. – 436 с.
itgip.org/category/ua_publishing-activities/ua_monographs_manuals_and_tutorials

O.M. Trofymchuk[1], O.A. Savytskyi[2]

RECTANGULAR STAMP WITH WATER-IMPERMEABLE SOLE UNDER VERTICAL OSCILLATIONS ON BIOT'S MODEL SOIL LAYER

[1] *Institute of Telecommunications and Global Information Space of NAS of Ukraine, Kyiv, Ukraine*
[2] *Institute of Hydromechanics of NAS of Ukraine, Mariyi Kapnist St., 8/4, c. Kyiv, 03057 Ukraine*

The dynamic contact problem for the rectangular stamp with water-impermeable sole on a porous-elastic liquid-saturated layer with a clamped lower plane is considered. The Biot's soil model is used. The contact pressures for the solid porous-elastic and liquid phases are represented by integro-differential relations by the method of orthogonal polynomials. Using computer algebra we derive very complex symbolic expressions of the displacements Fourier transformants of the contact area.

В.Г. Басовський

МЕТОД ЧАСТКОВИХ ОБЛАСТЕЙ В ЗАДАЧІ ПРО РОЗСІЮВАННЯ АКУСТИЧНОЇ ХВИЛІ ЦИЛІНДРИЧНОЮ ПРУЖНОЮ ОБОЛОНКОЮ З НАПІВСФЕРИЧНИМИ ЗАКІНЦІВКАМИ

Інститут гідромеханіки, НАНУ, вул. Марії Капніст, 8/4,
03057, Київ, Україна; e-mail: basovsky@ukr.net

В доповіді викладений метод розв'язання задачі про розсіювання плоскої звукової хвилі пружною циліндричною оболонкою, обмеженою напівсферичними жорсткими закінцівками. Для розв'язання таких задач останнім часом розвиваються різні методи, наприклад, метод скінченних елементів, метод Т-матриць, метод інтегральних рівнянь, варіаційні методи. Але практичне застосування тих чи інших методів обмежене або недостатньою швидкодією відповідних обчислюваних засобів, або тим, що за допомогою них важко аналізувати фізичну структуру розсіяного акустичного поля. Тому поряд з ними, корисно мати інші методи розв'язання такої задачі.

Запропонований в доповіді метод базується на можливому ефективному використанні методу часткових областей у разі коли об'єкт, що випромінює чи розсіює звук і границі між частковими областями не збігаються з частинами координатних поверхонь однієї системи координат.

Задача розсіювання розбивалася на дві частини: розсіювання звуку на абсолютно жорсткому тілі та додаткове розсіювання, що спричинено пружністю оболонки, причому друга частина зводилась до розв'язання задачі випромінювання звуку з відповідним вибором розподілу коливальної швидкості на поверхні тіла. Цей вибір визначається жорсткістю напівсферичних закінцівок і власними модами коливань пружної оболонки.

Показано, що за допомогою розробленого методу можна з контрольованою точністю обчислювати характеристики як близького, так і далекого розсіяного акустичного поля. Досліджено вплив пружності оболонки на характеристики далекого звукового поля.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: пружна оболонка, плоска звукова хвиля, метод часткових областей.

V.G. Basovsky

THE METHOD OF PARTIAL DOMAIN IN THE PROBLEM OF THE SCATTERING OF ACOUSTIC WAVE BY A CYLINDRICAL ELASTIC SHELL WITH HEMISPHERICAL ENDCAPS

Institute of Hydromechanics of the National Academy of Sciences,
Marii Kapnist Str., 8/4, 03057, Kyiv, Ukraine;
e-mail: basovsky@ukr.net

The method of solving the problem of scattering of a plane sound wave by an elastic cylindrical shell with hemispherical rigid endcaps is considered. The method proposed in the report is based on the possible effective use of the method of partial domain in the case when the object and the boundaries between partial regions do not coincide with parts of the coordinate surfaces of the same coordinate system.

Секція 10: Числові методи та комп'ютерне моделювання в механіці

ЗМІСТ

1. O.Ya. Grigorenko, M.M. Kryukov, W.H. Müller, S.M. Yaremchenko **STUDYING OF PLATES AND SHELLS STRESS-STRAIN PROBLEMS BASED ON CHANGE OF VARIABLES**	451
2. О.М. Хіміч, О.А. Ніколаєвська **БАГАТОРОЗРЯДНА АРИФМЕТИКА ЯК ІНСТРУМЕНТ ДЛЯ ОТРИМАННЯ ДОСТОВІРНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ ЗАДАЧ**	452
3. Ю.В. Троценко **МЕТОД РІТЦА В ЗАДАЧІ ПРО ВІЛЬНІ КОЛИВАННЯ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З ПРУЖНИМ КІЛЬЦЕВИМ РЕБРОМ ЖОРСТКОСТІ**	454
4. О.Я. Григоренко, І.А. Лоза, С.О.Сперкач, А.Д. Безугла **ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ ХАРАКТЕРИСТИК АКУСТО-ЕЛЕКТРИЧНИХ ХВИЛЬ У СУЦІЛЬНОМУ НЕОДНОРІДНОМУ П'ЄЗОКЕРАМІЧНОМУ ЦИЛІНДРІ**	456
5. О.Я.Григоренко, Л.С.Рожок, Н.П.Борейко, Л.В.Харитонова **ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ НЕТОНКИХ ЕЛІПТИЧНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК З НЕПЕРЕРВНО-НЕОДНОРІДНИХ МАТЕРІАЛІВ**	458
6. А.Н.Нестеренко, О.С.Дученко **МОДЕЛЮВАННЯ ПЛОСКИХ КРИВИХ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ КУБІЧНОГО РОЗПОДІЛУ КРИВИНИ**	460
7. О.Я.Григоренко, С.М. Яремченко, В.В. Бабуров **НАПРУЖЕНИЙ СТАН ОРТОТРОПНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК З ЕЛІПТИЧНИМ ПОПЕРЕЧНИМ ПЕРЕРІЗООМ ЗІ СКІСНИМ ЗРІЗОМ**	462
8. В.А.Сидорук, О.В. Чистяков, А.В. Павлюк **ПАРАЛЕЛЬНИЙ АЛГОРИТМ LDL^TРОЗВИНЕННЯ ДЛЯ ЗАДАЧ МЕХАНІКИ**	463
9. О.Я.Григоренко, М.Ю.Борисенко, О.В.Бойчук, Н.П.Борейко **ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ ВІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ ШЕСТИКУТНИХ ПЛАСТИН З ОТВОРОМ**	465
10. О.М. Хіміч, О.В. Попов **РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕКОРЕКТНИХ ЗАДАЧ З МАТРИЦЯМИ РОЗРІДЖЕНОЇ СТРУКТУРИ**	467

O.Ya.Grigorenko [1], M.M.Kryukov [1], W.H.Müller [2], S.M. Yaremchenko [1]

STUDYING OF PLATES AND SHELLS STRESS-STRAIN PROBLEMS BASED ON CHANGE OF VARIABLES

[1] *S.P.Timoshenko Institute of mechanics of NAS of Ukraine, Nesterov str.,3 03057,Kyiv,Ukraine; e-mail: ayagrigorenko1991@gmail.com*

[2] *Institute of Mechanics, Technishche Universitiversität Berlin, 17 June st., 135, Berlin, Germany e-mail:wolfgang.h.mueller@tu-berlin.de*

The change of the variables is a very common technique in the mathematics. The use of this procedure, as a rule, greatly simplifies the solution of the problem and has long been used to solve problems in the domain where coordinate lines of curvilinear coordinates are the boundaries of a solid or a surface. The well-known orthogonal coordinate systems such as spherical, polar, elliptical etc. and the equations of transition from them to Cartesian can be considered as examples of a change of variables.

In this report some non-orthogonal changes of coordinates are proposed for the stress-strain state problems of the mechanics of plates and shells with the shape that is given in the non-orthogonal coordinate systems in the rectangular domain. For describing of the stress-strain state of these objects we use the equations that are written in the orthogonal coordinate systems. The changing variables allows us solve the problem with simple methods. Here we apply the spline collocation to reduce two-dimensional boundary value problem to one dimensional and discrete orthogonalization method to solve the last one, without recruiting of finite element or finite differences methods.

The number of problems on the stress-strain state of plates and shells of various shapes based on the proposed method of the changing coordinates were solved [1-4], such as: beveled and trapezoidal plates in the classical formulation, convex quadrangular plates of arbitrary shape in the refined Timoshenko type formulation, circular and non-circular cylindrical shells with oblique cuts as in the refined formulation. as well as in classical formulations.

KEYWORDS: stress-strain state, changing coordinates, non-orthogonal coordinate systems.

