НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка

Національний транспортний університет МОН України

#### Мельник

#### Всеволод Михайлович

УДК 539.3

**ВИМУШЕНІ КОЛИВАННЯ КОНІЧНИХ ОБОЛОНОК ЗМІННОЇ ЖОРСТКОСТІ ПРИ НЕСТАЦІОНАРНИХ НАВАНТАЖЕННЯХ**

01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла

**АВТОРЕФЕРАТ**

дисертації на здобуття наукового ступеня

кандидата фізико–математичних наук

Київ – 2021

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Інституті механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України та в Національному транспортному університеті МОН України, м. Київ.

|  |  |
| --- | --- |
| Науковий керівник | доктор фізико–математичних наук, професор Мейш Володимир Федорович,Національна Академія Наук України, Інститут механіки імені С. П. Тимошенка, м. Київ; |
| Офіційні опоненти: | доктор фізико - математичних наук, професор **Жук Ярослав Олександрович,**завідувач кафедри теоретичної та прикладноїмеханіки Київського національного університету ім. Тараса Шевченка МОН України, м. Київ; |
|  | кандидат фізико - математичних наук, доцент**Арнаута Наталія Володимирівна,**доцент кафедри вищої та прикладної математики Національного університету біоресурсів і природокористування МОН України, м. Київ. |

Захист відбудеться « 27  »  квітня  2021 року о годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д26.166.01 Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України за адресом: 03057, м. Київ-57, вул. Нестерова, 3.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України за адресом: 03057, м. Київ-57, вул. Нестерова, 3.

Автореферат розісланий «27 » березня 2021 р.

|  |  |
| --- | --- |
| Вчений секретарспеціалізованої вченої ради Д 26.166.01, доктор фізико-математичних наук  | О.П. Жук |

Дисертаційна робота присвячена теоретичному дослідженню напружено-деформованого стану конічних оболонок змінної товщини при нестаціонарних навантаженнях.

**Актуальність теми.** Оболонкові конструкції найбільш оптимальним способом поєднують в собі, з одного боку, мінімальну вагу, а з іншого – необхідну міцність та жорсткість Завдяки цим якостям їм надається перевага в таких галузях, як авіабудування, кораблебудування, ракетобудування, атомній енергетиці, а також в інших областях техніки. Для конструкцій складної форми й неоднорідної структури актуальною є розробка ефективних чисельних методів розв’язку задач дослідження їх напружено-деформованого стану. На початку ескізного проектування складних тонкостінних конструкцій значну роль відіграють саме теорії оболонок, оскільки вони дозволяють найбільш просто визначити вплив тих чи інших факторів та передбачити шляхи вдосконалення конструкцій.

Складні умови експлуатації оболонкових конструкцій такого типу висувають підвищені вимоги до їхньої жорсткості, яка може варіюватися в залежності від якості матеріалу, з якого вони виготовлені, або зміни форми поперечного перерізу. Розв’язання відповідних крайових задач пов’язане зі значними труднощами обчислювального характеру. Тому проблема надійності елементів конструкції висуває на перший план питання про підвищення точності розрахунків, при цьому велику роль відіграє вибір розрахункової моделі. В зв’язку з цим, проводяться дослідження стосовно вдосконалення моделей напруженого стану і деформування оболонкових тіл та їх реалізація в методах розв’язку конкретних класів задач. Цей процес стимулюється з одного боку, бажанням розробити математично коректні моделі, які б достатньо точно визначали якості виробу, з іншого – необхідністю високого степеню точності розв’язання конкретних задач з розрахунків елементів конструкцій. Тому практичний інтерес викликає розгляд задач динаміки оболонок змінної товщини при нестаціонарних навантаженнях.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Дисертаційна робота відповідає основним напрямкам наукових досліджень відділу динаміки та стійкості суцільних середовищ Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України та тематиці науково-дослідних робіт кафедри теоретичної та прикладної механіки Національного транспортного університету МОН України. Результати, отримані в дисертації увійшли до звітів НДР Інституту механіки НАНУ та Національного транспортного університету. Дисертаційне дослідження проводилось при виконанні таких науково-дослідних робіт: «Розробка методів розрахунку тонкостінних композитних елементів конструкцій з неоднорідностями (вирізи, ребра жорсткості) при статичних і динамічних навантаженнях», номер державної реєстрації № 0112U000244, 2013 р.; «Математичне моделювання хвильових процесів в багатошарових дискретно – підкріплених оболонок при нестаціонарних навантаженнях», номер державної реєстрації № 0112U000240, 2014 – 2015 рр.; «Розробка аналітичних і чисельних методів розрахунку некругових циліндричних оболонок при статичних та динамічних навантаженнях», номер державної реєстрації № 0112U001184, 2018 – 2020 рр.; співвиконавцем яких був дисертант і отримані в дисертаційній роботі результати увійшли до цих звітів.

