

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
ІНСТИТУТ МЕХАНІКИ ІМЕНІ С.П. ТИМОШЕНКА**

**НЕФЬОДОВ ОЛЕКСАНДР ОЛЕКСІЙОВИЧ**

УДК 532.595

**Теоретичний аналіз маятникового підвісу для збільшення  
сейсмо- та вібростійкості резервуарів з рідиною**

01.02.01 – теоретична механіка

**АВТОРЕФЕРАТ**

дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата фізико-математичних наук

Київ – 2019

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Київському національному університеті імені Тараса Шевченка Міністерства освіти і науки України.

**Науковий керівник:** доктор технічних наук, професор  
**ЛИМАРЧЕНКО Олег Степанович**,  
Київський національний університет  
імені Тараса Шевченка,  
завідувач кафедри механіки суцільних середовищ.

**Офіційні опоненти:** доктор фізико-математичних наук, професор  
**КОНОНОВ Юрій Микитович**,  
Інститут прикладної математики та механіки  
НАН України,  
завідувач відділу

доктор фізико-математичних наук, старший  
науковий співробітник  
**БАГНО Олександр Михайлович**,  
Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка  
НАН України,  
провідний науковий співробітник

Захист дисертації відбудеться «03» грудня 2019р. о 13<sup>30</sup> год. на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.166.01 при Інституті механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України за адресою: 03057, м. Київ – 57, вул. П. Нестерова, 3.

З дисертацією можна ознайомитись в науковій бібліотеці Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України за адресою: 03057, м. Київ – 57, вул. П. Нестерова, 3.

Автореферат розіслано «30» жовтня 2019 року.

Вчений секретар  
спеціалізованої вченої ради Д 26.166.01  
доктор фізико-математичних наук

О.П. Жук

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

### **Актуальність теми.**

Протягом останнього часу зусиллями таких вчених як Г.С. Наріманов, Дж. Майлз, М.М. Моїсєєв, Р.Ф. Ганієв, Л.В. Докучаєв, В.В. Румянцев, Б.І. Рабінович, І.О. Луковський, В.Д. Кубенко, В.П. Шмаков, Х. Бауер та інших була сформована прикладна теорія руху рідини в резервуарах. Розглянуто широке коло питань поведінки системи при різних законах руху і особливостях поведінки системи в околі резонансів. Зараз коло задач динаміки резервуарів з рідиною значно розширилося, зокрема, досліджуються також задачі забезпечення сейсмостійкості резервуарів з рідиною в енергетиці, системах транспортування і збереження нафти та газу. Ускладнення способів закріплення резервуарів та законів руху конструкцій призвели до необхідності моделювання руху таких систем при кутових рухах конструкції, наприклад, на маятниковому підвісі. Надання системі додаткових ступенів вільності за рахунок ускладнення способу закріплення резервуарів призводить до зменшення зсувних зусиль, але, в той же час, змінює частотні і динамічні характеристики системи, в якій компоненти беруть участь в сумісному русі.

Як показують літературні огляди, зокрема, виконані Р. Ібрагімом, О.С. Лимарченком та І.О. Луковським, дослідження задач кутових рухів систем резервуар – рідина з вільною поверхнею розвинені ще в недостатній мірі, про що свідчить мала кількість існуючих публікацій, де слід відзначити роботи М. Ля Роки, Ж.-П. Шортіно, О.С. Лимарченка і П.С. Ковальчука.

Однією з важливих задач такого класу є перехідні і вібраційні режими поведінки конструкцій з рідиною при кутових рухах, зокрема, задачі сейсмозахисту. Специфіка збурень руху в такій системі призводить до необхідності розглядати поступальний рух системи як наперед заданий, а коливання рідини та кутовий рух, що може виникати, необхідно розглядати в сумісній нелінійній постановці. Попередні теоретичні дослідження таких задач показують, що при цьому відбувається зміна значень резонансних частот, а для деяких довжин підвісу змінюється їх порядок розташування, що в підсумку змінює прояв резонансів, а також призводить до виникнення нових нелінійних резонансів, які для випадку поступального руху взагалі не проявляються.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.**

Основні результати дисертації увійшли до звітів держбюджетних науково-дослідних тем №16БП038-03 «Вирішення прикладних проблем енергетичного комплексу і транспорту на основі сучасних теоретико-експериментальних підходів» (Реєстраційний номер 0116U004754) та №18БП038-01 «Моделі і засоби підвищення експлуатаційної надійності і ресурсу технічних систем енергетики і транспорту» (Реєстраційний номер 0118U001123) науково-дослідної лабораторії «Диференційних рівнянь та їх застосувань у механіці» механіко-математичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка.

**Мета і завдання дослідження.**

Головною метою дисертаційної роботи є теоретичне дослідження особливостей поведінки системи резервуар – рідина на маятниковому підвісі з рухомою точкою підвісу при вібраційних і сейсмічних навантаженнях та обґрунтування практичної доцільності такого закріплення конструкцій з рідиною в якості засобу підвищення віброта сейсмостійкості.

Для досягнення цієї мети поставлено наступні **основні завдання**:

1. Розробити нелінійну динамічну модель сумісного руху резервуарів з рідиною, орієнтовану на кутовий рух конструкцій з рідиною, зокрема, на сейсмічні збурення руху.
2. Дослідити поведінку системи резервуар – рідина на маятниковому підвісі з різними довжинами підвісу при вібраційних і найпростіших сейсмічно подібних збуреннях руху.
3. Показати переваги використання маятникового підвісу резервуару з рідиною у порівнянні з випадком жорсткого закріплення на прикладах різних типів вібраційних та сейсмічно подібних збурень руху; розробити рекомендації щодо підбору довжин маятникових підвісу для найбільш раціонального використання цих переваг.
4. Показати ефективність використання маятникового підвісу конструкції з рідиною на прикладі реальних параметрів землетрусу, що відбувся в околі АЕС (Фукусіма, Японія).

**Об'єктом дослідження даної роботи** є перехідні режими і резонансні явища, які виникають при сумісному кутовому русі конструкції з рідиною з вільною поверхнею в лінійному та нелінійному діапазонах збурень.

**Предметом дослідження** є вивчення прояву основних та вторинних резонансів в розвиненні хвильового руху рідини і їх вплив на формування перехідних (сейсмічних) процесів в конструкціях з рідиною.

**Методи дослідження:**

В роботі використано варіаційні методи постановки та розв'язання задач механіки, а саме варіаційний принцип Гамільтона – Остроградського, методи нелінійної механіки, метод модальної декомпозиції, чисельна реалізація аналітичних процедур, спектральний аналіз коливань.

**Наукова новизна** отриманих результатів полягає в тому, що:

1. Було розроблено нелінійну динамічну модель сумісного руху резервуарів з рідиною орієнтовану на нестационарне збурення руху, в якій по частині змінних (параметри поступального руху резервуара) рух вважається заданим, а кутовий рух системи і коливання рідини розглядаються в нелінійній сумісній постановці.
2. Виконано дослідження поведінки системи резервуар – рідина на маятниковому підвісі з різними довжинами при різних частотах кінематичного збурення руху системи; визначено специфіку поведінки системи в до-, біля- і зарезонансних областях.
3. Виявлено, що для певного діапазону довжин підвісу резонансні коливання рідини відбуваються також на частотах, що відповідають вторинним (нелінійним) резонансам, які в рамках лінійного моделювання взагалі відсутні.
4. На прикладі реальних параметрів землетрусу, що відбувся в околі АЕС (Фукусіма, Японія) показано ефективність використання маятникового підвісу конструкції з рідиною і обґрунтовано метод вибору діапазонів найбільш сприятливих довжин маятникового підвісу.