1. *Grigorenko A.Ya., Pankrat'ev S.A., Yaremchenko S.N.* Analysis of the stress-strain state of complex-shaped plates // Int. Appl. Mech. – 2018. – **54**, N 6. – P. 695 – 701.
2. *Grigorenko Ya.M., Kryukov N.N., Kholkina N.S.* Spline-approximation solution of stress–strain problems for beveled cylindrical shells // Int. Appl. Mech. – 2009. – **45**, N 12. – P. 413–420.
3. *Grigorenko Ya.M., Grigorenko A.Ya., Kryukov N.N., Yaremchenko S.N.* Design of cylindrical shells with oblique cuts in refined statement using spline-approximation. // Int. Appl. Mech. – 2020. – **56**, N 3. – P. 326 – 333.
4. *Kryukov N.N.* Design of oblique and trapezoidal plates with the use of spline functions // Int. Appl. Mech. – 1997. – **33**, N 5. – P. 414 – 417.

О . М . Хіміч, О.А. Ніколаєвська

БАГАТОРОЗРЯДКА АРИФМЕТИКА ЯК ІНСТРУМЕНТ ДЛЯ ОТРИМАННЯ ДОСТОВІРНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ ЗАДАЧ

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Проспект Академіка Глушкова, 40, 03187, Київ, Україна; khimich505@gmail.com , elena_nea@ukr.net

Одним з найважливіших напрямків застосування комп'ютерів є їх використання для розв'язування науково-технічних задач, більшість з яких зводяться або мають своїм одним з етапів розв'язок задач обчислювальної математики. Відомо, що незважаючи на досить повне теоретичне обґрунтування методів розв'язування цих задач, в ряді випадків отримують комп'ютерні розв'язки, що не мають фізичного сенсу. Причинами цього можуть бути: по-перше, наближений характер вихідних даних та похибки, які виникають внаслідок їх представлення в пам'яті комп'ютера, по-друге, похибки заокруглення в процесі обчислень, обумовлені скінченною величиною розрядної сітки комп'ютера; по-третє, похибки, що виникають у результаті заміни нескінченного ітераційного процесу кінцевим. Проблеми достовірності комп'ютерних розв'язків задач знаходяться у центрі уваги багатьох спеціалістів з часів розробки перших комп'ютерів та прикладного програмного забезпечення [1–4].

Для багатьох обчислень, в тому числі тих, що використовують емпіричні дані, IEEE 32-бітна арифметика з плаваючою комою є достатньою та бажаною, оскільки суттєво економиться пам'ять та час розв'язування задачі. Але для більшості задач необхідна підвищена точність обчислень. Більше того, досвід показує, що в деяких випадках використання навіть 64-бітної арифметики не достатньо для отримання достовірних розв'язків.

Достовірність розв'язку багатьох практичних задач залежить від достовірності розв'язку систем лінійних алгебраїчних рівнянь з наближено заданими вихідними даними, до яких вони зводяться [4]. При дослідженні достовірності отримуваних машинних результатів розглядаються три лінійні системи:

Система лінійних алгебраїчних рівнянь з точними вихідними даними

$$Ax = b, \tag{1}$$

Математична модель з наближено заданими вихідними даними

$$\tilde{A}\tilde{x} = \tilde{b} \tag{2}$$

$$\|\tilde{A} - A\| = \|\Delta A\| \le \varepsilon_A \|A\|, \quad \|\tilde{b} - b\| = \|\Delta b\| \le \varepsilon_b \|b\|. \tag{3}$$

Задача для наближеного розв'язку $\tilde{x}$ системи лінійних алгебраїчних рівнянь з наближено заданими вихідними даними

$$\tilde{A}\tilde{x} = \tilde{b} + \tilde{r}$$

Аналіз достовірності отримуваного розв'язку включає оцінку спадкової похибки $\|x - \tilde{x}\|$, обчислювальної похибки $\|\tilde{x} - \bar{x}\|$ та повної похибки $\|x - \bar{x}\|$, а також уточнення машинного розв'язку.

Таким чином, розв'язування лінійної алгебраїчної системи з наближено заданими вихідними даними полягає у: дослідженні математичних характеристик задачі (1), (3); визначення одного з допустимих розв'язків цієї задачі та оцінка як спадкових, так і обчислювальних похибок отриманого розв'язку.

Наприклад [3, 4] , для невиродженої матриці повна похибка за умови $\|\Delta A\| \, \|A^+\| < 1$ оцінюється наступним чином

$$\frac{\|x - \bar{x}\|}{\|x\|} \le \frac{k}{1 - k\varepsilon_A}\left(\varepsilon_A + \varepsilon_b + \frac{\|r\|}{\|b\|}\right),$$

де $k = \|A\| \times \|A^+\|$ - число обумовленості матриці *A*.

Чисельні методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь мають одну загальну властивість. Саме, реально обчислений розв'язок (псевдорозв'язок) є точним у відповідності до оберненого аналізу похибок [2] для деякої збуреної задачі. Ці збурення досить малі й нерідко співрозмірні з похибками округлень вхідних даних. Якщо вхідні дані задані з похибкою (вимірювань, розрахунків і т.ін.), то зазвичай вони вже містять значно великі похибки, чим похибки округлень. В цьому випадку всяка спроба покращити машинний розв'язок (псевдо розв'язок) без залучення додаткових відомостей про точну задачу або похибки вхідних даних виявляється неспроможною.

Положення суттєво змінюється, якщо розглядається математична задача з точними вихідними даними. Тепер критерій погано або добре обумовленості машинної моделі задачі залежить від математичних властивостей комп'ютерної моделі задачі та математичних властивостей процесора (довжини машинного слова). В результаті одна й та ж система може бути кваліфікована для однієї довжини мантиси машинного слова як "машинно погано обумовлена", а для іншої – "машинно добре обумовлена".

Критерієм невиродженості матриці в межах машинної точності є виконання умови $1.0 + 1/h(A) \neq 1.0$, яка виконується в арифметиці з плаваючою комою і означає, що матриця має повний ранг у межах машинної точності. У випадку невиконання цього співвідношення для забезпечення достовірності обчислень необхідно продовжити дослідження з використанням підвищеної розрядності обчислень для ідентифікації виродженості чи поганої обумовленості матриці [5].

Таким чином, одним з засобів отримання достовірного розв'язку для погано обумовлених задач є підвищення точності представлення чисел та виконання комп'ютерних операцій. В цьому випадку уточнити комп'ютерний розв'язок можна розв'язуючи систему з підвищеною розрядністю, зокрема, використовуючи бібліотеку GMP [6] для реалізації обчислень із довільною розрядністю.

Далі, для прогнозу довжини мантиси (машинного слова), яка забезпечує задану точність для розв'язку (сумісних систем) можна користуватися наступним емпіричним правилом: кількість вірних десяткових значущих цифр у комп'ютерному розв'язку оцінюється величиною $\mu - \alpha$, де μ - десятковий порядок мантиси числа з плаваючою точкою, α - десятковий порядок числа обумовленості. Таким чином, знаючи обумовленість матриці системи можна визначити необхідну розрядність для отримання достовірного розв'язку.

Можливості бібліотеки було апробовано, наприклад в [7], при дослідженні розв'язування вироджених та погано обумовлених систем.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: багаторозрядна арифметика, бібліотека GMP, , наближено задані вихідні дані, достовірність розв'язків, похибки заокруглення, машинна точність

1. Райс Дж. Матричные вычисления и математическое обеспечение. М.: Мир, 1984. 264 с.
2. Уилкинсон Дж. Х., Райнш К. Справочник алгоритмов на языке АЛГОЛ. Линейная алгебра. М.: Машиностроение, 1976. 389 с.
3. Khimich A.N., Nikolaevskaya E.A., Baranov I.A. Weighted least squares perturbation theory. "Matrix Theory - Classics and Advances" edited by Dr. Mykhaylo Andriychuk .London: IntechOpen , 2022, P. 71-99 ISBN 978-1-80355-823-3, DOI: 10.5772/intechopen.102885
4. Химич А.Н. Оценки возмущений для решения задачи наименьших квадратов // Кибернетика и системный анализ. – 1996. – № 3. – С. 142 – 145.
5. Khimich O.M., Chistyakova T.V, Sidoruk V.A., Yershov P.S. Adaptive computer technologies for solving problems of computational and applied mathematics // Cybernetics and Systems Analysis. – 2021. – Vol. 57. – N 6. – P. 990–997. DOI: 10.1007/s10559-021-00424-z
6. The GNU multiple precision library. https://gmplib.org
7. Nikolaevskaya E.A., Chistyakova T.V., Program-algorithmic methods to improve the accuracy of computer solutions //Cybernetics and Systems Analysis – 2009. – 45(6). – C. 1004 – 1007. DOI: 10.1007/s10559-009-9164-7

Ю.В. Троценко

МЕТОД РІТЦА В ЗАДАЧІ ПРО ВІЛЬНІ КОЛИВАННЯ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З ПРУЖНИМ КІЛЬЦЕВИМ РЕБРОМ ЖОРСТКОСТІ

Інститут математики НАН України, вул. Терещенківська, 3, Київ, 01601, Україна; e-mail: trots@imath.kiev.ua

В різних областях сучасної техніки та будівництва широке застосування отримали тонкостінні оболонки, підкріплені ребрами жорсткості. Одним з найбільш важливих у прикладному відношенні являється розрахунок таких оболонок на динамічні навантаження. Перший крок у розв'язуванні цієї проблеми полягає у визначенні частот і форм власних коливань розглядуваної конструкції.