**Мета і задачі дослідження** полягають у вивченні нестаціонарних коливань і напружено-деформованого стану оболонок змінної товщини при дії імпульсного навантаження.

Для досягнення поставленої мети визначено наступні задачі дослідження:

* постановку динамічної задачі про коливання конічних оболонок змінної товщини оболонок з використанням геометричної і фізично лінійної теорії оболонок типу Тимошенка;
* розвиток ефективного чисельного методу розв’язування задач даного класу і його обґрунтування при застосуванні теорії оболонок типу Тимошенка для побудови ефективних різницевих алгоритмів;
* розв’язування на основі розвинутого методу задач динамічної поведінки конічних оболонок змінної товщини при нестаціонарних навантаженнях, виявлення нових властивостей, закономірностей та механічних ефектів, характерних для хвильових процесів, що розглянуті.

**Об’єкт дослідження.** Напружено – деформований стан конічних оболонок змінної жорсткості.

**Предмет дослідження.** Дослідження впливу змінної товщини конічних оболонок на напружено – деформований стан при нестаціонарних навантаженнях.

**Методи дослідження.** В основу розробленого методу теоретичного дослідження динаміки коливання конічних оболонок змінної жорсткості при нестаціонарних навантаженнях покладено геометрично і фізично лінійні моделі оболонок типу Тимошенка. Основою розробленої чисельної методики дослідження нестаціонарних коливань є застосування інтегро – інтерполяційного методу побудови різницевих співвідношень по просторовим координатам і явній апроксимації по часовій координаті.

**Наукова новизна** одержаних результатів полягає в наступному:

* розроблено універсальну ефективну методику чисельно-аналітичного розв’язання задач, з використанням розробленої методики побудовано розв’язки нових несиметричних класів просторових задач для конічних оболонок, пов’язаних з їх геометричними та механічними характеристиками;
* на основі отриманих розв’язків проведено аналіз напружено-деформованого стану конічних оболонок, що розглядаються, викликаних прикладеним нормальним нестаціонарним навантаженням;
* виявлено ряд закономірностей з розподілу полів переміщень та напружень для симетричних і несиметричних задач, пов’язаних з геометрією та формою конічних оболонок.

**Апробація результатів дисертації.**

У повному обсязі дисертація доповідалась на наукових семінарах: відділу динаміки та стійкості суцільних середовищ; відділу обчислювальних методів; на семінарі секції за напрямком „Механіка композитних і неоднорідних середовищ” при Інституті механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України (Київ, 2020р.), на міжкафедральному семінарі Національного транспортного університету (Київ, 2020 р.). Окремі положення дисертації періодично доповідались на наукових семінарах кафедри теоретичної та прикладної механіки Національного транспортного університету (Київ, 2019 р.).

 **Достовірність** отриманих в роботі результатів розрахунків несиметричних і симетричних коливань оболонок змінної товщини при нестаціонарних навантаженнях забезпечується:

- точним і детальним моделюванням геометрії і структури оболонок конічної структури;

- строгістю та коректністю постановок вихідних задач;

- перевіркою практичної збіжності обчислювального процесу;

- верифікацією розробленої методики порівнянням з чисельними рішенням тестових задач, з результатами альтернативних розрахунків (іншими програмними засобами).

**Особистий внесок здобувача.** Всі теоретичні та практичні результати дисертації, що виносяться на захист, одержані автором самостійно. Матеріали, опубліковані у співавторстві, та використані в дисертації, отримані здобувачем особисто, включаючи постановку задач, та безпосереднє виконання всіх етапів робіт. В роботах написаних із науковим керівником В.Ф. Мейшем, йому належить загальний задум проведення досліджень. В роботах написаних із співавторами, їм належить участь в аналізі та інтерпретації результатів досліджень.