**Достовірність отриманих результатів** досягається використанням апробованого на різних задачах варіаційного

формулювання та алгоритмів розв'язання задач динаміки тіл з рідиною з вільною поверхнею; контролем виконання законів симетрії та збереження енергії; якісним порівнянням результатів з експериментами, виконаними іншими авторами.

**Практична цінність отриманих результатів** полягає у розробці нелінійної динамічної моделі сумісного руху резервуару з рідиною, орієнтованої на нестационарне збурення руху, визначенні особливостей поведінки системи у до-, біля- та зарезонансних областях для різних категорій довжин підвісу, обґрунтовано метод вибору найбільш сприятливих діапазонів довжин маятникового підвісу для випадку розгляду останнього в якості засобу підвищення вібро- та сейсмостійкості конструкцій з рідиною.

#### **Особистий внесок здобувача.**

Представлені до захисту результати були отримані здобувачем особисто. В опублікованих у співавторстві з науковим керівником роботах [1] – [6] дисертанту належить адаптація методу розв'язання задачі про нелінійні коливання рідини з вільною поверхнею в резервуарі для випадку використання маятникового підвісу з рухомою точкою підвісу, що рухається за заданим законом, аналіз специфіки поведінки системи резервуар – рідина на рухомому маятниковому підвісі. Науковому керівнику О.С. Лимарченку належить постановка задачі, ідея методу та участь в обговоренні та систематизації одержаних результатів. В статті [4] розділ 3 «Снижение подвижности жидкости при сейсмическом возмущении движения конструкций с жидкостью» належить дисертанту, а інші розділи належать співавторам О.В. Константінову, О.С. Лимарченку, В.В. Лук`янчуку.

#### **Апробація результатів дисертації.**

Основні результати дисертаційної роботи були висвітлені у доповідях на наукових конференціях:

- Проблеми інформатизації: дев'ята міжнародна науково-технічна конференція Київ – Полтава – Катовище – Париж – Вільнюс – Харків – Мінськ – Орел, Київ, 12-13 грудня, 2017 р.;
- Международная конференция «Проблемы снятия из эксплуатации объектов ядерной энергетики и восстановления окружающей среды», INUDECО, Славутич, 25-27 апреля, 2017 р.;

- Международная конференция «Проблемы снятия из эксплуатации объектов ядерной энергетики и восстановления окружающей среды», INUDECO, Славутич, 25-27 апреля, 2018 р.;
- XVIII International Conference “Dynamical system modeling and stability investigation”, Kiev, May 24-26, 2017 р.

Крім цього, дисертаційна робота в повному обсязі доповідалась та була підтримана на:

- семінарі кафедри механіки суцільних середовищ механіко-математичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка під керівництвом професора О.С. Лимарченка (листопад, 2018 р.);
- семінарі кафедри теоретичної і прикладної механіки механіко-математичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка під керівництвом професора Я.О. Жука (квітень, 2019 р.);
- семінарі відділу теорії коливань Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України під керівництвом академіка НАН України, професора В.Д. Кубенка (травень, 2019 р.);
- семінарі секції за напрямком «Динаміка та стійкість руху механічних систем» Інституту механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України під керівництвом академіка НАН України, професора В.Д. Кубенка (травень, 2019 р.).

**Публікації.** За результатами дослідження опубліковано 6 наукових статей у фахових виданнях, затверджених МОН України, дві з яких входять до наукометричної бази SCOPUS, ще дві – до наукометричної бази Scopus.

**Структура та обсяг роботи.** Дисертаційна робота складається з вступу, 4 розділів, які містять 67 рисунків та 5 таблиць, висновків та списку використаних літературних джерел із 98 найменування на 14 сторінках. Загальний обсяг дисертації складає 119 сторінок.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

**Вступ** включає в себе обґрунтування актуальності досліджень та вибору теми дисертаційної роботи. Також, сформульовано основну мету, завдання, об’єкт, предмет та методи дослідження, приведено

наукову новизну та практичну цінність роботи. У вступі приведено перелік публікацій, виступів на конференціях та семінарах за темою дисертаційних досліджень.

**Розділ 1.** Наведено огляд літературних джерел, присвячених дослідженням динаміки конструкцій з рідиною. Розглянуто основні підходи та методи розв'язання задач, пов'язаних з кутовим рухом резервуарів з рідиною з вільною поверхнею, питанням можливого практичного використання маятникового підвісу для зменшення негативних ефектів що виникають при вібраційних та сейсмічних збуреннях.

Зокрема, на основі огляду можна виділити наступні характерні особливості моделювання та складності поведінки такої механічної системи:

- наявність вільної поверхні рідини обумовлює вагомий прояв нелінійностей фізичного і геометричного типів;
- математичний об'єкт являє собою систему неоднорідної математичної структури: динаміка рідини описується диференціальними рівняннями в частинних похідних, динаміка конструкції – диференціальними рівняннями в звичайних похідних, які зв'язані між собою, що призводить до потреби проведення гомогенізації розв'язувальної системи;
- дослідження вказують на важливість врахування сумісного характеру руху складових компонент системи, особливо через те, що для більшості практичних задач маса рідини перевищує масу конструкції;
- потреба в розгляді одночасно поступального і кутового руху конструкції, і як варіант, заданого поступального і сумісного кутового руху конструкції з рідиною, що особливо важливе при сейсмічних збуреннях руху;
- сумісність руху складових компонент обумовлює зміну черговості розташування резонансних частот у порівнянні з випадком незв'язаного руху компонент, що обумовлює нові резонансні і динамічні властивості поведінки систем, змінює характер прояву основних резонансів і виникнення вторинних резонансів;
- при розгляді перехідних процесів суттєвим є включення великої кількості форм коливань.



**Розділ 2** складається з опису побудованої математичної моделі руху циліндричного резервуару, заповненого рідиною з вільною поверхнею, на маятниковому підвісі, з рухомою точкою підвісу. Представлено кінематичні обмеження, які накладаються на дану систему. Виконано побудову дискретної моделі, введено узагальненні координати, по частині яких (параметри поступального руху основи) рух є наперед заданим, а по іншим (амплітуди збудження форм коливань рідини та кути відхилення резервуару) – зв’язаний.

Розглядається механічна система, яка складається з циліндричного резервуару, заповненого рідиною з вільною поверхнею, які закріплено на маятниковому підвісі з рухомою основою. При цьому, стінки резервуару є абсолютно твердими, рідина – ідеальна, однорідна, нестислива, а рух рідини в початковий момент часу безвихровий. Математичне формулювання задачі про рух системи резервуар – рідина розглядається як сукупність кінематичних обмежень, динамічних рівнянь та початкових умов. Використовуючи принцип Гамільтона – Остроградського:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} L dt = 0$$

необхідно розглядати кінематичні умови як механічні в’язі, які накладають обмеження на систему. При цьому, динамічні граничні умови впливають з принципу Гамільтона – Остроградського як природні.