Припустимо, що циліндрична оболонка в перерізі $x=\zeta$ підкріплена пружним кільцевим ребром жорсткості. Будемо вважати, що площа контакту ребра з оболонкою така, що його дія на оболонку зосереджена по лінії. З використанням принципу можливих переміщень визначення частот і форм власних коливань розглядуваної підкріпленої оболонки можна звести до розв'язування варіаційного рівняння

$$\delta I_1 = \delta\Pi_c + \delta\Pi_r - \delta A_c - \delta A_r = 0 \tag{1}$$

на класі допустимих функцій, які задовольняють головним граничним умовам кріплення торців оболонки. Тут $\delta\Pi_c, \delta\Pi_r, \delta A_c, \delta A_r$ – варіація потенціальної енергії деформації та робота сил інерції на можливих переміщеннях оболонки та ребра, відповідно. Розіб'ємо область $\Sigma=[0,l]$ точкою $x=\zeta$ на дві підобласті $\Sigma^{(1)}=[0,\zeta]$ та $\Sigma^{(2)}=[\zeta,l]$. Позначимо розв'язки вихідної здачі в підобластях $\Sigma^{(1)}$ та $\Sigma^{(2)}$ відповідно через $u^{(k)}$, $v^{(k)}$, $w^{(k)}$, $(k=1,2)$.

З'єднання ребра з оболонкою припускається таким, що виконуються наступні умови неперервності для переміщень оболонки

$$\begin{gathered} u^{(1)}(\zeta)=u^{(2)}(\zeta)=u; \quad v^{(1)}(\zeta)=v^{(2)}(\zeta)=v; \\ w^{(1)}(\zeta)=w^{(2)}(\zeta)=w; \quad \left(\frac{dw^{(1)}}{dx}=\frac{dw^{(2)}}{dx}\right)_{x=\zeta}=\frac{dw}{dx}\Big|_{x=\zeta} \end{gathered} \tag{2}$$

а також силові граничні умови

$$\begin{gathered} T_1^{(1)}(\zeta)-T_1^{(2)}(\zeta)=R_T; \quad S^{(1)}(\zeta)-S^{(2)}(\zeta)=R_S; \\ Q_1^{(1)}(\zeta)-Q_1^{(2)}(\zeta)=R_Q; \quad M_1^{(1)}(\zeta)-M_1^{(2)}(\zeta)=R_M. \end{gathered} \tag{3}$$

Слід зауважити, що досить складні силові граничні умови (3) є природними граничними умовами для функціонала I_1. Із граничних умов (3) випливає, що в перерізі, де розміщено кільцеве ребро, силові характеристики деформованої оболонки мають розриви першого роду. Це в свою чергу викликає відповідні розриви в перших похідних для функцій u, v та другій похідній для функції w. Для отримання рівномірної збіжності розкладів Рітца необхідно враховувати установлені розриви поля зусиль деформованої оболонки. У зв'язку з цим побудова наближених розв'язків розглядуваної задачі базується на варіаційному методі в поєднанні з декомпозицією області визначення шуканих функцій на підобласті, в кожній з яких розв'язки неперервні та диференційовані. Такий підхід був раніше успішно застосований при побудові наближених розв'язків в інших задачах механіки з розривними параметрами [1, 2]. Із використанням методу множників Лагранжа отримаємо узагальнене варіаційне рівняння в термінах переміщень оболонки, яке вільне від попереднього виконання складних умов спряження (2). Представимо функції

$$u^{(k)}=\sum_{j=1}^{N} a_j^{(k)} U_j^{(k)}(x), \quad v^{(k)}=\sum_{j=1}^{N} b_j^{(k)} V_j^{(k)}(x), \quad w^{(k)}=\sum_{j=1}^{N} c_j^{(k)} W_j^{(k)}(x). \tag{4}$$

Тут $a_j^{(k)}$, $b_j^{(k)}$, $c_j^{(k)}$ – довільні постійні, що підлягають визначенню в подальшому. $\{U_j^{(k)}\}$, $\{V_j^{(k)}\}$, $\{W_j^{(k)}\}$ – системи координатних функцій, визначених в підобластях $\Sigma^{(k)}$. Після підстановки розкладів (4) у варіаційне рівняння (1) отримаємо однорідну систему алгебраїчних рівнянь

$$(A-\lambda^2 B)\vec{X}=0,$$

де вектор-стовпець $\vec{X}$ має координати

$$\vec{X} = \{a_1^{(1)},\ldots,a_N^{(1)},b_1^{(1)},\ldots,b_N^{(1)},c_1^{(1)},\ldots,c_N^{(1)},a_1^{(2)},\ldots,a_N^{(2)},b_1^{(2)},\ldots,b_N^{(2)},c_1^{(2)},\ldots,c_N^{(2)}\}.$$

Запропонований варіаційний метод розв'язування спектральної задачі про коливання тонкостінної циліндричної оболонки, яка підкріплена кільцевим ребром жорсткості малої ширини враховує розривність поля зусиль та моментів на лінії кріплення ребра та оболонки. Побудова розв'язків сформульованої задачі спряження базується на формулюванні узагальненого функціоналу в термінах переміщень оболонки, для якого досить складні граничні умови спряження є природними граничними умовами. Такий підхід забезпечує збіжність в рівномірній метриці розкладів Рітца для зусиль і моментів деформованої оболонки в усій замкнутій області визначення шуканих функцій. Це дозволяє використовувати отримані результати при аналізі динамічної міцності конструкції.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: метод Рітца, вільні коливання оболонок, ребро жорсткості, рівномірно збіжний метод.

1. Trotsenko Yu.V. Determination of the frequencies and modes of natural oscillations of liquids in composed vessels // Journal of Mathematical Sciences. – 2016. – **215**, No 3. – P. 345 – 407.
2. Trotsenko Yu.V. Determination of elastic shells of revolution partially filled with ideal liquid // Journal of Mathematical Sciences. – 2018. – **229**, No 4. – P. 470 – 486.

Yu.V. Trotsenko

RITZ METHOD IN THE PROBLEM OF FREE VIBRATIONS OF A CYLINDRICAL SHELL WITH AN ELASTIC RING STIFFENER

National Academy of Sciences of Ukraine Institute of Mathematics,Tereshchenkivska Str., 3, 01601, Kyiv, Ukraine

An algorithm for calculating the frequencies and forms of natural vibrations of a cylindrical shell with a transverse elastic stiffener of small width is proposed, taking into account the presence of gaps in the force factors at the line of contact with the shell. The variational method is used in combination with the method of decomposition of the definition area of the sought functions. This approach ensures convergence in the uniform metric for displacements and force factors of the shell.

О.Я. Григоренко[1], І.А. Лоза[2] , С.О. Сперкач[3], А.Д. Безугла[3]

ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ ХАРАКТЕРИСТИК АКУСТОЕЛЕКТРИЧНИХ ХВИЛЬ У СУЦІЛЬНОМУ НЕОДНОРІДНОМУ П'ЄЗОКЕРАМІЧНОМУ ЦИЛІНДРІ

[1]Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, вул. П. Нестерова, 3, Київ, 03057, Україна; e-mail: ayagrigorenko1991@gmail.com
[2]Національний транспортний університет, вул. Омеляновича-Павленка, 1, 02000, Київ, Україна; e-mail: dukeigor@ukr.net
[3]Технічний центр НАН України, вул. Покровська, 13, 04070, Київ, svetlana@nasu.kiev.ua, bezuglaya.anna24@gmail.com

Кругові циліндричні п'єзокерамічні хвилеводи широко застосовуються в акустоелектроніці. Завдяки властивості п'єзокераміки перетворювати механічну енергію в електричну і навпаки, такі матеріали знаходять застосування в різноманітних областях науки та техніки: випромінювачі та антени в гідроакустиці; стабілізатори частоти в радіотехнічних засобах; електрофільтри та лінії затримки в радіо- і телефонному зв'язку; вимірювальні перетворювачі прискорень, мікродвигуни; для вимірювання рівнів вібрації та акустичної емісії в неруйнівній діагностиці; у якості п'єзотрансформаторів, тощо.