**Публікації.** За темою дисертаційної роботи опубліковано 5 наукових праць, в тому числі 1 робота в науко метричному виданні.

**Структура і обсяг роботи.** Дисертаційна робота складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків та списку використаних джерел із 145 найменувань на 16 сторінках. Загальний обсяг дисертації становить 126 сторінки, 16 рисунків, 2 таблиці.

# ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** подано загальну характеристику дисертації; розкрито стан наукової проблеми, обґрунтовано актуальність теми дисертації, її зв'язок з науковими програмами; сформульовано мету роботи, задачі і методи дослідження; відзначено наукову новизну, практичну цінність і достовірність одержаних результатів; наведено дані про апробацію та публікацію результатів дисертаційної роботи, а також короткий опис структури дисертації.

У **першому розділі** розглянуто сучасний стан теорії і чисельного дослідження нестаціонарних коливань конічних оболонок змінної товщини. Питання дослідження динамічної поведінки таких конструкцій при навантаженнях різноманітної природи присвячено ряд публікацій і монографій.

Результати досліджень динамічної поведінки тонкостінних конструкцій систематизовані в працях В.В. Болотіна, А. С. Вольміра, Ю.С. Воробйова, А. Г. Горшкова, Е. І. Григолюка, О. М. Гузя, М. А. Кільчевського, В. Д. Кубенка, Ю. К. Енгельбрехта.

В наш час більшість досягнень, пов’язаних з дослідженням пружних хвиль, основані насамперед на лінійній теорії поширення пружних хвиль, результати якої викладені в численних фундаментальних монографічних виданнях Л. М. Бреховських, І. А. Вікторова, Р. Дейвіса, Г. Кольського, Дж. Райнхарта, Дж. Пірсона, А. Шоха та інших.

Значне коло явищ описує також нелінійна теорія поширення пружних хвиль, яка активно розвивається в останні роки. Результати, отримані в рамках нелінійної теорії поширення пружних хвиль, узагальнені в монографіях Д. Бленда, З. Веселовського, В. К. Зарембо, В. А. Красильнікова, В. І. Карпмана, О. В. Руденко, С. І. Солуяна, К.Трусдела, Дж. Уінзема, Ю. В. Чукаєвського, та інших.

Питанням розповсюдженням хвиль, викликаних короткочасними навантаженнями, в пластинах і оболонках присвячені праці А. Л. Айноли, В. Г. Баженова, Н. Д. Векслера, Б. А. Гордієнко, І. В. Григор’єва, А. В. Кармишина, В.І. Кондаурова, Ю.Г. Коротких, В. М. Кукуджанова, В. І. Мяченкова, А. П. Малишева. Ф. Сабодаша, Л. І. Слепяна, А. Г. Угодчикова. Цими авторами були розглянуті різні осесиметричні і неосесиметричні задачі, як в геометрично і фізично лінійних, так і в нелінійних постановках.

На сьогоднішній день в основному розглянуті осесиметричні та неосесиметричні гармонічні коливання оболонок простої геометрії (циліндричні, конічні та сферичні) такими авторами як І.Я. Аміро, І.В. Андріанов, В.О.Заруцький, І.І. Воровіч, В.А. Лесничая, В.А. Лясковец, Л.І. Малевич, І.С. Малютін, А.Я. Недбай, В.Г.Паламарчук, А.Н. Пасечник, Ю.М. Почтман, А.Н. Писанко, В.Н. Ревуцкий, В.В. Скалозуб, Ю.В. Скосаренко, А.І. Телалов, А.Н. Фролов, А.Я. Ціонский, А.С. Юдин та ін.

Результати по вимушеним коливанням оболонок при нестаціонарних навантаженнях представлені в роботах А.Є. Богдановича, В.В. Болотіна, Я.М. Григоренка, О.Я. Григоренка, Ю.П. Жигалка, А.В. Кармишина, Т.Б. Кошкіної, О.О. Малініна, О.К. Мишонкова, А.К. Перцева, А.В. Пожуєва, Л.Г. Романенка, Е.Д. Скурлатова, В.Г. Старцева, В.А. Фельдштейна, І.Т. Філіпова, С.Е. Штанцеля, Є.Т. Янютіна та ін.