До кінематичних умов відносяться:

- умова нерозривності потоку в об’ємі  $\tau$  :

$$\Delta \varphi = 0, \Delta \vec{\Omega} = 0 \text{ в } \tau;$$

- умови неперетікання рідини на межі контакту тіло – рідина та через вільну поверхню рідини:

$$\frac{\partial \varphi_0}{\partial n} = 0, \frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial \vec{n}} = \vec{r} \times \vec{n} \text{ на } \Sigma;$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \vec{\nabla} \xi \cdot [\vec{\nabla} \varphi_0 + \vec{\nabla}(\vec{\omega} \cdot \vec{\Omega}) - \dot{\xi} - \vec{\omega} \times \vec{r}] = \frac{\partial \varphi_0}{\partial z} + \vec{\omega} \cdot \frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial z} - \dot{\xi}_z - (\vec{\omega} \times \vec{r})|_z \text{ при } z = \xi;$$

$$\frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial \vec{n}} = \vec{r} \times \vec{n} \text{ на } S.$$

В загальному вигляді функція Лагранжа механічної системи резервуар – рідина з вільною поверхнею має вигляд:

$$\begin{aligned}
L = & \frac{1}{2} \rho \int_{\tau} [\vec{\nabla} \varphi + \vec{\nabla}(\vec{\omega} \cdot \vec{\Omega})]^2 d\tau + \frac{1}{2} M_r (\dot{\vec{\varepsilon}})^2 + \frac{1}{2} I_{\text{res}}^{ij} \omega_i \omega_j - (M_r + M_l) g \varepsilon_r + \\
& + \rho g (\cos \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \alpha_3 - \sin \alpha_1 \sin \alpha_3) \int_{S_0} r \cos \theta (\xi + H) dS - \\
& - \rho g (\sin \alpha_1 \cos \alpha_3 + \cos \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \alpha_3) \int_{S_0} r \sin \theta (\xi + H) dS - \frac{1}{2} \rho g \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \int_{S_0} \xi^2 dS - \\
& - (M_r h_r + M_l h_l) (1 - \cos \alpha_1 \cos \alpha_2) - \sigma \int_{S_0} \sqrt{1 + (\vec{\nabla} \xi)^2} dS - \sigma \cos \theta_1 \int_{L_0} \xi dl + \vec{F} \cdot \vec{\varepsilon} + \vec{M} \cdot \vec{\chi}.
\end{aligned}$$

Представлення шуканих величин обрано у такому вигляді, щоб заздалегідь задовольняти кінематичним умовам:

$$\begin{aligned}
\xi &= \sum_n a_n(t) \psi_n(r, \theta); \\
\varphi &= \sum_n b_n(t) \psi_n(r, \theta) \frac{\text{ch} \kappa_n(z+H)}{\kappa_n \text{sh} \kappa_n H}; \\
\vec{\Omega} &= \vec{\Omega}_0 + \sum_n \vec{q}_n(t) \psi_n(r, \theta) \frac{\text{ch} \kappa_n(z+H)}{\kappa_n \text{sh} \kappa_n H}.
\end{aligned}$$

При цьому  $\psi_n(r, \theta)$  – повна ортогональна система функцій в області  $S_0$ , яка отримана як розв’язок крайової задачі Неймана, а  $\vec{\Omega}_0$  – потенціал Стокса – Жуковського. Залежність параметрів  $b_i$  та  $q_i$  від  $\alpha_i$  та  $\dot{\alpha}_i$  визначається аналітично за допомогою методу Гальоркіна з кінематичної граничної умови на вільній поверхні.

Так, в загальному випадку, вводяться наступні узагальнені координати:

$a_i$  – амплітуди збудження форм коливань рідини;

$\alpha_i$  – кути відхилення резервуару від положення рівноваги;

Характерною особливістю задач сейсмічного збурення руху є той факт, що параметри поступального руху  $\varepsilon_i$  є заданими, а тому рівняння руху можливо подати у наступному вигляді:

$$\sum_{n=1}^N p_{rn} \ddot{a}_n + \sum_{n=N+4}^{N+6} p_{rn} \ddot{\alpha}_{n-N-3} = q_r - \sum_{n=N+1}^{N+3} p_{rn} \ddot{\varepsilon}_{n-N}, \quad r = \overline{1, N+3},$$

де  $p_{rn}$  та  $q_r$  – квадратна матриця та вектор розміру  $N+6$ ,  $N$  – кількість форм коливань рідини.

Диференціальні рівняння сумісного руху, в загальному випадку, набувають такого вигляду (коефіцієнти цих рівнянь визначаються в формі квадратур від форм коливань рідини і потенціалу Стокса-Жуковського):

$$\begin{aligned}
& \sum_i \ddot{a}_i \left\{ \delta_{ir} + \sum_j a_j A_{rij}^3 + \sum_{j,k} a_j a_k A_{rijk}^4 \right\} + \frac{1}{2\alpha_r^v} \sum_{s=1}^3 \ddot{\alpha}_s \left\{ \sum_{p=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_s} \left[ E_{pr}^{1*} + \sum_i a_i E_{pri}^{2*} + \sum_{i,j} a_i a_j E_{prij}^{3*} \right] \right\} = \\
& = \sum_{i,j} \dot{a}_i \dot{a}_j C_{ijr}^3 + \sum_{i,j,k} \dot{a}_i \dot{a}_j a_k C_{ijk}^4 - \ddot{\varepsilon} \cdot \frac{1}{\alpha_r^v} \left\{ \bar{B}_r^1 + \sum_i a_i \bar{B}_{ri}^2 + \sum_{i,j} a_i a_j \bar{B}_{rij}^3 + \sum_{i,j,k} a_i a_j a_k \bar{B}_{rijk}^4 \right\} + \\
& + \frac{1}{2\alpha_r^v} \sum_{p=1}^3 \omega_p \left[ \sum_i \dot{a}_i (E_{pir}^{2*} - E_{pri}^{2*}) + \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j (E_{pij}^{3*} + E_{pirj}^{3*} - E_{prij}^{3*} + E_{prji}^{3*}) \right] + \\
& + \frac{1}{2\alpha_r^v} \sum_{p,s=1}^3 \omega_p \omega_s \left[ E_{psr}^2 + \sum_i a_i (E_{psir}^3 + E_{psri}^3) \right] + \frac{1}{2\alpha_r^v} \sum_{p=1}^3 \omega_p^{(k)} \left[ E_{pr}^{1*} + \sum_i a_i E_{pri}^{2*} + \sum_{i,j} a_i a_j E_{prij}^{3*} \right] + \\
& + \dot{\varepsilon} \cdot \left[ \sum_i a_i \bar{D}_{ir}^2 + \sum_i \dot{a}_i a_j \bar{D}_{ijr}^3 + \sum_i \dot{a}_i a_j a_k \bar{D}_{ijk}^4 \right] + \frac{1}{2\alpha_r^v} \dot{\varepsilon} \cdot \sum_{p=1}^3 \omega_p \left[ \bar{F}_{pr}^2 + \sum_i a_i (\bar{F}_{pir}^3 + \bar{F}_{pri}^3) + \right. \\
& \left. + \sum_{i,j} a_i a_j (\bar{F}_{pij}^4 + \bar{F}_{pirj}^4 + \bar{F}_{prji}^4) \right] + g \frac{\alpha_r^c}{\alpha_r^v} (\cos \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \alpha_3 - \sin \alpha_1 \sin \alpha_3) + \\
& + g \frac{N_r}{\alpha_r^v} \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 a_r + g \frac{\alpha_r^s}{\alpha_r^v} (\sin \alpha_1 \cos \alpha_3 + \cos \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \alpha_3). \\
& \sum_i \ddot{a}_i \left\{ \sum_{p=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \left( E_{pi}^{1*} + \sum_j a_j E_{pij}^{2*} + \sum_{j,k} a_j a_k E_{pijk}^{3*} \right) \right\} + \\
& + \sum_{n=1}^3 \ddot{\alpha}_n \left[ 2 \sum_{p,s=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_s} \left( \frac{1}{\rho} \mathbf{J}_{res}^{ps} + A_{ps}^2 + \sum_i a_i E_{psi}^2 + \sum_{i,j} a_i a_j E_{psij}^3 \right) \right] = \\
& = 2 \sum_{p,s=1}^3 \left( \omega_{p,r}^* \omega_s + \omega_p^{(k)} \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \right) \left( \frac{1}{\rho} \mathbf{J}_{res}^{ps} + A_{ps}^2 + \sum_i a_i E_{psi}^2 + \sum_{i,j} a_i a_j E_{psij}^3 \right) - \\
& - 2\ddot{\varepsilon} \cdot \sum_{p=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \left[ \bar{F}_p^1 + \sum_i a_i \bar{F}_{pi}^2 + \sum_{i,j} a_i a_j \bar{F}_{pij}^3 + \sum_{i,j,k} a_i a_j a_k \bar{F}_{pijk}^4 \right] + \\
& + \sum_{p=1}^3 \omega_{p,r}^* \left( \sum_i \dot{a}_i E_{pi}^{1*} + \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j E_{pij}^{2*} + \sum_{i,j,k} \dot{a}_i a_j a_k E_{pijk}^{3*} \right) + 2\dot{\varepsilon} \cdot \sum_{p=1}^3 \omega_{p,r}^* \left( \bar{F}_p^1 + \sum_i a_i \bar{F}_{pi}^2 + \sum_{i,j} a_i a_j \bar{F}_{pij}^3 \right) + \\
& + 2 \sum_{p,s=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \omega_s \left( \sum_i \dot{a}_i E_{psi}^2 + 2 \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j E_{psij}^3 \right) + \sum_{p=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \left( \sum_i \dot{a}_i \dot{a}_j E_{pij}^{2*} + 2 \sum_{i,j} \dot{a}_i \dot{a}_j a_k E_{pijk}^{3*} \right) + \\
& + 2\dot{\varepsilon} \cdot \sum_{p=1}^3 \frac{\partial \omega_p}{\partial \dot{\alpha}_r} \left( \sum_i \dot{a}_i \bar{F}_{pi}^2 + 2 \sum_{i,j} \dot{a}_i a_j \bar{F}_{pij}^3 \right) + \frac{2g}{\rho} (M_T h_T + M_F h_F) \frac{\partial}{\partial \alpha_r} (\cos \alpha_1 \cos \alpha_2) + \\
& + 2g \frac{\partial}{\partial \alpha_r} \left[ (\cos \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \alpha_3 - \sin \alpha_1 \sin \alpha_3) \left( \sum_i a_i \alpha_i^c + Hl^c \right) + \right. \\
& \left. + (\cos \alpha_1 \sin \alpha_2 \sin \alpha_3 + \sin \alpha_1 \cos \alpha_3) \left( \sum_i a_i \alpha_i^s + Hl^s \right) \right]
\end{aligned}$$