Для збільшення довговічності хвилеводних характеристик у багатьох випадках вони мають неоднорідну структуру. Якщо на початку використовувались в основному шаруваті конструкції то останнім часом в конструкції хвилеводів все частіше використовують функціонально градієнтні п'єзокерамічні матеріали. При цьому коефіцієнти, які описують фізико-механічні характеристики таких матеріалів являються змінними величинами. І механіко математисна модель, яка описує задачу про поширення електроакустичних хвиль в хвилеводі буде системою диференціальних рівнянь в частинних похідних зі змінними коефіцієнтами.

Розв'язок задачі про поширення акустоелектричних хвиль у суцільному циліндрі повязаний з необхідністю позбавитись невизначенності у сингулярній точці $r = 0$. В науковій літературі представлено розв'язок даної задачі тільки для випадку осьової поляризації п'єзокераміки. Для отримання розв'язку використовується апарат спеціальних функцій[3-5]. Та функція Беселя, що містить особливість у вказаній точці $r = 0$ відкидається. Проте для випадку неоднорідного шаруватого циліндру використання даного підходу значно ускладняється, а для випадку градієнтно неоднорідного матеріалу є просто неможливим. Також, вочевидь, виникнуть значні проблеми якщо розглядати циліндр з радіальною поляризацією п'єзокераміки. В даній роботі запропоновано підхід в основі якого лежить розбиття всієї множини точок циліндра на дві підмножини: області $0 < r \le R$ та точки $r = 0$ [1]. Для першої області використовується стандартна система рівнянь як і для порожнистого циліндра, а для того щоб позбутися невизначеності у сингулярній точці використовується правило Лопіталя - Бернуллі. В результаті застосування такого підходу ми отримуємо дві системи рівнянь – одну для регулярних точок і другу для сингулярної точки. Для однорідного матеріалу циліндра результати чисельного аналізу вказаної задачі повністю збігаються з результатами отриманими на основі апарату спеціальних функцій. Проте на основі запропонованого підходу ми можемо отримати розв'язок задачі про поширення акустоелектричних хвиль у функціонально градієнтному п'єзокерамічному матеріалі як для випадку осьової так і для радіальної поляризації[2].

Представлено результати чисельного аналізу як спектральних характеристик поширення вимушених осесиметричних електропружних хвиль так і відповідних їм форм у суцільному п'єзокерамічному циліндрі з однорідного та неперевно неоднорідного матеріалу в випадку осьової та радіальної поляризації на основі запропонованого дискретноконтинуального чисельно-аналітичного підходу. Розглянуто також вплив електричних граничних умов на проверхні циліндра на вказані характеристики.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: лінійна електропружність, п'єзокерамічні суцільні циліндри, функціонально-градієнтні матеріали, акустоелектричні хвилі.

1. Grigorenko, Y., Grigorenko, A., Rozhok, L.: Solving the stress problem for solid cylinders with different end conditions. Int.Appl. Mech. 42(6), 629–635 (2006). https://doi.org/10.1007/s10778-006-0130-z
2. Grigorenko A.Ya., Müller W.H., Loza I.A. Selected Problems in the Elastodynamics of Piezoceramic Bodies. Springer, 2021. 227 p.
3. Puzyrev, V.: Elastic waves in piezoceramic cylinders of sector cross-section. Int. J. Solids Struct. **47**(16), 2115–2122 (2010).https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2010.04.011

4. Shatalov, M.: Analysis of axisymmetric and non-axisymmetric wave propagation in a homogeneous piezoelectric solid circular cylinder of transversely isotropic material. In: Petrin, A. (ed) Wave Propagation in Materials for Modern Applications. INTECH, Croatia (2010)
5. Shatalov,M., Every, A., Yenwong-Fai, A.: Analysis of non-axisymmetric wave propagation in a homogeneous piezoelectric solid circular cylinder of transversely isotropic material. Int. J. Solids Struct. **46**(3–4), 837–850 (2009). https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2008.09.022

O.Ya. Grygorenko[1], I.A. Loza[2] , S.O. Sperkach[3], A.D. Bezuhla[3]

NUMERICAL ANALYSIS OF CHARACTERISTICS OF ACOUSTOELECTRIC WAVES IN A SOLID CONTINUOUSHETEROGENEOUS PIEZOCERAMIC CYLINDER

[1] S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences,P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine
[2] National Transport University, Omelyanovicha-Pavlenko Str. 1, 02000, Kyiv, Ukraine; e-mail: dukeigor@ukr.net
[3]Technical center NAN Ukraine, Pokrovska Str. 13, 04070, Kyiv, Ukraine

The discretely continual analytical numerically approach to solve of the problems of the forced wave propagation in the piezoceramic solid cylindrical bodies was proposed. The three-dimensional problem of the theory of electroelasticity in the partial derivatives is reduced to the boundary value problems for the system of the ordinary differential equations. The one-dimensional problem is solved by a stable method of discrete orthogonalization.

О.Я. Григоренко[1], Л.С. Рожок[1,2] Н.П. Борейко[1], Л.В. Харитонова[1]

ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ НЕТОНКИХ ЕЛІПТИЧНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК З НЕПЕРЕРВНО-НЕОДНОРІДНИХ МАТЕРІАЛІВ

[1] *Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАНУ, вул. Нестерова, 3, 03057; Київ, Україна; e-mail: ayagrigorenko1991@gmail.com ;*
[2] *Національний транспортний університет, вул. Омеляновича-Павленка, 1, 01010, Київ, Україна;*

Удосконалення і розвиток нових технологій в матеріалознавстві, дозволяють створювати нові матеріали, які мають наперед задані механічні властивості, наприклад такі, що поступово змінюються в певному напрямку. До таких матеріалів слід віднести, так звані, неперервно-неоднорідні матеріали (ННМ), що мають механічні властивості, які плавно змінюються в певному координатному напрямку, не маючи при цьому границь розділення. За механічну модель таких матеріалів обирається модель ізотропного неперервно-неоднорідного в напрямку зміни пружних властивостей матеріалу. Для полімерних ННМ закон зміни властивостей матеріалів полімерів, що входять в композицію, визначаються експериментальним шляхом [1].

При моделюванні та дослідженні напруженого стану нетонких оболонкових конструкцій великого значення набуває вибір розрахункової моделі та методу розв'язання поставленої задачі, що дозволять врахувати як механічні, так і геометричні властивості розглядуваних оболонок і виявити можливі просторові ефекти факторів їх напружено-деформованого стану. В даній роботі розв'язано задачу про напружено-деформований стан нетонких еліптичних циліндричних оболонок, що виготовлені з ННМ [2], які знаходяться при дії зовнішнього нормального рівномірного навантаження за певних граничних умов на торцях. Задачу розв'язано в просторовій постановці лінійної теорії пружності із застосуванням методики, що базується на використанні методів відокремлення змінних, апроксимації функцій дискретними рядами Фур'є та стійкого чисельного методу дискретної ортогоналізації [3].

Задачу розв'язано за таких вихідних даних. Геометричні параметри оболонок: довжина $L = 40l_0$; товщина $h = 5l_0;\ 10l_0$; радіус одноперимeтричного кола поперечного перерізу поверхні відліку $R = 40l_0$, степінь еліптичності $\Delta = 0;\ 0,025;\ 0,05$. Для матеріалу оболонок обрано полімерний ННМ з градієнтним профілем, що відповідає квадратичному закону зміни модуля Юнга по товщині $E(\gamma) = a\gamma^2 + b\gamma + c\ \left(-h/2 \le \gamma \le h/2\right)$.

Розглядаються три варіанти закону зміни модуля пружності: 1) зростаючий модуль Юнга $E(-h/2) = 110$ МПа; $E(0) = 150$ МПа; $E(h/2) = 243$ МПа; 2) спадаючий модуль Юнга $E(-h/2) = 243$ МПа; $E(0) = 150$ МПа; $E(h/2) = 110$ МПа; 3) усереднений по товщині модуль Юнга $E = 158,33$ МПа. Для коефіцієнта Пуассона прийнято значення $\gamma = 0,4$, що пов'язано з незначними розбіжностями коефіцієнта Пуассона для полімерних ННМ.

Результати розв'язання задачі наведено в таблиці для максимальних значень нормальних поздовжніх σ_s та колових σ_ψ напружень в середньому перерізі довжини.

Таблиця

σ/q_0	E	ψ	γ	h	Δ		
					0	0,025	0,05
σ_s	1	$\pi/2$	$h/2$	5	119,082	120,065	123,012
σ_ψ					32,358	33,503	36,928
σ_s	2	0	$-h/2$		107,519	112,651	118,433
σ_ψ		$\pi/2$			-30,236	-30,748	-32,296
σ_s	3	$\pi/2$	$h/2$		77,639	78,344	80,4564
σ_ψ			$-h/2$		-24,784	-25,204	-26,473

σ_s	1	$\pi/2$	$h/2$	10	54,198	54,5555	55,6229
σ_ψ					26,969	27,447	28,875
σ_s	2	0	$-h/2$		45,605	51,130	56,952
σ_ψ		$\pi/2$			-26,279	-26,645	-27,741
σ_s	3	$\pi/2$	$h/2$		35,226	35,489	36,274
σ_ψ			$-h/2$		-21,791	-22,069	-22,902

КЛЮЧОВІ СЛОВА: просторова теорія пружності, неперервно-неоднорідний матеріал, нетонкі еліптичні циліндричні оболонки, чисельно-аналітичний підхід.