Найбільш повно сучасний стан досліджень по проблемі нестаціонарної поведінки тонкостінних конструкцій виконано в монографіях і оглядах Ш. У. Галієва, О. М. Гузя, А. А. Вестняка, П. З. Лугового, В. І. Мамая, В. Ф. Мейша, У. К. Нігула, Е. Г. Платонова, І. Т. Селєзова, Д. В. Тарлаковського.

Тема дисертаційної роботи, що присвячена проблемі дослідження хвильових процесів в оболонках змінної товщини при нестаціонарних навантаженнях, як з теоретичної так і з прикладної точок зору, являється актуальною.

В **другому розділі** розглядаються рівняння осесиметричних та неосесиметричних коливань конічних оболонок змінної товщини при нестаціонарних навантаженнях. Покладалося, що напружено-деформований стан конічної оболонки може бути визначений в рамках геометричної та фізично лінійної теорії оболонок типу Тимошенка.

Припускається, що конічна оболонка змінної товщині знаходиться під дією внутрішнього розподіленого навантаження при осесиметричних коливаннях і для неосесиметричних коливань, де відповідно коефіцієнти першої квадратичної форми та криволінійні координати серединної поверхні оболонки.

При розгляді конічних оболонок використовується система координат причому координата відраховується від краю оболонки.

Коефіцієнти першої квадратичної форми та кривизни координатної поверхні записуються наступним чином:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1) |

де – кут конусності; , - радіус оболонки при .

(1)

Припускається, що товщина оболонки змінюється вздовж координати тобто

Для обчислення характеристик жорсткості оболонки товщина h визначається як лінійна функція координати :

(2)

|  |  |
| --- | --- |
| . | (2) |

Для виведення рівнянь коливань вказаної моделі оболонки використовується варіаційний принцип Рейснера для динамічних процесів:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3) |

де – функціонал Рейсснера, – кінетична енергія, – робота зовнішніх сил.

Рівняння коливань конічної оболонки змінної товщини записуються у вигляді:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4) |

Зв'язок величин зусилля – моменти з відповідними величинами деформацій у випадку ізотропного матеріалу оболонки мають вигляд:

|  |  |
| --- | --- |
| , | (5) |

де,

(4)

Деформаційні співвідношення у випадку конічної оболонки змінної товщини мають вигляд:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6) |

Рівняння коливань конічної оболонки змінної товщини доповнюються відповідними граничними умовами по координаті .

(6)

 У випадку вільного краю, при і :

|  |  |
| --- | --- |
|  | (7) |

У випадку жорсткого защемлених країв, при

(7)

 і :

де

Початкові умови при покладалися:

(8)

|  |  |
| --- | --- |
|  | (8) |

В **третьому розділі** викладено постановку задач осесиметричних та неосесиметричних коливань конічних оболонок змінної товщини при нестаціонарних навантаженнях. Метою даного розділу є методика розв’язку задач для дослідження осесиметричних та неосесиметричних коливань конічних оболонок змінної товщини при нестаціонарних навантаженнях. Чисельний алгоритм розв’язання початково – крайової задачі, засновано на використані інтегро – інтерполяційного методу побудови різницевих співвідношень по просторовим координатам та явній апроксимації по часовій координаті t.

Інтегруємо вихідні рівняння коливань по областям:

|  |  |
| --- | --- |
| , | (9) |

Кінематичні величини співвіднесені на множину точок з цілими індексами, а величини деформацій та зусиль - моментів співвідносяться на множину точок з пів цілими індексами. Такий вибір дискретизації вказаних функцій дозволяє зберегти дивергентну форму різницевого представлення диференціальних рівнянь, а відповідно і виконання закону збереження повної механічної енергії пружної системи на різницевому рівні. При цьому, інтегральні співвідношення для рівнянь коливань мають вигляд:

(9)

|  |  |
| --- | --- |
| (10) | (10) |

Після стандартних перетворень отримаємо наступні різницеві співвідношення:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (11) |

(11)

Дискретні величини зусиль – моментів в рівняннях (5) мають вигляд:

|  |  |
| --- | --- |
| (12) | (12) |

Для одержання різницевих співвідношень для величин деформацій інтегруємо рівняння (6) по відповідним областям.