Моделювання здійснювалось на основі динамічної моделі, яка включала 12 форм коливань рідини, маятникові коливання системи розглядалися як плоскі й характеризувалися одним кутом  $\alpha_2 = \varphi$ , в чисельних прикладах співвідношення мас взято  $M_T = 0.1M_F$ , рівень заповнення резервуару  $H = R$ , радіус резервуару  $R = 1$  м.

В розділі 3 приведено числові результати, розглянуто поведінку системи у випадку найпростіших, тестових, рухів основи – імпульсних та гармонічних рухів, досліджено поведінку системи в околі основних резонансів як рідини, так і резонансу по куту, пов'язаного з закріпленням резервуару на маятниковому підвісі.

Використання маятникового підвісу як засобу сейсмозахисту, з теоретичної точки зору, можливе за рахунок того, що при розгляді сумісного руху відбувається зміна значення резонансної частоти першої, антисиметричної, форми. При цьому, значення резонансних частот для яких не відбувається зміна положення центру мас (в тому числі для осесиметричної форми) залишаються такими ж як і відповідні парціальні частоти при розгляді заданого поступального руху. Це призводить до того, що частота першої антисиметричної форми зростає (для обраних параметрів системи приблизно на 50%) і відбувається зміна порядку частот при їх розміщенні за ступенем зростання, що в свою чергу призводить до зменшення інтенсивності прояву резонансу по антисиметричній формі (коловий номер  $m = 1$ ).

Так, для випадку розгляду парціальних частот, значення частоти для форми  $m = 1$  є  $\omega = 4.14$ , при цьому значення резонансних частот по формам  $m = 2$ ,  $m = 0$  буде  $\omega = 5.45$  та  $\omega = 6.12$ , відповідно. При визначенні частот в сумісній постановці, для довжини маятникового підвісу  $l = R$ , значення частоти форми  $m = 1$  стає рівним  $\omega = 6.69$  (зростає в 1,5 рази). Тобто, для довжини підвісу  $l = R$  резонанс по антисиметричній формі стає третім, менш інтенсивним (у порівнянні з  $m = 2, m = 0$ ). Така зміна порядку частот дає можливість значно зменшувати прояви резонансних властивостей для різного роду конструкцій.

Значення частоти резонансу по куту, в сумісній постановці, теж змінюється. Загальну зміну частот приведено на рис.1, де «\*» позначено парціальні частоти, стрілками показано їх нові значення.

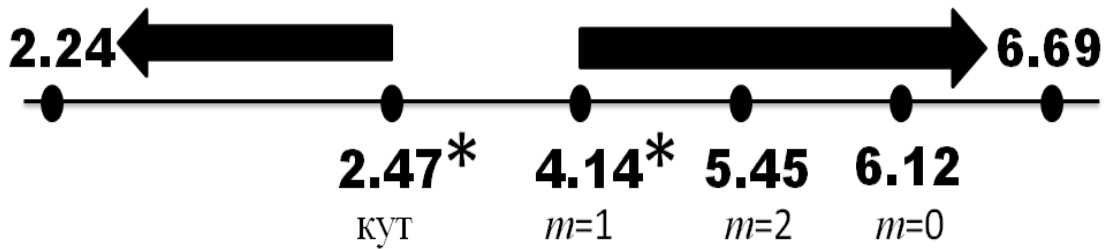


Рис. 1. Зміна порядку частот.

При цьому, дане явище дає можливість ввести деяку класифікацію щодо зміни довжин підвісу відносно розташування, яке відповідає резервуару, що рухається поступально за заданим законом:

- відбувається зміна порядку резонансних частот, частота антисиметричної форми є більшою ніж для форм  $m=2, m=0$  – підвіс короткий;
- відбувається зміна порядку резонансних частот, частота антисиметричної форми знаходиться між частотами для форм  $m=2, m=0$  – підвіс середній;
- зміна порядку резонансних частот не відбувається – підвіс довгий.

Виконано аналіз поведінки резервуару на маятниковому підвісі при коливанні на резонансних частотах зв'язаних з рідиною, зокрема показано, що в широкому діапазоні довжин маятникового підвісу найбільш інтенсивно проявляється резонанс на частоті сумісних коливань в околі резонансу маятникового підвісу, а для рідини – в околі резонансної частоти форми  $m=2$ , який в рамках лінійної моделі чи випадку лише заданого поступального руху взагалі відсутній.

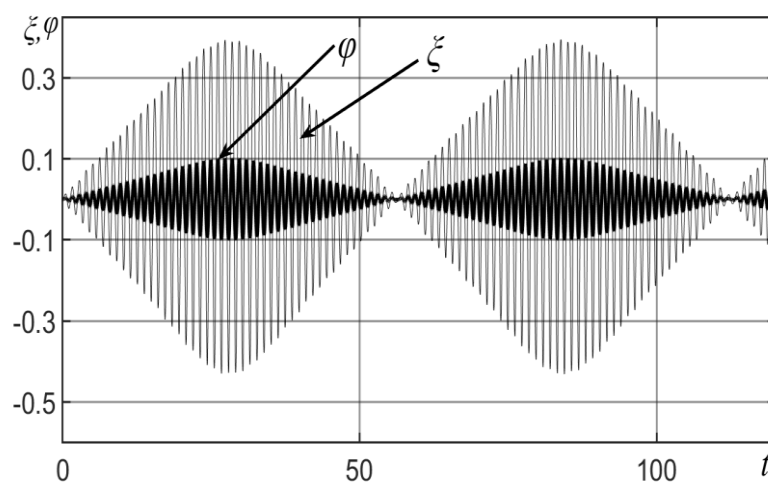


Рис. 2. Збурення вільної поверхні та кут відхилення.