1. Григоренко А.Я., Ефимова Т.Л.. Бровко А.А., Горбач Л.Н. О свободных осесимметричных колебаниях цилиндров конечной длины из полимерных функционально градиентных материалов // Прикл. пробл. механіки і математики.− 2010. − Вип.8. − С.92 − 99.
2. Grigorenko A.Y., Efimova T.L., Korotkikh Y.A. Free Axisymmetric Vibrations of Cylindrical Shells Made of Functionally Graded Materials // Int. Appl. Mech. – 2015. – **51**, N 6. – P. 654–663.
3. Grigorenko, Y.M., Rozhok, L.S. Applying Discrete Fourier Series to Solve Problems of the Stress State of Hollow Noncircular Cylinders // Int. Appl. Mech. – 2014. – **50** N 2. – P. 105–127.

O.Ya. Grygorenko[1], L.S. Rozhok[1,2] N.P. Boreiko[1], L.V. Kharitonova[1]

NUMERICAL ANALYSIS OF STRESS--STATE OF NONTHIN ELLIPTIC CYLINDRICAL SHELLS MADE OF CONTINUOUS-HETEROGENEOUS MATERIALS

[1] *S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences, P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine*
[2] *National Transport University, M. Omelianovycha-Pavlenka Str., 1, 01010, Kyiv, Ukraine*

The problem of the stress state of the non-thin elliptical cylindrical shells based on the spatial model are considered. The numerical analyses based on a numerical-analytical technique was carried out. The results of the calculations of the cylindrical shells made of the continuously inhomogeneous materials are presented.

А.Н. Нестеренко, О.С. Дученко

МОДЕЛЮВАННЯ ПЛОСКИХ КРИВИХ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ КУБІЧНОГО РОЗПОДІЛУ КРИВИНИ

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАНУ, просп. акад. Глушкова, 40, 03187, Київ, Україна; e-mail: alla.nest1958@gmail.com , e-mail: duchen@ukr.net

Останніми роками задачі побудови плоских кривих все частіше виникають при моделюванні складних об'єктів багатьох галузей промисловості, будівництва, енергетики тощо. Зокрема, такі задачі виникають у авіаційній та космічній, суднобудівній, транспортній галузях промисловості при проектуванні аеродинамічних обводів літальних апаратів, суден, автомобілів, де їх складна геометрична форма забезпечує оптимальні аеродинамічні характеристики. Перелік задач, де виникає необхідність геометричного моделювання плоских кривих, зокрема таких, які повинні задовольняти певним умовам, можна продовжувати ще.

Особливо слід відзначити таку високотехнологічну галузь промисловості як газотурбобудування. Вимоги до проектування лопаток турбін і компресорів невпинно зростають, оскільки вони повинні забезпечувати високу надійність, економічність та екологічність газотурбінних двигунів.

Нові сфери застосування задач побудови обрисів об'єктів складної геометричної форми висувають підвищені вимоги до існуючих та розробці нових методів їх моделювання. Розробка методів, які підвищують якість об'єктів що моделюються, наразі залишається актуальною, незважаючи на значну кількість наукових робіт присвячених цьому питанню. Це пояснюється, по-перше, застосуванням сучасних інформаційних технологій та сучасної комп'ютерної техніки; по-друге, появою новітніх високотехнологічних технологічних процесів виготовлення виробів зазначених галузей промисловості.

У роботі розглядається метод моделювання плоских криволінійних обводів, які складаються з двох ділянок, перерізів лопаток турбін у натуральній параметризації, де у якості параметра обирається довжина дуги кривої. Параметричне рівняння кривої має вигляд:

$$x(s) = x_0 + \int_0^s \cos\varphi(s)ds;$$

$$y(s) = y_0 + \int_0^s \sin\varphi(s)ds\,,$$

де x_0, y_0 – координати початкової точки, $\varphi(s)$ – кут нахилу дотичної до модельованої кривої, який визначається за формулою:

$$\varphi(s) = \varphi(0) + \int_0^s k(s)ds\,.$$

Метод базуються на взаємозалежності довжини дуги кривої s та її кривини k.

У більшості робіт, що присвячені геометричному моделюванню, застосовується кусково-лінійні апроксимації кривин. Але підвищення вимог до якості модельованих кривих призводить до збільшення об'єму вихідної інформації, що, в свою чергу, вимагає підвищення степеню апроксимуючих поліномів. Тому для кожної із ділянок модельованої кривої будемо застосовувати кубічну залежність кривини від довжини дуги:

$$k(s) = as^3 + bs^2 + cs + d\,.$$

Розроблено метод моделювання плоских кривих, що складаються з двох ділянок довжиною S_1 та S_2 кожна, за умов, що відомі координати початкової (x_0, y_0), проміжної (x_1, y_1) та кінцевої (x_2, y_2) точок, відповідні кути нахилу дотичних φ_0, φ_1 та φ_2, а також кривини у початковій і кінцевій точках. Стикування ділянок кривої відбувається за умови, що в точці стику кривина та її похідна (по s) неперервні. Такі умови дають можливість зменшити кількість невідомих, встановивши певний взаємозв'язок між ними.

Для моделювання обох ділянок плоскої кривої необхідно розв'язати систему нелінійних інтегральних рівнянь (СНІР):

$$x_0 - x_1 + \int_0^{S_1} \cos(\varphi_0 + \frac{a_1 s^4}{4} + \frac{b_1 s^3}{3} + \frac{c_1 s^2}{2} + d_1 s)ds = 0;$$

$$y_0 - y_1 + \int_0^{S_1} \sin(\varphi_0 + \frac{a_1 s^4}{4} + \frac{b_1 s^3}{3} + \frac{c_1 s^2}{2} + d_1 s)ds = 0;$$

$$x_1 - x_2 + \int_0^{S_2} \cos(\varphi_1 + \frac{a_2 s^4}{4} + \frac{b_2 s^3}{3} + \frac{c_2 s^2}{2} + d_2 s) ds = 0;$$

$$y_1 - y_2 + \int_0^{S_2} \sin(\varphi_1 + \frac{a_2 s^4}{4} + \frac{b_2 s^3}{3} + \frac{c_2 s^2}{2} + d_2 s) ds = 0.$$

з невідомими a_i, b_i, c_i, d_i, S_i (i = 1, 2), шість з яких визначаються з вказаних вище умов.

Для розв'язування сформованої СНІР доцільно застосовувати ітераційні методи, зокрема метод Ньютона, який в околі розв'язку має квадратичну швидкість збіжності.

Алгоритм знаходження розв'язку нелінійних інтегральних рівнянь на кожній ітерації складається з наступних етапів:

1) обчислення інтегральної вектор-функції;
2) обчислення матриці Якобі;
3) розв'язування СЛАР або знаходження оберненої матриці Якобі;
4) отримання наближеного розв'язку;
5) оцінка якості наближеного розв'язку.

Запропонований алгоритм програмно реалізовано на мові C++. Проведено експериментальні дослідження на розв'язуванні тестових задач. Отримано задану точність наближених розв'язків. Числові експерименти підтвердили працездатність запропонованих підходів до геометричного моделювання кривих.

Запропонований алгоритм та його програмна реалізація може використовуватись для геометричного моделювання криволінійних обводів об'єктів у різних галузях промисловості. Програмна реалізація запропонованої методики використовується Державним підприємством "Запорізьке машинобудівне конструкторське бюро «Прогрес» ім. академіка О. Г. Івченка".

КЛЮЧОВІ СЛОВА: геометричне моделювання; плоска крива; розв'язування системи нелінійних інтегральних рівнянь

1. Борисенко В.Д., Устенко С.А., Устенко І.В. Моделювання плоских кривих у натуральній параметризації. // Геометричне моделювання та інформаційні технології. – 2016. – N 1. – С. 21 – 27.
2. Нестеренко А.Н., Химич А.Н., Яковлев М.Ф. Некоторые вопросы решения систем нелинейных уравнений на многопроцессорных вычислительных системах с распределенной памятью. // Вестник компьютерных и информационных технологий. – М., 2006. – N 1. – С. 51-56.
3. Dennis J.E., More J.J. Quasi-Newton methods, motivation and theorie. // SIAM Rew. –1977. – **19**, N 1. – P. 46 – 87.

A.N. Nesterenko, O.S. Duchenko

MODELLING OF PLANE CURVES LINE WITH USING THE CUBIC DISTRIBUTION OF CURVATURE

V.M. Glushkov Institute of Cybernetics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine

The paper is devoted to the methods of geometric modeling of plane curves given in the natural parameterization. The unknown curvature distribution coefficients of the required curve are determined by solving a system of nonlinear integral equations by the Denis-More method. The numerical results of the computerized implementation of the proposed method are presented.