В результаті одержимо наступні різницеві співвідношення.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (13) |

|  |  |
| --- | --- |
|  | (14) |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

**Практична збіжність чисельних алгоритмів.**

Питання практичної збіжності чисельних алгоритмів відпрацьовані на задачі динамічної поведінки конічної оболонки постійної товщини з жорстко закріпленими краями під дією імпульсного навантаження.

 Імпульсне рівномірно розподілене поверхневе навантаження задавалося у вигляді:

|  |  |
| --- | --- |
|  15 | (15) |

де

,

*A –* амплітуда навантаження, *T –* тривалість навантаження.

 Геометричні параметри оболонки:

 м; м;

Практична збіжність досліджувалася на величинах і в перший період коливань цих величин в точках .

Розрахунки проведені для випадків Як видно з результатів в табл. 1, придатна точність досягається при

Таблиця 1

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | , м  | , Па |
|  | 0,850 | 0,142 |
|  | 0,879 | 0,146 |
|  | 0,885 | 0,147 |
|  | 0,886 | 0,147 |
|  | 0,886 | 0,147 |

Побудовані чисельні алгоритми відпрацьовані на тестових розрахунках. Зокрема, було проведено порівняльний аналіз осесиметричних коливань конічної оболонки постійної товщини згідно аналітичного розв’язку викладеному роботі Ю.С. Воробйова і чисельному алгоритму викладеному в даній роботі.

**Тестова задача
(осесиметричні коливання конічної оболонки постійної товщини з жорстко закріпленими торцями)**

|  |  |
| --- | --- |
|  | **Геометричні параметри оболонки:**. |

Рис. 1 – Величини прогинів від просторової координати .

На рис. 1 штриховою лінією зображені величини прогинів , отримані згідно чисельної методики даної роботи, суцільною – згідно аналітичного розрахунку

Розрахунки згідно розробленого в даній роботі чисельного методу задовільно узгоджуються з аналітичними розв’язками, що і підтверджує достовірність отриманих результатів.

Питання збіжності для неосесиметричних коливань конічних оболонок змінної товщини розглядалося на графіках залежності величин при куті конусності по часовій координаті в перерізі . Крива 1 відповідає залежності величин , крива 2 відповідає залежності величин . Збіжність досліджувалася в моменти часу , в точках перетину графіків.

 

Рис. 2 – Залежність величини відчасовоїкоординати **.**

Таблиця 2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  ∆  | c | c | c | c |
|  |  0.2345  | 0.2814 | 0.03585 | 0.03451 |
|  |  0.3163  | 0.3197 | 0.03213 | 0.03123 |
|  |  0.3200  | 0.3202 | 0.03121 | 0.03081 |
|  |  0.3208  | 0.3262 | 0.03253 | 0.03098 |

Як видно з таблиці придатна точність досягається при c.

В **четвертому** розділі чисельне досліджуються розв’язки коливань конічних оболонок змінної жорсткості при нестаціонарних навантаженнях.

Як числовий приклад, для неосесиметричних коливань, розглядалася задача динамічної поведінки конічної панелі змінної товщини при дії нормального розподіленого навантаження . Покладається, що край конічної панелі в перерізі жорстко защемлений, а край в перерізі край вільний.

Вихідна задача розв’язувалася при наступних геометричних та фізико – механічних параметрах:

м; ; м;

м;

;

(16)

На Рис. 3 – 5 наведені результати розрахунків для оболонок змінної товщини при неосесиметричних коливаннях (один край вільний).

Рис. 3 – Залежність величини від просторової координати .

Враховуючи, що вихідна задача є багато параметричною (в різні моменти часу t кінематичні та силові параметри приймають різні значення по координатам ) в подальшому будемо розглядати залежності вихідних величин в моменти часу досягнення ними максимальних значень по модулю.



Рис. 4 – Залежність величини від просторової координати .

На Рис. 3 представлені залежності переміщення по просторовій координаті в перерізі при різних кутах конусної вихідної оболонки. Крива з індексом 1 відповідає випадку в момент часу крива 2 - ; в момент часу крива 3 - в момент часу

На Рис. 4 наведені залежності величин у вказаному перерізі . На рисунку криві згідно вище прийнятим позначенням відповідають моментам часу Величини

 Якісна відмінність кривої 1 від кривих 2, 3 пояснюється різним часом досягнення максимальних значень по модулю величин .