На рис. 2 представлено поведінку системи при гармонічних рухах основи на резонансній частоті для форми з коловим номером  $m=2$ . Для збурення рідини на стінці  $\xi$  та кута  $\varphi$  відхилення резервуару є характерним значний прояв амплітудної модуляції.

Досліджено поведінку системи в до-, біля- та зарезонансних областях коливань маятникового типу, в якості прикладу розглянуто довжину маятникового підвісу  $l=2R$ . Амплітуда руху точки підвісу є однаковою для всіх випадків.

Встановлено, що для випадку дорезонансної області характерним є значний прояв дрейфу середнього значення та вплив вищих гармонік, при цьому амплітудна та частотна модуляція практично відсутня (рис.3).

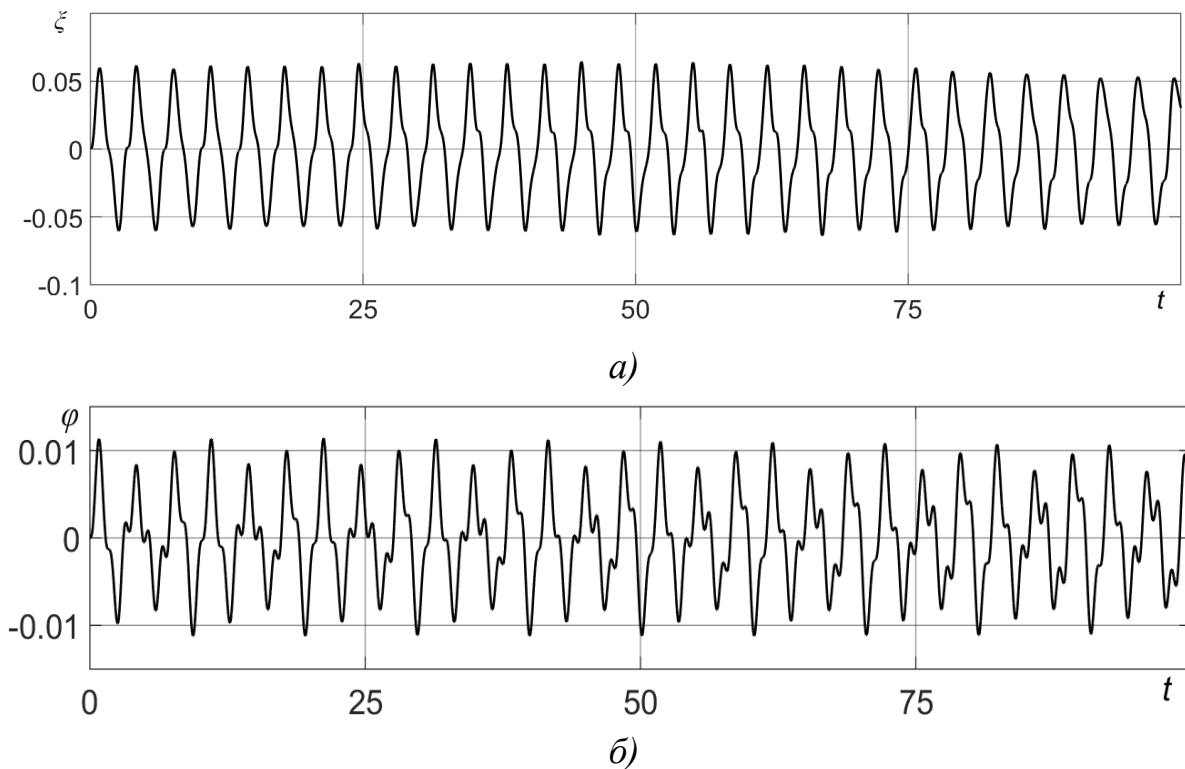


Рис. 3. Поведінка системи в дорезонансній області.

Основним ефектом, який характеризує систему в області резонансу по куту, є ефект амплітудної модуляції (рис. 4).

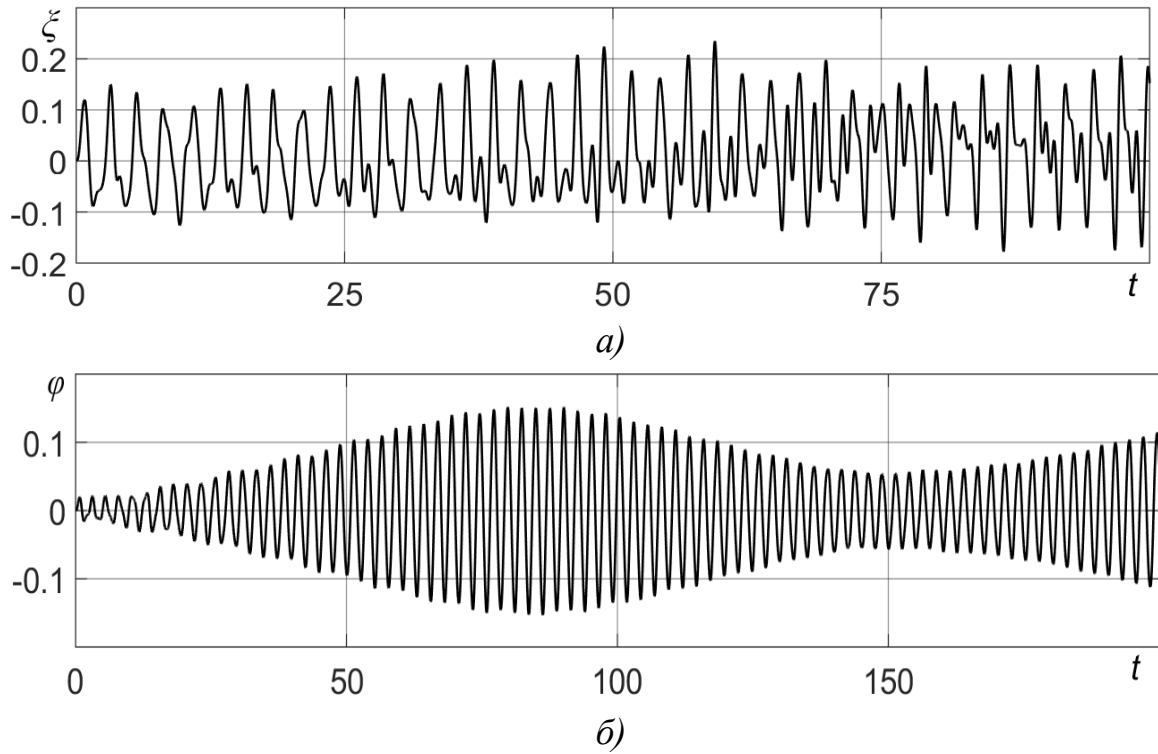


Рис. 4. Поведінка системи в околі резонансу.

Для зарезонансного діапазону характерним є значний прояв частотної модуляції та дрейфу середнього значення (рис. 5).