Н. Григоренко [1], С.М. Яремченко [1], В.В. Бабуров [2]

НАПРУЖЕНИЙ СТАН ОРТОТРОПНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК З ЕЛІПТИЧНИМ ПОПЕРЕЧНИМ ПЕРЕРІЗОМ ЗІ СКІСНИМ ЗРІЗОМ

[1] *Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, вул. Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна, e-mail: ayagrigorenko1991@gmail.com*

[2] *ДП «КБ «Південне» ім. М.К. Янгеля», вул. Криворізька, 3, Дніпро, Україна, e-mail:Literator11@i.ua*

Елементами ракетної техніки як правило є оболонки обертання, однак в процесі виготовлення чи експлуатації можливі відхилення перерізів оболонкових конструкцій від кругових. Будемо моделювати ці відхилення за допомогою еліпса, півосі яких змінюються так, що довжина еліптичного поперечного перерізу залишається сталою. Також допустимо, що один край циліндричної оболонки зрізаний під певним кутом. В цьому випадку за допомогою параметричного рівняння серидинна поверхня оболонки в декартових координатах x, y, z може бути задана у вигляді:

$$x = a\cos v,\ y = b\sin v,\ z = \frac{u}{L}(L + a(\cos v - 1)\tan\beta),\ 0 \le u \le L,\ 0 \le v \le 2\pi,$$

де *a, b* – півосі еліпса, *L* – максимальна довжина оболонки, β – кут зрізу.

Напружено-деформований стан ортотропної оболонки під дією нормального рівномірно розподіленого навантаження будемо досліджувати за допомогою рівнянь уточненої теорії оболонок, що базується на гіпотезі прямої лінії (гіпотезі Тимошенка). З вихідних рівнянь теорії Тимошенка можна отримати систему п'яти розв'язувальних рівнянь другого порядку у яких як невідомі входять переміщення оболонки і повні кути повороту [1]. Ця система записана в прямокутній системі координат α_1, α_2, координатні лінії якої не співпадають з краями оболонки, коли є зріз. Тоді класичний метод зведення задачі до одновимірної не може бути застосований. Тому змінимо координати α_1, α_2 на u, v.

Це дає змогу перейти до прямокутної області при розв'язуванні задачі. Таким чином отримана система рівнянь разом з граничними умовами на зрізаному і прямому торцях (умови жорсткого закріпленя) та на контурах $v = 0$ і $v = \pi$ (умови симетрії) утворюють двовимірну крайову задачу, що може бути розв'язана зведенням до одновимірної методом сплайн-колокоції з розв'язанням останньої методом дискретної ортогоналізації.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: напружено-деформований стан, уточнена постановка, скісний зріз.

1. *Григоренко Я.М., Григоренко О.Я., Крюков М.М., Яремченко С.М.* Напружено-деформований стан циліндричних оболонок з еліптичним поперечним перерізом зі скісними зрізами// Доповіді НАН України. –2020 – №6. – С.21-29

O.Ya. Grigorenko[1], S.M. Yaremchenko[1], V.V. Baburov[2]

STRESS STATE OF ORTHOTROPIC CYLINDRICAL ELLIPTIC CROSS SECTION SHELLS WITH BEVELED CUT

[1] *S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences,P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine*
[2] *M.K. Yangel SE "DO "Pivdenne", Kryvorizka Str., 3, Dnipro, Ukraine*

Using the initial equations of the refined Timoshenko-type shells theory resolving equations for orthotropic non-circular cylindrical shells in orthogonal coordinates are obtained. Applying a change of coordinates the equations are transformed to solve the problem for a shell with a beveled cut. The resulting two-dimensional boundary value problem solved by the spline collocation and the discrete orthogonalization methods.

В.А.Сидорук, О.В. Чистяков, А.В. Павлюк

ПАРАЛЕЛЬНИЙ АЛГОРИТМ *ldl*^{t} РОЗВИНЕННЯ ДЛЯ ЗАДАЧ МЕХАНІКИ

Інститут кібернетики іменіВ.М. Глушкова НАНУ, Проспект АкадемікаГлушкова, 40, 03187, Київ, Україна; wolodymyr.sydoruk@gmail.com, Alexey.Chystyakov@gmail.com , kvadrumpl@gmail.com

До розв’язання задач лінійної алгебри приходять при математичному моделюванні багатьох складних об’єктів, процесів та явищ, асаме: для розрахунку міцності конструкцій та споруд, для моделювання та прогнозування стану та ресурсу зварних конструкцій, для моделювання стійкості нових композитних матеріалів,тощо.В різних галузях механіки, включаючи структурний аналіз і теплопередачу, необхідно розв'язувати системи лінійних алгебраїчних рівнянь для визначення невідомих змінних. У вібраційному аналізі та моделюванні динамічних систем важливо знаходити власні значення та відповідні власні вектори матриць. Це допомагає в аналізі стійкості систем і властивостях коливань.

Характерною ознакою дискретних математичних моделей,що при цьому виникають є надвеликий об’єм даних, кількість ступенів свободи може перевищувати кілька мільйонів. Матриці розрахункових задач мають розріджену структуру, яка визначається нумерацією невідомих. Слід також взяти до уваги, що при розв’язуванні задач з розрідженими матрицями часто використовується розвинення матриці в добуток матриць більш простої структури, наприклад нижньої та верхньої трикутних матриць. При цьому (як правило) збільшується кількість ненульових елементів у матрицях цього розвинення.

Ще однією характерною особливістю матриць розрахункових задач є те, що ці матриці у більшості випадків симетричні – як наслідок самоспряженості оператора відповідної неперервної задачі (у нескінченновимірному просторі). Також у більшості випадків матриці розрахункових задач є додатно визначеними або додатнонапіввизначеними.

Враховуючи наведені вище дані в роботі пропонується новий паралельний алгоритм LDL^{T}розвинення розріджених матриць. Основною особливістю даного методу є те, що можна розв’язувати системи зізнаконевизначеними матрицями.Актуальність цього алгоритму випливає з того, що знаходження розвинення матриць часто виникає як окрема задача у чисельному моделюванні, а також може бути важливим етапом в розв’язанні задач на власні значення, наприклад в задачах дослідження стійкостімеханічних систем.

У роботі представлений новий блочний паралельний алгоритм розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь на основі LDL^{T}розвинення матриць. Алгоритм включає наступні обчислювальні кроки. Розвинення матриці LDL^{T}: $A = LDL^{\mathrm{T}}$.Розв'язання системи $Lz = b$ для знаходження z.Розв'язання системи $Dy = z$ для знаходження y.Розв'язання системи $L^{T}x = y$ для знаходження x.

Найбільша кількість виконуваних арифметичних операцій припадає на етап розвинення. Тому пропонується ефективний паралельний блочний алгоритм LDL^{T} розвинення матриці.

Нехай A - це симетрична додатно визначена квадратна матриця порядку n. Розіб’ємо матрицю A на сітку блоків розмірності sxs. Введемо додаткові позначення D_Kдіагональна матриця з LDL^{T} - розвинення діагонального блоку $A_{11}^{(K)}$, $U_{K,J}$ квадратний блок порядку s підматриці $U_{12}^{(K)}$, $G_{J,K} = U_{K,J}^{T} D_K$ ($K = 1, ..., N$, $J = K, ..., N$).

Через Kпозначимо номер провідного рядка блоків матриці A. Тоді для $K = 1, ..., N$ виконуються наступні етапи.

1) В процесорі 0 проводимо LDL^{T}-розвинення діагонального блоку $A_{11}^{(K)} = (U_{11}^{(K)})^{T} D_K U_{11}^{(K)}$.

2) Для $K < N$-1 s-рангова модифікація ненульових блоків $A_{I,J}$ ($K < I \le N$, $K < J \le N$), підматриці $A_{22}^{(K)}$: $A_{I,J} \leftarrow A_{I,J} - G_{I,K-1} U_{K-1,J}$.

Дані операції виконуються паралельно у всіх потоках, за умови $G_{I,K-1}, U_{K-1,J} \ne 0$

3) Для $K < N$-1 паралельно і незалежно обчислюємо ненульові блоки $G_{I,K}$ $(K+1 \le I \le N)$ за формулою $(U_{11}^{(K)})^{T} (G_{I,K})^{T} = (A_{I,K})^{T}$.

4) Для $K < N$-1 паралельно і незалежно обчислюємо ненульові блоки $U_{K,J}$ ($K+1 \le J \le N$):

$$U_{K,J} = D_K^{-1} (G_{J,K})^{T} .$$

Описаний вище порядок дій повторюється поки всі рядиблоків матриці A не будуть оброблені. Таким чином, ми отримуємо LDL^{T}розвинення матриці A.