Рис. 5 – Залежність величини від просторової координати

На Рис. 5 наведені залежності величин у вказаному перерізі. На рисунку криві згідно вище прийнятим позначенням відповідають моментам часу . Крива 1 - відповідає випадку ; крива 2 - ; крива 3 - Як бачимо з наведених кривих, на Рис. 3 – 5 чітко проявляється вплив геометрії (кута конусності) на напружено – деформований стан вихідної конструкції. Зі збільшенням кута конусності зростають максимальні значення величин , , .

# ВИСНОВКИ

В дисертаційній роботі розроблено ефективний підхід до розв’язання двовимірних задач вимушених коливань конічних оболонок змінної товщини при нестаціонарних навантаженнях при різних граничних умовах, що базується на використанні інтегро – інтерполяційного методу побудови різницевих співвідношень по просторовим координатам та явній апроксимації по часовій координаті. Проведено аналіз впливу форми оболонки, законів зміни товщини, виду граничних умов, в результаті чого виявлено ряд закономірностей розподілу полів переміщень і напружень , що мають практичне значення при оцінці міцності і надійності елементів конструкцій.

При цьому отримано такі конкретні результати:

* на основі співвідношень уточненої теорії оболонок виведено розв’язувальну систему диференціальних рівнянь в частинних похідних зі змінними коефіцієнтами відносно переміщень, що описує напружено-деформований стан конічних оболонок змінної товщини;
* розроблено методику розрахунку конічних оболонок змінної товщини при дії розподіленого імпульсного навантаження, що полягає у використанні інтегро–інтерполяційного методу побудова різницевих співвідношень по просторовим координатам та явній апроксимації по часовій координаті;
* запропонований підхід реалізовано в обчислювальному комплексі для сучасних ПК, за допомогою якого можна проводити розрахунки багатоваріантних задач даного класу при різних видах навантаження, закріплення країв, геометричних характеристик оболонок;
* достовірність результатів, що одержані в роботі, забезпечено використанням обґрунтованої математичної моделі теорії оболонок, коректністю формулювання задачі, тестуванням розробленого підходу на ряді задач даного класу і контролем точності розрахунку на основі індуктивних оцінок;
* на основі запропонованого підходу одержано розв’язки ряду задач і проведено аналіз напруженого стану конічних оболонок змінної товщини при різних умовах закріплення країв;
* розроблений на базі запропонованого підходу алгоритм, обчислювальний комплекс для ПК і отримані в роботі результати можуть бути використані в науково - дослідних організаціях для оцінки міцності і надійності елементів конструкцій, що мають форму конічних оболонок змінної товщини.

**СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ**

1. МейшВ.Ф. Осесимметричные колебания конических оболочек переменной толщины при действии нестационарной нагрузки/В.Ф.Мейш,В.М.Мельник//Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій. Дніпропетровський національний університет. 2012. - Вип.18 – С.132-139.
2. Мейш В.Ф. О динамическом поведении конической оболочки переменной толщины на упругом основании / В.Ф. Мейш, П.З. Луговой, В.М. Мельник // Проблеми обчислювальної механіки міцності конструкцій. Дніпропетровський національний університет. 2012. – Вип. – 19. – С.219- 225.
3. Мейш В.Ф. До розрахунку неосесиметричних коливань конічних оболонок змінної товщини при нестаціонарних навантаженнях / В.Ф. Мейш, В.М. Мельник // Вісник Київського національного університету ім. Т. Г. Шевченка. – Вип. №3, 2012. – Серія фіз. – мат. Науки. -С. 83-86.
4. Мейш В.Ф. Чисельне моделювання динамічної поведінки конічної оболонки змінної товщини при дії розподіленого імпульсного навантаження / В.Ф. Мейш, Ю.А. Мейш, В.М. Мельник // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій. Збірник наукових праць. Дніпропетровськ: Ліра, 2014. – Вип.22. – С.169-181.
5. Мейш В.Ф. Неосесимметричные колебания конических оболочек переменной толщины при действии нестационарной нагрузки / В.Ф. Мейш, О.Г. Галаган, В.М. Мельник // Прикл. Механика. – 2014. – 50, №3. – С.77 – 85.

# АНОТАЦІЯ

 Мельник В.М. Вимушені коливання конічних оболонок змінної жорсткості при нестаціонарних навантаженнях. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико–математичних наук за спеціальністю 01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла. – Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ, 2021 р.