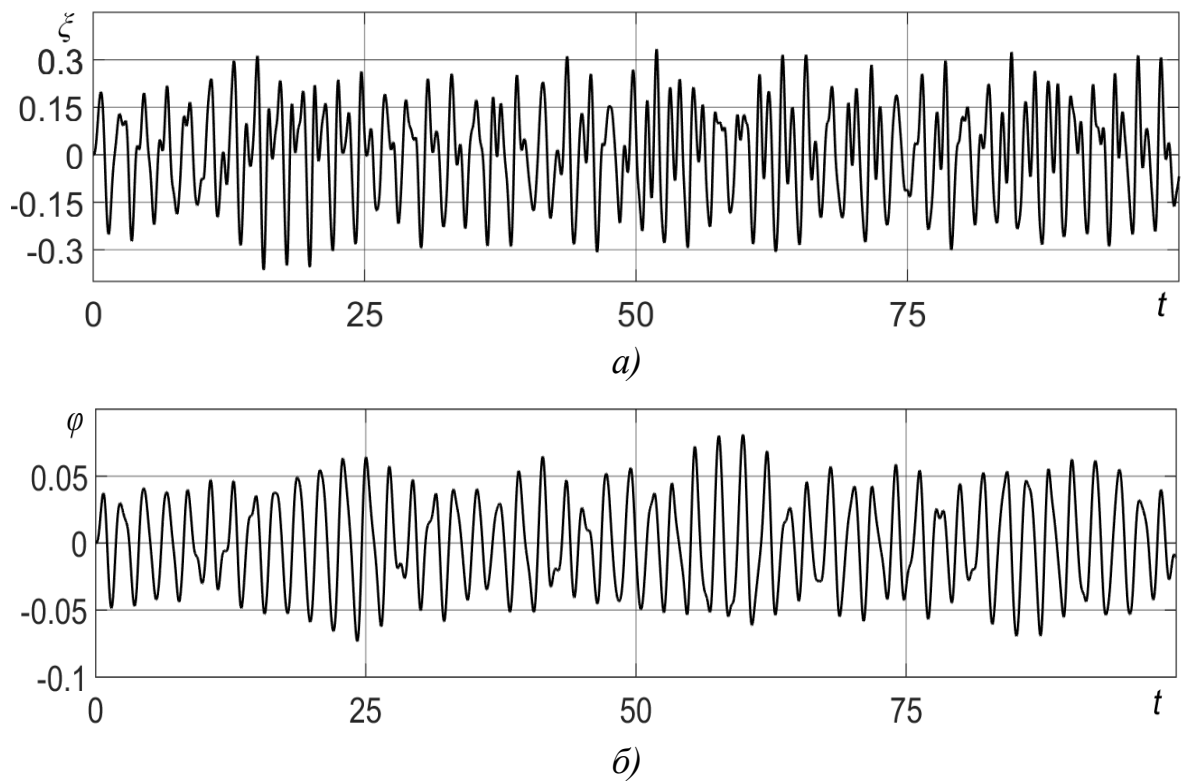


Рис. 5. Поведінка системи в зарезонансній області.

**Розділ 4** присвячено дослідженню поведінки системи на елементарних «сейсмоподібних» збуреннях руху основи та для випадку, коли рух основи задається на основі реальних сейсмограм. Виконано порівняння випадків різної довжини підвісів з жорстким закріпленням резервуару, в тому числі й спектрального аналізу збурень вільної поверхні рідини на стінці.

Будь-яку сейсмічну активність можна розглядати як суміш імпульсного та гармонічного збурення, а тому, для визначення загальних тенденцій поведінки системи циліндричний резервуар – рідина з вільною поверхнею на маятниковому підвісі будемо вважати, що спрощене сейсмічне збурення ґрунту можливо задати наступним законом  $\varepsilon(t) = A \exp(-\alpha \cdot t) \sin \omega \cdot t$ , де  $\alpha$  та  $\omega$  є характеристиками згасання та частотою сейсмічного збурення.

Встановлено, що при багаточастотному збуренні руху системи на резонансній частоті з тривалістю збудження навіть в 2-3 періоди в системі можуть виникнути коливання з великими амплітудами. Виконано серію розрахунків для різних довжин маятникового підвісу та випадку жорсткого закріплення резервуару. При цьому, за оціночні параметри приймалися значення збурень вільної поверхні рідини на стінці та моментна взаємодія. Так, в якості прикладу приведено розрахунки з частотою  $\omega = 0.8$  1/с (графіки ліворуч) та  $\omega = 2.0$  1/с (графіки праворуч). Значення моментної взаємодії для жорсткого закріплення (тонка лінія) та маятникового підвісу  $l = 8R$  приведено на рис. 6.

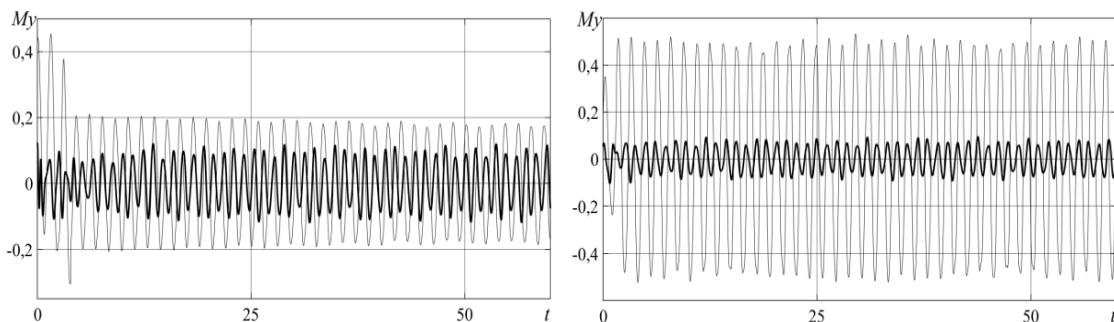


Рис. 6. Порівняння жорсткого закріплення з маятниковим підвісом.  
Моментна взаємодія.

Збурення вільної поверхні рідини для жорсткого закріплення (тонка лінія) та маятникового підвісу  $l = 8R$  приведено на рис. 7.



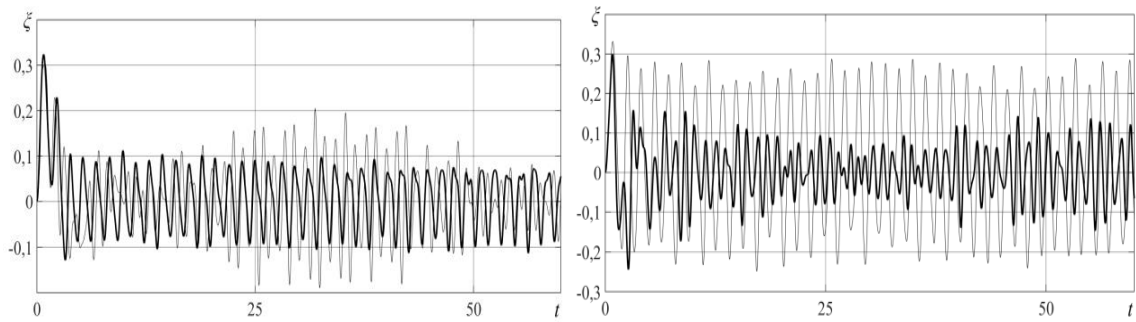


Рис.7. Порівняння жорсткого закріплення з маятниковим підвісом.  
Збурення вільної поверхні на стінці.

Одержані результати свідчать про те, що маятниковий підвіс має ряд переваг перед жорстким закріпленням як при розгляді силової взаємодії рідини з резервуаром, так і для хвильових характеристик рідини.

Також, було виконано розрахунок випадку, коли рух основи задавався на основі даних реальної сейсмограми. В якості прикладу використано дані землетрусу, який стався поблизу берегів Японії у березні 2011 року.