Головна перевага цього алгоритму полягає в блочному підході до обробки розріджених структур матриць. Розбиття матриці на блоки дозволило паралельно та незалежно опрацьовувати блоки ненульових елементів, що в рази спрощує роботу з індексами, пошуком елементів в суцільних масивах даних і вартість доступу до них. Також запропонований блочний формат обробки розрідженої матриці дозволяє використати ефект кешезації обчислень, що додатково надає ще суттєвіше скорочення часу розв'язання задачі в цілому.

В роботі наводяться теоретичні оцінки прискорення та ефективності паралельного алгоритму. Наведено результати чисельних експериментів, проведених на кластері СКІТ з використанням тестових та практичних задач, що виникаютьпри моделюванні різних фізичних процесів.

Розроблений алгоритм показав високу ефективність при розв'язанні задач на сучасних архітектурах та може знайти своє застосування в задачах моделювання процесів та явищ різної природи, задачах механіки в новітніх постановках де потрібно проводити обчислення з надвеликими матрицями розрідженої структури. Наприклад в задачах аналізу міцності і стійкості складних конструкцій, що буде надзвичайно актуально в процесі відбудови та повоєнного відновлення України

КЛЮЧОВІ СЛОВА: математичне моделювання, задачі механіки та інженерії, високопродуктивні обчислення, паралельні алгоритми, лінійна алгебра, розріджені матриці

V.A. Sydoruk, A.V. Chystyakov, A.V. Pavlyuk

A PARALLEL LDL^T DECOMPOSITION ALGORITHM FOR MECHANICS PROBLEMS

V.M. Glushkov Institute of cybernetics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine

This paper deals with a new block algorithm for solving systems of linear algebraic equations based on the LDL^T matrix decomposition. The main novelty of the proposed algorithm is the block representation of the sparse matrix structure and the parallel processing of matrix subblocks with non-zero elements, effectively using the features of modern processor architectures.

The paper presents theoretical estimates of speedup and efficiency, the results of numerical experiments conducted on SCIT cluster.

О.Я.Григоренко[1], М.Ю.Борисенко[1], О.В.Бойчук[2], Н.П.Борейко[1]

ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ ВІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ ШЕСТИКУТНИХ ПЛАСТИН З ОТВОРОМ

[1]*Інститут механіки ім. С.П. Тимошенко НАНУ, вул. Нестерова, 3, 03057, Київ, Україна; e-mail: ayagrigorenko1991@gmail.com ; mechanics530@gmail.com; nataliya.petrivna@ukr.net;*
[2]*Миколаївський національний аграрний університет, вул. Георгія Гонгадзе, 9, 54020, Миколаїв, Україна; e-mail: boychuklena27@gmail.com*

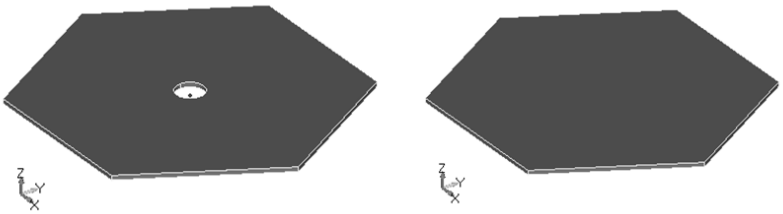
Пластини шестикутної форми є поширеними елементами тонкостінних конструкцій інженерних споруд та сучасних будівель, авто- та авіо-промисловості, кораблів, космічних апаратів та інших галузей із застосуванням сучасних технологій. Важливим аспектом у забезпечені надійності таких пластинчастих елементів є визначення частот і форм вільних коливань з урахуванням властивостей матеріалу, граничних умов та конструктивних особливостей, наприклад, наявності технологічних отворів, що є актуальною проблемою прикладної математики та механіки.

Останні два століття питання про вільні коливання пластин розглядаються дуже широко. В [4] представлена задача про коливання квадратної пластини, проведено аналіз теоретичних та експериментальних даних. В [6] проведено дослідження коливань вільних полігональних і заокруглених полігональних пластин за допомогою покращеного метода Рітца. В [5] досліджено осесиметричні резонансні коливання пружної круглої сендвіч-пластини при локальних періодичних поверхневих навантаженнях прямокутної, синусоїдальної та параболічної форм. Одним із сучасних методів дослідження частот і форм вільних коливань є метод скінченних елементів (МСЕ), який лежить в основі роботи програмного комплексу FEMAP з розв'язувачем NX Nastran. Даний програмний комплекс використовувався для розрахунку частот і форм вільних коливань трикутної, чотирикутної і п'ятикутної пластини без отвору [2], а також трикутної [3] та п'ятикутної [1] пластини з отвором.

Теоретичні дослідження вільних коливань пов'язані з значними труднощами реалізації математичної моделі та необхідністю розв'язання складної системи диференціальних рівнянь в частинних похідних із змінними коефіцієнтами, при розв'язанні якої спостерігається нестійкість розрахунку, втрата необхідного порядку точності даних обчислень. Визначення частот вільних коливань шестикутних пластин з отвором пов'язане з проблемами обчислювального характеру та необхідністю переходу до неортогональної системи координат, у зв'язку з цим є необхідним застосовувати чисельні методи, а саме МСЕ.

Метою даного повідомлення є чисельний розрахунок частот та форм вільних коливань ізотропних тонких шестикутних пластин з отвором при різних варіаціях закріплення

В середовищі програми FEMAP побудовані геометричні моделі пластин у вигляді правильних шестикутників зі сторонами a=69,28 *мм*, товщинами h=2 *мм*, з отвором в центрі радіусом r=6 *мм* (рис. 1 *а*) та без отвору (рис. 1 *б*). В якості матеріалу пластини задавався алюміній з наступними параметрами: модуль Юнга E=71 *ГПа*, коефіцієнт Пуассона ν=0,33, густина ρ=2710 *кг/м*^{3}. Пластини досліджувались при різних варіантах жорстко закріплених країв (C_e) та отвору (C_h) і вільних країв (F_e) та отвору (F_h). Скінченно-елементна розбивка проводилась tetra-елементами розміром h.



а *б*

Рис. 1.

В результаті розрахунків отримано частоти та форми вільних коливань шестикутних пластин з отвором та без з різними варіантами жорсткого закріплення. Проведено порівняння отриманих результатів та встановлено залежність частоти вільних коливань від наявності отвору та способу закріплення країв та отвору. Встановлена топологія форм коливань розглянутих пластин у відповідності до форм коливань трикутних, чотирикутних та п'ятикутних пластин з вільними краями і жорстко закріпленими краями. Реалізовані в роботі підходи дають змогу досліджувати динамічні характеристики пластин інших конфігурацій.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: частоти і форми, вільні коливання, шестикутна пластина, метод скінченних елементів, жорстке закріплення.

1. Григоренко О.Я., Борисенко М.Ю., Бойчук О.В., Сперкач С.О., Безугла А.Д. Вільні коливання п'ятикутних пластин з отвором // Допов. Нац. акад. наук Укр. – 2023. № 1. – С. 24 – 31.
2. Borysenko M., Zavhorodnii A., Skupskyi R. Numerical analysis of frequencies and forms of own collars of different forms with free zone // J. Appl. Math. Comput. Mech. – 2019. – **18**, N 1. – P. 5 – 13.
3. Grigorenko O.Y., Borisenko M.Y., Boichuk O.V., Vasileva L.Y. Free Vibrations of Triangular Plates with a Hole // Int. Appl. Mech. – 2021. – **57**, N 5. – P. 534 – 542.
4. Meleshko V.V., Papkov S.O. Flexural vibration of elastic rectangular plates with free edges: from Chladni (1809) and Ritz (1990) to the present day // Akust. Visnyk. – 2009. – **12**, N 4. – P. 34 – 51.
5. Starovoitov E.I., Leonenko D.V., Yarovaya A.V. Vibrations of circular sandwich plates under resonance loads // Int. Appl. Mech. – 2003. – **39**, N 12. – P. 1458 – 1463.
6. Wang C.Y. Vibrations of completely free rounded regular polygonal plates // Int. J. Acoust. Vib. – 2015. – **20**, N 2. – P. 107 – 112.

A.Ya. Grigorenko[1], M.Yu. Borysenko[1], O.V. Boichuk[2], N.P. Boreiko[1]

NUMERICAL ANALYSIS OF FREE VIBRATIONS OF HEXAGONAL PLATES WITH A HOLE

[1]S.P. Timoshenko Institute of Mechanics of the National Academy of Sciences, P. Nesterov Str., 3, 03057, Kyiv, Ukraine
[2]Mykolayiv National Agrarian University, Georgy Gongadze Str., 9, 54030, Mykolayiv, Ukraine

Free vibrations of isotropic hexagonal plates with a hole in the center with different variations of rigid fastening at the edges and the hole based on finite element method are considered. The results obtained were compared. The dependences of the frequency of free vibrations on the presence of a hole and the method of fastening have been established. The approaches implemented in the work make it possible to study the dynamic characteristics of plates of other configurations.