 Дисертація присвячена дослідженню напружено – деформованого стану конічних оболонок змінної жорсткості при нестаціонарних навантаженнях. На основі варіаційного принципу стаціонарності Рейснера отримано рівняння коливань та відповідні граничні та початкові умови для конічних оболонок змінної жорсткості в рамках геометрично лінійної теорії оболонок типу Тимошенка. Розвинено ефективний чисельний метод та створені чисельні алгоритми розв’язку динамічних задач нестаціонарних коливань конічних оболонок змінної жорсткості. На основі вихідної розрахункової моделі та розроблених чисельних алгоритмів отримано розв’язки динамічних задач конічних оболонок змінної жорсткості осесиметричних та неосесиметричних коливань та проведено аналіз напружено–деформованого стану конічних оболонок при нестаціонарних навантаженнях в широкому діапазоні зміни геометричних та фізико–механічних параметрів при різних граничних умовах. Розглянуто осесиметричні та неосесиметричні коливання конічних оболонок змінної жорсткості. Проведено аналіз числових результатів, закономірностей та механічних ефектів, які характерні для хвильових процесів в розглянутих конічних оболонках змінної жорсткості.

 **Ключові слова:** конічні оболонки, оболонки змінної жорсткості, геометрично лінійна теорія оболонок, чисельні методи, нестаціонарні коливання.

**АННОТАЦИЯ**

Мельник В.М. Вынужденные колебания конических оболочек переменной жесткости при нестационарных нагрузках. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико–математических наук по специальности 01.02.04 –механика деформируемого твердого тела. – Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины, Киев, 2021.

 Диссертация посвящена исследованию напряженно – деформированного состояния конических оболочек переменной жесткости при нестационарных нагрузках. На основании вариационного принципа стационарности Рейснера получены уравнения колебаний и соответственные граничные и начальные условия для конических оболочек переменной жесткости линейной теории оболочек типа Тимошенко. Развит эффективный численный метод и созданы численные алгоритмы решения динамических задач нестационарных колебаний конических оболочек переменной жесткости. На основании исходной расчетной модели и разработанных численных алгоритмов получены решения динамических задач конических оболочек переменной жесткости осесимметричных и неосесимметричных колебаний и проведен анализ напряженно–деформированного состояния конических оболочек при нестационарных нагрузках в широком диапазоне изменения геометрических и физико – механических параметров при различных граничных условиях. Рассмотрены осесимметрические и неосесимметрические колебания конических оболочек переменной жесткости. Проведено анализ численных результатов, закономерностей и механических эффектов, которые характерны для волновых процессов в рассмотренных конических оболочках.

 **Ключевые слова:** конические оболочки, оболочки переменной жесткости, геометрически линейная теория оболочек, численные методы, нестационарные колебания.

# SUMMARY

Mel’Nik V.M. Forced Vibrations of Conical Shells of Variable Rigidity under Nonstationary Loads. – Manuscript.

Thesis for Candidates Degree of Physical and Mathematical Sciences in specialty 01.02.04 – Mechanics of Deformable Solids. – S.P. Timoshenko Institute of mechanics of National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, 2021.

The dissertation is devoted to the study of the dynamic behaviour of variable thickness conical shells under non-stationary loads. On the basis of the variational Raisner stationary principle, the oscillation equations and corresponding natural boundary and initial conditions are obtained for conical shells of variable thickness of linear shell theory and rods of type Timoshenko. An efficient numerical method has been developed and numerical algorithms have been created for solving dynamic problems of non-stationary oscillations of conical shells of variable thickness. On the basis of the original calculation model and the numerical algorithms developed, solutions are obtained for the dynamic problems of conical shells of variable thickness, axially symmetric and nonaxisymmetric oscillations, and the stress-deformed state of conical shells is analyzed at Non-standard loads with a wide range of changes in geometric and physical-mechanical parameters under different boundary conditions. Nonsymmetrical oscillations of conical shells of variable thickness are considered. An analysis was made of the numerical results, patterns and mechanical effects that are characteristic of wave processes in the conical shells considered.

**Keywords:** conical shells, variable-thickness shells, geometrically linear shell theory, numerical methods, non-stationary oscillations.