Моделювання показує, що в порівнянні з жорстким закріпленням, найбільш вигідним є діапазон середніх довжин підвісу. Для прикладу на рис. 8 та рис. 9 приведено збурення вільної поверхні та моментну взаємодію для маятникового підвісу  $l=8R$  (товстою лінією) та жорсткого закріпленням (відповідно тонкою лінією).

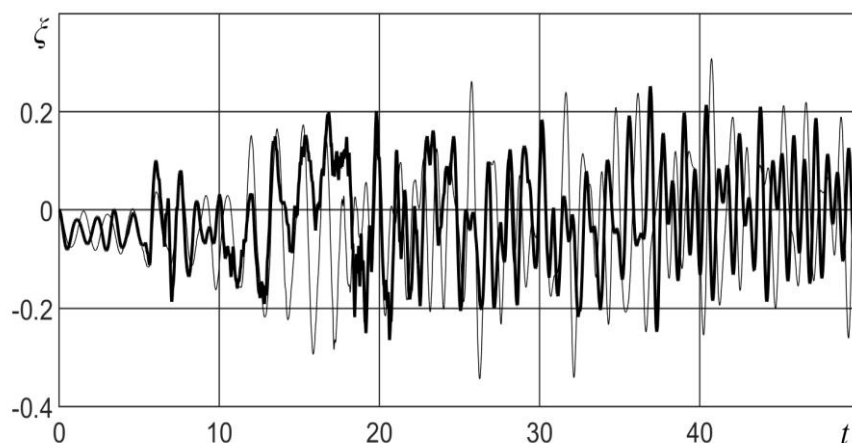


Рис. 8. Порівняння жорсткого закріплення з маятниковим підвісом для випадку реальної сейсмограми. Збурення вільної поверхні рідини.

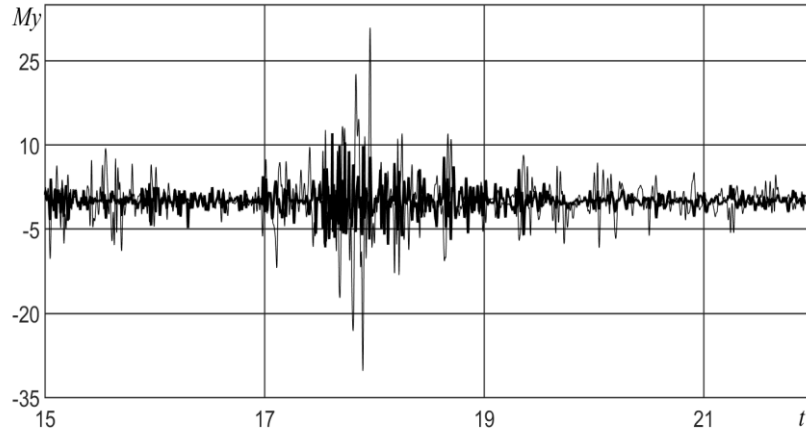


Рис. 9. Порівняння для випадку реальної сейсмограми. Моментна взаємодія.

Додатково, було виконано спектральний аналіз збурення вільної поверхні рідини на стінці. На рис. 10 приведено спектральний аналіз для а) жорсткого закріплення, б) маятникового підвісу довжини  $l = R$  в) маятникового підвісу  $l = 8R$ . Як бачимо, випадок жорсткого закріплення характеризується середньою кількістю (у порівнянні з іншими двома випадками) піків високої інтенсивності, короткі довжини підвісу мають найменш інтенсивними піки, але їх кількість є високою, середні довжини підвісу, навпаки, мають найменшу кількість піків середньої інтенсивності. В підсумку, це вказує на доцільність використання маятникового підвісу середньої довжини для зменшення негативного впливу сейсмічних багаточастотних збурень руху системи.

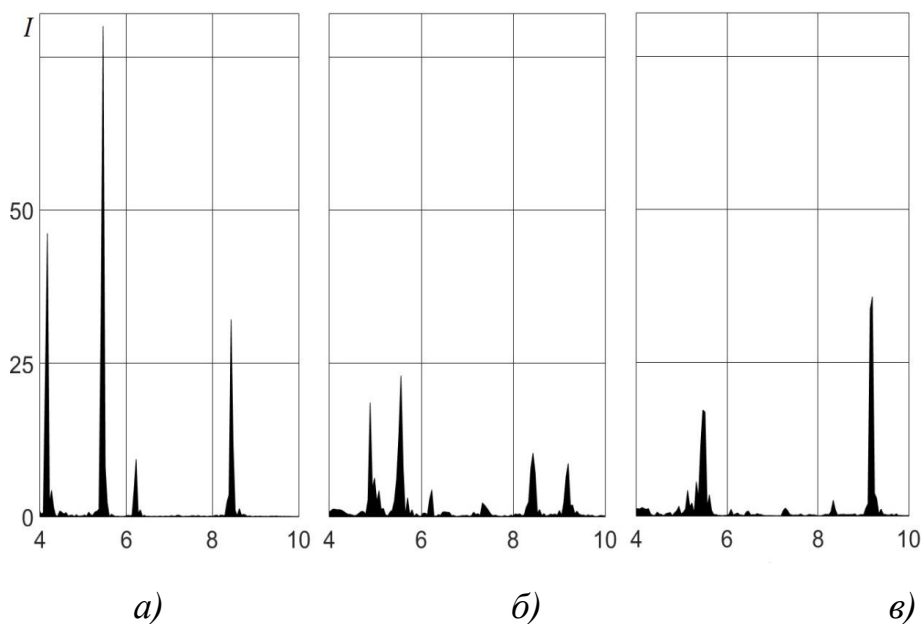


Рис.10. Спектральний аналіз збурень вільної поверхні рідини.

## ВИСНОВКИ

1. Розроблено нелінійну динамічну модель сумісного руху резервуару з рідиною на маятниковому підвісі, орієнтовану на нестационарні збурення руху.
2. На основі чисельного моделювання досліджено поведінку системи резервуар – рідина на маятниковому підвісі з різними довжинами при різних частотах кінематичного збурення руху системи.
3. Визначено специфіку поведінки системи в до-, біля- та зарезонансних областях зміни частот для випадку різних довжин підвісу.
4. Виявлено, що для коротких і середніх довжин закріплення суттєво проявляються резонансні коливання рідини на частоті, що відповідає вторинному (нелінійному) резонансу, які в рамках лінійного моделювання взагалі не проявляються.
5. Виконано розрахунок динамічних параметрів системи для реальних параметрів землетрусу. Показано ефективність використання маятникового підвісу як засобу зменшення негативного впливу сейсмічної дії та обґрунтовано метод вибору найбільш сприятливих довжин маятникового підвісу.

## СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

- [1] Лимарченко О.С. Поведінка конструкцій з рідиною на маятниковому підвісі при сейсмічному збуренні руху / О.С. Лимарченко, О.О. Нефьодов // Збірник праць Інституту математики НАН України, – 2017, – т. 14, – №2, – С. 56–64.
- [2] Limarchenko O. Peculiarities of dynamics of the reservoir with a free surfaced liquid on pendulum suspension with the moving suspension point / O. Limarchenko, A. Nefedov // Mathematical modeling and computing, – 2018, – Vol. 5, – No. 1, – P. 41–47.
- [3] Limarchenko O. Resonant modes of the motion of a cylindrical reservoir on a movable pendulum suspension with a free-surface liquid / O. Limarchenko, A. Nefedov // Mathematical modeling and computing, – 2018, – Vol. 5, – No. 2, – P. 178–183.
- [4] Константинов А.В. Динамические приемы гашения колебаний в системе «конструкция – жидкость со свободной поверхностью» / А.В. Константинов, О.С. Лимарченко, В.В. Лукьянчук, А.А. Нефедов // Прикладная механика, – 2018, – том. 55, – № 1, – С. 64–77.
- [5] Лимарченко О.С. Вплив частотних характеристик збурення руху конструкції з рідиною на розвиток динамічних процесів / О.С. Лимарченко, О.О. Нефьодов // Збірник праць Інституту математики НАН України, – 2018, – т.15, №2, – С. 47–55.
- [6] Лимарченко О.С. Коливання рідини з вільною поверхнею в циліндричному резервуарі на маятниковому підвісі у разі багато частотного руху точки підвісу / О.С. Лимарченко, О.О. Нефьодов // Information systems. Mechanics and Control, – 2018, – № 19, – P. 42–48.
- [7] Лимарченко О.С. Прийоми зменшення негативного впливу рухомості рідини в задачах динаміки сумісного руху конструкцій з рідиною / О.С. Лимарченко, В.В. Лук'янчук, О.О. Нефьодов // Проблеми інформатизації, – Тези доповідей дев'ятої міжнародної науково-технічної конференції Київ – Полтава – Катовище – Париж – Вільнюс – Харків – Мінськ – Орел, – 2017, – С. 20–21.
- [8] Limarchenko O.S. Suppression of liquid mobility effect in nonstationary problems of dynamics of structures with free-surfaced

calculus / O.S. Limarchenko, V.V. Lukianchuk, A.A. Nefedov // Збірник матеріалів міжнародної конференції «Dynamical Systems Modeling and Stability Investigation», Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка, – 2017, – С. 106–107.

[9] Нефедов А.А. Повышение сейсмоустойчивости охлаждающих резервуаров АЭС / А.А. Нефедов // Збірник матеріалів 2 міжнародної конференції «Проблеми зняття з експлуатації об'єктів ядерної енергетики та відновлення навколишнього середовища», – Чернігів: ЧНТУ, – 2017, – С. 260–262.

[10] Нефьодов О.О. Поведінка конструкцій з рідиною на маятниковому підвісі при сейсмічному збуренні руху / О. О. Нефьодов // Збірник матеріалів 3 міжнародної конференції «Проблеми зняття з експлуатації об'єктів ядерної енергетики та відновлення навколишнього середовища», – Чернігів: ЧНТУ, – 2018, – С. 202–204.

## АНОТАЦІЯ

**Нефьодов О.О. Теоретичний аналіз маятникового підвісу для збільшення сейсмо- та вібростійкості резервуарів з рідиною. – Рукопис.**

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.02.01 – теоретична механіка. – Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, Київ, 2019.

Розглядається актуальна задача поведінки складної нелінійної коливальної системи – конструкції з рідиною з вільною поверхнею в рамках моделі сумісного руху складових компонент. Розглянуто особливості моделювання і поведінки такої системи при перехідних процесах та вібраційному збуренні руху. В прикладному плані задача пов'язана з проблемою підвищення сейсмо- та вібростійкості систем, до складу яких входять резервуари з рідиною, за рахунок надання додаткового ступеню вільності – можливість виконувати кутові рухи. Виконано огляд літературних джерел, відмічено актуальність теми дисертаційної роботи.

В дисертаційній роботі розроблено нелінійну динамічну модель зв'язаного руху системи резервуар – рідина з вільною поверхнею, на маятниковому підвісі, з рухомою точкою підвісу орієнтовану на нестационарне збурення руху. При цьому, стінки резервуару є абсолютно твердими, рідина – ідеальна, однорідна, нестислива, а рух рідини в початковий момент часу безвихровий. Використовується варіаційний принцип Гамільтона – Остроградського. Динамічні граничні умови випливають з принципу Гамільтона – Остроградського як природні.

Виконано аналіз поведінки резервуару на маятниковому підвісі при колюванні на резонансних частотах зв'язаних з рідиною, зокрема показано, що в широкому діапазоні довжин маятникового підвісу найбільш інтенсивно проявляється резонанс по формі  $m=2$ , який в рамках лінійної моделі чи при чисто поступальному русі взагалі відсутній. Визначено, що для певного діапазону довжин маятникового підвісу, відбувається зміна порядку розміщення резонансних частот: при розгляді задачі в сумісній постановці значення частоти антисиметричної форми, перестає бути першим (головним). Досліджено поведінку системи в околі основних резонансів, виконано порівняння з теоретичними роботами та експериментами інших авторів.

Обґрунтовано метод визначення діапазону найбільш сприятливих довжин маятникового підвісу. Апробація підходу відбувалась для випадку, коли рух точки підвісу було задано на основі реальних параметрів землетрусу. Досліджено ефективність використання маятникового підвісу. Виконано порівняння збурень вільної поверхні рідини, силової та моментної взаємодії для випадку маятникового та жорсткого закріплення резервуару.

*Ключові слова:* нелінійна динаміка рідини, зв'язаний рух, прояв вторинних резонансів, кутовий рух циліндричного резервуара.

## АННОТАЦІЯ

**Нефёдов А.А., Теоретический анализ маятникового подвеса для увеличения сейсмо- и вибростойкости резервуаров с жидкостью. – Рукопись.**

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.01 – теоретическая механика. – Институт механики им. С.П. Тимошенко НАН Украины, Киев, 2019.

В диссертационной работе разработано нелинейную динамическую модель связанного движения системы резервуар – жидкость со свободной поверхностью, на маятниковом подвесе, с подвижной точкой подвеса, которая ориентирована на нестационарное возмущение движения. Определенно, что для некоторого диапазона длин маятникового подвеса происходит изменение порядка размещения резонансных частот: при рассмотрении задачи в совместной постановке значение частоты антисимметричной формы, перестает быть первым (главным).

Обосновано метод определения диапазонов наиболее выгодных, с точки зрения сейсмозащиты, длин маятниковых подвесов. Апробація даного підходу здійснювалась для випадку, коли рух точки підвісу було задано на основі реальних параметрів землетрясення. Исследовано ефективність використання маятникового підвісу. Выполнено сравнение возмущений свободной поверхности жидкости и моментного взаимодействия для случая маятникового и жесткого закрепления конструкции резервуар – жидкость со свободной поверхностью.

*Ключевые слова:* нелинейная динамика жидкости, связанное движение, проявление второстепенных резонансов, угловое движение цилиндрического резервуара.

## ANNOTATION

**Nefedov O.O. Theoretical analysis of pendulum suspension for improvement of seismic and vibration stability of reservoir with liquid. – Manuscript.**

Thesis for Candidate's Degree of Physical and Mathematical Sciences on specialty 01.02.01 – theoretical mechanics. – S.P. Tymoshenko Institute of Mechanics of National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, 2019.

The thesis deals with development of nonlinear dynamical model of combined motion of the system reservoir – liquid with a free surface on pendulum suspension with movable suspension point aimed at nonstationary excitation of motion. It was determined that for certain range of lengths of pendulum suspension the change of arrangement of distribution of resonance frequencies occurs, i.e., for considering the problem in combined statement the value of frequency of antisymmetric mode ceases to be the first (main).

The method of determination of ranges of the most advantageous lengths of pendulum suspensions from the point of view of seismic protection is substantiated. Approbation of the mentioned approach was performed in the case when the motion of the pendulum suspension point was specified based on real earthquake parameters. Efficiency of the use of pendulum suspension was studied. Comparison of excitations of the liquid free surface and moment interaction in the case of pendulum suspension and rigid fixation of the structure reservoir – liquid with a free surface was done.

*Keywords:* nonlinear dynamics of liquid, combined motion, manifestation of secondary resonances, angular motion of cylindrical reservoir.