О.М. Хіміч, О.В. Попов

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕКОРЕКТНИХ ЗАДАЧ З МАТРИЦЯМИ РОЗРІДЖЕНОЇ СТРУКТУРИ

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, просп. акад. Глушкова, 40, 03187, Київ, Україна; e-mail: khimich505@gmail.com, alex50popov@gmail.com

Значну роль у наукових дослідженнях для потреб розвитку різних галузей науки та інженерії, зокрема, для потреб національної безпеки і оборони нашої держави, відіграє математичне моделювання. Математичне моделювання з використанням комп'ютерів є універсальною, інваріантною стосовно предметної галузі методологією дослідження нових процесів, об'єктів та явищ засобами обчислювального експерименту.

У багатьох випадках основою для дослідження математичної моделі є розв'язання задач лінійної алгебри, зокрема, систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Такі системи виникають під час дискретизації крайових задач проєкційно-різницевим методом (наприклад, скінченних елементів). Важливою особливістю СЛАР, що формуються в процесі математичного моделювання в різних галузях, є розріджена структура та високі порядки їхніх матриць (можуть перевищувати 1 000 000).

В $\overline{\Omega} = \Omega \cup \Gamma$ розглядається крайова задача теорії пружності у слабкій постановці: знайти такий вектор зміщень $u \in U_0(\Omega)$ ($U_0(\Omega)$ – простір Соболєва), щоб виконувалося інтегральна тотожність $a(u,v) = l(f,v) \quad \forall v \in U_0(\Omega)$ (вектор-функція сил, що прикладені до тіла). Розглядається випадок, коли виконується закон Гука, а також умови існування розв'язку задачі. Цей розв'язок щодо зміщень неєдиний, оскільки можливе переміщення тіла як твердого. Єдиний розв'язок виокремлюється двома умовами, які виключають таке переміщення тіла та визначають підпростір $V_0(\Omega) \subset U_0(\Omega)$, в якому шукається єдиний розв'язок.

Для чисельного розв'язання першої основної задачі теорії пружності використано метод скінченних елементів (МСЕ), який за своєю суттю полягає в заміні нескінченновимірного простору $V_0(\Omega)$ допустимих функцій його скінченновимірним підпростором $V^h \subset V_0(\Omega)$. Але алгоритм побудови базису простору V^h у загальному випадку для задач з неєдиним розв'язком на всьому просторі наразі невідомий. Тому пропонується замість підпростору V^h використати підпростір $U^h \subset U_0(\Omega)$.

В результаті такої дискретизації отримується розрахункова задача – СЛАР $Ax = b$ з напіввизначеною матрицею. СЛАР з напіввизначеною матрицею мають єдиний розв'язок на підпросторі (нормальний псевдорозв'язок), який можна знайти методом найменших квадратів. Цей розв'язок є скінченно-елеметним наближенням єдиного розв'язку у підпросторі $V_0(\Omega)$ першої основної задачі теорії пружності. З урахуванням високих порядків цих СЛАР і, як наслідок, великої кількості арифметичних операцій для дослідження та розв'язування таких задач доцільним є використання високопродуктивних паралельних комп'ютерів різної архітектури та розроблення відповідних ефективних алгоритмів.

Для знаходження з гарантованою точністю ε наближення до нормального псевдорозв'язку СЛАР з розрідженою симетричною напіввизначеною матрицею використано паралельні реалізації методу триетапної регуляризації.

Метод триетапної регуляризації для отримання наближення u до нормального псевдорозв'язку x полягає у виконанні таких кроків: (i) послідовне розв'язування за довільно вибраного параметра $\alpha > 0$ (наприклад, $\alpha = 0{,}01$) двох СЛАР $(A + \alpha I_n)z = \tilde{b}_k$ та $(A + \alpha I_n)u = Az$; (ii) розв'язування системи $(A + \alpha I_n)w = u_H$ ($u_H \equiv u / \max_i |u_i|$) та обчислення значення $\mu = \max_i |w_i|$; (iii) перевірка виконання умови отримання заданої точності наближеного розв'язку; якщо умова виконується, то потрібна точність ε досягнута за вибраного значення $\alpha = \alpha_0$; в протилежному випадку визначається нове значення зсуву $\alpha = \alpha_1$ і повторюється крок (i) з матрицею $A + \alpha_1 I_n$ – нове наближення u забезпечує задану точність ε нормального псевдорозв'язку.

При розв'язуванні СЛАР прямим методом можна виділити 3 підзадачі: розвинення матриці системи, розв'язування двох СЛАР із нижньою та з верхньою трикутними матрицями відповідно. Для розвинення симетричних матриць доцільно використати LDL^{T}-варіант методу Холецького, який зводиться до обчислення розвинення матриці $A = LDL^{\mathrm{T}}$, де L – нижня трикутна матриця, що має одиниці на головній діагоналі, D – діагональна матриця (вибір LDL^{T}-розвинення зумовлений тим, що таке розвинення може використовуватися для більшої множини матриць, ніж LL^{T}-розвинення).

Запропоновано високопродуктивні алгоритми розв'язування на комп'ютерах (різної архітектури) з паралельною організацією обчислень СЛАР із симетричними блочно-розрідженими матрицями (наприклад, із блочно-хмарочосними, із блочно-діагональними з обрамленням). Отримано оцінки якості

– коефіцієнтів прискорення та ефективності – запропонованих алгоритмів. Проведено експериментальне дослідження запропонованих паралельних алгоритмів на розв'язуванні низки тестових задач [1, 2].

Тестування показало, що метод триетапної регуляризації за часовими витратами, використовуваній пам'яті, достовірності отриманих результатів є найбільш ефективним методом для розв'язання на комп'ютерах з паралельною організацією обчислень СЛАР, які виникають у результаті дискретизації задач аналізу міцності складних незакріплених конструкцій. Метод триетапної регуляризації є альтернативою, як методу регуляризуючого функціоналу, так і методу дискретної регуляризації.

Таким чином для першої основної задачі теорії пружності обґрунтовано методику дослідження та розрахунку математичних моделей, що описуються задачами з єдиним розв'язком на підпросторі (умовно коректних задач), з використанням для цього нормального псевдорозв'язку СЛАР дискретної скінченно-елементної моделі [1, 2]. Запропонована методологія інваріантна для широкого класу задач з умовами Неймана на границі – її можна застосувати для чисельного розв'язання інших задач теорії пружності, що мають єдиний розв'язок на підпросторі, наприклад для одно- і двовимірних постановок, змішаних крайових задач тощо, а також для чисельного розв'язання крайових задач, що виникають під час математичного моделювання в інших галузях науки і техніки.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: високопродуктивні обчислення, метод скінченних елементів, метод триетапної регуляризації, перша основна задача теорії пружності

1. Хіміч О.М., Попов О.В. Розв'язування некоректних задач теорії пружності на високопродуктивних обчислювальних системах // Кібернетика та системний аналіз – 2023. – **59**, № 5. – С. 66–77.
2. Khimich, A.N., Popov, A.V., Polyanko, V.V. Algorithms of parallel computations for linear algebra problems with irregularly structured matrices // Cybernetics and Systems Analysis – 2011. – **47**, N. 6. P. 973–985. https://doi.org/10.1007/s10559-011-9377-4.

A.N. Khimich , A.V. Popov

SOLVING INCORRECT PROBLEMS WITH MATRICES OF SPARE STRUCTURE

V.M. Hlushkov Institute of Cybernetics of NAS of Ukraine; 40, Acad. Hlushkov Av., 03187, Kyiv, Ukraine

A method of effective research and solution of conditionally correct problems is proposed. A three-stage regularization method is proposed for finding a normal pseudo-solution of a discrete problem – a system of linear algebraic equations with a sparse symmetric semi-definite matrix. This method allows you to get an approximation of these solutions with a given accuracy. Parallel algorithms for solving systems of linear equations with symmetric block-sparse matrices are proposed.

Наукове видання

Матеріали доповідей
МІЖНАРОДНОЇ НАУКОВОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ
АКТУАЛЬНІ ПРОБЛЕМИ МЕХАНІКИ - 2023
до 145-річчя від дня народження С.П.Тимошенка

14 - 16 листопада, 2023

Видано в авторській редакції

Підп. до друку 13.11.2023.
Ум.- друк. арк. 35,97

Інститут механіки імені С.П. Тимошенка НАН України,
03057, Київ, вул. Нестерова, 3

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру
суб'єктів видавничої справи (серія ДК, № 5614 від 25.09.2017)

Тел: +380(44) 596-77-56
Факс: +380(44) 596-77-28
E-mail: inst_mech@inmech.kyiv.ua

ISBN 978-617-95378-0-6

9 786179 537806